

УДК 681.51:629.73

Автоматическая стабилизация бокового движения по взлетно-посадочной полосе неустойчивого беспилотного самолета на пробеге при ограничениях на управление

О.В. Бисенов, Е.К. Царев, Ю.Г. Оболенский

Аннотация.

Рассматривается задача анализа и синтеза автоматической системы стабилизации бокового движения беспилотного летального аппарата (БЛА) типа «бесхвостка» при движении по ВПП в процессе посадки. Особенностью рассматриваемого типа БЛА является собственная неустойчивость, и, как следствие, ограниченность области устойчивости замкнутой системы ввиду наличия ограничений на управление. Проводится определение границ предельной области устойчивости. Для стабилизации бокового движения относительно осевой линии ВПП применяются статические регуляторы с переменными коэффициентами, полученные с помощью линейных матричных неравенств. Представлены результаты математического моделирования с использованием полной математической модели движения БЛА.

Ключевые слова: БЛА, автоматическая посадка, ограничение на управление, неустойчивый объект управления, посадочный пробег.

Abstract. The paper considers the analysis and synthesis of an autoland flight control system of a tailless UAV in lateral motion stabilization mode during runway roll-out. The UAV lateral motion is unstable and, consequently, stability region of the closed loop is bounded due to control constraints. The maximum stability region is computed. The scheduled-gain static controller, obtained using LMI, is used for lateral motion stabilization during runway roll-out. The simulation results are presented using high-fidelity nonlinear aircraft model.

Keywords: UAV, automatic landing, control constraints, unstable aircraft, runway rollout.

1. Введение

Создание современных беспилотных ЛА самолетного типа требует решения задачи автоматической посадки на ВПП аэродрома. Данная задача решается в рамках обеспечения

базирования БЛА на имеющихся аэродромах пилотируемой авиации с целью максимального использования имеющейся инфраструктуры, упрощения эксплуатации.

При движении на пробеге по ВПП самолет обладает различными свойствами как объект управления из-за наличия нелинейных сил взаимодействия шасси с ВПП, описываемых функциями многих переменных. В тоже время перспективные аэродинамические компоновки типа «бесхвостка» предполагают пониженные коэффициенты аэродинамического момента рысканья, при которых дестабилизирующей момент силы бокового увода переднего колеса является доминирующим. В результате беспилотный самолет является изначально статически неустойчивым объектом управления, имеющим ограничение по расходу органов управления.

Вопросы анализа подобных систем в последнее время привлекают значительное внимание. И одним из вопросов является вопрос расчета предельной области устойчивости, форма которой зависит от количества положительных собственных значений объекта управления [1, 2]. Однако, вопросами анализа данная задача не исчерпывается. Как показывает опыт и моделирование, синтезированный без учета ограничения регулятор может приводить к потере устойчивости. Это связано с тем, что при определенных значениях вектора состояния требуемое для стабилизации управление может превысить располагаемое, орган управления достигнет упора и возникает эффект размыкания контура [3]. Поэтому появляется необходимость рассмотрения задачи в рамках так называемого «Anti-Windup» подхода [4, 5]. Его назначение состоит в том, чтобы устранить нежелательные эффекты, вызванные ограничением управления и сохранить устойчивость контура. Для этого, как правило, основной регулятор дополняется другим регулятором, срабатывающим при определенных условиях.

В «Anti-Windup» подходе выделяются два направления: синтез статических регуляторов и синтез динамических регуляторов. При этом задача синтеза статических регуляторов считается весьма актуальной, из-за простоты их реализации и верификации [6]. Исходя из этого, при синтезе регулятора был применен «Scheduled Anti-Windup» (Anti-Windup с переключением) подход, основанный на наборе статических регуляторов с переключающимися коэффициентами, поскольку известные «Anti-Windup» методы ориентированы на получение единичного регулятора, который может давать консервативные результаты [7].

В рамках «Anti-Windup» подхода широкое распространение получили методы на основе линейных матричных неравенств (LMI) и квадратичных функций Ляпунова. Это позволяет получить одновременно оценки размеров области устойчивости и синтезировать

регулятор по заданным показателям качества. В настоящей работе LMI применены для синтеза статических регуляторов при явно заданных ограничениях, показателях качества переходных процессов и для получения оценки размеров области устойчивости.

Рассматривается задача в следующей постановке: для синтеза системы управления автоматическим пробегом БЛА разработать методический подход, позволяющий:

- построить предельные области устойчивости бокового движения по ВПП статически неустойчивого самолета при наличии ограничения на управление;
- синтезировать статический регулятор по состоянию, обеспечивающий:
 - стабилизацию бокового движения относительно осевой линии ВПП при различных начальных условиях;
 - заданное качество переходных процессов;
 - не требовать чрезмерного управления больше располагаемого.
- получить оценку линейной инвариантной области устойчивости для регулятора по состоянию точными и приближенными методами на основе квадратичных функций Ляпунова.

Дальнейшее изложение статьи состоит из следующих разделов. Во 2-м разделе рассматривается математическая модель бокового движения беспилотного самолета типа «бесхвостка». В 3-м разделе приводятся результаты анализа устойчивости, рассматривается структура областей устойчивости и определяются границы предельных областей устойчивости. В 4-м разделе рассмотрен синтез статических регуляторов по состоянию и метод увеличения линейной инвариантной области устойчивости за счет переключаемых коэффициентов. Также приведены результаты моделирования с полной нелинейной моделью движения. В 5-м разделе представлены выводы по работе.

2. Математическая модель бокового движения самолета

Рассматривается самолет с трехстоечным шасси с передней и двумя основными опорами с одним колесом на каждой опоре. Уравнения бокового движения летательного аппарата в связанной системе координат описываются следующими уравнениями [8]:

$$\begin{aligned}
 m(\dot{V}_z - \omega_y V_x) &= Z + \sum_{i=1}^3 F_{yB}^i \\
 J_y \dot{\omega}_y &= M_y + \sum_{i=1}^3 F_{yB}^i x_i^{yB} + \sum_{i=1}^3 F_{cII}^i x_i^{cII} \\
 \dot{Z}_g &= V_{gz} \\
 \dot{\psi} &\approx \omega_y
 \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь $i = 1, 2, 3$ - индекс, обозначающий правое, левое, переднее колесо соответственно, m - масса самолета, $Z = c_z(\beta, \delta_{\text{рн}}) \frac{S \rho V^2}{2}$ - боковая аэродинамическая сила, $M_y = m_y(\beta, \dot{\beta}, \bar{\omega}_y, \delta_{\text{рн}}) S l q$ - аэродинамический момент рысканья, V_x, V_z - проекции вектора земной скорости на оси OX и OZ связанной системы координат соответственно, $F_{\text{сц}}^i$ - регулируемая сила продольного сцепления, $F_{\text{ув}}^i$ - сила бокового увода колеса, J_y - момент инерции самолета, S - площадь крыла, q - скоростной напор, $x_i^{\text{ув}}, x_i^{\text{сц}}$ - плечи соответствующих сил.

