Исследование формы поверхности полотна солнечного паруса при его пространственном развороте

Макаренкова Н.А.

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия e-mail: <u>hope150392@mail.ru</u>

Аннотация

В работе рассмотрен пространственный разворот солнечного паруса, в котором форма поверхности плёнки поддерживается за счёт центробежных сил. Математическая модель солнечного паруса представлена В виде набора аппроксимирующих окружностей, соединенных тонкой натянутой невесомой пленкой. Исследована форма поверхности вращающейся плёнки В случае воздействия на неё давления солнечного света, а также в случае равномерного вращательного движения при переориентации солнечного паруса. Ввиду того, что частоты свободных колебаний пленки разнесены друг от друга, демпфируется только первая ненулевая частота. Предложен закон управления, обеспечивающий затухание колебаний.

Ключевые слова: солнечный парус, демпфирование упругих колебаний, форма поверхности вращающейся плёнки.

В настоящее время одним из перспективных устройств для передвижения в космосе является солнечный парус, выполненный в виде жёсткой вставки и тонкой зеркальной пленки, на которую действует давление солнечного света для приведения паруса в движение. Главными преимуществами такой конструкции являются отсутствие потребности в ракетном топливе и возможность работы в течение почти неограниченного периода времени. Одним из перспективных проектов солнечного паруса можно считать конструкцию, в которой форма поверхности плёнки поддерживается центробежными силами [1]. Это может быть достигнуто за счёт вращения жёсткой вставки, установленной в центре плёнки и имеющей сравнительно небольшой радиус по сравнению с радиусом солнечного паруса. Главным преимуществом такой конструкции является более высокая парусность космического аппарата (отношение площади поверхности паруса к её проектами macce) ПО сравнению С каркасными солнечных парусов. Пространственную ориентацию плёнки предполагается изменять с помощью момента, приложенного к жёсткой вставке [2]. Конструкция солнечного паруса представлена на рисунке 1.



Рисунок 1 – Конструкция солнечного паруса

Достичь требуемых орбит с помощью солнечного паруса оказывается возможным лишь при определенной ориентации плоского зеркального паруса к лучам. В процессе эксплуатации космического аппарата необходимо осуществлять разворот солнечного паруса. При этом особенно важной задачей при исследовании углового движения данного космического аппарата и составления математической модели пространственного разворота является определение формы поверхности плёнки, получающейся под воздействием сил и моментов, действующих на солнечный парус.

При разработке математической модели углового движения солнечного паруса не учитываются влияния орбитальных факторов, таких как градиент гравитационного поля небесных тел, радиационные потоки от Солнца и галактического излучения, радиационные пояса и магнитные поля планет и т.д., которые, по-видимому, оказывают достаточно небольшие воздействия на форму поверхности плёнки [3].

Пусть X, Y и Z – оси правой ортогональной системы координат, центр которой лежит на оси кинетического момента системы «жёсткая вставка – плёнка», при этом оси X и Y находятся в плоскости невозмущенного состояния плёнки [2, 4]. При исследовании рассматриваются плоские кольцевые области на поверхности плёнки, ограниченные окружностями радиусов r_{i-1} и r_i . Они заменяются окружностями радиуса R_i соответствующей массы так, чтобы моменты инерции аппроксимирующих окружностей были равны моментам инерции аппроксимируемых кольцевых областей. В этом случае будем иметь:

$$R_i = \sqrt{0.5 \cdot (r_i^2 + r_{i-1}^2)}.$$
(1)

Положение осей, связанных с каждой аппроксимирующей окружностью, по отношению к базовой системе координат задается углами Кардано. Координаты связанного с окружностью ортонормированного репера приведены на рисунке 2. Для определения оптимального количества аппроксимирующих окружностей при исследовании пространственного разворота солнечного паруса необходимо определить установившуюся поверхность солнечного паруса в случае воздействия давления солнечного света и в случае равномерного вращательного движения.



Рисунок 2 – Координаты связанного с окружностью ортонормированного репера

Определим форму поверхности плёнки при воздействии на неё давления солнечного света, считая направление вектора кинетического момента жёсткой вставки неизменным. При нормальном падении света на поверхность твердого тела давление света *p* определяется по формуле [5]:

$$p = \frac{S \cdot (1+N)}{c},\tag{2}$$

где S – плотность потока энергии (интенсивность света);

N – коэффициент отражения света от поверхности;

с – скорость света в вакууме.

