УДК- 629.7.017.1+519.852

Решение задачи динамического программирования при безопасном попутном движении воздушных судов

Лебедев Г.Н., Тин Пхон Чжо, Чан Ван Туен

Ставится задача одновременного контроля безопасности попутного движения воздушных судов и управления с помощью автоматических средств. Предложена объединенная двухуровневая структура контроля и управления, обеспечивающая с помощью адаптивной перестройки регуляторов необходимую безопасность полета при попутном движении во время захода на посадку.

Ключевые слова: контроль безопасности, оптимальное управление, летательные аппараты, динамическое программирование, функция риска.

Введение

Существующие методы автоматического управления позволяют синтезировать структуры линейных регуляторов в аналитической форме, однако они не дают оценки степени риска при опасном сближении с препятствием.

Между тем при ручном управлении человек испытывает реальные ощущения нарастания тревоги в случае недопустимого снижения безопасности движения, что вызывает последующую перестройку способа движения судов внутри воздушного эшелона при заходе на посадку. Поэтому целью настоящей работы является воспроизведение поведения человека путем количественной оценки текущего риска в движении и последующей перестройки системы управления на примере входа воздушного судна в эшелон на заданную линию пути.

1. Постановка задачи

Дано:

1.1 Заданы уравнения движения транспорта

$$\begin{cases} x_1' = d_1 x_2 + w_1 \\ x_2' = -a_1 x_2 + b_1 u_1 \end{cases} \qquad (1)$$

Задан другой транспорт , двигающийся по закону :

$$\begin{cases} e_1' = d_2 e_2 + w_2 \\ e_2' = -a_2 e_2 + b_2 u_2 \end{cases}$$

Рассмотрим случай, когда другой транспорт движется с непредсказуемой меняющейся скоростью w_2; т.е $d_1 = 1, d_2 = 0, e_2' = 0, w_1 = 0$. Тогда мы решаем заданную задачу на основе следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} x_1' = x_2 \\ x_2' = -a_1 x_2 + b_1 u_1 \\ e_1' = w_2 \end{cases}$$

где x_1 - координата транспорта по поступательному движению, x_2 - поступательная скорость транспорта, e_1 - координата поступательного движения другого транспорта, w_2 - скорость движения другого транспорта.

1.2 Задан интегральный критерий качества $J = \int_0^{t_k} f_0(\overline{x}, u, t)dt$ (2) ,

где $f_0 = r_0 \frac{u^2}{2} + r_1 \frac{1}{2}\left[(e_1 - x_1) - (C_0 + Nw_2)\right]^2 + r_2 \frac{1}{2}(x_2 - w_2)^2 + M_2(x_2 - w_2) - M_1(e_1 - x_1)$ (3)- подынтегральное выражение функционала J, учитывающего штраф r_1 за приближение к другому транспорту, штраф r_2 за отклонение скоростей и штраф r_0 за потраченную мощность при управлении

r_0 - штраф за квадратное управление рулём ; r_1 - штраф за приближение к другому транспорту ; r_2 - штраф за отклонение скоростей ; C_0 - безопасное расстояние между управляемым объектом и другим транспортом ; $C_0 + Nw_2$ - минимальная безопасная дистанция между двумя транспортами при заданном значении коэффициента N ; a_1, b_1 - коэффициенты управления; M_1 - коэффициент, учитывающий отклонение траектории движения двух транспорта и M_2 - коэффициент, учитывающий отклонение их скоростей движения.

Требуется решить прямую и обратную задачи. В прямой задаче нужно найти функцию управления $u_2 = f(x_1, x_2)$, в обратной задаче – при известных $x_1(t), x_2(t), u_2(t)$ нужно найти $r_{0,} r_1, r_2$ критерия.