На рис. 1 показана схема приложения сил к ЛА при движении на пробеге на трех опорах с малыми углами тангажа и крена. Силы бокового увода соответствующего колеса имеют вид:

$$F_{\text{ув}}^i = f_{\text{сц}}^{z i}(V, \delta_{\text{ув}}^i, f_{\text{сц}}^{x i}) \cdot N_i,$$

где $f_{\text{сц}}^{z i}(V, \delta_{\text{ув}}^i, f_{\text{сц}}^{x i})$ - коэффициент бокового сцепления (увода) колеса (рис. 2), $\delta_{\text{ув}}^i$ - угол увода колеса, показан на рис. 3, $f_{\text{сц}}^{x i}$ - коэффициент продольного сцепления колеса, N_i - нормальная сила реакции опоры, приложенная к соответствующему колесу.

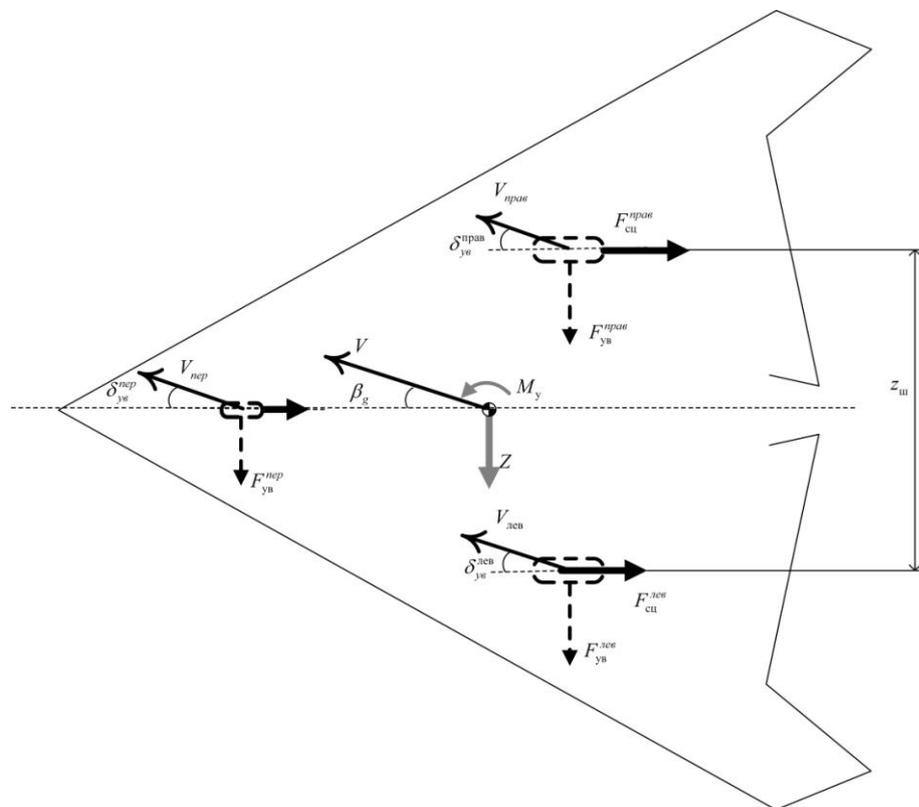


Рис.1 Силы, действующие на ЛА при пробеге на трех опорах (вид сверху)

Управление реализуется за счет поворота переднего колеса на угол $\delta_{\text{пер}}$ и отклонения аэродинамических органов путевого управления на угол $\delta_{\text{рп}}$. Ограничение управления - угла поворота переднего колеса $|\delta_{\text{пер}}| < 8^\circ \dots 10^\circ$, как правило, обусловлено необходимостью предотвращения падения эффективности бокового сцепления колеса с ВПП.

Особенностью рассматриваемого ЛА типа «бесхвостка» является малая величина боковой аэродинамической силы Z за счет малой величины аэродинамического коэффициента $c_z(\beta, \delta_{\text{рп}})$ и положительность аэродинамической производной $m_y^\beta > 0$. В классических аэродинамических компоновках с ярковыраженным вертикальным оперением боковая сила, как правило, значительна по величине и аэродинамический момент рысканья является стабилизирующим $m_y^\beta < 0$ [9].

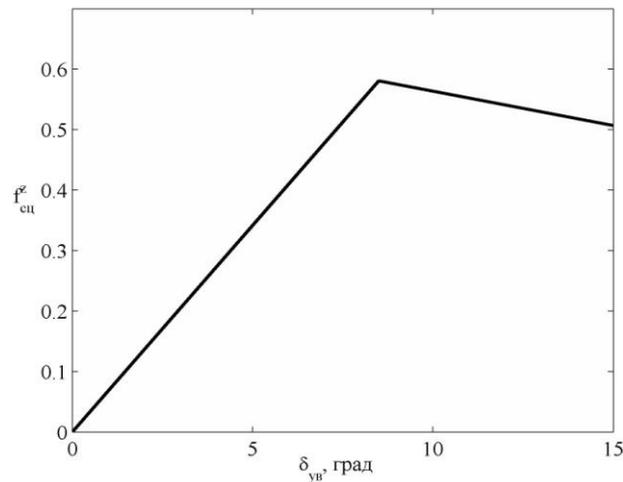


Рис.2 Пример кусочно-линейной аппроксимации функции зависимости коэффициента

$$f_{cu}^z(V = const, \delta_{yв})$$

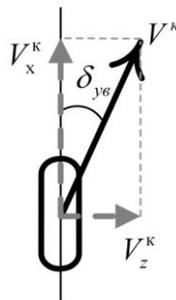


Рис. 3 Угол увода колеса

Для анализа и синтеза законов управления используется линеаризованная математическая модель бокового движения самолета по ВПП, полученная из (1) в виде:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (2)$$

где вектор состояния $x = [\omega_y \quad \beta_g \quad \psi \quad Z_g]^T$, управление $u = [\delta_{\text{пер}} \quad \delta_{\text{рн}}]^T$, $A = \begin{bmatrix} A_{\text{кп}} & 0_{2 \times 2} \\ A_{\text{дп}} & 0_{2 \times 2} \end{bmatrix}$,

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_{\text{дп}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & V \end{bmatrix}, \quad \text{а элементы матриц, } A_{\text{кп}} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \quad B \text{ имеют значения:}$$

$$a_{11} = \frac{(m_y^{\bar{\omega}_y} l^2 S \rho V)_s}{4J_y} - \frac{k_{yB}}{J_y V} \left(\sum_{i=1}^3 x_i^2 N_i \right), \quad a_{12} = \left(m_y^{\beta} \frac{S \rho V^2 l}{2J_y} \right)_s - \frac{k_{yB}}{J_y} \left(\sum_{i=1}^3 x_i N_i \right)$$

$$a_{21} = \frac{\left(c_z^{\bar{\omega}_y} \frac{l S \rho V}{4} - \frac{k_{yB}}{V} \left(\sum_{i=1}^3 x_i N_i \right) + mV \right)}{\left(mV - c_z^{\bar{\beta}} \frac{l S \rho V}{4} \right)}, \quad a_{22} = \frac{\left(c_z^{\beta} \frac{S \rho V^2}{2} \right)_s - k_{yB} \left(\sum_{i=1}^3 N_i \right)}{mV - c_z^{\bar{\beta}} \frac{l S \rho V}{4}}$$

$$b_{11} = -\frac{k_{yB}}{J_y} N_{\text{пер}} x_{\text{пер}}, \quad b_{21} = -\frac{k_{yB}}{\left(mV - \left(c_z^{\bar{\beta}} \frac{l S \rho V}{4} \right) \right)} N_{\text{пер}}.$$

где $k_{yB} = \frac{\partial f_{cu}^z(V, \delta_{yB}, f_{cu}^x)}{\partial \delta_{yB}} \Big|_{\substack{V=const \\ \delta_{yB}=0 \\ f_{cu}^x=const}}$ - линеаризованный коэффициент бокового увода, m_y^{β} , c_z^{β} ,

$c_z^{\bar{\omega}_y}$, $c_z^{\bar{\beta}}$, $m_y^{\bar{\omega}_y}$ - соответствующие аэродинамические производные, β_g - угол увода, l - размах крыла, $V = const$, x_i - плечи приложения соответствующих сил, $b_{12} \approx b_{22} \approx 0$, поскольку момент создаваемый аэродинамическими органами управления в 3-4 раза меньше момента сил переднего колеса.

