

УДК 621.822.

## **Разработка математической модели подшипника скольжения жидкостного трения, учитывающей теплообмен с окружающей средой**

Ю. И. Ермилов, Ю. А. Равикович, А. В. Клименко, Д.П. Холобцев

### **Аннотация**

Разработана математическая модель подшипника скольжения жидкостного трения, учитывающая теплообмен подшипника через цапфу и корпус с окружающей средой. Получены зависимости несущей способности подшипника от теплопроводности материалов, относительного эксцентриситета, частоты вращения.

### **Ключевые слова**

Подшипник скольжения; жидкостная смазка; теплообмен; несущая способность; температура смазочного слоя.

### **Введение**

Магистральным направлением развития газотурбинных двигателей самолетов гражданской авиации является увеличение степени двухконтурности (параметр турбореактивного двухконтурного двигателя, равный отношению расхода воздуха через внешний контур двигателя к расходу воздуха через внутренний контур). Это дает существенное повышение экономичности двигателей. Однако для дальнейшего повышения степени двухконтурности (более 9) необходимо устанавливать понижающий редуктор между турбиной низкого давления и вентилятором. В свою очередь перспективным направлением для подвеса зубчатых колес редуктора авиационного двигателя являются подшипники скольжения с жидкостной смазкой. Однако их разработка требует решения ряда специфических задач применительно к условиям работы подшипников в составе редуктора авиационного двигателя. Решению одной из них посвящена настоящая работа.

Обычно при расчете подшипников скольжения с жидкостной смазкой для определения вязкости смазочного слоя делается допущение, что температура в смазочном слое постоянна и равна средней температуре между температурой входа и выхода смазки из подшипника [1, 2, 3]. Поскольку вязкость смазки существенно зависит от температуры, точность задания средней температуры смазочного слоя может значительно влиять на несущую способность подшипника.

В данной работе разрабатывается математическая модель гладкого цилиндрического подшипника жидкостного трения с учетом теплообмена как внутри подшипника, так и с окружающей средой. Рассматривается влияние теплообмена на несущую способность подшипника.

При построении математической модели производится совместное решение уравнений теплового и массового баланса, уравнения распределения давления жидкости в смазочном слое с учетом выражений для определения мощности трения в смазочном слое.

Несущая способность подшипника в направлении эксцентриситета цапфы определяется из выражения:

$$W = LR \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} P \cdot \cos(\varphi) d\varphi, \quad (1)$$

где  $P$  – давление в смазочном слое,  $L$  – осевая длина подшипника,  $R$  – радиус цапфы вала,  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  – угол начала и конца смазочного слоя.

Давление в смазочном слое рассчитывается в результате численного решения уравнения гидродинамического режима смазки для подшипника бесконечной длины:

$$\frac{d}{d\varphi} \left( h^3 \frac{dP}{d\varphi} \right) = 6\mu u R \frac{dp}{d\varphi}(h), \quad (2)$$

где  $h$  – толщина слоя,  $\mu$  – динамическая вязкость смазки,  $u$  – относительная скорость поверхностей скольжения.

Схема рассматриваемого подшипника представлена на рис. 1.

. Теплота трения  $Q_{тр}$ , выделяющаяся в смазочном слое 3, идет на нагрев смазки с расходом  $G$ , поступающей в смазочный слой и выходящей из него в радиальном направлении, а также передается через корпус подшипника 2 и торцы цапфы 1 в окружающую среду в количествах  $Q_1$  и  $Q_2$ .