Тогда сила *F*_{с.д.}, действующая за счёт давления солнечного света на внешнюю кольцевую часть пленки, ограниченную радиусами h и *R*_{пл.}:

$$F_{\text{c.g.}} = \frac{S \cdot (1+N)}{c} \cdot \pi \cdot (R_{\Pi \pi}^2 - h^2), \qquad (3)$$

где R_{пл.} – наружный радиус пленки.

Проекция силы натяжения на ось Z $F_{\text{нат.}Z}$ на расстоянии h от центра пленки равна, с точностью до малых высшего порядка [4]:

$$F_{\text{Hat.}Z} = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot h \cdot \sigma \cdot (3+\mu) \cdot (R_{\Pi \pi}^2 - h^2) \cdot \omega_Z^2 \cdot \frac{dz}{dh},\tag{4}$$

где ω_z – угловая скорость пленки;

μ – коэффициент Пуассона;

γ – угол отклонения плёнки от плоскости жёсткой вставки.

Приравнивая проекцию силы натяжения плёнки на ось Z и силу, действующую за счёт давления солнечного света, получим дифференциальное уравнение для установившейся поверхности пленки при воздействии давления солнечного света:

$$F_{c,\underline{n}.} = F_{\text{HaT},Z},$$

$$\frac{S \cdot (1+N)}{c} \cdot \pi \cdot (R_{\Pi,\underline{n}.}^2 - h^2) = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot h \cdot \sigma \cdot (3+\mu) \cdot (R_{\Pi,\underline{n}.}^2 - h^2) \cdot \omega_Z^2 \cdot \frac{dz}{dh},$$

$$\frac{S \cdot (1+N)}{c} = \frac{1}{4} \cdot \sigma \cdot h \cdot (3+\mu) \cdot \omega_Z^2 \cdot \frac{dz}{dh},$$

$$dz = \frac{4 \cdot S \cdot (1+N)}{c \cdot \sigma \cdot (3+\mu) \cdot \omega_Z^2} \cdot \frac{dh}{h}.$$
(5)

Отклонение координаты z в рассматриваемом сечении оценивается величиной:

$$dz = \int_{R_{\text{ж.в.}}}^{r} \frac{4 \cdot S \cdot (1+N)}{c \cdot \sigma \cdot (3+\mu) \cdot \omega_{Z}^{2}} \cdot \frac{dh}{h},$$

$$z(r) = \frac{4 \cdot S \cdot (1+N)}{c \cdot \sigma \cdot (3+\mu) \cdot \omega_{Z}^{2}} \cdot \ln\left[\frac{r}{R_{\text{ж.в.}}}\right],$$
(6)

где *R*_{ж.в.} – радиус центральной жесткой вставки,

r – радиус аппроксимирующего кольца, на котором определяется отклонение плёнки.

Модель формы поверхности солнечного паруса при воздействии давления солнечного света представлена на рисунке 3. При моделировании использовались следующие значения параметров солнечного паруса: угловая скорость системы «жёсткая вставка – плёнка» $\omega_z = 1$ рад/с, радиус жёсткой вставки $R_{\text{ж.в.}} = 5$ м, радиус плёнки $R_{\rm пл.} = 50$ м, поверхностная плотность плёнки $\sigma = 7 \cdot 10^{-3}$ кг/м²; $\mu =$ 0,3 – коэффициент Пуассона; S = 1353 Вт/м² – плотность потока энергии на расстоянии от Солнца, равном 1 AE; N = 1 - коэффициент отражения света поверхности солнечного паруса. Для наглядности формы поверхности плёнки масштабы по осям Z и X, Y – разные. Максимальное отклонение внешнего края пленки от плоскости, в которой лежит жёсткая вставка, составляет незначительную величину по сравнению с радиусом плёнки. Поэтому отклонением формы плёнки под воздействием давления поверхности солнечного света можно пренебречь. Следует учитывать, что давление солнечного света изменяется пропорционально квадрату расстояния от Солнца, поэтому форма поверхности плёнки справедлива только на орбитах, близких к земной.



