

Труды МАИ. 2024. № 139  
Trudy MAI. 2024. No. 139. (In Russ.)

Научная статья

УДК 621.396

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=183461>

EDN: <https://www.elibrary.ru/QBDQJZ>

## МЕТОДИКА РАСЧЕТА ВЕРОЯТНОСТИ ОШИБКИ ОПТИМАЛЬНОГО ПОСИМВОЛЬНОГО КОГЕРЕНТНОГО ПРИЕМА MPSK СИГНАЛОВ ПРИ НАЛИЧИИ В КАНАЛЕ РАДИОСВЯЗИ УЗКОПОЛОСНОЙ ШУМОВОЙ ПОМЕХИ

Федор Иванович Агеев<sup>1✉</sup>, Валерий Васильевич Вознюк<sup>2</sup>,

Егор Владимирович Куценко<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Военно-космическая академия имени А.Ф.Можайского

Санкт-Петербург, Россия

[vka@mil.ru](mailto:vka@mil.ru)✉

**Аннотация.** В данной работе решается задача разработки методики оценивания вероятности символьной ошибки оптимального когерентного приема сигналов с модуляцией *MPSK* (*multiple phase-shift keying* – многофазная манипуляция) при наличии непреднамеренной узкополосной шумовой гауссовской помехи с равномерным спектром (УШГП). Предполагается, что данная помеха действует в полосе пропускания оптимального (по отношению к белому гауссовскому шуму) приемника *MPSK*-сигналов корреляционного типа. В ходе исследований получены аналитические выражения для расчета вероятности символьной ошибки оптимального когерентного приема *MPSK*-сигналов в условиях действующих

собственных шумов приемника и УШГП. Данная методика является развитием известного методического подхода, используемого для оценки вероятностей ошибок оптимального посимвольного когерентного приема *MPSK*-сигналов на фоне белого гауссовского шума (БГШ) и расширяет его описательные возможности за счет учета таких факторов УШГП, как прицельность по отношению к несущей частоте сигнала и степень перекрытия спектра сигнала. В результате проведенных исследований получены новые формульные соотношения и результаты оценки вероятности символьной ошибки оптимального когерентного приема *MPSK*-сигналов в условиях действующих собственных шумов приемника и УШГП. Показано, что наличие УШГП, действующей в пределах полосы сигнала, приводит к различным по степени влияния на помехоустойчивость радиолинии воздействиям, и при этом степень влияния на помехоустойчивость существенно зависит от энергетических и частотных характеристик как помехи, так и сигнала.

**Ключевые слова:** многофазный фазоманипулированный сигнал, закон распределения и плотность вероятности, корреляционный приемник, помехоустойчивость радиолинии, внутренний шум приемника, узкополосная шумовая гауссовская помеха с равномерным спектром, вероятность символьной ошибки

**Для цитирования:** Агеев Ф.И., Вознюк В.В., Куценко Е.В. Методика расчета вероятности ошибки оптимального посимвольного когерентного приема *MPSK* сигналов при наличии в канале радиосвязи узкополосной шумовой помехи // Труды МАИ. 2024. № 139. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=183461>

Original article

# A METHOD FOR CALCULATING THE PROBABILITY OF A BIT ERROR OF OPTIMAL CHARACTER-BY-CHARACTER COHERENT RECEPTION OF MULTIPLE PHASE-MANIPULATED SIGNALS IN THE PRESENCE OF NARROWBAND NOISE INTERFERENCE IN THE RADIO COMMUNICATION CHANNEL

Fyodor I. Ageev<sup>1✉</sup>, Valery V. Voznuk<sup>2</sup>, Egor V. Kutsenko<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Military space academy of A.F.Mozhaysky,

Saint Petersburg, Russia

[vka@mil.ru](mailto:vka@mil.ru)<sup>✉</sup>

**Abstract.** In this paper, we solve the problem of developing a methodology for estimating the probability of a symbolic error of optimal coherent reception of signals with MPSK modulation (multiple phase-shift keying – multiphase manipulation) in the presence of unintentional narrowband Gaussian noise interference with a uniform spectrum (USGP). It is assumed that this interference acts in the bandwidth of the optimal (relative to white Gaussian noise) receiver of MPSK signals of the correlation type. In the course of the research, analytical expressions were obtained to calculate the probability of a symbolic error of optimal coherent reception of MPSK signals under the conditions of the receiver's and UHF's operating intrinsic noise. This technique is a development of the well-known methodological approach used to assess the error probabilities of optimal character-by-character coherent reception of MPSK signals against a background of white Gaussian noise (BGSN) and expands its descriptive capabilities by taking into account such factors of the

USGP as the aiming relative to the carrier frequency of the signal and the degree of overlap of the signal spectrum. As a result of the conducted research, new formula relations and results of estimating the probability of a symbolic error of optimal coherent reception of MPSK signals under the conditions of the receiver's and UHF's operating intrinsic noise were obtained. It is shown that the presence of a UHF operating within the signal band leads to influences varying in degree of influence on the noise immunity of the radio line, and at the same time, the degree of influence on noise immunity significantly depends on the energy and frequency characteristics of both the interference and the signal.