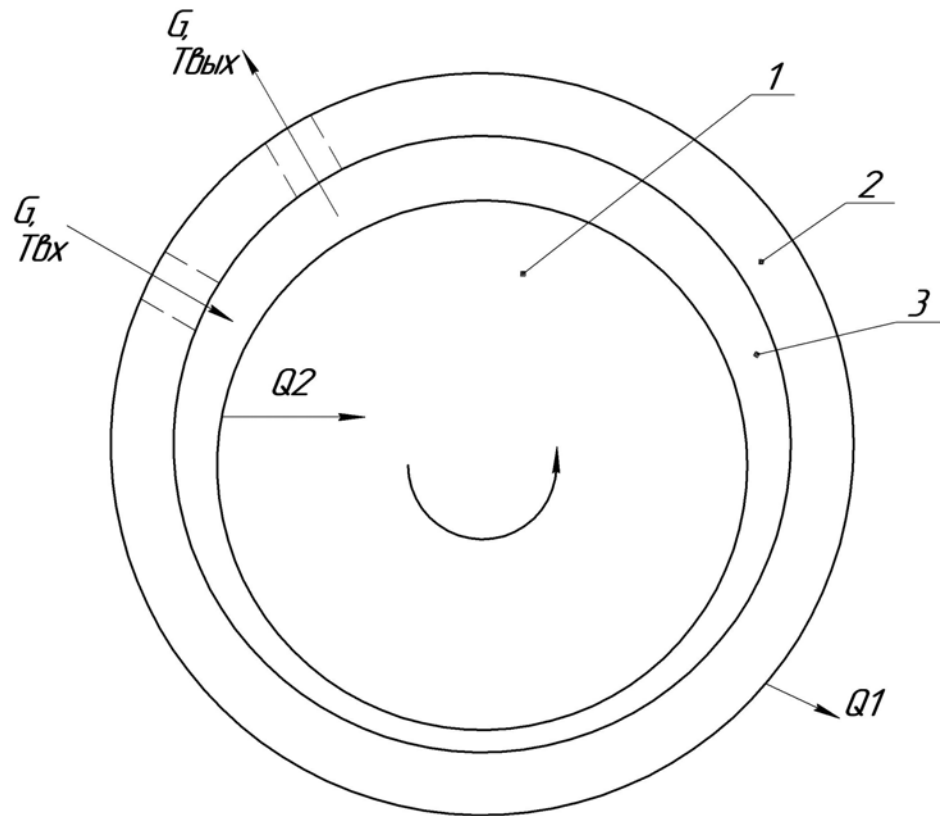


Рис. 1. Схема подшипника.

Уравнения теплового баланса записываются в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 Q_{тр} &= G \cdot C \cdot (T_{вх} - T_{вых}) + Q_1 + Q_2, \\
 Q_1 &= Q_3, \\
 Q_2 &= Q_4,
 \end{aligned}
 \quad , \quad (3)$$

где  $C$  – теплоемкость смазки,  $Q_3$  и  $Q_4$  –тепловой поток соответственно от смазочного слоя в корпус подшипника и от смазочного слоя в цапфу.

В модели подшипника приняты следующие допущения.

1. Температура цапфы постоянна вдоль оси и в окружном направлении.
2. Температура смазки постоянна по толщине смазочного слоя.
3. Температура корпуса подшипника постоянна по оси подшипника.

4. Теплопередача между цапфой подшипника и смазочным слоем определяется как тепловой поток от смазочного слоя с ламинарным режимом течения к поверхностям цапфы и корпуса подшипника с коэффициентом теплоотдачи  $\alpha$ .

5. Тепловой поток по валу от цапфы пропорционален разности между температурой цапфы и окружающей средой.

6. Тепловой поток по втулке подшипника в радиальном направлении пропорционален разности температуры втулки и окружающей среды.

Для численного решения системы (3) корпус подшипника и смазочный слой разбиваются на секторные элементарные участки, как показано на рис. 2.