2. Решение прямой задачи методом динамического программирования

2.1 Функция Беллмана записывается таким образом :

$$\varepsilon = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 e_1 + \gamma_1 \frac{x_1^2}{2} + \gamma_2 \frac{x_2^2}{2} + \gamma_3 \frac{e_1^2}{2} + \psi_{12} x_1 x_2 + \psi_{13} x_1 e_1 + \psi_{23} x_2 e_1$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_1} = \beta_1 + \gamma_1 x_1 + \psi_{12} x_2 + \psi_{13} e_1; \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_2} = \beta_2 + \gamma_2 x_2 + \psi_{12} x_1 + \psi_{23} e_1;$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial e_1} = \beta_3 + \gamma_3 e_1 + \psi_{13} x_1 + \psi_{23} x_2 \qquad (4)$$

$$-\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \min_u \left\{ f_0 + \sum \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} x_i^{'} \right\}$$

2.2 Запишем уравнение Беллмана и представим ёе ε степенным полиномом:

$$-\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = r_0 \frac{u_2^{\,2}}{2} + r_1 \frac{\left[(e_1 - x_1) - (C_0 + N w_2)\right]^2}{2} + r_2 \frac{(x_2 - w_2)^2}{2} - M_1(e_1 - x_1) +$$
$$+ M_2(x_2 - w_2) + (\beta_1 + \gamma_1 x_1 + \psi_{12} x_2 + \psi_{13} e_1) x_1^{'} + (\beta_2 + \gamma_2 x_2 + \psi_{12} x_1 + \psi_{23} e_1) x_2^{'} +$$
$$+ (\beta_3 + \gamma_3 e_1 + \psi_{13} x_1 + \psi_{23} x_2) e_1^{'};$$

$$-\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = r_0 \frac{u_2^{\,2}}{2} + r_1 \frac{\left[(e_1 - x_1) - (C_0 + N w_2)\right]^2}{2} + r_2 \frac{(x_2 - w_2)^2}{2} - M_1(e_1 - x_1) + \qquad (5)$$
$$+ M_2(x_2 - w_2) + (\beta_1 + \gamma_1 x_1 + \psi_{12} x_2 + \psi_{13} e_1) x_2 + (\beta_2 + \gamma_2 x_2 + \psi_{12} x_1 + \psi_{23} e_1)(-a_2 x_2 + b_2 u_2) +$$
$$+ (\beta_3 + \gamma_3 e_1 + \psi_{13} x_1 + \psi_{23} x_2) w_2$$

2.3 Оптимизируем функцию Беллмана по параметру u2 , получаем таким образом:

$$f(u_2) = r_0 \frac{u_2^{\,2}}{2} + (\beta_2 + \gamma_2 x_2 + \psi_{12} x_1 + \psi_{23} e_1) b_2 u_2 \qquad (6)$$

$$f^{'}(u_2) = r_0 u_2 + (\beta_2 + \gamma_2 x_2 + \psi_{12} x_1 + \psi_{23} e_1) b_2 = 0$$
$$\Rightarrow u_{2опт.} = -\frac{b_2}{r_0} (\beta_2 + \gamma_2 x_2 + \psi_{12} x_1 + \psi_{23} e_1) \qquad (7)$$

Подставим $u_{2опт.}$ (7) в выражение (6) получим :

$$f(u_{2опт.}) = r_0 \frac{b_2^{\,2}}{2 r_0^{\,2}} (\beta_2 + \gamma_2 x_2 + \psi_{12} x_1 + \psi_{23} e_1)^2 - (\beta_2 + \gamma_2 x_2 + \psi_{12} x_1 + \psi_{23} e_1)^2 \frac{b_2^{\,2}}{r_0}$$
$$f(u_{2опт.}) = -\frac{b_2^{\,2}}{2 r_0} (\beta_2 + \gamma_2 x_2 + \psi_{12} x_1 + \psi_{23} e_1)^2 \qquad (8);$$

Подставим функцию $f(u_{2опт.})$ (8) в уравнение Беллмана (5) и представим правую часть уравнения Беллмана степенным рядом и получаем т.о :

$$-\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{r_1}{2}[(e_1 - x_1) - (C_0 + Nw_2)]^2 + \frac{r_2}{2}(x_2 - w_2)^2 - M_1(e_1 - x_1) + M_2(x_2 - w_2) +$$
$$+(\beta_1 + \gamma_1 x_1 + \psi_{12} x_2 + \psi_{13} e_1) x_2 - (\beta_2 + \gamma_2 x_2 + \psi_{12} x_1 + \psi_{23} e_1) a x_2 +$$
$$+(\beta_3 + \gamma_3 e_1 + \psi_{13} x_1 + \psi_{23} x_2) w_2 - \frac{b_2{}^2}{2r_0}(\beta_2 + \gamma_2 x_2 + \psi_{12} x_1 + \psi_{23} e_1)^2$$