Рисунок 3 – Модель формы поверхности солнечного паруса при воздействии давления солнечного света

Определим форму поверхности пленки в плоском сечении, проходящем через ось Z, при переориентации солнечного паруса вокруг оси X с постоянной угловой скоростью ω_x . Для этого воспользуемся формулой для отклонения координаты z в рассматриваемом сечении [4]:

$$z(r) \approx \frac{\omega_{\chi} \cdot r}{(3+\mu) \cdot \omega_{z}} \cdot \left(\frac{R_{\Pi \Lambda.}^{2}}{R_{\text{K.B.}}^{2}} - \frac{R_{\Pi \Lambda.}^{2}}{r^{2}} + 2 \cdot ln\left(\frac{r}{R_{\text{K.B.}}}\right) \right)$$
(7)

Модель формы поверхности солнечного паруса при его переориентации с постоянной угловой скоростью представлена на рисунке 4. Угловая скорость пространственного разворота солнечного паруса ω_x для расчета выбрана равной 0,0005 рад/с. Для наглядности формы поверхности плёнки масштабы по осям Z и X, Y – разные. Максимальное отклонение внешнего края пленки в этом случае составляет не более 1,5% от радиуса пленки.



Рисунок 4 – Модель формы поверхности солнечного паруса при его переориентации с постоянной угловой скоростью

Можно отметить, что результаты моделирования при данных параметрах солнечного паруса в случае представления его математической модели в виде набора аппроксимирующих окружностей совпадает с результатами моделирования, полученными в [6] с использованием уравнения напряженно-деформированного состояния мембраны.

Отклонение пленки от плоскости жесткой вставки должно быть таким, чтобы обеспечивать требуемый закон управления ориентацией паруса по отношению к солнечным лучам. С увеличением радиуса жесткой вставки уменьшается отклонение плёнки, однако также увеличивается масса солнечного паруса. График отклонения внешнего края плёнки от плоскости жёсткой вставки при различных радиусах жёсткой вставки и различной угловой скорости полотна солнечного паруса представлен на рисунке 5. Масштабы по осям указаны в процентном соотношении от радиуса пленки. Установлено, что при радиусе жёсткой вставки, составляющем 7 % от радиуса пленки, отклонение пленки от плоскости жёсткой вставки будет не более 5 %.



Рисунок 5 – График отклонения внешнего края плёнки от плоскости жёсткой вставки при различных радиусах жёсткой вставки и различной угловой скорости

Рассмотрим теперь проблему активного демпфирования колебаний плёнки. Так как установлено, что отклонение плёнки от плоскости жёсткой вставки составляет малую величину по сравнению с радиусом плёнки, а угловая скорость системы «жёсткая вставка плёнка» много больше угловой скорости разворота пространственного солнечного паруса, можно воспользоваться следующим уравнением из [4] для угловых движений і-ой аппроксимирующей окружности в выбранной системе координат:

$$\begin{cases} \frac{d\alpha}{dt} = \frac{1}{2 \cdot \omega_z} \cdot I^{-1} \cdot M \cdot \beta - \frac{1}{2 \cdot \omega_0} \cdot I^{-1} \cdot b \cdot u_x \\ \frac{d\beta}{dt} = -\frac{1}{2 \cdot \omega_z} \cdot I^{-1} \cdot M \cdot \alpha + \frac{1}{2 \cdot \omega_0} \cdot I^{-1} \cdot b \cdot u_y \end{cases}$$
(8)

где $\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix}$, $\beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \vdots \\ \beta_n \end{bmatrix}$ – угловые координаты, определяющие пространственное

положение аппроксимирующих окружностей по отношению к базовой системе координат;

*α*₀, *β*₀ – угловые координаты, определяющие пространственное положение жёсткой вставки;

n – число аппроксимирующих окружностей;

I – матрица моментов инерции;

u_x, *u_y* – моменты, приложенные к жёсткой вставке;

$$b = \begin{bmatrix} 1\\0\\\vdots\\0 \end{bmatrix} - матрица коэффициентов;$$

М – симметрическая трехдиагональная матрица коэффициентов, элементы которой можно найти по следующим формулам:

$$M_{i,i-1} = -\frac{\pi \cdot P_i \cdot r_{i-1} \cdot R_{i-1}}{(R_i - R_{i-1})},$$

$$M_{i,i+1} = -\frac{\pi \cdot P_i \cdot r_i \cdot R_i \cdot R_{i+1}}{(R_{i+1} - R_i)},$$

$$M_{i,i} = M_{i,i-1} + M_{i,i+1},$$
(9)

где $P_i = \frac{1}{8} \cdot \sigma \cdot (3 + \mu) \cdot (R_0^2 - R_i^2) \cdot \omega_z^2$ – напряжение в радиальном направлении [7];

μ – коэффициент Пуассона;

σ – поверхностная плотность пленки.