Для каждого элементарного участка смазочного слоя составляется уравнение баланса энергии: мощность трения, выделяющаяся в  $i$ -м участке смазочного слоя идет на нагрев смазки и на нагрев стенок подшипника и цапфы. Это уравнение

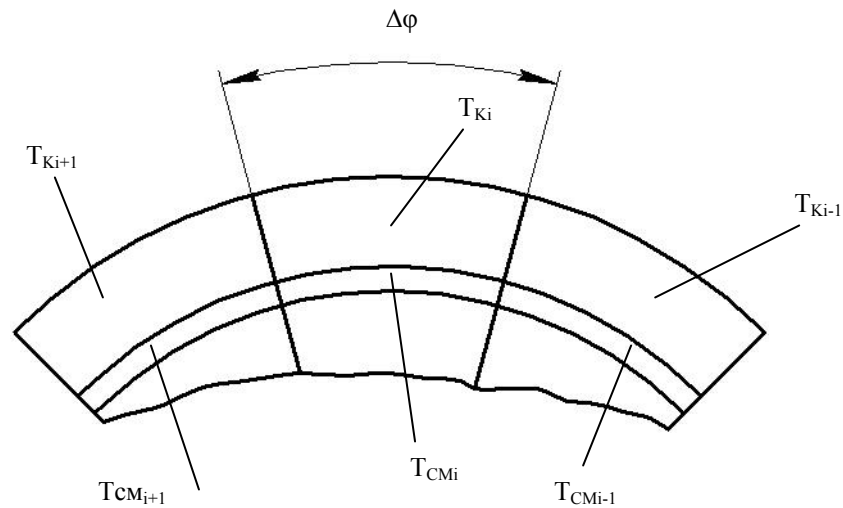


Рис.2 Схема разбивки подшипника на участки.

записывается следующим образом:

$$q_{\text{Тр}i} + G \cdot C \cdot (T_{\text{CM}i-1} - T_{\text{CM}i}) - \alpha \cdot S \cdot (T_{\text{CM}i} - T_y) - k_1 \cdot S \cdot (T_{\text{CM}i} - T_{K_i}) = 0, \quad (4)$$

где  $q_{\text{Тр}i}$  - мощность трения, выделяющаяся в  $i$ -м участке смазочного слоя,  
 $S = \frac{L \cdot d_y \cdot \Delta\phi}{2}$  - площадь поверхности  $i$ -го элемента корпуса подшипника, контактирующего с  $i$ -м элементом смазочного слоя,  $G$  - расход смазки, протекающей через участок, определяе-

мый из выражения:  $G = \rho \left( \frac{R\omega h}{2} - \frac{h^3}{12\mu R} \cdot \frac{dp}{d\varphi} \right) L$ ,  $\rho$  – плотность смазки,  $T_{cm\ i}$  – средняя температура смазочного слоя в элементе,  $T_{ц}$  – температура цапфы,  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи от смазки к поверхностям цапфы и корпуса подшипника,  $T_{k\ i}$  – температура  $i$ -го элемента корпуса подшипника,  $K_1$  – коэффициент теплопередачи от смазочного слоя к центру  $i$ -го элемента корпуса подшипника.

Коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  вычисляется следующим образом:

$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda}{h},$$

где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности смазки,  $h$  – текущая толщина смазочного слоя,  $Nu$  – критерий Нуссельта, определяемый при допущении о постоянной вязкости смазки по толщине слоя и ламинарном режиме течения [2]:

$$Nu = 4.15 \cdot \left( Pe \cdot \frac{h}{\pi \cdot D} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot Pr^{-0.2},$$

$Pe = Re \cdot Pr$  – критерий Пекле,  $Re = \frac{U \cdot h \cdot \rho}{\mu}$  – число Рейнольдса,  $Pr = \frac{C \cdot \mu}{\lambda}$  – критерий

Прандтля.

Коэффициент теплопередачи  $K_1$  вычисляется следующим образом:

$$K_1 = \frac{1}{\alpha} + \frac{d}{\lambda_k} \cdot \ln \left( \frac{d_c}{d} \right),$$

где  $d_c$  – средний диаметр корпуса подшипника,  $d$  – внутренний диаметр корпуса подшипника,  $\lambda_k$  теплопроводность материала корпуса.

