

# ОПТИМИЗАЦИЯ НАБОРА ВЫСОТЫ В КВАЗИЦИКЛИЧЕСКОЙ ТРАЕКТОРИИ БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА НА СОЛНЕЧНОЙ ЭНЕРГИИ

Брусов В.С.<sup>1\*</sup>, Нефедов Л.В.<sup>2\*\*</sup>, Лищинский М.А.<sup>2\*\*\*</sup>

<sup>1</sup> *Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),  
МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия*

<sup>2</sup> *Компания «Туполев»,  
наб. Академика Туполева, 17, Москва, 105005, Россия*

\* *e-mail: vsbrusow@mail.ru*

\*\* *e-mail: skaver@yandex.ru*

\*\*\* *e-mail: mishali@yandex.ru*

---

Рассматриваются проблемы набора высоты сверхлегкого низкоскоростного летательного аппарата (ЛА) на солнечной энергии во время прохождения квазициклического участка траектории многосуточного полета. Представлены особенности объекта управления, особенности построения оптимальной траектории набора высоты в диапазоне рабочих высот полета и обоснование выбора методов решения данной задачи. Также в работе представлены результаты сравнительного анализа траекторий, полученных с учетом влияния числа Рейнольдса (Re) и без учета этого влияния.

*Ключевые слова:* беспилотный летательный аппарат (БЛА) на солнечной энергии, летающее крыло, оптимизация траектории полета высотного БЛА, продольное длиннопериодическое движение БЛА, квазициклическая траектория.

---

## Введение

Аэродинамическая компоновка ЛА на солнечной энергии (ЛА СЭ) подразумевает наличие больших площадей поверхности, покрытой солнечными батареями, и низкую нагрузку на крыло. Следствием этого являются низкие скорости полета таких ЛА. Это показано, в частности, в исследовании [1]. Кроме того, для устойчивого поступления солнечной энергии требуется, чтобы самолет находился под облаками или в облаках минимальное время, и, следовательно, наиболее выгодно применение таких ЛА на больших высотах. Также на количество поглощаемой солнечными батареями энергии существенное влияние оказывает атмосферная масса — чем выше над землей находится солнечная батарея, тем больше количество поступающей на нее солнечной энергии [2]. Квазициклический характер поступления солнечной энергии на большой высоте позволяет использовать ЛА СЭ, способные находиться в воздухе достаточно продолжительное время — недели (что было подтверждено при испытаниях беспилотного летательного аппарата (БЛА) Zephyr, полет длился 14 сут) и даже

месяцы и годы. Исследования показывают, что такие ЛА могут стать важными элементами инфраструктуры систем наблюдения и связи, выполнять большое количество задач по мониторингу пожароопасной обстановки, гидрографии и т.д., что указано в [2].

## 1. Используемая математическая модель движения самолета

В качестве объекта управления выбран высотный низкоскоростной самолет схемы «летающее крыло» большого удлинения, в качестве управляющих поверхностей которого используются элевоны. Силовая установка объекта состоит из 12 воздушных винтов, приводимых в движение электрическими двигателями. Энергия для работы электродвигателей вырабатывается посредством преобразования солнечной энергии фотоэлектрическими преобразователями (ФЭП). Таким образом, масса ЛА считается постоянной. Ввиду того что скорости полета рассматриваемого объекта являются незначительными, целесообразно влияние числа Маха на аэродинамические характеристики (АДХ), в частности на коэффициенты подъемной силы и ло-

бового сопротивления, не учитывать, но учитывать влияние числа Re.

При построении законов управления и анализе динамики объекта используются уравнения пространственного движения относительно плоской земли в спокойной атмосфере.

Примем уравнения движения центра масс относительно плоской земли в спокойной атмосфере в проекциях на оси траекторной системы координат, а уравнение вращательного движения жесткого ЛА — в проекциях на оси связанной системы координат. В описанной задаче (набор высоты) боковое движение не рассматривается. С учетом указанных особенностей и допущений, запишем уравнения движения [3, 4] (обозначения соответствуют ГОСТ 20058-80):

$$\dot{m} = 0; \tag{1}$$

$$\dot{V} = \frac{1}{m} [P \cos \alpha - q S C_x(\alpha, Re) - mg \sin \theta]; \tag{2}$$

$$\dot{\theta} = \frac{1}{mV} [P \sin \alpha + q S C_y(\alpha, Re) - mg \cos \theta]; \tag{3}$$

$$\dot{L} = V \cos \theta; \tag{4}$$

$$\dot{H} = V \sin \theta; \tag{5}$$

$$\dot{E} = N. \tag{6}$$

Здесь  $m$  — масса, кг;  
 $V$  — скорость, м/с;  
 $P$  — тяга, Н,

$$P = N \frac{\eta}{V}; \tag{7}$$

$N$  — потребляемая двигателями мощность, Вт,

$$N = \alpha_{руд} N_{\max \text{ расп}} N_{дв}, \tag{8}$$

где  $\alpha_{руд}$  — положение рычага управления двигателями, [0...1];  $N_{\max \text{ расп}}$  — максимальная располагаемая мощность электродвигателя, Вт;  $N_{дв}$  — количество электродвигателей;