**Keywords:** multiphase phase-manipulated signal, distribution law and probability density, correlation receiver, interference immunity of the radio line, internal receiver noise, narrowband Gaussian noise interference with a uniform spectrum, probability of symbolic error

**For citation:** Ageev F.I., Voznuk V.V., Kutsenko E.V. A method for calculating the probability of a bit error of optimal character-by-character coherent reception of multiple phase-manipulated signals in the presence of narrowband noise interference in the radio communication channel. *Trudy MAI*. 2024. No. 139. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=183461>

## Введение

Как показывает практика использования средств радиосвязи к числу наиболее опасных видов непреднамеренных помех следует отнести помехи со сосредоточенным спектром, которые попадают в полосу пропускания приемных

систем. В статье рассматривается одна из разновидностей таких помех - узкополосная шумовая гауссовская помеха с равномерным спектром. Помехи данного типа характерны для конфликтов электромагнитной совместимости радиоэлектронных средств (РЭС) [2]. Поэтому задача оценивания характера и степени влияния данных помех на качество функционирования конфликтующих РЭС является актуальной. Особую остроту данная проблема приобретает для высокоскоростных радиолиний связи и передачи данных, использующих многофазные сигналы (сигналы с модуляцией *MPSK*).

Для изучения влияния УШГП на качество передачи информации высокоскоростными радиолиниями связи и передачи данных предполагается, что в качестве приемника таких сигналов выступает идеальный когерентный приемник корреляционного типа, а в качестве действующих помех выступают внутренние шумы и помеха типа УШГП с различными параметрами.

Для проведения данного исследования, необходимо построить следующие аналитические модели:

- 1) внутренних шумов приемника *MPSK*-сигнала;
- 2) узкополосной шумовой гауссовской помехи с равномерным спектром и заданными энергетическими и частотными параметрами (средняя мощность, ширина и средняя частота спектра);
- 3) *MPSK*-сигнала с заданными энергетическими и частотными параметрами (средняя мощность, длительность интервала манипуляции и значение рабочих фаз манипуляции);
- 4) идеального когерентного приемника корреляционного типа.

### Математическая модель внутренних шумов приемника *MPSK*-сигнала

В качестве модели внутренних шумов приемника –  $\hat{n}(t)$ , по аналогии с [1, 2], примем БГШ со средним значением равным нулю и спектральной плотностью мощности  $\frac{N_0}{2}$ . Автокорреляционная функция такого шума может быть представлена в следующем виде:

$$K_n(t, s) = E\{\hat{n}(t)\hat{n}(s)\} = \frac{N_0}{2}\delta(t-s), \quad (1)$$

### Математическая модель УШГП

В качестве модели УШГП –  $\hat{p}(t)$ , рассматривается узкополосный гауссовский случайный процесс со средним значением равным нулю и дисперсией  $D_p$ , сосредоточенный в полосе частот  $\left[\omega_p - \frac{W_p}{2}; \omega_p + \frac{W_p}{2}\right]$ , где  $\omega_p$  – средняя частота спектра, а  $W_p$  – ширина спектра рассматриваемой помехи. Такой же тип помехи рассматривался в работе [3–5]. Автокорреляционная функция УШГП при этом имеет вид:

$$K_p(t, s) = D_p \operatorname{sinc}\left(\frac{W_p}{2}[t-s]\right) \cos(\omega_p[t-s]). \quad (2)$$

Функция  $\operatorname{sinc}(X) = \frac{\sin(X)}{X}$ .

## **Математическая модель *MPSK*-сигнала с заданными энергетическими и частотными параметрами**

Математическая модель *MPSK*-сигнала хорошо известна в литературе и может быть представлена в следующем виде [8, 9, 13, 14]:

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos\left(\omega_0 t - \frac{2\pi i}{M}\right) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \left( \cos\left(\frac{2\pi i}{M}\right) \cos \omega_0 t + \sin\left(\frac{2\pi i}{M}\right) \sin \omega_0 t \right), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (3)$$

где  $i = 1, \dots, M$ .

Здесь  $E$  – энергия, полученная сигналом за время передачи символа  $T$ ,  $\omega_0$  – несущая частота,  $M$  – количество рабочих фаз манипуляции.

## **Математическая модель идеального (корреляционного) приемника *MPSK*-сигнала**

Типовая структура идеального приемника *MPSK*-сигнала корреляционного типа на фоне действующих гауссовских помех представлена на рисунке 1. Полагая сигнальное пространство принятия решения ортонормированным, можно выбрать следующие удобные опорные сигналы [22].

$$\psi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(\omega_0 t), \quad (4)$$

$$\psi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(\omega_0 t). \quad (5)$$