Помимо уравнения (4) для каждого элементарного участка корпуса подшипника составляются уравнения баланса энергии: тепло трения, поступающее из прилегающего участка смазочного слоя, равно сумме тепловых потоков в соседние участки корпуса подшипника и в окружающую среду:

$$K_1 \cdot S \cdot (T_{cm\ i} - T_{k\ i}) = K_k \cdot S_v \cdot (T_{k\ i} - T_{k\ i-1}) + K_k \cdot S_v \cdot (T_{k\ i} - T_{k\ i+1}) + K_2 \cdot S_2 \cdot (T_{k\ i} - T_{oc}), \quad (5)$$

где  $S_k = \frac{L \cdot (d_k - d)}{2}$  – площадь боковой поверхности элементарного участка корпуса,  $L$  –

длина подшипника,  $d_k$  – наружный диаметр корпуса подшипника,  $S_2 = \frac{L \cdot d_k \cdot \Delta\varphi}{2}$  – площадь

участков корпуса подшипника по внешнему диаметру,  $K_k = \frac{\lambda_k}{\delta}$ ,  $\delta$  – половина толщины участка корпуса по среднему диаметру,  $\alpha_{\text{КОС}}$  – коэффициент теплоотдачи корпуса подшипника с окружающей средой.

Свойства смазки в зависимости от температуры определяются по выражениям, приведенным в работе [2]. Так коэффициент кинематической вязкости  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$  определяется из следующего эмпирического уравнения для минеральных масел:

$$\lg(\lg(\nu + 0.6)) = A - B \lg(T),$$

где  $A$  и  $B$  – коэффициенты, зависящие от марки масла,  $T$  – абсолютная температура. Плотность смазки определяется из выражения:

$$\rho_t = \rho_{20} - k(t - 20),$$

где  $k$  – коэффициент, зависящий от плотности масла.

Теплоемкость смазки в  $\text{ккал/кг}\cdot\text{град}$  определяется из выражения:

$$C = 0.433 + 0.0011(t - 15).$$

Температура каждого участка смазочного слоя  $T_{\text{СМ}i}$  и корпуса подшипника  $T_{\text{К}i}$  находится при совместном решении уравнений (4) и (5). Для этого необходимо знать мощность трения  $q_{\text{ТР}i}$ , которая вычисляется после определения давления в смазочном слое по следующему выражению:

$$q_{\text{ТР}i} = U \cdot F_{\tau i} - (P_{i+1} - P_i) \cdot V,$$

где  $F_{\tau i}$  – сила касательного напряжения между цапфой и участком смазки

$$F_{\tau i} = \mu L \left( \frac{\partial U}{\partial y} \right)_{y=0} dx,$$

$U$  – скорость движения смазки в окружном направлении

$$U = -\frac{y(h-y)}{\mu} \frac{dp}{Rd\varphi} + R\omega \left( 1 - \frac{y}{h} \right),$$

$y$  - координата в направлении, перпендикулярном поверхности слоя,

$$V = \frac{L \cdot h_i \cdot d_y \cdot \Delta\varphi}{2} - \text{объем участка смазочного слоя.}$$

Первое слагаемое в выражении для  $q_{TP i}$  определяет энергию, передаваемую участку смазочного слоя, второе слагаемое определяет потенциальную энергию увеличения давления смазки.

Расчет подшипника начинается с определения давления в смазочном слое из уравнения (2) при начальном приближении вязкости смазки, определяемой при температуре смазки на входе в подшипник. Продифференцировав уравнение (2), получим:

$$3h^2 \frac{dh}{d\varphi} \frac{dP}{d\varphi} + h^3 \frac{d^2P}{d\varphi^2} = 6\mu u R \frac{dh}{d\varphi} \quad (6)$$

Выражаем в полученном уравнении первую и вторую производную по давлению через конечные разности:

$$\frac{dP}{d\varphi} \approx \frac{P_{i+1} + P_{i-1}}{2\Delta\varphi},$$

$$\frac{d^2P}{d\varphi^2} \approx \frac{P_{i-1} - 2P_i + P_{i+1}}{\Delta\varphi^2}.$$

Подставляем эти выражения в уравнение (6) и после преобразований получим систему разностных уравнений вида

$$A_i P_{i-1}^{[k+1]} + B_i P_i^{[k+1]} + C_i P_{i+1}^{[k+1]} = D_i, \quad (7)$$

где  $A_i, B_i, C_i$  и  $D_i$  – коэффициенты, не зависящие от давления.