$\eta$  — КПД воздушного винта,

$$\eta = f(\lambda), \lambda = \frac{V}{nD}, \tag{9}$$

где  $\lambda$  — поступь воздушного винта;  $n$  — частота вращения воздушного винта, об/с;  $D$  — диаметр воздушного винта, м;

$\alpha$  — угол атаки, °;

$q$  — скоростной напор, кг/(м·с<sup>2</sup>);

$g$  — ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>;

$\theta$  — траекторный угол, рад;

$L$  — пройденное расстояние, м;

$H$  — высота полета, м;

$E$  — затраченная на поддержание полета энергия, Вт·с.

Управление в рассматриваемых задачах:

$$\bar{u}(t) = [\alpha(t), \alpha_{руд}(t)]. \tag{10}$$

Ограничения на фазовые переменные:  $V_{\min}$ ,  $V_{\max}$ ,  $H_{\min}$ ,  $H_{\max}$ .

## 2. Особенности объекта управления

С ростом высоты растет кинематическая вязкость воздуха [5], и при неизменных линейных размерах и постоянном скоростном напоре с ростом высоты происходит существенное снижение числа Re (рис. 1).

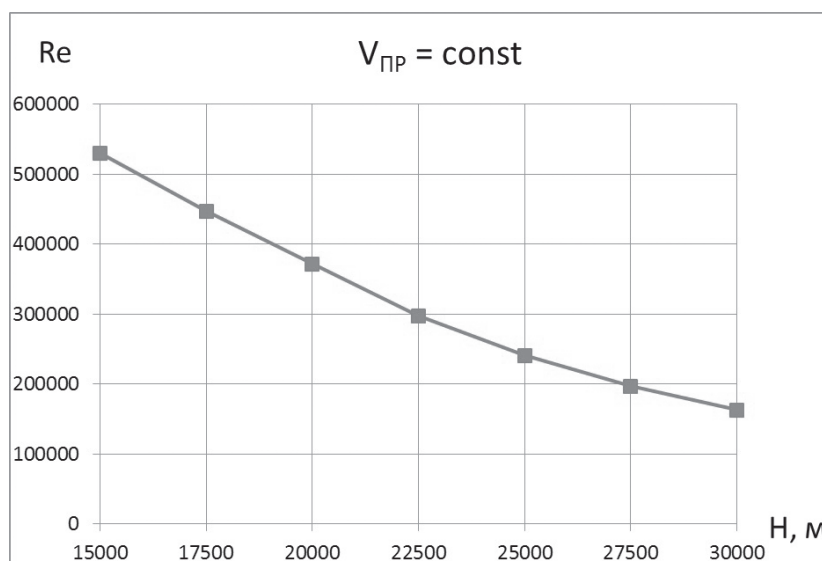


Рис. 1. Изменение числа Re по мере изменения высоты при постоянном значении приборной скорости

При низких числах  $Re$ , согласно материалам, приведенным в [1, 2], АДХ профилей имеют специфические особенности, в том числе нелинейные явления в области малых углов атаки (рис. 2 и 3). Эти явления связаны с ламинарным отрывом потока и образованием так называемого ламинарного «пузыря» даже при малом угле атаки, который значительно ухудшает аэродинамическую эффек-

тивность несущих поверхностей ЛА и приводит к появлению характерного зигзага поляры (рис. 4). Это, в свою очередь, приводит к появлению двух областей первых и вторых режимов полета (рис. 5) на диаграмме потребных тяг/мощностей.

Кроме того, описанные изменения в АДХ не позволяют корректно использовать методы, основанные на линеаризации АДХ, так как зависимос-