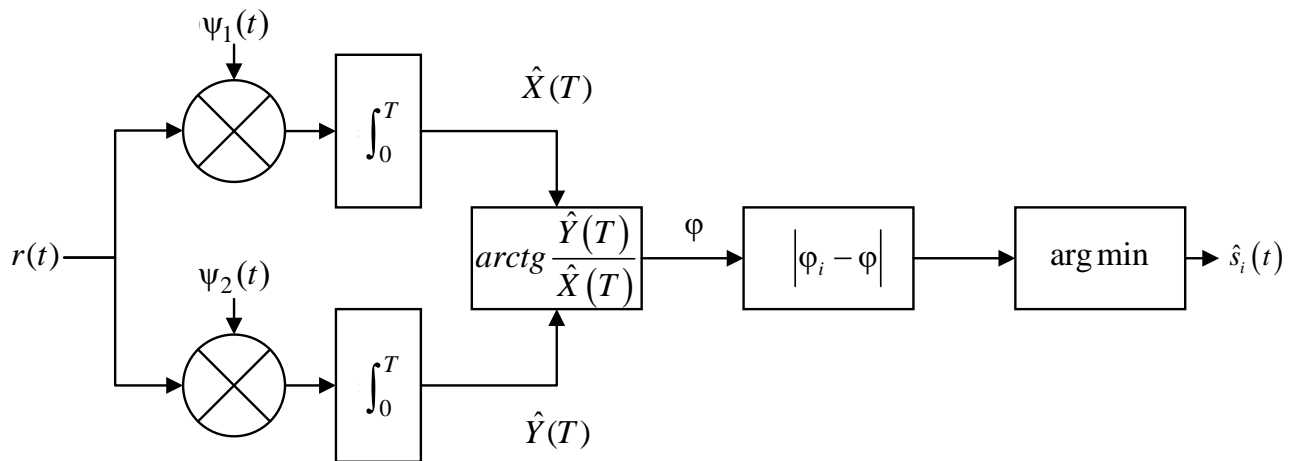


Рисунок 1. Структура устройства идеального приемника *MPSK*-сигналов

Обозначим результаты вычислений корреляционных интегралов для входной смеси сигнала, внутренних шумов и помехи относительно опорных сигналов  $\psi_1(t)$  и  $\psi_2(t)$  соответственно как  $\hat{X}(T) = \int_0^T \hat{r}(t)\psi_1(t)dt$  и  $\hat{Y}(T) = \int_0^T \hat{r}(t)\psi_2(t)dt$ , где  $\hat{r}(t)$  – аддитивная смесь сигнала, шума и помехи на входе приёмника:

$$\hat{r}(t) = s_i(t) + \hat{n}(t) + \hat{p}(t). \quad (6)$$

Решающее устройство вычисляет минимальную разность между зашумленной оценкой  $\Phi$  передаваемой фазы  $\phi_i$ , на основе которой принимается решение о передаче того или иного символа.

### **Методический подход к оценке вероятности символьной ошибки для *MPSK*-сигнала и гауссовских помех с известными параметрами**

Предлагаемый методический подход для оценки вероятности символьной ошибки для *MPSK*-сигналов с известными параметрами в условиях действия БГШ и УШГП состоит в оценке вида и параметров (в частности для нормального закона



распределения случайной величины, математического ожидания и дисперсии) законов распределения случайных величин  $\hat{X}(T)$  и  $\hat{Y}(T)$ , представляющих выходы квадратурных корреляторов и оценки  $\hat{\varphi} = \arctg(\hat{Y}(T)/\hat{X}(T))$  переданной фазы  $\varphi_i$  и определения вероятности ошибки передачи  $i$ -го символа сигнального созвездия [15–17].

При оценке вида закона распределения случайных величин  $\hat{X}(T)$  и  $\hat{Y}(T)$  принимается во внимание тот факт, что случайные процессы  $\hat{n}(t)$  и  $\hat{p}(t)$ , действующие на входе приемного устройства, относятся к классу гауссовских случайных процессов с нулевым математическим ожиданием и не меняют вид закона распределения при прохождении через линейные устройства, к которым относятся, в том числе и корреляторы [18–20].

Для оценки параметров гауссовского закона распределения вероятностей случайных величин  $\hat{X}(T)$  и  $\hat{Y}(T)$  необходимо рассмотреть процесс преобразования в рассматриваемом приемнике входного сигнала, шума и помехи [5, 9, 11]. В силу линейности коррелятора его реакция на данную аддитивную смесь будет состоять из суммы реакций на каждую аддитивную составляющую в (6). Сначала определяется реакция приемника на полезный сигнал.

### **Реакция идеального приемника на полезный сигнал**

Сигнал при передаче  $i$ -го символа  $U_i = \frac{2\pi i}{M}$  через выбранные ортонормированные координаты можно представить в виде [22].

$$s_i(t) = \sqrt{E} \cos(U_i) \psi_1(t) + \sqrt{E} \sin(U_i) \psi_2(t). \quad (7)$$

На входе интеграторов результаты произведения сигнала на опорные сигналы будут иметь вид:

$$s_i(t) \psi_1(t) = \frac{\sqrt{E}}{T} \cos(U_i) [1 + \cos(2\omega_0 t)] + \frac{\sqrt{E}}{T} \sin(U_i) \sin(2\omega_0 t),$$

$$s_i(t) \psi_2(t) = \frac{\sqrt{E}}{T} \cos(U_i) \sin(2\omega_0 t) + \frac{\sqrt{E}}{T} \sin(U_i) [1 - \cos(2\omega_0 t)].$$

На выходе интеграторов, с учетом больших значений несущей частоты  $\omega_0 \gg 0$  сформируется следующая реакция:

$$\begin{aligned} \int_0^T s_i(t) \psi_1(t) dt &= \sqrt{E} \cos(U_i) + \frac{\sqrt{E}}{T} \left( \cos(U_i) \frac{\sin(2\omega_0 T)}{2\omega_0} + \sin(U_i) \frac{\sin(\omega_0 T)^2}{\omega_0} \right) \approx \\ &\approx \sqrt{E} \cos(U_i), \\ \int_0^T s_i(t) \psi_2(t) dt &= \sqrt{E} \sin(U_i) + \frac{\sqrt{E}}{T} \left( \cos(U_i) \frac{\sin(\omega_0 T)^2}{\omega_0} - \sin(U_i) \frac{\sin(2\omega_0 T)}{2\omega_0} \right) \approx \\ &\approx \sqrt{E} \sin(U_i). \end{aligned} \quad (8)$$