Система сеточных уравнений (7) решается методом прогонки [4]:

$$P_i^{[k+1]} = \alpha_i P_{i+1}^{[k+1]} + \beta_i,$$

где  $\alpha_i = -C_i (B_{i-1} + \alpha_{i-1} C_{i-1})^{-1}$ ,  $\beta_i = -(D_{i-1} - \beta_{i-1} A_{i-1}) (B_{i-1} + \alpha_{i-1} C_{i-1})^{-1}$ ,

$$\alpha_1 = 0, \quad \beta_1 = 1.$$

После нахождения давления в смазочном слое решается тепловая задача. Итерации по нахождению температуры смазочного слоя  $T_{CM i}$  для каждого участка смазки из уравнений (4) и (5) производятся до выполнения условий:

$$\left| T_{CMi}^k - T_{CMi}^{k-1} \right| < \Delta T,$$

$$\left| T_{Ki}^k - T_{Ki}^{k-1} \right| < \Delta T,$$

$$\frac{|Q_1 - Q_3|}{Q_{TP}} < \varepsilon,$$

$$\frac{|Q_2 - Q_4|}{Q_{TP}} < \varepsilon,$$

где  $\Delta T$ - заданное минимальное изменение температуры.

Если в цапфу из смазочного слоя поступает больше тепла, чем из цапфы в окружающую среду ( $Q_4 > Q_2$ ), то температура цапфы увеличивается, и наоборот.

После завершения решения тепловой задачи выполняется очередной расчет давления в смазочном слое по уравнению (2) при уточненном распределении температуры смазочного слоя и свойств смазки. Если температуры и несущая способность смазочного слоя при этом отличаются от предыдущей итерации по вычислению давления меньше чем заданная величина, расчет завершается.

Для оценки влияния теплообмена на характеристики подшипника были проведены расчеты его несущей способности при различных эксцентриситетах и частотах вращения вала.

Были заданы следующие размеры подшипника: диаметр 80 мм, длина 105 мм. В качестве смазки выбрано масло ИПМ-10. Температура подаваемой смазки – 70°C. Угол подвода смазки по отношению к эксцентриситету задан 180 град.

Расчеты проводились при относительных эксцентриситетах цапфы от 0,1 до 0,8 и частотах вращения 3000, 6000 и 12000 об/мин.

Приведенная к атмосферному давлению относительная несущая способность подшипника  $W_{пр}$  в направлении эксцентриситета представлена в таблице 1. Расчеты проведены при пренебрежимо малых значениях теплопроводности корпуса подшипника и без учета теплоотдачи от корпуса подшипника и вала в окружающую среду (учитывался только теплообмен поверхности цапфы со смазкой).

Таблица 1

Относительный эксцентриситет	Частота вращения, об/мин		
	3000	6000	12000
0,1	1,51	2,97	5,67
0,2	3,20	6,18	11,60
0,3	5,11	9,71	17,89
0,4	7,28	13,62	24,59
0,5	9,83	18,06	31,92
0,6	12,98	23,32	40,47
0,7	17,16	30,14	51,33
0,8	23,52	40,74	68,57

Для данного диапазона параметров подшипника была также рассчитана относительная несущая способность подшипника ( $W_{пр}$ )<sub>ср</sub> при средней по входу и выходу температуре сма-



зочного слоя. На рис. 3 представлены зависимости отношения  $W_{пр} / (W_{пр})_{Тср}$  от относительного эксцентриситета  $\varepsilon$  при частотах вращения 3000, 6000 и 12000 об/мин..