3. Анализ областей устойчивости контура управления

Анализ собственной устойчивости объекта управления проводился при наличии ограничения на управление и при его отсутствии. В отсутствие ограничений анализ проводится на линейной модели путем расчета собственных значений матрицы A в системе (2). В результате получено, что объект имеет одно положительное (неустойчивое) $\lambda_1 > 0$, одно отрицательное $\lambda_2 < 0$ и два нулевых собственных значения.

Исходя из этого, была проведена оценка чувствительности собственных значений λ_1 , λ_2 к изменению параметров самолета k_{yB} , G (вес), $k_g^{\text{пер}}$ (нагрузка на переднее колесо), J_y ,

m_y^β . В результате наибольшее влияние на положительное собственное значение (в процентном соотношении) оказывает величина нагрузки на переднее колесо. Это означает, что отклонение руля высоты на пикирование, затормаживание колес основных опор будут приводить к нагрузке переднего колеса и увеличению степени неустойчивости [9].

3.1. Предельная область устойчивости

Анализ структуры матрицы A линейной модели управления объекта управления (2) показывает, что имеется возможность выделить внутренний контур по параметрам $x_{кн} = [\beta_g, \omega_y]$ и внешний контур по параметрам (Z_g, ψ) . Это связано с тем, что Z_g и ψ не входят в уравнения относительно ω_y и β_g . Более того неустойчивое собственное значение расположено во внутреннем контуре. Поэтому для построения предельных областей устойчивости, определяемых величиной положительного собственного значения, далее рассмотрим внутренний контур.

Выбор тех или иных способов построения этой области определяется числом положительных и отрицательных собственных значений. В нашем случае для объекта управления выполняются соотношения (критерий Михайлова):

$$\begin{cases} -(a_{11} + a_{22}) > 0 \\ a_{11}a_{22} < a_{21}a_{12} \end{cases},$$

что свидетельствует об одном отрицательном собственном значении и одном положительном. Тогда для построения предельной области устойчивости можно использовать метод, изложенный в работе М.Г. Гомана, М.Н. Деменкова [2]. Согласно этого метода система с помощью преобразования Шура приводится к форме:

$$\begin{bmatrix} \dot{s} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = Q^T A Q \begin{bmatrix} s \\ z \end{bmatrix} + Q^T B u = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ 0 & a_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_s \\ b_z \end{bmatrix} u$$

Матрицы A_{11} и a_z содержат соответственно устойчивые и неустойчивые собственные значения, а исходный вектор состояния $x_{кн} = [Q_1 | Q_2] \begin{bmatrix} s \\ z \end{bmatrix}$ разбит на две компоненты s и z , соответствующих устойчивому и неустойчивому движению. Предельная область устойчивости исходной системы имеет вид полосы, определяемой из неравенства $-z_{\max} < Q_2^T x_{кн} < z_{\max}$, где уравнения границ

$$z_{\max} = \frac{1}{a_z} |b_z| \delta_{\text{пер}}^{\max} \quad (3)$$

Как видно из уравнения границы области (3), она в явном виде содержит величину положительного собственного значения a_z и максимальное отклонение органа управления $\delta_{\text{пер}}^{\text{max}}$.

В качестве примера на рис. 4-5 показана предельная область устойчивости внутреннего контура. На рис. 5 показана область при уменьшенной нагрузке на переднее колесо за счет растормаживания колес основных опор. Видно что, эта область существенно увеличилась, за счет того, что растормаживание колес разгружает переднюю опору и уменьшает степень неустойчивости [9].

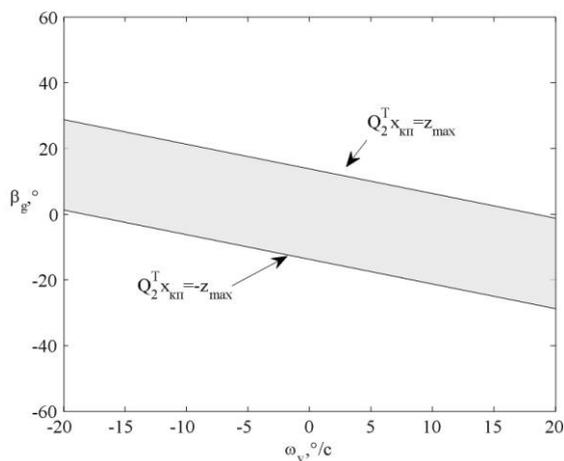


Рис. 4 Предельная область устойчивости короткопериодического движения ЛА при $V = V_{\text{noc}}$, управление передним колесом, колеса основных опор заторможены

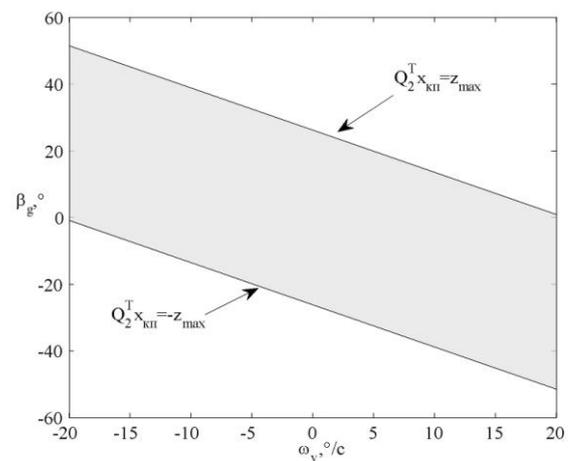


Рис. 5 Предельная область устойчивости короткопериодического движения ЛА при $V = V_{\text{noc}}$, управление передним колесом, колеса основных опор расторможены

3.2. Линейная инвариантная область устойчивости

При стабилизации объекта управления линейным регулятором по состоянию вида $u = Kx$ в пространстве фазовых переменных можно выделить линейную инвариантную область устойчивости $U^1 = \left\{ x : \max_{0 \leq t < \infty} |Kx| \leq U_{\text{max}} \right\}$. Т.е. такую область параметров движения, внутри которой управление не превышает ограничения. Для точного построения границы этой замкнутой, выпуклой области можно использовать метод А.М. Формальского [1]:

$$\|x_u\| = \frac{U_{\text{max}}}{\max_{0 \leq t < \infty} \left| K e^{(A+BK)t} \eta \right|},$$

где $\|x_u\|$ и η - полярные координаты точки, лежащей на границе области, η - единичный вектор, имеющий направление вектора x_u , $e^{(A+BK)t}$ - матричная экспонента.