$$-\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \left[r_1 C_0 + r_1 N w_2 + M_1 + \psi_{13} w_2 - \frac{b_2^2}{r_0}\psi_{12}\beta_2 \right] x_1 + (-r_2 w_2 + M_2 + \beta_1 - \beta_2 a_2 + \psi_{23} w_2 - \frac{b_2^2}{r_0}\beta_2\gamma_2) x_2 +$$
$$+(-r_1 C_0 - r_1 N w_2 - M_1 + \gamma_3 w_2 - \frac{b_2^2}{r_0}\beta_2\psi_{23}) e_1 + (r_1 - \frac{b_2^2}{r_0}\psi_{12}{}^2)\frac{x_1^2}{2} + (r_2 + 2\psi_{12} - 2\gamma_2 a_2 - \frac{b_2^2}{r_0}\gamma_2{}^2)\frac{x_2^2}{2} +$$
$$+(r_1 - \frac{b_2^2}{r_0}\psi_{23}{}^2)\frac{e_1^2}{2} + (\gamma_1 - a_2\psi_{12} - \frac{b_2^2}{r_0}\gamma_2\psi_{12}) x_1 x_2 + (-r_1 - \frac{b_2^2}{r_0}\psi_{12}\psi_{23}) x_1 e_1 + \quad (9);$$
$$+(\psi_{13} - \psi_{23} a_2 - \frac{b_2^2}{r_0}\psi_{23}\gamma_2) x_2 e_1 + [\frac{r_1}{2}(C_0 + N w_2)^2 + \frac{r_2}{2} w_2^2 + M_2 w_2 + \beta_3 w_2 - \frac{b_2^2}{r_0}\beta_2^2]$$

2.4 Приравнивая сомножители при одинаковых степенях и группируем их по степеням, получим систему дифференциальных уравнений

$$\dot{\beta}_1 x_1 = \left[r_1 C_0 + r_1 N w_2 + M_1 + \psi_{13} w_2 - \frac{b_2^2}{r_0}\psi_{12}\beta_2 \right] x_1$$
$$\dot{\beta}_2 x_2 = (-r_2 w_2 + M_2 + \beta_1 - \beta_2 a_2 + \psi_{23} w_2 - \frac{b_2^2}{r_0}\beta_2\gamma_2) x_2$$
$$\dot{\beta}_3 e_1 = (-r_1 C_0 - r_1 N w_2 - M_1 + \gamma_3 w_2 - \frac{b_2^2}{r_0}\beta_2\psi_{23}) e_1$$
$$\dot{\gamma}_1 \frac{x_1^2}{2} = (r_1 - \frac{b_2^2}{r_0}\psi_{12}{}^2)\frac{x_1{}^2}{2}$$
$$\dot{\gamma}_2 \frac{x_2^2}{2} = (r_2 + 2\psi_{12} - 2\gamma_2 a_2 - \frac{b_2^2}{r_0}\gamma_2{}^2)\frac{x_2^2}{2}$$
$$\dot{\gamma}_3 \frac{e_1^2}{2} = (r_1 - \frac{b_2^2}{r_0}\psi_{23}{}^2)\frac{e_1^2}{2}$$
$$\dot{\psi}_{12} x_1 x_2 = (\gamma_1 - \frac{b_2{}^2}{r_0}\gamma_2\psi_{12} + \gamma_1 d - a_2\psi_{12}) x_1 x_2$$
$$\dot{\psi}_{13} x_1 e_1 = (-r_1 - \frac{b_2^2}{r_0}\psi_{12}\psi_{23}) x_1 e_1$$
$$\dot{\psi}_{23} x_2 e_1 = (\psi_{13} - \psi_{23} a_2 - \frac{b_2^2}{r_0}\psi_{23}\gamma_2) x_2 e_1 \quad (10)$$