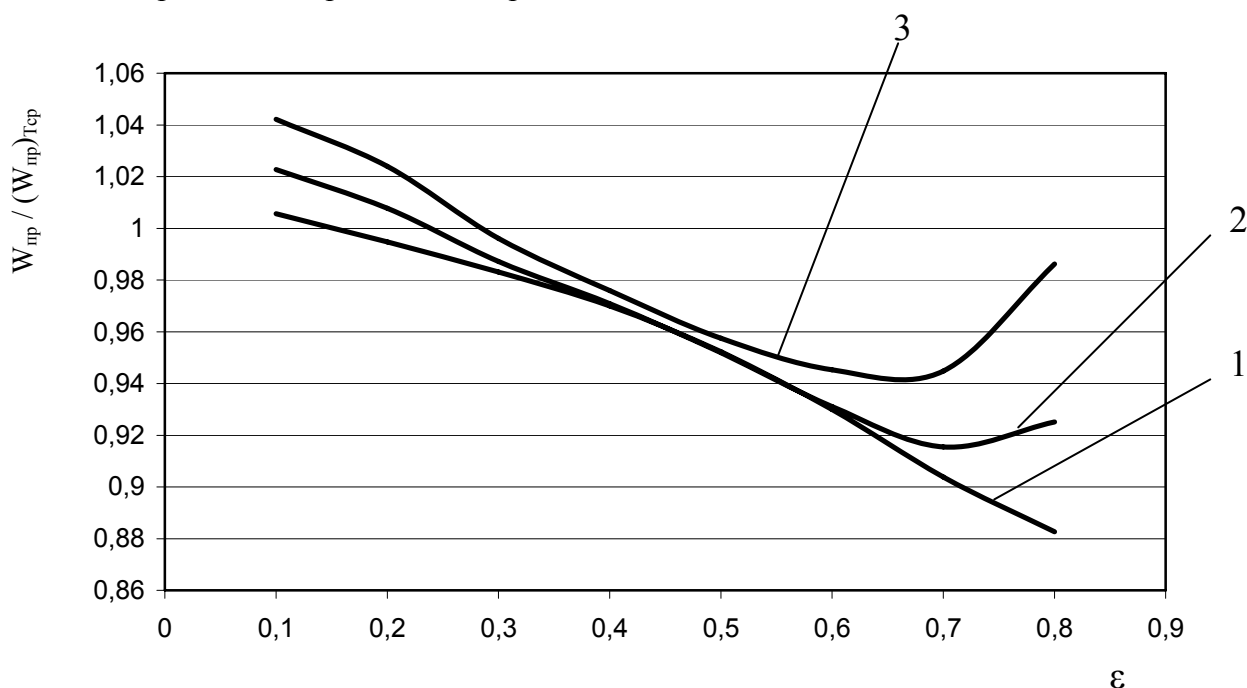


Рис. 3. Зависимость от относительного эксцентриситета отношения несущей способности по средней температуре к несущей способности с учетом переменной температуры смазки. 1 – частота вращения 3000 об/мин, 2- частота вращения 6000 об/мин, частота вращения 12000 об/мин,

Как видно из графиков, снижение несущей способности  $W_{пр}$  по сравнению с расчетами при средней температуре наиболее существенно при достаточно большом относительно эксцентриситете 0,6...0,8. Максимальное снижение несущей способности при частоте 3000 об/мин и эксцентриситете 0,8 составляет 12 процентов. С ростом частоты вращения степень снижения несущей способности уменьшается.

Влияние на несущую способность теплопроводности корпуса подшипника в окружном направлении показано на рис. 4. По оси абсцисс отложено отношение несущей способности подшипника  $W_{\lambda=100}$  при высокой теплопроводности корпуса с коэффициентом теплопроводности  $\lambda=100$  Дж/(кг·град) к несущей способности  $W_{\lambda=0}$  при нулевой теплопроводности корпуса подшипника при частоте вращения 3000 и 12000 об/мин.

Как видно из графиков, теплопроводность корпуса подшипника снижает несущую способность с увеличением эксцентриситета. Максимальное снижение составляет около двух процентов. При этом степень снижения несущей способности при различной частоте вращения отличается незначительно.