### Реакция приемника на БГШ

С учетом структуры рассматриваемого приемника при воздействии на его входе БГШ на выходе каждого коррелятора получим две возможные реализации такого шума:

$$\hat{n}_{\Psi_1}(T) = \sqrt{\frac{2}{T}} \int_0^T \hat{n}(t) \cos(\omega_0 t) dt \quad \text{и} \quad \hat{n}_{\Psi_2}(T) = \sqrt{\frac{2}{T}} \int_0^T \hat{n}(t) \sin(\omega_0 t) dt.$$

В силу линейности корреляторов данные случайные величины имеют нормальное распределение с математическим ожиданием  $\langle \hat{n}_{\Psi_{1/2}}(T) \rangle = 0$ . Для

вычисления значения дисперсий величин  $\hat{n}_{\Psi_1}(T)$  и  $\hat{n}_{\Psi_2}(T)$  найдем соответствующие им автокорреляционные функции  $R_{n1}(T_1, T_2)$  и  $R_{n2}(T_1, T_2)$ , в которых примем  $T_1 = T_2 = T$ . Как показано в [1] данные величины можно представить в следующем виде:

$$R_{n1}(T, T) = \langle \hat{n}_{\Psi_1}(T) \hat{n}_{\Psi_1}(T) \rangle = \frac{2}{T} \int_0^T \int_0^T \langle \hat{n}(x) \hat{n}(y) \rangle \cos(\omega_0 x) \cos(\omega_0 y) dx dy =$$

$$\frac{N_0}{T} \int_0^T \int_0^T \delta(x - y) \cos(\omega_0 x) \cos(\omega_0 y) dx dy = \frac{N_0}{T} \int_0^T \cos(\omega_0 x)^2 dx \approx \frac{N_0}{T} \cdot \frac{T}{2} = \frac{N_0}{2}. \quad (9)$$

Из (9) следует, что величина дисперсии случайной величины  $\hat{n}_{\Psi_1}(T)$  не зависит от величины  $T$  и при этом будет равна

$$D_{n1} = R_{n1}(T, T) \approx \frac{N_0}{2}. \quad (10)$$

Аналогично для случайной величины  $\hat{n}_{\Psi_2}(T)$  получим:

$$R_{n2}(T, T) = \langle \hat{n}_{\Psi_2}(T) \hat{n}_{\Psi_2}(T) \rangle = \frac{N_0}{T} \int_0^T \sin(\omega_0 x)^2 dx \approx \frac{N_0}{T} \cdot \frac{T}{2} = \frac{N_0}{2}. \quad (11)$$

$$D_{n2} = R_{n2}(T, T) \approx \frac{N_0}{2}. \quad (12)$$

### Реакция приемника на УШГП

Реализация помехи на выходе интегратора первой квадратурной составляющей

$\hat{y}_1(T)$  приемника имеет вид  $\hat{y}_1(T) = \sqrt{\frac{2}{T}} \int_0^T \hat{p}(t) \cos(\omega_0 t) dt$ . Математическое ожидание

соответственно составит величину:  $\langle \hat{y}_1(T) \rangle = \sqrt{\frac{2}{T}} \int_0^T \langle \hat{p}(t) \rangle \cos(\omega_0 t) dt = 0$ .

Для вычисления значения дисперсии случайной величины  $\hat{y}_1(T)$  найдем ее автокорреляционную функцию [9,10]. Для этого необходимо вычислить интеграл

$$B_{\hat{y}_1}(T_1, T_2) = \langle \hat{y}(T_1) \hat{y}(T_2) \rangle = \frac{2}{T} \int_0^{T_1} \int_0^{T_2} \langle \hat{p}(t) \hat{p}(s) \rangle \cos(\omega_0 t) \cos(\omega_0 s) dt ds. \quad (13)$$

Учитывая, что дисперсия случайной величины  $\hat{y}_1(T)$  равна  $D_{\hat{y}_1}(T) = B_{\hat{y}_1}(T, T)$  выражение (13) перепишем в следующем виде:

$$D_{\hat{y}_1}(T) = \frac{2\sigma_p^2}{T} \int_0^T \int_0^T \frac{\sin\left[\frac{W_p}{2}(t-s)\right]}{\left[\frac{W_p}{2}(t-s)\right]} \cos(\omega_p [t-s]) \cos(\omega_0 t) \cos(\omega_0 s) dt ds.$$

Используя правило произведения косинусов и принимая во внимание тот факт,

что  $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin\left[\frac{W_p}{2}(t-s)\right]}{\left[\frac{W_p}{2}(t-s)\right]} \cos[\omega_0(t+s)] dt ds \rightarrow 0$  при больших значениях  $W_p$  и  $\omega_0$ ,

получим

$$D_{\hat{y}_1}(T) \approx \frac{\sigma_p^2}{T} \int_0^T \int_0^T \frac{\sin\left[\frac{W_p}{2}(t-s)\right]}{\left[\frac{W_p}{2}(t-s)\right]} \cos(\omega_p [t-s]) \cos(\omega_0 [t-s]) dt ds.$$

Применив это правило еще раз с учетом того, что  $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin\left[\frac{W_p}{2}(t-s)\right]}{\left[\frac{W_p}{2}(t-s)\right]} \cos[(\omega_p + \omega_0)(t-s)] dt ds \rightarrow 0$  при  $(\omega_p + \omega_0) \gg 0$  и интегрировании