2.5 Заменим дифференциальные уравнения алгебраическими при: $-\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = 0$

$$r_1C_0 + r_1Nw_2 + M_1 + \psi_{13}w_2 - \frac{b_2^2}{r_0}\psi_{12}\beta_2 = 0$$

$$-r_2w_2 + M_2 + \beta_1 - \beta_2a_2 + \psi_{23}w_2 - \frac{b_2^2}{r_0}\beta_2\gamma_2 = 0$$

$$-r_1C_0 - r_1Nw_2 - M_1 + \gamma_3w_2 - \frac{b_2^2}{r_0}\beta_2\psi_{23}$$

$$(r_1 - \frac{b_2^2}{r_0}\psi_{12}{}^2) = 0$$

$$r_2 + 2\psi_{12} - 2\gamma_2a_2 - \frac{b_2^2}{r_0}\gamma_2{}^2 = 0$$

$$r_1 - \frac{b_2^2}{r_0}\psi_{23}{}^2 = 0$$

$$\gamma_1 - \frac{b_2{}^2}{r_0}\gamma_2\psi_{12} + \gamma_1d - a_2\psi_{12}$$

$$-r_1 - \frac{b_2^2}{r_0}\psi_{12}\psi_{23} \qquad (11)$$

$$\psi_{13} - \psi_{23}a_2 - \frac{b_2^2}{r_0}\psi_{23}\gamma_2$$

После преобразования всех уравнений, их взаимной замены системы уравнений (11) и из 5-го уравнения этой системы, если пренебрежем составным элементом $-\frac{b_2{}^2}{r_0}\gamma_2{}^2 \approx 0$, то окончательно нашли нижеследующее решение :

$$\begin{cases} \beta_1 = r_2w_2 + (a_2 + \frac{b_2{}^2}{r_0})\beta_2 - M_2 + w_2\psi_{23} \\ \beta_2 = \frac{r_0(r_1C_0 + r_1Nw_2 + M_1 + \psi_{13}w_2}{b_2{}^2\psi_{12}} \\ \gamma_1 = \psi_{12}(a_2 + \frac{b_2{}^2}{r_0}\gamma_2) \\ \gamma_2 = \frac{r_2 + 2\psi_{12}}{2a_2} \\ \gamma_3 = \frac{(\frac{b_2{}^2}{r_0}\beta_2\psi_{23} + r_1C_0 + r_1Nw_2 + M_1)}{w_2} \\ \psi_{12} = \sqrt{r_1r_0}\ /\ b_2 \\ \psi_{13} = \psi_{23}(a_2 + \frac{b_2{}^2}{r_0}\gamma_2) \\ \psi_{23} = -\psi_{12} \end{cases} \qquad (12)$$

Подставим четыре составляющих $\beta_2, \gamma_2, \psi_{12}, \psi_{23}$ решения (12) в выражение $u_{2опт.} = -\frac{b_2}{r_0}(\beta_2 + \gamma_2x_2 + \psi_{12}x_1 + \psi_{23}e_1)$ и получим :

$$u_2 = -\frac{b_2}{r_0}\left\{\frac{r_0(r_1C_0 + r_1Nw_2 + M_1 + \psi_{13}w_2}{b_2{}^2\psi_{12}} + \frac{r_2 + 2\psi_{12}}{2a_2}x_2 + \sqrt{r_1r_0}\,/\,b_2x_1 - \psi_{12}e_1\right\} \tag{13}$$

Подставим полученную функцию u в выражение (1), получим :

$$\begin{cases} x_1^{'} = x_2 \\ x_2^{'} = -a_2x_2 + b_2u_2 = \\ e_1^{'} = w_2 \end{cases} \begin{cases} x_1^{'} = x_2 \\ x_2^{'} = -a_2x_2 - \dfrac{b_2{}^2}{r_0}\left\{\dfrac{r_0(r_1C_0 + r_1Nw_2 + M_1 + \psi_{13}w_2}{b_2{}^2\psi_{12}} + \dfrac{r_2 + 2\psi_{12}}{2a_2}x_2 + \sqrt{r_1r_0}\,/\,b_2x_1 - \psi_{12}e_1\right\} \\ e_1^{'} = w_2 \end{cases}$$