Более простые в вычислительном отношении методы построения этой области могут быть получены с использованием квадратичных функций Ляпунова вида $V = x^T P x$, где $P > 0$. В этом случае форма области имеет вид эллипсоида $\Omega(P) := \{x \in R^n : x^T P x \leq 1\}$. К недостаткам данного подхода следует отнести консервативность получаемой оценки [10]. С другой стороны, применяя методы на основе LMI, можно одновременно с расчетом коэффициентов регулятора получить величину матрицы P и, соответственно, оценить размер этой области.

Поскольку данная область зависит от коэффициентов регулятора, пример ее построения будет приведен ниже в разделе 4.

4. Синтез статического регулятора по состоянию

Рассматривается структура системы стабилизации, показанная на рис. 6. На данном этапе динамика привода не учитывается. Учет постоянных времени в приводе, а также нелинейностей осуществляется при моделировании.

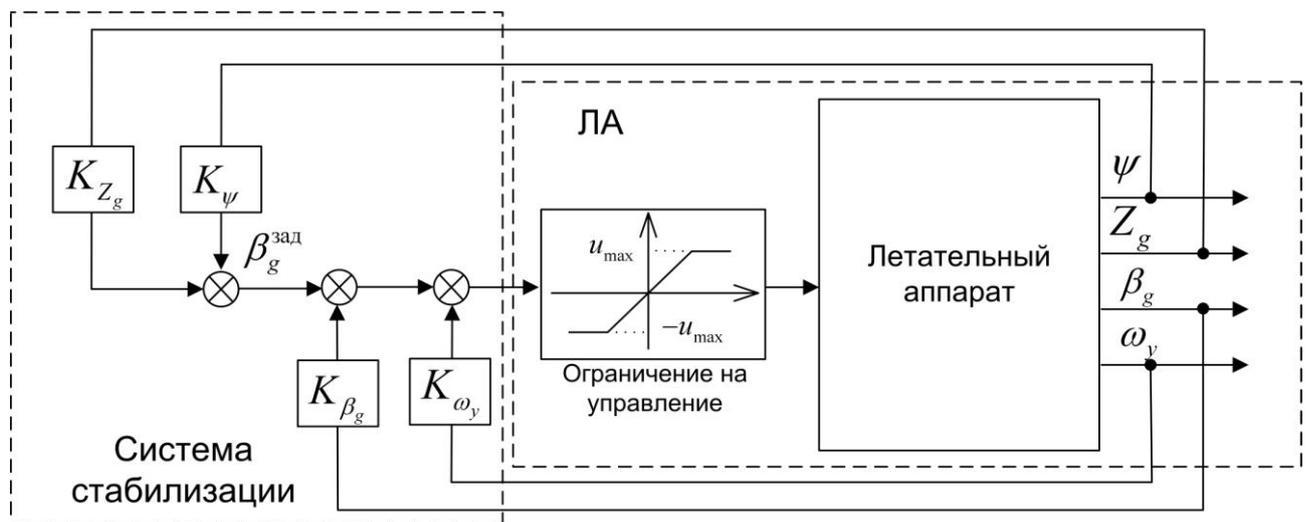


Рис.6 Структурная схема системы стабилизации с номинальным регулятором

Помимо ограничений на управление при движении по ВПП имеется ряд ограничений по параметрам движения по ВПП. В тоже время необходимо обеспечить хорошее качество управления, такое как, например, время переходного процесса.

Задача синтеза коэффициентов регулятора может быть достаточно просто решена с использованием LMI (линейных матричных неравенств). Для этого минимизируется

величина $\log(\det Q)$ относительно следующей системы линейных матричных неравенств [11, 12]:

- Устойчивость и ограничения на расположение полюсов $\text{Re}(\lambda_i) < -\alpha$:

$$Q > 0$$

$$QA^T + AQ + Z^T B^T + BZ + 2\alpha Q < 0$$

- Учет нормированных ограничений на переменные $\bar{a}_i x_i < 1$:

$$\bar{a}_i^T Q \bar{a}_i \leq 1$$

- Учет нормированных ограничений на управление $\bar{b}_j u < 1$:

$$\begin{bmatrix} 1 & \bar{b}_j^T Z \\ Z^T \bar{b}_j & Q \end{bmatrix} \geq 0, \quad j=1,2$$

Коэффициенты регулятора определяются как $K = ZQ^{-1}$, Q - симметричная матрица $n \times n$, Z - вектор $1 \times n$, $K = \begin{bmatrix} K_\psi & K_{\omega_y} & K_{Z_g} & K_{\beta_g} \end{bmatrix}$, а эллипсоид линейной инвариантной области - $P = Q^{-1}$, $i=1, \dots, n$, $n=4$.

Для решения линейных матричных неравенств используется пакет “cvx” [13].

Поскольку данный метод дает одновременно оценку линейной инвариантной области устойчивости, то оценим влияние абсолютной величины коэффициентов регулятора на размеры этой области. Коэффициенты регуляторов при ограничениях на расположение полюсов $\text{Re}(\lambda_i) < -0.3$ и $\text{Re}(\lambda_i) < -0.8$ имеют значения:

$$K_{0.3} = [-1.4671 \quad -0.7394 \quad 0.2296 \quad 0.1556], \quad \text{при } \text{Re}(\lambda_i) < -0.3,$$

$$K_{0.8} = [-7.4438 \quad -1.1335 \quad 2.1209 \quad 4.5790], \quad \text{при } \text{Re}(\lambda_i) < -0.8. \quad (4)$$

На рис. 7 показаны линейные инвариантные области устойчивости, а на рис. 8-9 - результаты расчетов переходных процессов. Видно, что при отсутствии ограничений большие коэффициенты обеспечивают более быстрый переходной процесс. Однако линейная инвариантная область, в которой управление не выходит на ограничение, существенно уменьшается с увеличением значений коэффициентов. Более того, при больших начальных условиях регулятор с большими коэффициентами может не обеспечить устойчивость, тогда как регулятор с малыми коэффициентами сохраняет устойчивость. В линейной системе данные регуляторы обеспечивают устойчивость замкнутого контура при любых начальных условиях.

Необходимо отметить, что увеличение начальных условий по одним параметрам движения приводит к изменению допустимых начальных условий по другим параметрам движения, при которых управление не выходит на ограничение. Видно также, что улучшение качества стабилизации за счет повышенных коэффициентов регулятора сопряжено с уменьшением области, в пределах которой управление не выходит на упор.