Следует отметить, что для системы (9) выполняются условие управляемости по отношению к моментам, приложенным к жёсткой вставке, и условие наблюдаемости по отношению к координатам пространственного положения жёсткой вставки [2].

Запишем систему (9) в виде:

$$\frac{dx}{dt} = A \cdot x + B \cdot u, \tag{10}$$

где
$$x = \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \\ \beta_0 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_n \end{bmatrix}$$
 – вектор состояния;

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & -\frac{M_{1,1}}{2 \cdot \omega_0 \cdot I_0} & -\frac{M_{1,2}}{2 \cdot \omega_0 \cdot I_0} & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & -\frac{M_{2,1}}{2 \cdot \omega_0 \cdot I_1} & -\frac{M_{2,2}}{2 \cdot \omega_0 \cdot I_1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & -\frac{M_{n+1,n+1}}{2 \cdot \omega_0 \cdot I_n} \\ \frac{M_{1,1}}{2 \cdot \omega_0 \cdot I_0} & \frac{M_{1,2}}{2 \cdot \omega_0 \cdot I_0} & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \frac{M_{2,1}}{2 \cdot \omega_0 \cdot I_2} & \frac{M_{2,2}}{2 \cdot \omega_0 \cdot I_2} & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{M_{n+1,n+1}}{2 \cdot \omega_0 \cdot I_n} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix};$$

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2 \cdot \omega_0 \cdot I_0} & 0\\ 0 & 0\\ \vdots & \vdots\\ 0 & 0\\ 0 & \frac{1}{2 \cdot \omega_0 \cdot I_0}\\ 0 & 0\\ \vdots & \vdots\\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Система (10) является линейной, следовательно, существует такое невырожденное линейное преобразование L, которое заменой переменных $x = L \cdot y$ приводит матрицу A к так называемой канонической форме Жордана [8]. На диагонали новой матрицы Λ_A будут стоять корни характеристического многочлена, являющиеся собственными числами матрицы A. Ненулевые элементы матрицы Λ_A определят частоты собственных колебаний пленки при угловом движении.

При вычислении корней характеристического многочлена конечномерной системы, полученной в результате аппроксимации поверхности солнечного паруса несколькими окружностями, оказалось, что его корни сильно разнесены друг от друга. Поэтому целесообразно поставить задачу демпфирования первого (ненулевого) тона. Представим модель полотна солнечного паруса в виде одного кольца и жесткой вставки. В этом случае матрицы А и В можно записать в следующем виде:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{M_{1,1}}{2 \cdot \omega_0 \cdot I_0} & -\frac{M_{1,1}}{2 \cdot \omega_0 \cdot I_0} \\ 0 & 0 & -\frac{M_{1,1}}{2 \cdot \omega_0 \cdot I_1} & -\frac{M_{1,1}}{2 \cdot \omega_0 \cdot I_1} \\ \frac{M_{1,1}}{2 \cdot \omega_0 \cdot I_0} & \frac{M_{1,1}}{2 \cdot \omega_0 \cdot I_0} & 0 & 0 \\ \frac{M_{1,1}}{2 \cdot \omega_0 \cdot I_1} & \frac{M_{1,1}}{2 \cdot \omega_0 \cdot I_1} & 0 & 0 \end{bmatrix}; \qquad B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2 \cdot \omega_0 \cdot I_0} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2 \cdot \omega_0 \cdot I_0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Корни характеристического многочлена системы без управления: $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$, $\lambda_3 = j \cdot \hat{\omega}_1$, $\lambda_4 = -j \cdot \hat{\omega}_1$. Они имеют нулевую вещественную часть, следовательно, система не является асимптотически устойчивой. Тогда систему (10) можно записать в виде:

$$\frac{dx}{dt} = \Lambda_A \cdot x + \hat{B} \cdot u, \tag{11}$$

$$L = \begin{bmatrix} -\frac{I_1}{I_0} \cdot j & \frac{I_1}{I_0} \cdot j & -1 & 0\\ -j & j & 1 & 0\\ \frac{I_1}{I_0} & \frac{I_1}{I_0} & 0 & -1\\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \ \widehat{\omega}_1 = \frac{M_{1,1} \cdot (I_0 + I_1)}{2 \cdot \omega_0 \cdot I_0 \cdot I_1}.$$