высокочастотной составляющей, получим

$$D_{\hat{y}_1}(T) \approx \frac{\sigma_p^2}{2T} \int_0^T \int_0^T \frac{\sin\left[\frac{W_p}{2}(t-s)\right]}{\left[\frac{W_p}{2}(t-s)\right]} \cos[(\omega_p - \omega_0)(t-s)] dt ds.$$

Сделав замену  $\Delta = \omega_p - \omega_0$ , окончательно получим:

$$D_{\hat{y}_1}(T) \approx \frac{\sigma_p^2}{2T} \int_0^T \int_0^T \frac{\sin\left[\frac{W_p}{2}(t-s)\right]}{\left[\frac{W_p}{2}(t-s)\right]} \cos[\Delta(t-s)] dt ds$$

Проведем замену переменных, используя  $\tau = t - s$ ,  $u = t + s$ . При этом якобиан преобразования

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial \tau}{\partial t} & \frac{\partial \tau}{\partial s} \\ \frac{\partial u}{\partial t} & \frac{\partial u}{\partial s} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2.$$

Свернув интеграл по  $s$  преобразуем последнее выражение к виду [21]:

$$D_{\hat{y}_1}(T) \approx \frac{\sigma_p^2}{2T} \int_{-T}^T (T - |\tau|) \frac{\sin\left[\frac{W_p}{2}\tau\right]}{\frac{W_p}{2}\tau} \cos(\Delta \cdot \tau) d\tau. \quad (14)$$

Таким образом, реализация помехи на выходе интегратора квадратурной составляющей приемника примет вид:

$$D_{\hat{y}_1}(T) = \frac{\sigma_p^2}{2} \int_{-T}^T \frac{\sin\left[\frac{W_p}{2}\tau\right]}{\frac{W_p}{2}\tau} \cos(\Delta\tau) d\tau + \frac{\sigma_p^2}{TW_p} \int_{-T}^0 \sin\left[\frac{W_p}{2}\tau\right] \cos(\Delta\tau) d\tau - \frac{\sigma_p^2}{TW_p} \int_0^T \sin\left[\frac{W_p}{2}\tau\right] \cos(\Delta\tau) d\tau.$$

На основании [1] первое слагаемое запишем в виде:

$$\frac{\sigma_p^2}{2} \int_{-T}^T \frac{\sin\left[\frac{W_p}{2}\tau\right]}{\frac{W_p}{2}\tau} \cos(\Delta\tau) d\tau \approx \frac{\sigma_p^2}{W_p} \left( Si\left[\left(\frac{W_p}{2} - \Delta\right)T\right] + Si\left[\left(\frac{W_p}{2} + \Delta\right)T\right] \right).$$

При условии  $\frac{W_p}{2} \gg \Delta$  для второго и третьего слагаемого можно записать следующее приближенное равенство:

$$\begin{aligned} & \frac{\sigma_p^2}{TW_p} \int_{-T}^0 \sin\left[\frac{W_p}{2}\tau\right] \cos(\Delta \cdot \tau) d\tau - \frac{\sigma_p^2}{2W} \int_0^T \sin\left[\frac{W_p}{2}\tau\right] \cos(\Delta \cdot \tau) d\tau \approx \\ & \approx \frac{8\sigma_p^2}{TW_p} \frac{\frac{W_p}{2} \left( \cos\left(\frac{W_p}{2}T\right) \cos(\Delta \cdot T) - 1 \right) + \Delta \sin\left(\frac{W_p}{2}T\right) \sin(\Delta \cdot T)}{W_p^2 - 4\Delta^2}. \end{aligned}$$

Таким образом, окончательно можно записать выражение для дисперсии

УШГП на выходе корреляторов:

$$D_{\hat{y}_1}(T) \approx \frac{\sigma_p^2}{W_p} \left( Si\left[\left(\frac{W_p}{2} - \Delta\right)T\right] + Si\left[\left(\frac{W_p}{2} + \Delta\right)T\right] + \frac{4W_p \left( \cos\left(\frac{W_p}{2}T\right) \cos(\Delta \cdot T) - 1 \right) + 8\Delta \sin\left(\frac{W_p}{2}T\right) \sin(\Delta \cdot T)}{(W_p^2 - 4\Delta^2)T} \right). \quad (15)$$

Не сложно показать, что математическое ожидание и дисперсия УШГП на

выходе второго квадратурного корреляционного канала  $\hat{y}_2(T) = \int_0^T \hat{p}(t) \sin(\omega_0 t) dt$  будут

совпадать с аналогичными параметрами УШГП на выходе первого корреляционного канала. Следовательно имеем

$$\langle \hat{y}_2(T) \rangle = 0 \text{ и } D_{\hat{y}_2}(T) = D_{\hat{y}_1}(T) \quad (16)$$

### Оценка фазы принятого сигнала

На выходе корреляционных каналов приемника при воздействии на входе

приемника аддитивной смеси сигналов и помех (6) сформируются следующие гауссовские случайные величины:

$$\hat{X}_i(T) = \sqrt{E} \cos(U_i) + \hat{n}_{\Psi_1}(T) + \hat{y}_1(T) \text{ и со следующими параметрами:}$$

**математическое ожидание:**

$$m_{X_i} = \langle \hat{X}(T) \rangle = \langle \sqrt{E} \cos(U_i) \rangle + \langle \hat{n}_{\Psi_1}(T) \rangle + \langle \hat{y}_1(T) \rangle = \sqrt{E} \cos(U_i),$$

$$m_{Y_i} = \langle \hat{Y}(T) \rangle = \langle \sqrt{E} \sin(U_i) \rangle + \langle \hat{n}_{\Psi_2}(T) \rangle + \langle \hat{y}_2(T) \rangle = \sqrt{E} \sin(U_i);$$