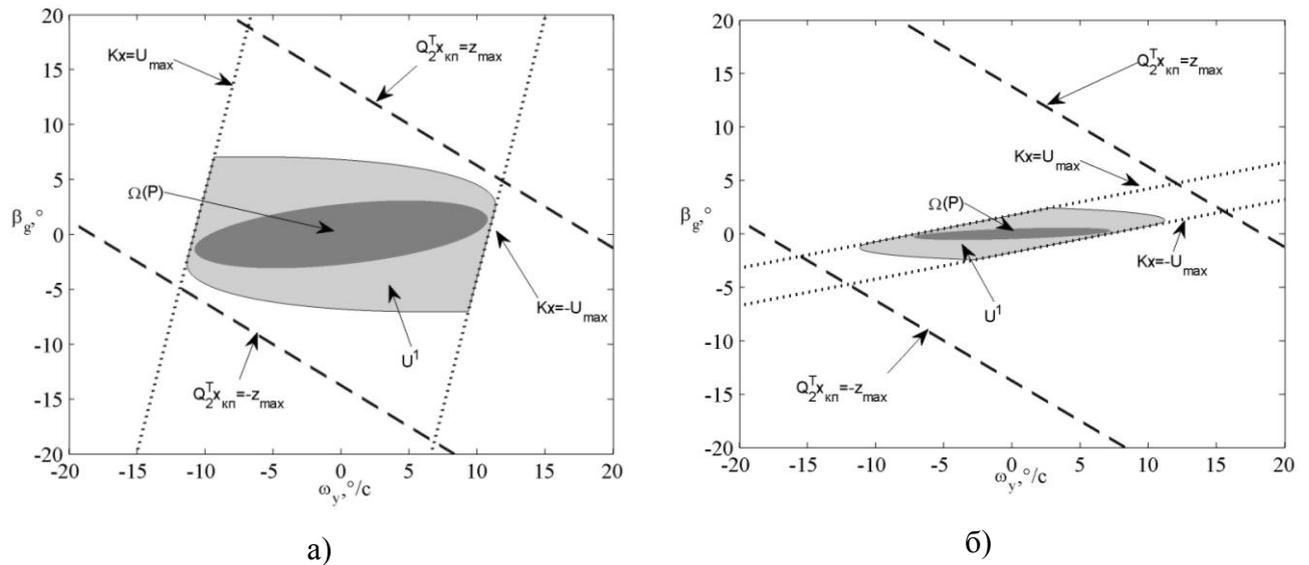


Рис.7 Структура областей устойчивости для малых (а) и больших (б) коэффициентов регулятора при $Z_{g_0} = 0$ м, $\psi_0 = 0^\circ$

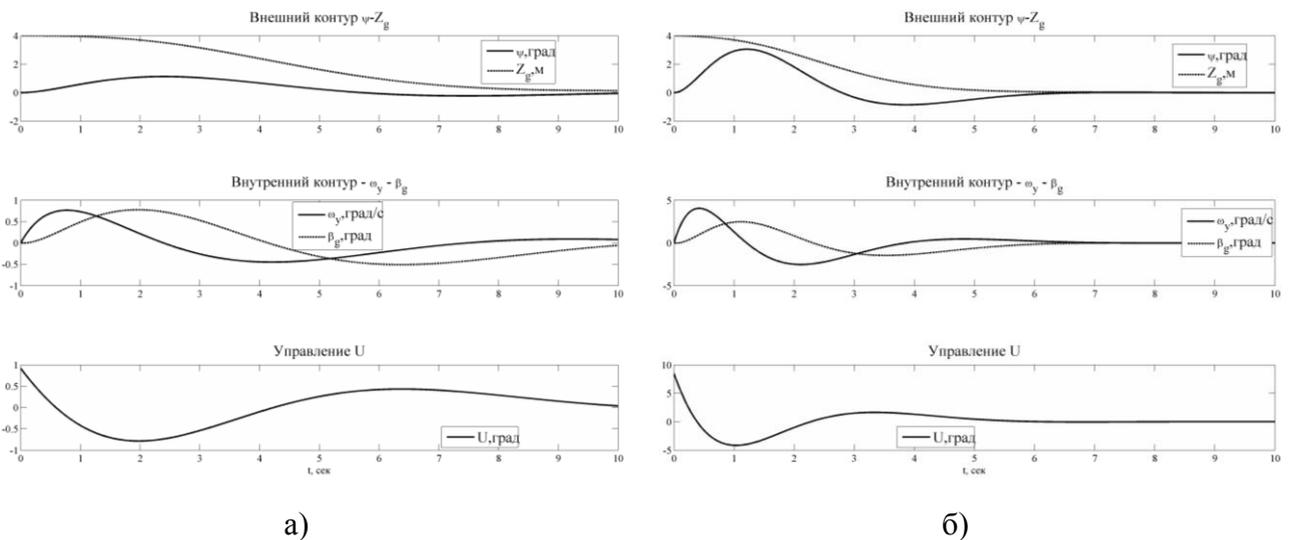


Рис.8 Переходные процессы в системе стабилизации при малых (а) и больших (б) коэффициентах регулятора и малых начальных условиях, не приводящих к насыщению управления

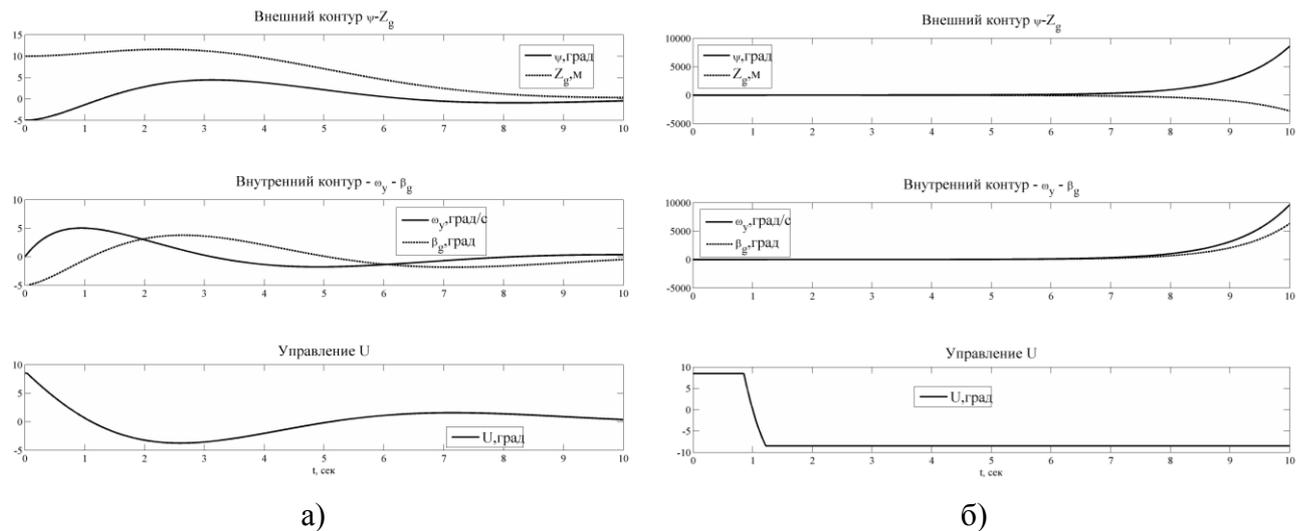


Рис.9 Потеря устойчивости в системе с большими коэффициентами регулятора (б) при сохранении устойчивости в системе с малыми коэффициентами (а). Случай больших начальных отклонений ($Z_{g0} = 10$ м, $\psi_0 = -5^\circ$)

4.1. Расширение области устойчивости и улучшение качества переходных процессов за счет регулятора с переменными коэффициентами (Scheduled-Gain)

Как видно из предыдущего раздела, ограничение по управлению существенно влияет на качество статически неустойчивой системы управления. В связи с этим статический регулятор дополняется возможностью динамического увеличения области устойчивости за счет применения дополнительных регуляторов, задействуемых при определенных условиях. К таким условиям, как правило, относится выход управления на упор или в насыщение. На рис. 10 показана обобщенная схема системы управления при наличии Anti-windup регулятора [14]. В основном, известные «Anti-Windup» методы ориентированы на единичный основной и вспомогательный регулятор, что может приводить к консервативным результатам. Более того, приводимые примеры расчета зачастую рассматривают задающие воздействия и следящие системы при нулевых начальных условиях. В нашем же случае речь идет о системе стабилизации и ненулевых начальных условиях.