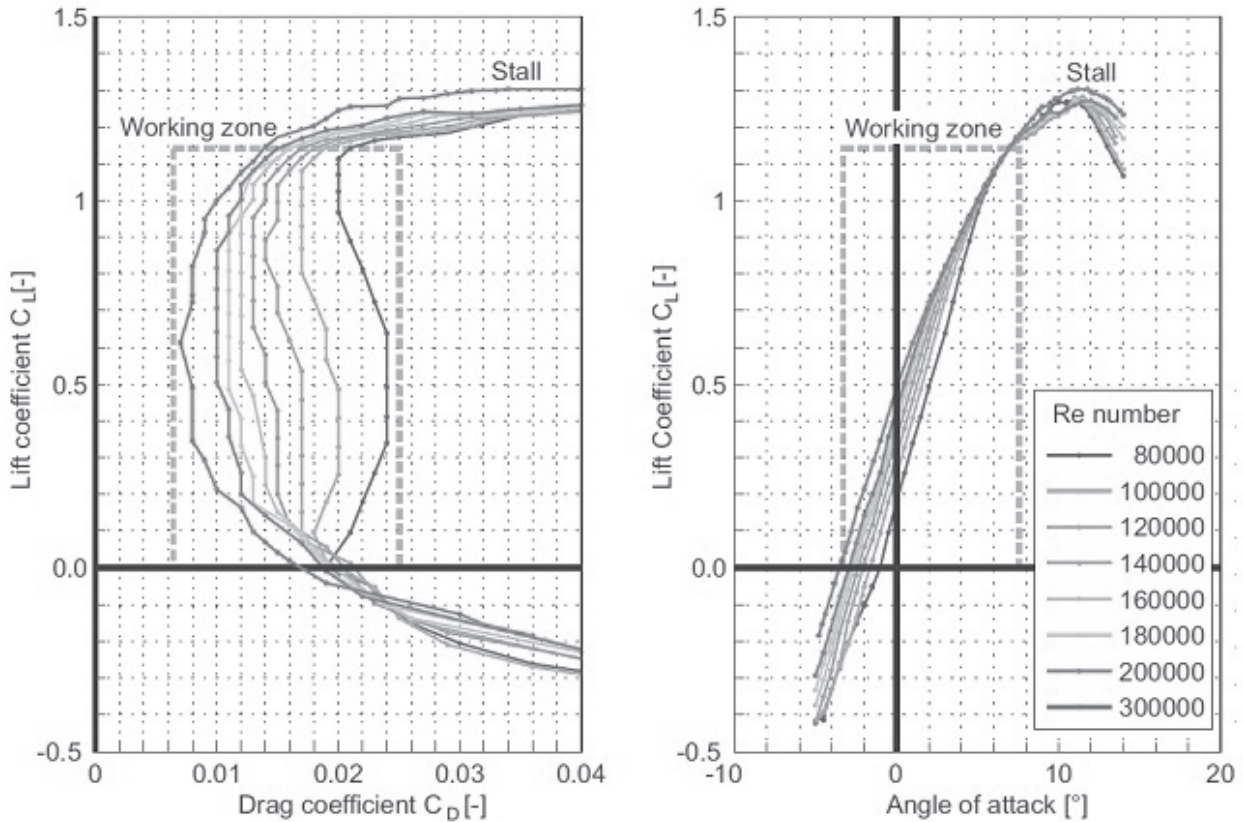


Рис. 2. Зависимости коэффициентов подъемной силы и лобового сопротивления при различных числах  $Re$  для профиля WE3.55-9.3 [1]