и дисперсия, не зависящая от  $i$ :

$$D_X = \langle \hat{n}_{\Psi_1}(T)^2 \rangle + \langle \hat{y}_1(T)^2 \rangle = \frac{N_0}{2} + \frac{\sigma_p^2}{W_p} \left( Si \left[ \left( \frac{W_p}{2} - \Delta \right) T \right] + Si \left[ \left( \frac{W_p}{2} + \Delta \right) T \right] + \frac{4W_p \left( \cos\left(\frac{W_p}{2}T\right) \cos(\Delta \cdot T) - 1 \right) + 8\Delta \sin\left(\frac{W_p}{2}T\right) \sin(\Delta \cdot T)}{(W_p^2 - 4\Delta^2)T} \right),$$

$$D_Y = D_X.$$

С учетом данных параметров плотность и закон распределения реализаций случайного процесса на выходе каждого из корреляторов квадратурных каналов приемника при передаче  $i$ -ого символа может быть записан в следующем виде:

$$W_{X_i/Y_i}(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_{X/Y}}} \exp \left[ -\frac{(u - m_{X_i/Y_i})^2}{2D_{X/Y}} \right], \quad F_{X_i/Y_i}(v) = \int_{-\infty}^v W_{X_i/Y_i}(u) du = \Phi \left( \frac{v - m_{X_i/Y_i}}{\sqrt{D_{X/Y}}} \right),$$

где  $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp(-t^2/2) dt$  - так называемый интеграл вероятностей [22].

Согласно схеме приемника на рис. 1, на выходе корреляторов необходимо найти закон распределения вероятностей случайной величины равной  $\hat{U}_i = \arctan(\hat{Y}_i / \hat{X}_i)$ .

Для этого сначала определим закон распределения вероятностей частного случайных величин  $\hat{Z}_i = \hat{Y}_i / \hat{X}_i$ , для известных законов распределения случайных величин  $\hat{X}_i$  и  $\hat{Y}_i$ :  $\hat{X}_i \rightarrow F_{X_i}(v), \hat{Y}_i \rightarrow F_{Y_i}(v)$ .

Пусть  $\hat{Z}_i = \hat{Y}_i / \hat{X}_i, \hat{Z}_i \leq z$ , тогда закон распределения  $F_{Z_i}(z)$  случайной величины  $\hat{Z}_i$  может быть представлен в следующем виде

$$F_{Z_i}(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_{Y_i}(zx) \cdot W_{X_i}(x) dx. \quad (17)$$

Данное выражение, получено из следующих соображений. Из неравенства  $\hat{Y}_i / \hat{X}_i \leq z$  следует, что  $\hat{Y}_i \leq z\hat{X}_i$ , тогда зная закон распределения случайной величины  $\hat{Y}_i$  можем записать  $F_{Y_i}(v) \rightarrow F_{Y_i}(z\hat{X}_i)$ . В этом случае закон распределения случайной величины  $\hat{Z}_i$  из  $F_{Y_i}(z\hat{X}_i)$  находится как математическое ожидание случайной величины -  $F_{Y_i}(z\hat{X}_i)$  по  $\hat{X}_i$ . Из чего и следует выражение (17).

Функция плотности распределения случайной величины  $\hat{Z}$  в этом случае примет следующий вид:

$$W_{Z_i}(z) = \frac{d}{dz} F_{Z_i}(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d}{dz} F_{Y_i}(zx) \cdot W_{X_i}(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} |x| W_{Y_i}(zx) \cdot W_{X_i}(x) dx. \quad (18)$$



Обозначим  $\hat{U}_i = \text{arctg}(\hat{Z}_i) = \text{arctg}(\hat{Y}_i/\hat{X}_i)$ . Очевидно, что случайная величина  $\hat{U}_i$ , с учетом области значений функции  $\text{arctg}(\hat{Y}_i/\hat{X}_i)$ , ограничена по углам интервалом  $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ , тогда как углы манипуляции задаются множеством значений  $\left\{\frac{2\pi i}{M} : i \in 0, 1, \dots, M-1\right\}$  в интервале  $\left[0, \frac{2\pi(M-1)}{M}\right]$ . Для устранения данного несоответствия необходимо учесть знаки каждой из величин  $\hat{Y}_i$  и  $\hat{X}_i$ , что позволит сформировать следующую таблицу преобразований:

Таблица 1.