Исходя из этого, был использован метод «Scheduled Anti-windup» [7], примененный для подавления внешних возмущений в системе стабилизации на примере неустойчивого продольного движения ЛА типа F-16. Суть его заключается в том, что создается набор статических регуляторов $U_i = K_i x$ с различными по величине коэффициентами усиления. Основное условие включения регуляторов в набор – обеспечение устойчивости в линейной

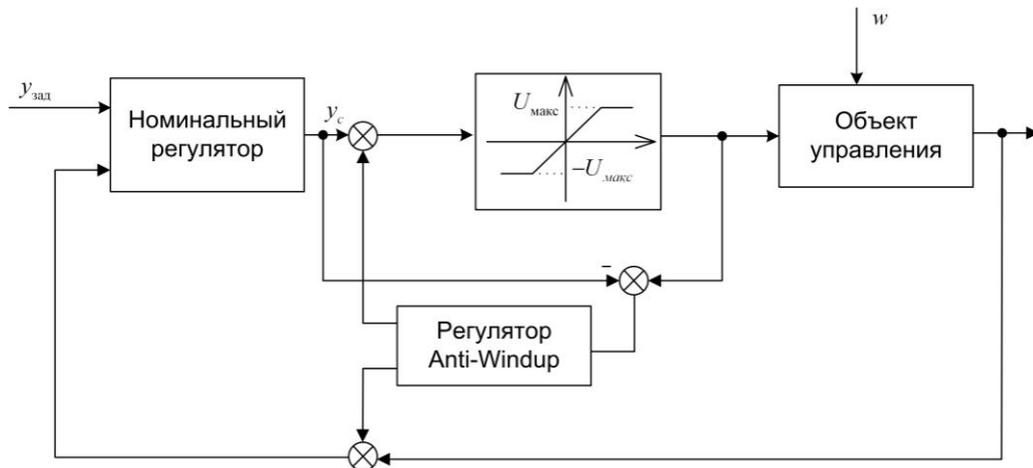


Рис.10 Обобщенная схема системы управления с «Anti-Windup» регулятором [14]

системе. Если в ходе работы системы управления текущий регулятор требует управления большего располагаемого, то осуществляется переключение на регулятор с меньшими коэффициентами (см. рис. 11). Конечно, такой регулятор также не позволяет обеспечить абсолютную устойчивость, но дает возможность расширить линейную инвариантную область устойчивости и улучшить качество переходных процессов.

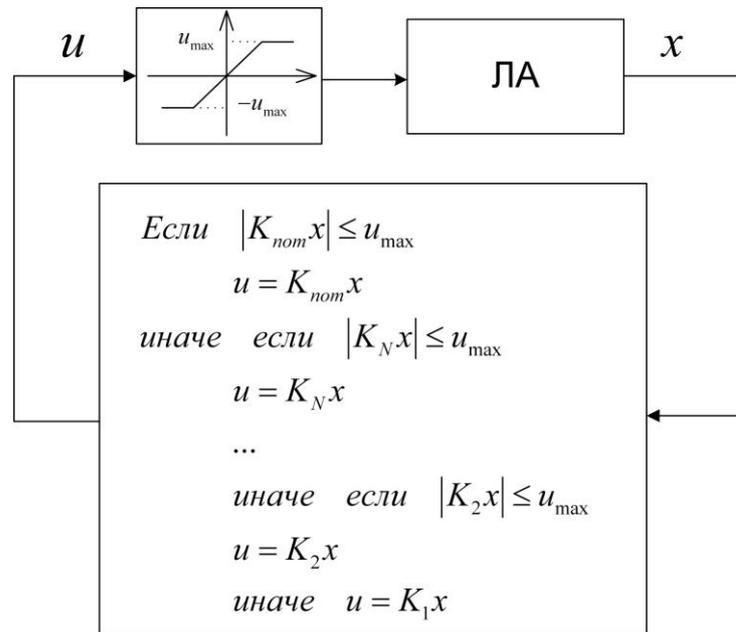


Рис.11 Схема системы стабилизации со «Scheduled-Gain» регулятором (регулятором с переменными коэффициентами)

Для сравнительной оценки было проведен расчет переходных процессов для статического регулятора (4) и полученного «Scheduled-Gain» регулятора (см. табл.) при различных начальных условиях.

Полученные переходные процессы показаны на рис. 12-14. Из них видно, что при малых начальных условиях обеспечивается хорошее качество переходных процессов обоими регуляторами (рис. 12). Однако при увеличении начальных условий до $Z_{g0} = 7$ м, $\psi_0 = \beta_{g0} = -5$ градусов в системе с обычным регулятором возникают автоколебания, тогда как регулятор с переменными коэффициентами дает практически номинальное качество стабилизации (рис. 13). Дальнейшее увеличение начального бокового отклонения до 10 м приводит к потере устойчивости в системе с обычным регулятором, тогда как регулятор с переменными коэффициентами продолжает обеспечивать номинальное качество стабилизации (рис. 14).

Табл. Коэффициенты регулятора «Scheduled-Gain»

	K_ψ град/град	K_{ω_y} град/(град/с)	K_{Z_g} град/м	K_{β_g} град/град	Граница расположения корней замкнутой системы, α ($\text{Re}(\lambda_i) < -\alpha$)
$[K_1]$	-1.4671	-0.7394	0.2296	0.1556	$\alpha = -0.3$
$[K_2]$	-2.1831	-0.7851	0.3792	0.5354	$\alpha = -0.4$
$[K_3]$	-2.6873	-0.8253	0.5135	0.9029	$\alpha = -0.45$
$[K_4]$	-3.2487	-0.8642	0.6748	1.3199	$\alpha = -0.5$
$[K_5]$	-3.8689	-0.9017	0.8656	1.7885	$\alpha = -0.55$
$[K_6]$	-4.5501	-0.9376	1.0883	2.3111	$\alpha = -0.6$
$[K_7]$	-5.2911	-0.9718	1.3441	2.8873	$\alpha = -0.65$
$[K_8]$	-6.0959	-1.0041	1.6364	3.5208	$\alpha = -0.7$
$[K_9]$	-7.4438	-1.1335	2.1209	4.5790	$\alpha = -0.8$

4.2. Результаты моделирования полного пространственного движения БЛА

Рассматривалось движение БЛА на воздушном и наземном участке траектории посадки. Модель полного пространственного движения включала в себя модель шасси (нелинейные силы и моменты трения, модель амортизации каждой опоры шасси, модель тормозной системы и др.), модели приводов аэродинамических поверхностей типа РПД-14, законы управления в продольном и боковом каналах (на воздушном участке, при выравнивании, при пробеге с торможением), модели информационных посадочных систем.