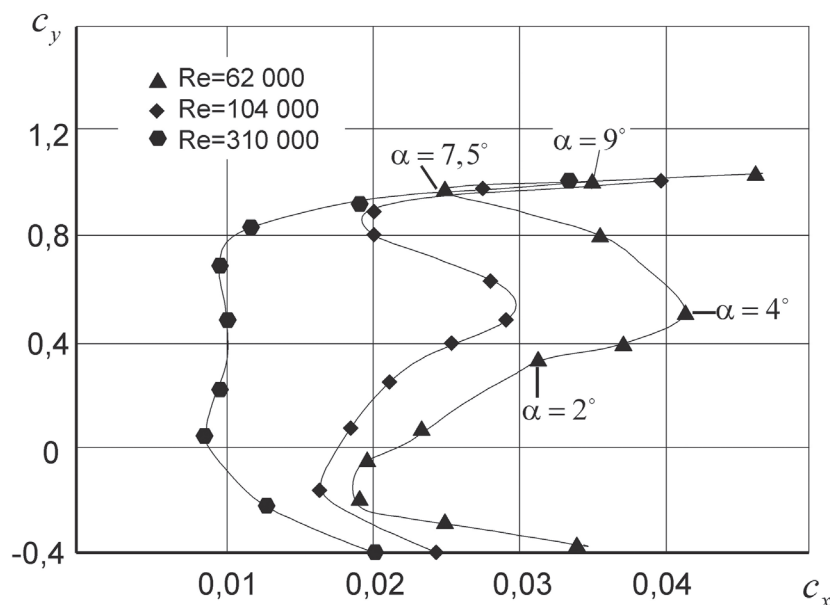


Рис. 3. Поляра профиля Eppeler E374 при различных числах  $Re$

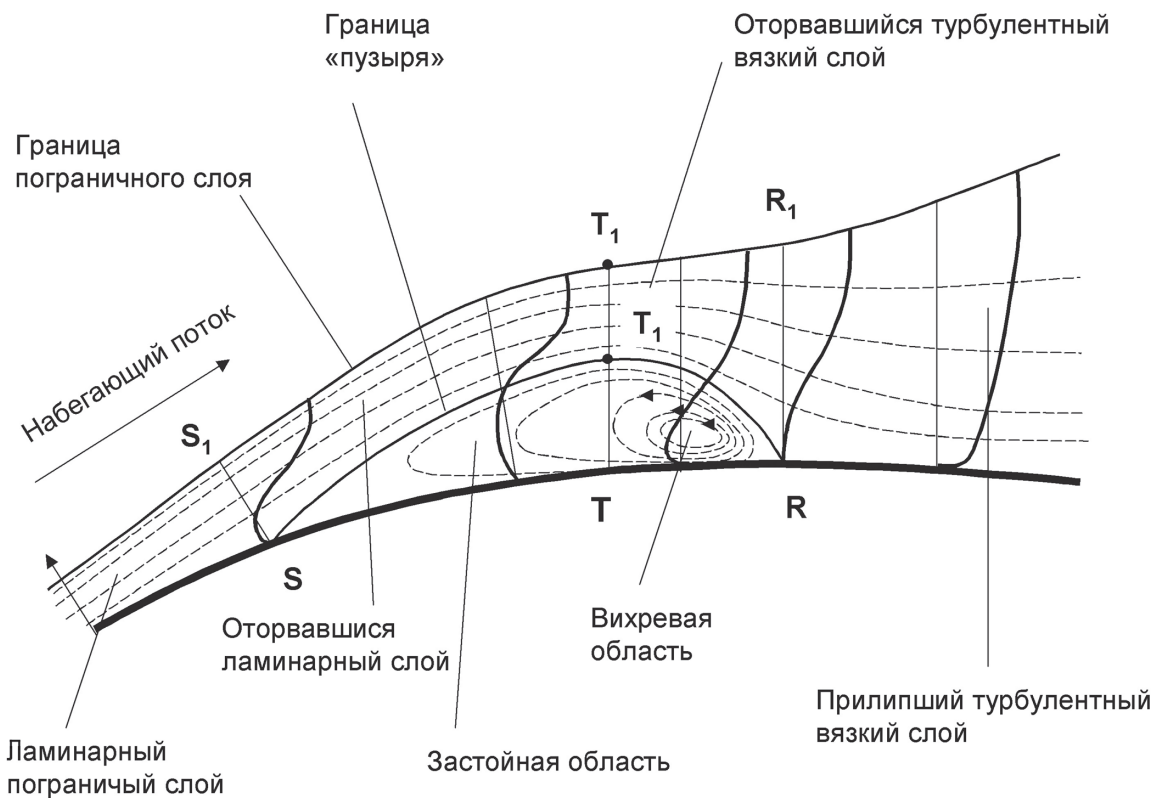


Рис. 4. Схематический спектр обтекания верхней поверхности крыла при малых числах Re

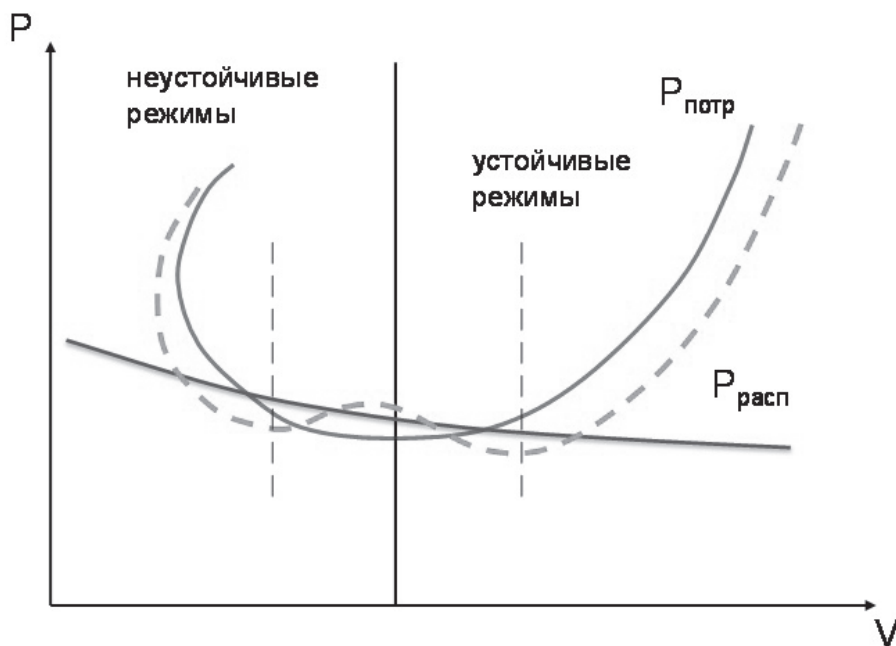


Рис. 5. Области первых и вторых режимов для больших (сплошная линия) и для малых (прерывистая) чисел Re

ти сопротивления и подъемной силы от угла атаки не близки к линейным в области основных эксплуатационных углов атаки. Данное обстоятельство является наиболее весомым для выбора прямых численных методов оптимизации при расчете траекторий полета таких БЛА.