Условие	Вероятность выполнения условия	Тип преобразования
$\hat{Y}_i \geq 0$ и $\hat{X}_i \geq 0$	$P_{++i} = \left[1 - \Phi\left(\frac{-m_{Y_i}}{\sqrt{D_Y}}\right)\right] \cdot \left[1 - \Phi\left(\frac{-m_{X_i}}{\sqrt{D_X}}\right)\right]$	$0 \leq \hat{U}_i = \text{arctg}(\hat{Y}_i/\hat{X}_i) \leq \frac{\pi}{2}$
$\hat{Y}_i \geq 0$ и $\hat{X}_i < 0$	$P_{+-i} = \left[1 - \Phi\left(\frac{-m_{Y_i}}{\sqrt{D_Y}}\right)\right] \cdot \Phi\left(\frac{-m_{X_i}}{\sqrt{D_X}}\right)$	$\frac{\pi}{2} \leq \hat{U}_i = \pi + \text{arctg}(\hat{Y}_i/\hat{X}_i) \leq \pi$
$\hat{Y}_i < 0$ и $\hat{X}_i < 0$	$P_{--i} = \Phi\left(\frac{-m_{Y_i}}{\sqrt{D_Y}}\right) \cdot \Phi\left(\frac{-m_{X_i}}{\sqrt{D_X}}\right)$	$\pi \leq \hat{U}_i = \pi + \text{arctg}(\hat{Y}_i/\hat{X}_i) \leq \frac{3\pi}{2}$
$\hat{Y}_i < 0$ и $\hat{X}_i \geq 0$	$P_{-+i} = \Phi\left(\frac{-m_{Y_i}}{\sqrt{D_Y}}\right) \cdot \left[1 - \Phi\left(\frac{-m_{X_i}}{\sqrt{D_X}}\right)\right]$	$\frac{3\pi}{2} \leq \hat{U}_i = 2\pi + \text{arctg}(\hat{Y}_i/\hat{X}_i) \leq 2\pi$

Тогда плотность распределения случайной величины  $\hat{U}_i$  с учетом периодичности функции тангенса, а также того факта, что  $P_{++i} + P_{+-i} + P_{-+i} + P_{--i} = 1$ , запишем как

$$\begin{aligned}
W_{U_i}(u) &= P_{++i} \cdot W_{Z_i}(tg(u))(1+tg^2(u)) + P_{+-i} \cdot W_{Z_i}(tg(u-\pi))(1+tg^2(u-\pi)) + \\
&+ P_{-+i} \cdot W_{Z_i}(tg(u-\pi))(1+tg^2(u-\pi)) + P_{--i} \cdot W_{Z_i}(tg(u-2\pi))(1+tg^2(u-2\pi)) = \\
&= P_{++i} \cdot W_{Z_i}(tg(u))(1+tg^2(u)) + P_{+-i} \cdot W_{Z_i}(tg(u))(1+tg^2(u)) + \\
&+ P_{-+i} \cdot W_{Z_i}(tg(u))(1+tg^2(u)) + P_{--i} \cdot W_{Z_i}(tg(u))(1+tg^2(u)) = \\
&= (P_{++i} + P_{--i} + P_{+-i} + P_{-+i}) W_{Z_i}(tg(u))(1+tg^2(u)) = W_{Z_i}(tg(u))(1+tg^2(u))
\end{aligned} \tag{19}$$

Где следует иметь в виду, что

$$W_{Z_i}(tg(u))(1+tg^2(u)) = (1+tg^2(u)) \int_{-\infty}^{+\infty} |x| W_{Y_i}(tg(u)x) \cdot W_{X_i}(x) dx. \tag{20}$$

Таким образом, с учетом (19) и (20) вероятность правильного приема  $i$ -ого символа может быть рассчитана согласно выражению:

$$P_{u \equiv U_i} = \int_{U_i - \frac{\pi}{M}}^{U_i + \frac{\pi}{M}} W_{U_i}(u) du. \tag{21}$$

Соответственно вероятность ошибочного приема  $i$ -ого символа:

$$Q_i = 1 - P_{u \equiv U_i} = 1 - \int_{U_i - \frac{\pi}{M}}^{U_i + \frac{\pi}{M}} W_{U_i}(u) du. \tag{22}$$

Графическое сравнение полученной в соответствии с выражением (22) зависимости вероятности символьной ошибки от отношения сигнал-шум по сравнению с другими приближенными и наиболее известными зависимостями [15, 22], используемыми на практике, показывает более высокую точность оценки данной вероятности именно для малых значений отношения сигнал-шум (рисунок 2).

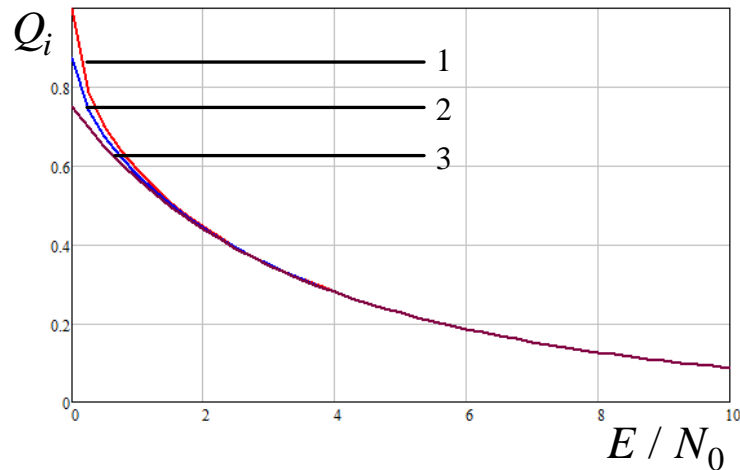


Рисунок 2. Зависимость вероятности символьной ошибки при приеме 8-PSK сигнала от отношения сигнал/шум: 1) зависимость, полученная из формульных соотношений [22], 2) зависимость, полученная из формульных соотношений [15], 3) зависимость, полученная в соответствии с полученным в работе выражением (22).