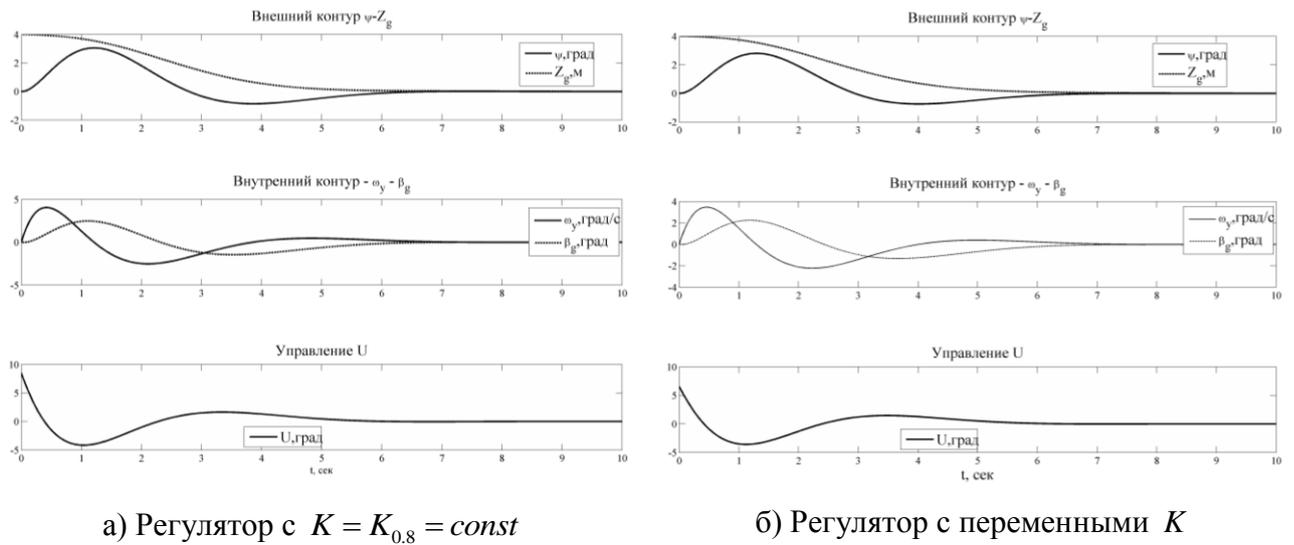


Рис.12 Сравнение регуляторов при малых начальных условиях, не приводящих к выходу управления на ограничение

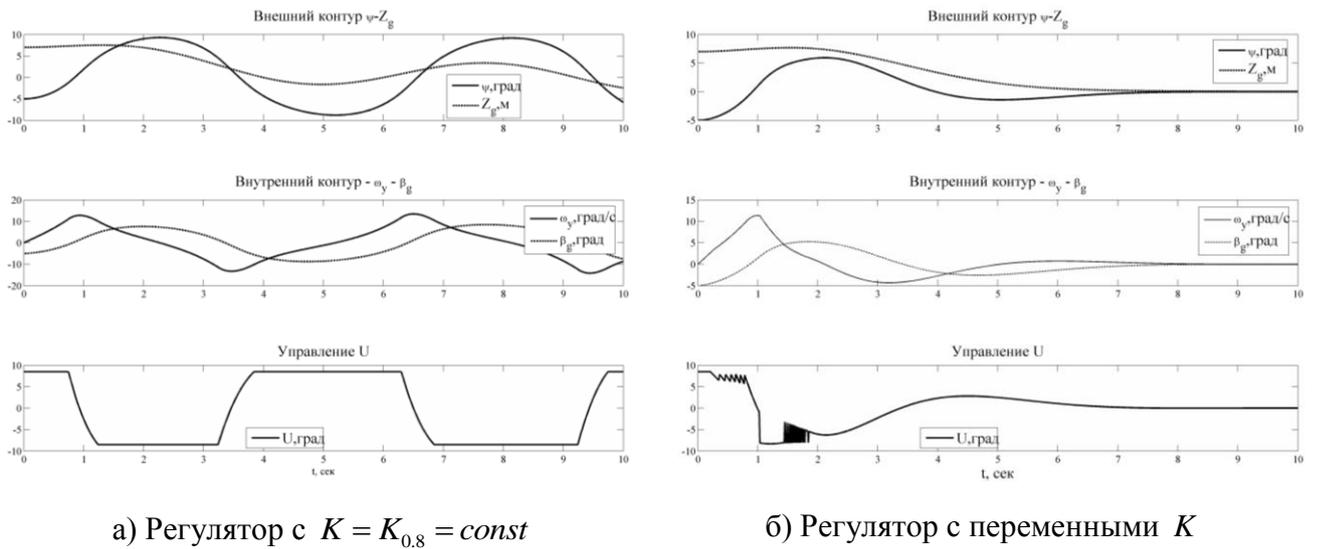


Рис.13 Сравнение регуляторов при увеличенном начальном боковом отклонении $Z_g = 7$ м, и ненулевом угле рысканья $\psi = -5^\circ$

На рис. 15 показаны графики переходных процессов движения ЛА на этапе посадки. Из них видно, что алгоритм обеспечивает стабилизацию бокового отклонения при пробеге по ВПП для различных начальных условий при касании.

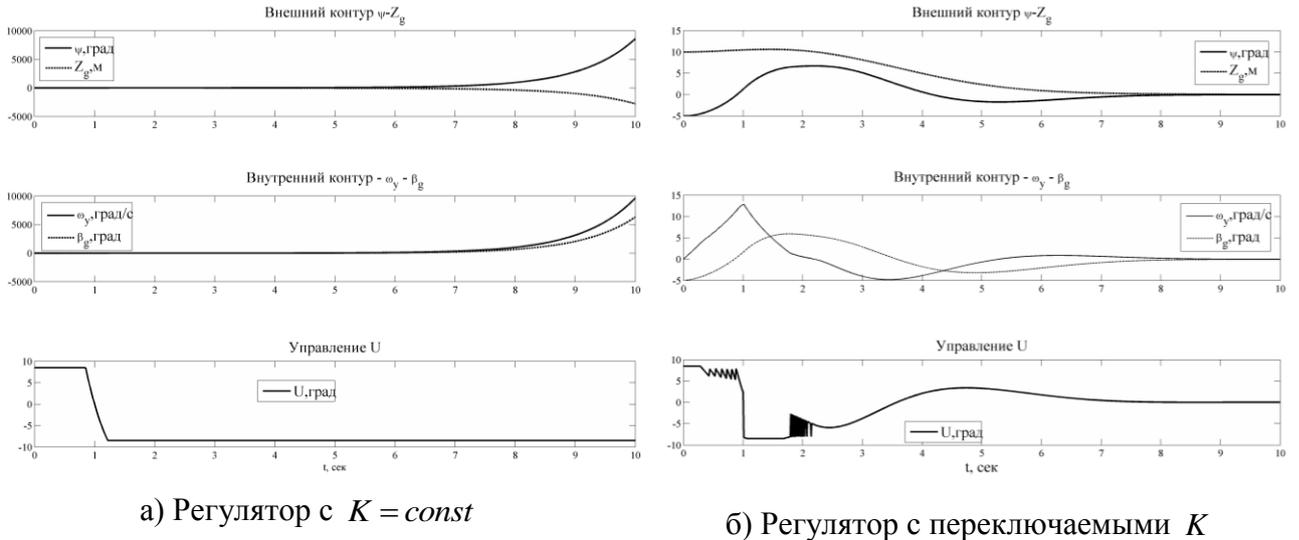


Рис.14 Сравнение регуляторов при увеличенных начальных условиях до $Z_g = 10$ м, $\psi = -5^\circ$