### 3. Оптимизация траектории набора заданной высоты

Ввиду того что при наборе заданной высоты  $H_{зад}$  и указанных особенностях АДХ проблематично определить режимы работы двигателя и углы атаки, наиболее выгодные для набора высоты с точки зрения затрат энергии, использован следующий

прием. В качестве критерия оптимизации принимается некоторая величина, являющаяся взвешенной суммой высоты и дальности:

$$F = \alpha_1 L_k + \alpha_2 H_k,$$

где  $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$ ,  $\alpha_1 \geq 0$ ,  $\alpha_2 \geq 0$ ;  $H_k$ ,  $L_k$  — высота полета и удаление в конечной точке рассматриваемого временного участка. При варьировании  $\alpha_1$  от 0 до 1 и, соответственно,  $\alpha_2$  от 1 до 0 ( $\alpha_2 = 1 - \alpha_1$ ) получаются некоторая оболочка в координатах «дальность—высота» (рис. 6) и соответствующий ей набор траекторий полета.

Каждая траектория из этого набора, отвечающая условию  $H_k \geq H_{\text{зад}}$ , ставится в качестве опорной при решении задачи минимизации расходов энергии набора заданной высоты. При варьировании размера рассматриваемого временного участка возможно определить время, за которое самолет наберет высоту с минимальными расходами энергии.

Следует заметить, что учет числа  $Re$  оказывает существенное влияние на достижение заданного значения высоты и, что немаловажно для ЛА СЭ, на потребное для этого участка полета количество энергии. Решение задачи набора высоты в условиях ограниченного запаса энергии показывает, насколько влияет учет изменения АДХ при малых числах  $Re$  на параметры траектории полета. На рис. 7 представлены траектории набора высоты, посчитанные для следующих случаев:

1) особенности обтекания, приводящие к нелинейностям АДХ при малых числах  $Re$ , описанным выше, не учитываются (принято, что  $Re = 600000$ ,  $[C_y, C_x] = f(\alpha)$ );

2) влияние изменения числа  $Re$  на АДХ при малых скоростях учитывается ( $Re = \text{var}$ ,  $[C_y, C_x] = f(\alpha, Re)$ );

3) влияние изменения числа  $Re$  на АДХ при малых скоростях учитывается ( $Re = \text{var}$ ,  $[C_y, C_x] = f(\alpha, Re)$ ), но фазовые траектории управляющих параметров приняты из п.1, т.е. для случая, когда расчет траектории произведен без учета влияния числа  $Re$  на АДХ.

На рис. 8 приведены затраты энергии, полученные при расчете траекторий набора высоты в течение 6 ч для указанных выше случаев. Из графиков видно, что при наборе высоты по программе, рассчитанной без учета влияния числа  $Re$  на АДХ, изменение АДХ при изменении числа  $Re$  ведет к увеличению затрат энергии при наборе высоты на ~4% (рис. 8). При этом значение приращения высоты, полученное при учете влияния числа  $Re$ , оказывается ниже на 5% (см. рис. 7). При расчете квазициклической траектории полета предусматривается фаза набора высоты, являющаяся процессом периодическим (раз в сутки). Перерасход энергии, затрачиваемой двигателями в процессе набора высоты на 4% ежедневно, в течение некоторого времени может привести к тому, что выполнение возложенных на авиационный комплекс функций будет невозможно. Из этого следует, что для ЛА СЭ, предназначенных для выполнения многосуточно-