Желаемый характеристический многочлен будем искать в виде:

$$\left(\lambda - \hat{\lambda}_{1}\right)^{2} \cdot \left(\lambda - \hat{\lambda}_{2}\right) \cdot \left(\lambda - \hat{\lambda}_{3}\right) = 0, \qquad (12)$$

где $\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2, \hat{\lambda}_3$ – желаемые корни характеристического многочлена.

Целесообразно в целях экономии ресурсов управления не изменять частоты первого тона свободных колебаний. Тогда желаемые корни характеристического многочлена можно представить в виде: $\hat{\lambda}_1 = -\varepsilon$, $\hat{\lambda}_2 = -\varepsilon + j \cdot \widehat{\omega}_1$, $\hat{\lambda}_3 = -\varepsilon - j \cdot \widehat{\omega}_1$, где є – величина, на которую необходимо сдвинуть корни характеристического многочлена в правую полуплоскость, чтобы получить желаемый переходный процесс. При прочих равных условиях от системы требуют уменьшения времени переходного процесса и снижения его колебательности. Однако, для космического аппарата ограничение на время затухания колебаний пленки не столь критично, поэтому можно задаться величиной времени переходного процесса, превышающей период колебания пленки. Подставив желаемые корни характеристического многочлена в выражение (12), получим:

$$\lambda^4 + 4 \cdot \varepsilon \cdot \lambda^3 + (\widehat{\omega}_1^2 + 6 \cdot \varepsilon^2) \cdot \lambda^2 + (4 \cdot e^3 + 2 \cdot e \cdot \widehat{\omega}_1^2) \cdot \lambda + (e^4 + e^2 \cdot \widehat{\omega}_1^2) = 0$$
 (13)
Управление будем искать в виде:

$$u_{x} = k_{1} \cdot \alpha_{0} + k_{2} \cdot \alpha_{1} + k_{3} \cdot \beta_{0} + k_{4} \cdot \beta_{1},$$

$$u_{y} = k_{5} \cdot \alpha_{0} + k_{6} \cdot \alpha_{1} + k_{7} \cdot \beta_{0} + k_{8} \cdot \beta_{1}.$$
 (14)

Приравняв характеристический многочлен системы (11) с управлением (14) к желаемому характеристическому многочлену (13), а также учитывая, что мнимые части должны быть равны нулю, получим систему уравнений из 8 уравнений с 8 неизвестными. Её решение можно записать в виде:

$$\begin{cases} k_{1} = \frac{4 \cdot \omega_{0}^{2} \cdot I_{0} \cdot I_{1} \cdot \varepsilon^{2}}{M_{1,1}} + \frac{\varepsilon^{2} \cdot I_{0} \cdot I_{1} \cdot M_{1,1} \cdot (I_{0} + I_{1})^{2} \cdot (16 \cdot M_{1,1}^{2} \cdot \omega_{0}^{2} \cdot (I_{0} + I_{1})^{2} + 144 \cdot \varepsilon^{2} \cdot \omega_{0}^{4} \cdot I_{0}^{2} \cdot I_{1}^{2})}{M_{1,1}^{4} \cdot (I_{0} + I_{1})^{2} \cdot (16 \cdot M_{1,1}^{2} \cdot \omega_{0}^{2} \cdot (I_{0} + I_{1})^{2} + 144 \cdot \varepsilon^{2} \cdot \omega_{0}^{4} \cdot I_{0}^{2} \cdot I_{1}^{2})}{M_{1,1}^{4} \cdot (I_{0} + I_{1})^{2} \cdot (16 \cdot M_{1,1}^{2} \cdot \omega_{0}^{2} \cdot (I_{0} + I_{1})^{2} + 144 \cdot \varepsilon^{2} \cdot \omega_{0}^{4} \cdot I_{0}^{2} \cdot I_{1}^{2})}{M_{1,1}^{4} \cdot (I_{0} + I_{1})^{4} - 2 \cdot \varepsilon^{4} \cdot \omega_{0}^{4} \cdot I_{0}^{4} \cdot I_{1}^{4}}}{k_{3} = 0} \\ k_{4} = \frac{8 \cdot \varepsilon^{2} \cdot \omega_{0}^{2} \cdot I_{0}^{2} \cdot I_{1}^{2} + M_{1,1}^{2} \cdot (I_{0} + I_{1})^{2}}{2 \cdot M_{1,1} \cdot I_{0} \cdot I_{1}}} \\ k_{5} = -8 \cdot \varepsilon \cdot \omega_{0} \cdot (I_{0} + I_{1})} \\ k_{6} = -8 \cdot \varepsilon \cdot \omega_{0} \cdot (I_{0} + I_{1})} \\ k_{6} = -8 \cdot \varepsilon \cdot \omega_{0} \cdot (I_{0} + I_{1}) \\ k_{7} = \frac{2 \cdot \varepsilon^{2} \cdot I_{0} \cdot I_{1} \cdot (16 \cdot \varepsilon^{2} \cdot \omega_{0}^{4} \cdot I_{0}^{2} \cdot I_{1}^{2} + 4 \cdot M_{1,1}^{2} \cdot \omega_{0}^{2} \cdot (I_{0} + I_{1})^{2})}{M_{1,1} \cdot (M_{1,1}^{2} \cdot (I_{0} + I_{1})^{2} + 8 \cdot \varepsilon^{2} \cdot \omega_{0}^{2} \cdot I_{0}^{2} \cdot I_{1}^{2} \cdot I_{1}^{2})} \\ k_{8} = 0 \end{cases}$$

Промоделируем систему с построенным законом управления. На рисунке 6 представлены переходные процессы по координатам, определяющим пространственное положение солнечного паруса при смещении корней на величину $\varepsilon = 0,05$, а число аппроксимирующих окружностей n = 3.







Рисунок 6 – Переходные процессы по угловым координатам, определяющим

пространственное положение солнечного паруса

В результате проведённого исследования можно сделать вывод, что отклонением формы поверхности плёнки под воздействием давления солнечного света от плоскости, в которой лежит жёсткая вставка, можно пренебречь. В процессе переориентации солнечного паруса при оценке сил и моментов, действующих на него, можно учитывать только отклонение вектора кинетического момента вращающейся плёнки от вектора угловой скорости жёсткой вставки, считая поверхность плёнки плоской.

Автор выражает большую признательность своему научному руководителю Степаньянцу Г.А. за ценные консультации и постоянную поддержку.

Библиографический список

1. Райкунов Г.Г., Комков В.А., Мельников В.М., Харлов Б.Н. Центробежные бескаркасные крупногабаритные космические конструкции. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 447 с.

2. Stepaniants G.A. Flexible gyroscope dynamics investigation. // Modeling, measurement & control, B, AM SE Press, vol. 51, №3, 1993, pp. 1-12.

Поляхова Е.Н. Космический полёт солнечным парусом: проблемы и перспективы. – М.: Наука, 1986. - 303 с.

Степаньянц Г.А. Об использовании гибкого гироскопа для реализации проекта
 "солнечный парус" // Авиакосмическое приборостроение. 2002. № 3. С. 10-15.

Анисимов В.М., Третьякова О.Н. Практический курс физики. Основы квантовой физики. – М.: МАИ, 2005. - 161 с.

 Легостаев В.П., Субботин А.В., Тимаков С.Н., Зыков А.В. Об устойчивости стационарной формы вращающейся кольцеобразной мембраны с регулярно прецессирующей центральной жёсткой вставкой // Труды МФТИ. 2011. Т.З. № 3. С. 73-78.

7. Тимошенко С.П. Теория упругости. – М.: Наука, 1937. - 451 с.

 Гришанин Ю.С., Лебедев Г.Н., Липатов А.В., Степаньянц Г.А. Теория оптимальных систем. – М.: МАИ, 1999. - 317 с.