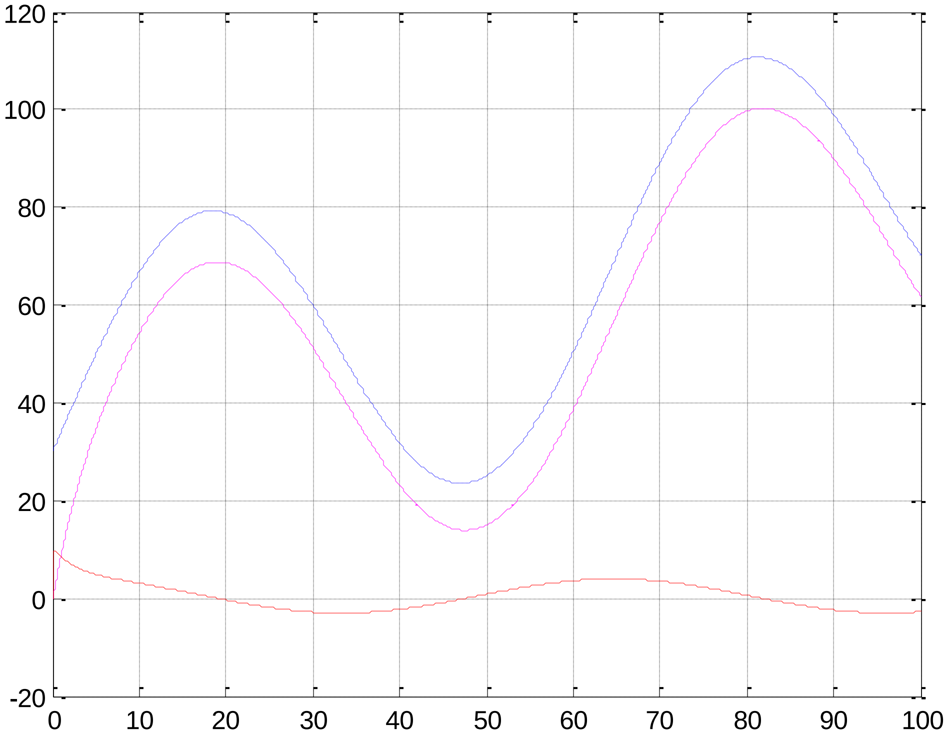
$$= \begin{cases} x_1^{'} = x_2 \\ x_2^{'} = -(a_2 + \dfrac{b_2{}^2}{r_0}\dfrac{r_2 + 2\psi_{12}}{2a_2})x_2 - \dfrac{b_2{}^2}{r_0}\sqrt{r_1r_0}\,/\,b_2x_1 - \dfrac{b_2{}^2}{r_0}\psi_{12}e_1 - \dfrac{b_2{}^2}{r_0}\dfrac{r_0(r_1C_0 + r_1Nw_2 + M_1 + \psi_{13}w_2}{b_2{}^2\psi_{12}} \\ e_1^{'} = w_2 \end{cases} \tag{14}$$

3. Моделирование обхода препятствия на примере

Моделирование системы управления попутным движением проводилось при условиях :

3.1.1 $r_0 = 1, r_1 = 200, r_2 = 16, d = 1, D = 20m, C_0 = 10m, a2 = 0.5, b2 = 0.5, C_1 = 0(m/c)$

Результаты моделирования при попутном движении двух воздушных судов показаны на рис.2.



Из рисунка видно, что между судами существует определенная безопасная дистанция, несмотря на внезапное замедление скорости впередилетящего судна.

4. Выводы

1. Найдено оптимальное управление безопасным попутным движением воздушных судов в виде алгоритма, имеющего на своем входе координаты бокового движения воздушного судна x_1 и x_2, координаты y_1 и z поступательного и бокового движения другого воздушного судна, а также скорости v_1 и v_2 поступательного и бокового движения двух судов.

2. Синтезированная система управления может использоваться для автоматической подсказки летчику и диспетчерской наземной службы о возникновении сигнала тревоги при опасном сближении воздушных судов.

Список литературы

1. Беллман Р. Динамическое программирование. М.,ИИЛ, 1961г.
2. Лебедев Г.Н. и др. Теория оптимальных систем. М.,МАИ, 1999 г.

Сведения об авторах

Лебедев Георгий Николаевич, профессор Московского авиационного института (национального исследовательского университета), д.т.н., тел. +7(499)158-4462, +7(916)306-9284. E-mail: kaf301@mai.ru

Тин Пхон Чжо, докторант Московского авиационного института (национального исследовательского университета), к.т.н., тел.: 8(925)046-0630; E-mail: thethtweaung@gmail.com

Чан Ван Туен, аспирант Московского авиационного института (государственного технического института), тел.: 8-967-076-44-69: E-mail: tuyenmoscow2005@yahoo.com