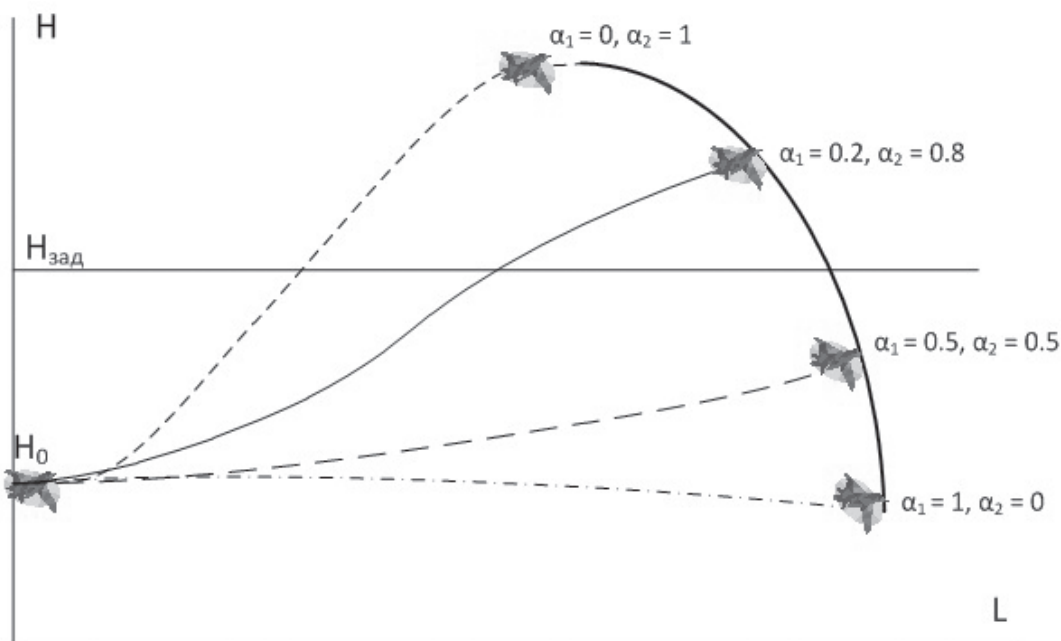
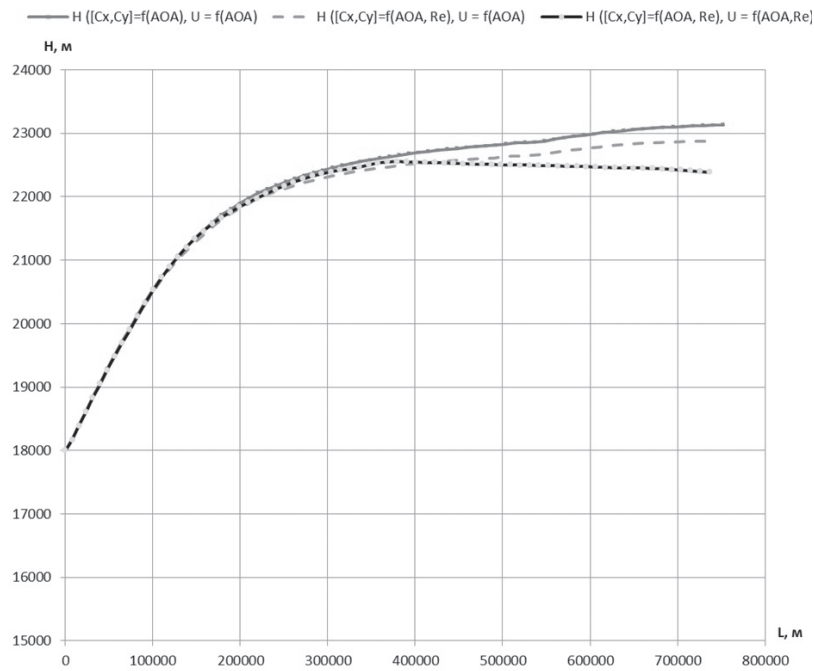
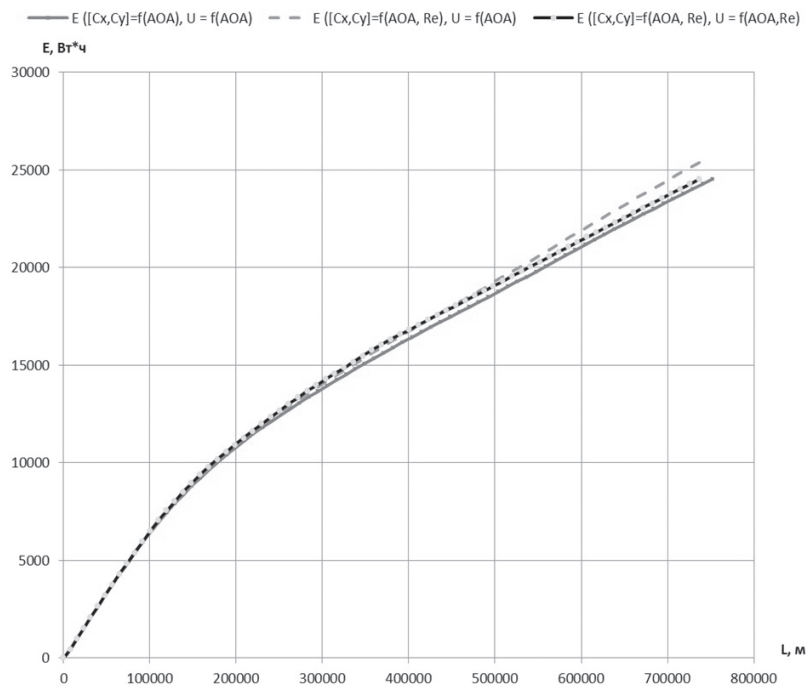


Рис. 6. Возможные траектории и оболочка критерия  $F = \alpha_1 L + \alpha_2 H$  при различных  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  в задаче набора высоты

Рис. 7. Траектории набора высоты, полученные при учете и без учета влияния изменения числа  $Re$  на АДХРис. 8. Зависимости затрат энергии при полете по траекториям, полученным при учете и без учета влияния изменения числа  $Re$  на АДХ

го полета, учет особенностей аэродинамики при малых числах  $Re$  является обоснованным.