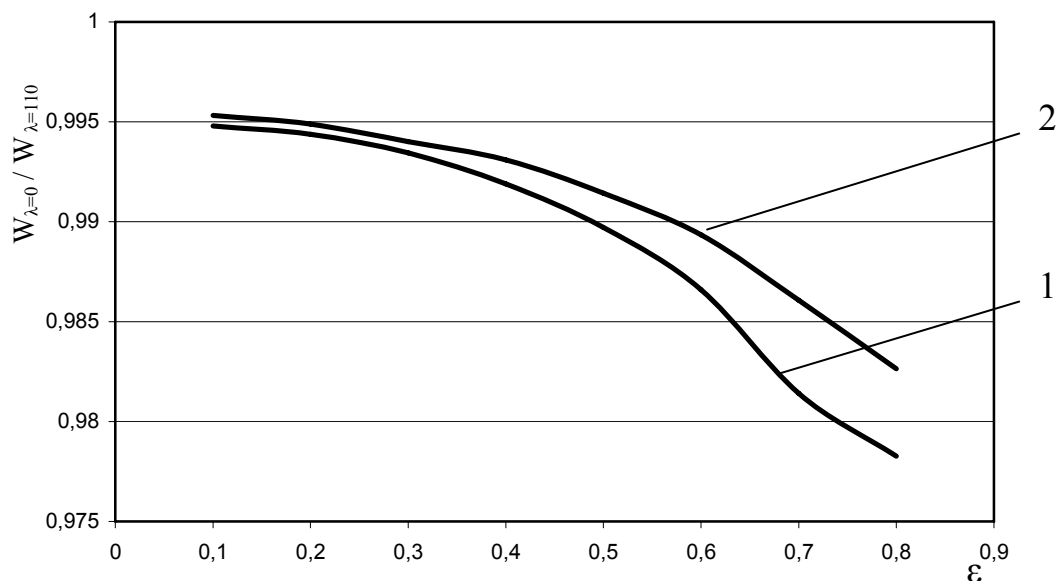


Рис. 4. Зависимость от относительного эксцентриситета отношения несущей способности подшипника с учетом и без учета теплопроводности корпуса подшипника.. 1 – частота вращения вала 3000 об/мин, 2- частота вращения вала 12000 об/мин.

### Выводы.

Созданная модель подшипника жидкостного трения с учетом теплообмена позволяет рассчитывать его характеристики, включая несущую способность, мощность трения, при различных свойствах материалов подшипника и разных условиях теплообмена с окружающей средой. Данная модель актуальна при проектировании подшипников жидкостного трения редукторов авиационных газотурбинных двигателей.

*Работа выполнена в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009-2013 годы, мероприятие 1.2.1., государственный контракт № П687 от 12 августа 2009.*

### Библиографический список

1. Коровчинский М.В. Теоретические основы работы подшипников скольжения. Машгиз, 1969.
2. Чернавский С.А.. Подшипники скольжения. М.: Машиностроение, 1963, 243с.
3. Воскресенский В. А., Дьяков В. И., Зиле А.З. Расчет и проектирование опор жидкостного трения: Справочник. – М.: Машиностроение. 1983, - 232 с., ил.

4. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1983, 616 с.

### **Сведения об авторах**

Ермилов Юрий Иванович, с.н.с, Московский авиационный институт (государственный технический университет) к.т.н., тел.: 8-499-158-49-14; e-mail: yurer@yandex.ru.

Равикович Юрий Александрович, зав. кафедрой, Московский авиационный институт (государственный технический университет) профессор, д.т.н.,; тел.: 8-499-158-43-47; e-mail: yurav@mai.ru.

Клименко Алексей Валерьевич, инженер, Московский авиационный институт (государственный технический университет). Тел. 8-499-158-49-14; e-mail: yurer@yandex.ru.

Холобцев Дмитрий Петрович, старший преподаватель, Московский авиационный институт (государственный технический университет). Тел. 8-499-158-49-14; e-mail: dima67@lisp.ru.