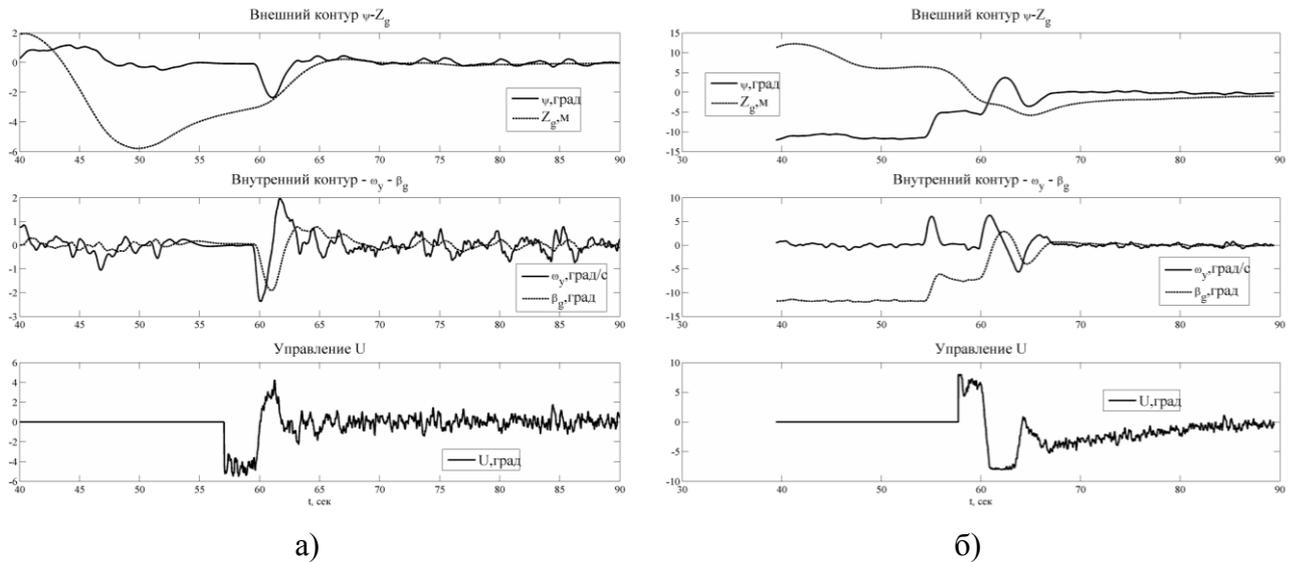


Рис.15 Переходные процессы при посадке и пробеге в отсутствии (а) и при наличии (б) бокового ветра

5. Выводы

- Для синтеза системы стабилизации бокового движения неустойчивого беспилотного самолета по ВПП предложен методический подход, основными элементами которого являются:
 - Построение предельных областей устойчивости для бокового движения по ВПП статически неустойчивого самолета;
 - Построение линейных областей устойчивости в зависимости от требований к качеству переходных процессов в системе стабилизации;

- Синтез регулятора при наличии ограничений на параметры движения и управление.
- 2. Для увеличения линейной области устойчивости и сохранения хорошего качества переходных процессов показано преимущество регулятора с переменными коэффициентами по сравнению с обычным статическим регулятором.

Библиографический список

1. Формальский А. Управляемость и устойчивость систем с ограниченными ресурсами. М. Наука, 1974г. 368 с.
2. Goman M., Demenkov M. N. Stabilization of unstable aircraft dynamics under control constraints. In: S. Sivasundaram, ed. Advances in dynamics and control. CRC Press, 2004, pp. 344 – 357.
3. Hippe, P. Windup prevention for stable and unstable MIMO systems, International Journal of Systems Science, Vol.37, No.2, pp.67-78, 2006.
4. C. Roos, J.-M. Biannic, S. Tarbouriech, C. Prieur, M. Jeanneau. On-ground aircraft control design using a parameter-varying anti-windup approach, Aerospace Science & Technology, vol. 14, 7, 2010, pp. 459-471.
5. A.H. Glattfelder, W. Schaufelberger. Antiwindup and Override Control for exponentially unstable systems with Actuator Constraints, Proceedings of the 16th IFAC World Congress, 2005.
6. M.L. Kerr, M.C. Turner, I. Postlethwaite. Practical Approaches to Low-Order Anti-Windup Compensator Design: A Flight Control Comparison. Proceedings of the 17th IFAC World Congress, 2008, pp. 14162-14167.
7. Sajjadi-Kia S., Farre A., Jabbari F., “Scheduled anti-windup controllers for application to aircraft in unstable operating conditions”, Proceedings of AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit, August 20-23, 2007, AIAA paper 2007-6416.
8. Котик М.Г. Динамика взлета и посадки самолетов. М.: Машиностроение, 1984.
9. Брагазин В.Ф. Динамическая устойчивость бокового движения самолета по ВПП // Труды ЦАГИ, № 2233, 1984, с.31 – 44.
10. Морозов Ю.В., Рапопорт Л.Б. Численные методы оценки области притяжения в задаче управления колесным роботом // Автоматика и телемеханика, 2008, № 1, с. 16-29.
11. S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, V. Balakrishnan. Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory, SIAM, Philadelphia, 1994.

12. D. Seto, L. Sha. An Engineering Method for Safety Region Development, Technical report CMU/SEI-99-TR-018, Software Engineering Institute Carnegie Mellon University, Pittsburg, 1999, 28 p.
13. <http://www.stanford.edu/~boyd/cvxbook/>
14. S. Tarbouriech, M. Turner. Anti-windup design: an overview of some recent advances and some open problems. IET Control Theory and Applications 3(1):1-19, 2009.

Сведения об авторах

Бисенов Олег Вадимович, ведущий инженер ОАО «Конструкторское бюро промышленной автоматики». Ул. Большая Садовая, 239, г. Саратов, 410005; тел.: (8452) 73-51-68; e-mail: kbpa@san.ru, mail_ovb@mail.ru

Царев Евгений Константинович, Зам. Главного конструктора по БЛА ОАО «Конструкторское бюро промышленной автоматики». Ул. Большая Садовая, 239, г. Саратов, 410005; тел.: 8 (8452) 73-51-68; e-mail: kbpa@san.ru

Оболенский Юрий Геннадьевич, Начальник отделения ОАО «РСК «МиГ», д.т.н. Ленинградское шоссе, 6, г. Москва, 125171 e-mail: okb.mikojan@mtu-net.ru