Кроме того, так как эти особенности проявляются, в первую очередь, при малых углах атаки, линейаризация аэродинамических коэффициентов является некорректной, и, как следствие, оптимизация траекторий полета аналитическими методами становится неприемлемой. Как следствие, для оптимизации траекторий полета таких ЛА требуется использовать численные методы.

Для решения задачи минимизации затрат энергии при полете от начальной высоты  $H_0$  до заданной высоты  $H_{\text{зад}}$  выбран модифицированный метод бегущей волны (ММБВ). В качестве управляющих параметров выбраны угол атаки  $\alpha$  и отношение частоты вращения воздушного винта к максимальной частоте вращения ( $n/n_{\text{max}}$ ). Таким образом, управляющие параметры находятся в следующих диапазонах: угол атаки — в диапазоне  $[\alpha_{\text{min}} \dots \alpha_{\text{max}}]$ ,

где  $\alpha_{\max}$  — максимально допустимый угол атаки;  $\alpha_{\min}$  — минимально допустимый угол атаки; значение приведенной частоты вращения лежит в диапазоне [0...1].

В зависимости от целевого назначения комплекса, возможны различные оптимальные квазициклические траектории полета и различные траектории набора высоты. Одной из задач при определении таких траекторий является задача снижения расходов энергии при наборе заданной высоты. Эта задача актуальна для комплексов, применение которых требует нахождения в заданном районе на заданной высоте в течение некоторого определенного ограниченного промежутка времени. К таким задачам относятся аэрофотосъемка, экологический мониторинг, радиотехническая разведка или поставка помех.

Также одной из задач оптимизации траектории является снижение затрат энергии на выполнение квазициклического полета при условии, что высота полета в любой момент времени во время эксплуатации может быть выше, но не может быть ниже некоторой заданной целевой высоты. Такая задача оптимизации траектории является актуальной для комплексов, в которых целевая нагрузка осуществляет работу круглосуточно и требуется поддерживать радиус покрытия не ниже заданного. К таким относятся комплексы ретрансляции, радиотехнической разведки и подавления спутниковых навигационных систем.

Еще одной задачей, связанной с квазициклическим полетом, является задача набора высоты и совершения полета в условиях ограничений по суммарным затратам энергии. Эта задача актуальна не только при разработке самолета и выборе параметров ЛА и энергосистемы. Решение данной задачи на борту ЛА позволяет корректировать траекторию полета с учетом запасов энергии непосредственно во время полета, тем самым обеспечивая полет в условиях, отличных от принятых на этапе разработки, и при воздействии факторов, не поддающихся точному учету:

- при различной скорости ветра по высотам;
- при отказах;

— при изменении активности Солнца или наличии иных факторов, априорная информация о которых является неточной или неизвестной.

## Выводы

При определении оптимальных траекторий полета низкоскоростных высотных ЛА на солнечной энергии требуется учитывать влияние изменения

числа  $Re$  на изменение АДХ. При наборе высоты по программе, рассчитанной без учета влияния числа  $Re$  на АДХ, изменение АДХ при изменении числа  $Re$  ведет к увеличению затрат энергии при наборе высоты на ~4%, что для многосуточного полета ЛА может привести к дефициту энергии и невыполнению им поставленных задач.

Оптимизация траектории полета низкоскоростных высотных БЛА, полет которых осуществляется при числах  $Re < 400000$ , аналитическими методами затруднительна либо невозможна, и требуется применение численных методов.

Использование на борту ЛА алгоритмов оптимизации траектории полета с учетом фактических запасов энергии может обеспечивать выполнение задач при отклонении параметров полета и характеристик ЛА от расчетных, тем самым снижая критичность точности априорных сведений о характеристиках ЛА и оборудования. Оптимизация траекторий полета, совместно с использованием методик оптимизации параметров (например, описанных в [6] и [7]), позволяет существенно повышать возможности ЛА СЭ.

## Библиографический список

1. *Noth Andre*. Design of Solar Powered Airplanes for Continuous Flight. Autonomous Systems Lab, ETH Zürich, Switzerland, 2008. 170 с.
2. *Romeo G., Frulla G., Cestino E.* Design of a high-altitude long-endurance solar-powered unmanned air vehicle for multi-payload and operations. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part G, Journal of Aerospace Engineering, 2007, vol. 221, pp. 199-216.
3. *Бюшгенс Г.С., Студнев Р.В.* Аэродинамика самолета: Динамика продольного и бокового движения. — М.: Машиностроение, 1979. — 352 с.
4. *Бочкарёв А.Ф., Андреевский В.В., Белоконов В.М.* и др. Аэромеханика самолёта: динамика полёта: Учебник для авиационных вузов. — М.: Машиностроение, 1985. — 360 с.
5. ГОСТ 4401-81. Атмосфера стандартная. Параметры. — М.: Издательство стандартов, 1981. — 180 с.
6. *Самойловский А.А., Лисейцев Н.К.* Методика определения основных проектных параметров беспилотных летательных аппаратов, использующих для полёта энергию солнечного излучения // Вестник Московского авиационного института. 2015. Т.22. № 3. С. 7-16.
7. *Пархаев Е.С., Семенчиков Н.В.* Некоторые вопросы оптимизации профиля крыла малоразмерного беспилотного летательного аппарата [Электронный ресурс] // Труды МАИ. 2015. № 80 (26.03.2015). URL: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=56884>

# UNMANNED SOLAR ENERGY POWERED AIR VEHICLE CLIMBING ALONG QUASI-CYCLIC TRAJECTORY OPTIMIZATION

Brusov V.S.<sup>1\*</sup>, Nefedov L.V.<sup>2\*\*</sup>, Lishchinskii M.A.<sup>2\*\*\*</sup>

<sup>1</sup> Moscow Aviation Institute (National Research University),  
MAI, 4, Volokolamskoe shosse, Moscow, A-80, GSP-3, 125993, Russia

<sup>2</sup> Company «Tupolev»,  
17, nab. Akademiya Tupoleva, Moscow, 105005, Russia

\* e-mail: vsbrusow@mail.ru

\*\* e-mail: skaver@yandex.ru

\*\*\* e-mail: mishali@yandex.ru

## Abstract

The capabilities of modern photovoltaic transducers form the performances of the solar energy powered UAV. Solar energy ensures the flight at low speeds. High-altitude flight allows avoid the impact of clouds and provides a large view scope. High-altitude flight is carried out within the high kinematic viscosity environment that significantly reduces thereby the Reynolds number. An important feature of the aircraft consuming solar energy to maintain its flight consists in specific range of flight heights and speeds, characterized by low Reynolds number. These flight conditions are associated with non-linear dependence of aerodynamic characteristics from the incidence angle, which complicates the use of traditional methods to optimize the flight path. The flying vehicles of such kind require the technique allowing optimize the flight path with allowance for these features. The proposed climbing trajectory optimization method partitions the optimization process into two stages. The first stage consists in flight parameters region characterization, guaranteed to exceed the specified value, while the second stage is the stage of trajectory providing minimum power consumption search. The search for the trajectory allowing minimum power consumption is carried out by the direct numerical method, without characteristics linearization. Such an approach allows optimize climbing trajectory of the aircraft having non-linear aerodynamic characteristics, peculiar to the flight at low Reynolds numbers. We obtained climbing trajectories with allowance for Reynolds number and without it. The results show that energy consumption while climbing with allowance for non-linear aerodynamic characteristics are about 4% higher than the results obtained without the regard of those non-linearities. This may cause the energy shortage for flight support and lead to multi-day mission failure. Optimization of high-altitude solar energy powered UAV flight path requires regard of Reynolds number effect of aerodynamic

characteristics. The flight paths computation of the UFVs of such kind is worthwhile to carry out by numerical methods, stable to aircraft aerodynamic characteristics non-linearities.

**Keywords:** solar-powered unmanned air vehicle, flying wing, high-altitude UAV flight path optimization, UAV long-period longitudinal movement, quasi-cyclic trajectory.

## References

1. Noth Andriä. *Design of Solar Powered Airplanes for Continuous Flight*. Autonomous Systems Lab, ETH Zürich, Switzerland, 2008, 170 p.
2. Romeo G., Frulla G., Cestino E. Design of a high-altitude long-endurance solar-powered unmanned air vehicle for multi-payload and operations. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part G, *Journal of Aerospace Engineering*, 2007, vol. 221, pp. 199-216.
3. Byushgens G.S., Studnev R.V. *Aerodinamika samoleta: Dinamika prodol'nogo i bokovogo dvizheniya* (Aircraft aerodynamics: Longitudinal and lateral movement dynamics), Moscow, Mashinostroenie, 1979, 352 p.
4. Bochkarev A.F., Andreevskii V.V., Belokonov V.M., Klimov V.I., Turapin V.M. *Aeromekhanika samoleta: dinamika poleta* (Aircraft aeromechanics: Flight Dynamics), Moscow, Mashinostroenie, 1985. 360 p.
5. *Atmosfera standartnaya. Parametry, GOST 4401-81* (Standard atmosphere. Parameters. State standard 4401-81), Moscow, Standarty, 1981, 180 p.
6. Samoilovskii A.A., Liseitsev N.K. *Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta*, 2015, vol. 22, no. 3, pp. 7-16.
7. Parkhaev E.S., Semenchikov N.V. *Trudy MAI*, 2015, no 80, available at: <http://www.mai.ru/science/trudy/eng/published.php?ID=56884> (accessed 26.03.2015).