### Анализ полученных результатов

На рисунках 3-5 показаны зависимости вероятностей символьной ошибки когерентного приема сигнала с модуляцией 8-PSK (с фиксированной мощностью) при наличии как собственных шумов приемника (при фиксированном значении  $-\frac{N_0}{2}$ ), так и УШГП для различных значений ее параметров:

- от мощности УШГП (при  $W_p \rightarrow 0$ ) для различной величины расстройки частот несущих сигнала и УШГП 1)  $\Delta = 0$ ; 2)  $\Delta = \frac{W_s}{4}$ ; 3)  $\Delta = \frac{W_s}{2}$  (рисунок 3-а);

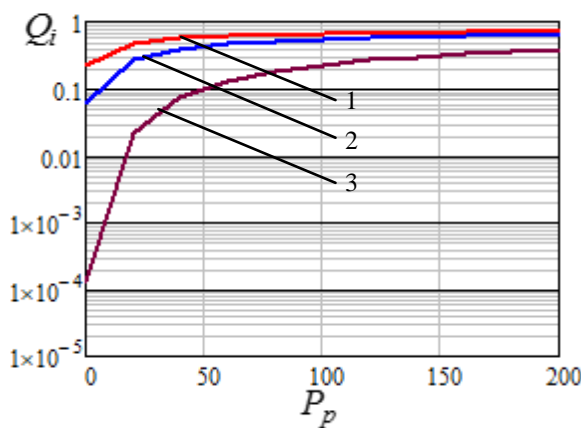
- от мощности УШГП с шириной полосы частот равной ширине полосы частот сигнала ( $W_p = W_s$ ) для различной расстройки несущих частот сигнала и помехи 1)  $\Delta = 0$ ; 2)  $\Delta = \frac{W_s}{4}$ ; 3)  $\Delta = \frac{W_s}{2}$  (рисунок 3-б);

- от мощности УШГП совпадающей по несущей частоте с несущей частотой сигнала (т.е. при  $\Delta = 0$ ) для разной ширины полосы частот 1)  $W_p \rightarrow 0$ , 2)  $W_p = W_s$ , 3)  $W_p = 2 \cdot W_s$  (рисунок 3-в);

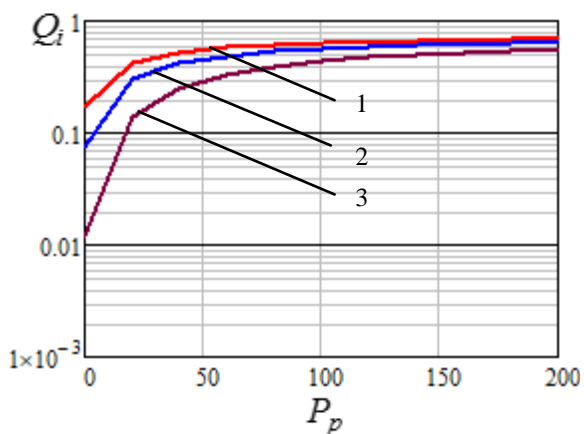
- от ширины полосы частот помехи, при совпадающих несущих частотах сигнала и помехи ( $\Delta = 0$ ), для различного отношения мощности сигнала к мощности помехи 1)  $P_s/P_p = 0$  дБ; 2)  $P_s/P_p = -3$  дБ; 3)  $P_s/P_p = -4,8$  дБ (рисунок 4);

- от расстройки несущих сигнала и УШГП (при  $W_p \rightarrow 0$ ) для различного отношения мощности сигнала к мощности помехи 1)  $P_s/P_p = -4,8$  дБ; 2)  $P_s/P_p = -3$  дБ; 3)  $P_s/P_p = 0$  дБ (рисунок 5-а);

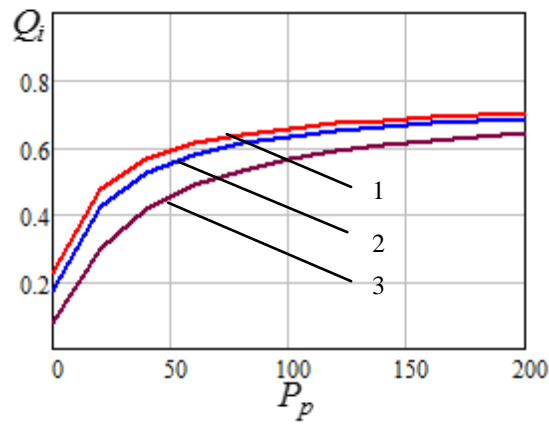
- от расстройки несущих сигнала и помехи при мощности помехи равной мощности сигнала ( $P_s = P_p$ ) для различной ширины полосы частот помехи 1)  $W_p = 2 \cdot W_s$ ; 2)  $W_p = W_s$ ; 3)  $W_p \rightarrow 0$  (рисунок 5-б).



а)



б)



в)

Рисунок 3. Зависимость вероятности символьной ошибки при приеме 8-PSK сигнала от мощности узкополосной помехи

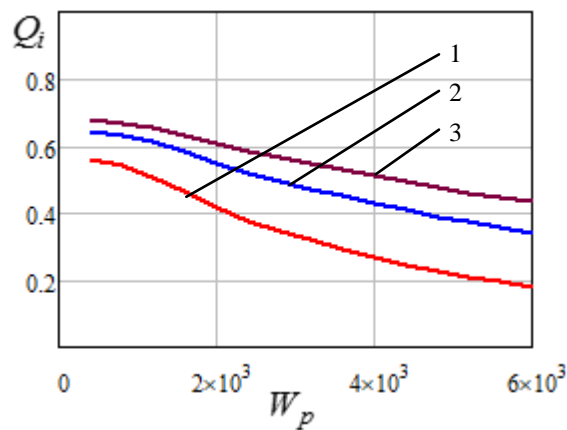
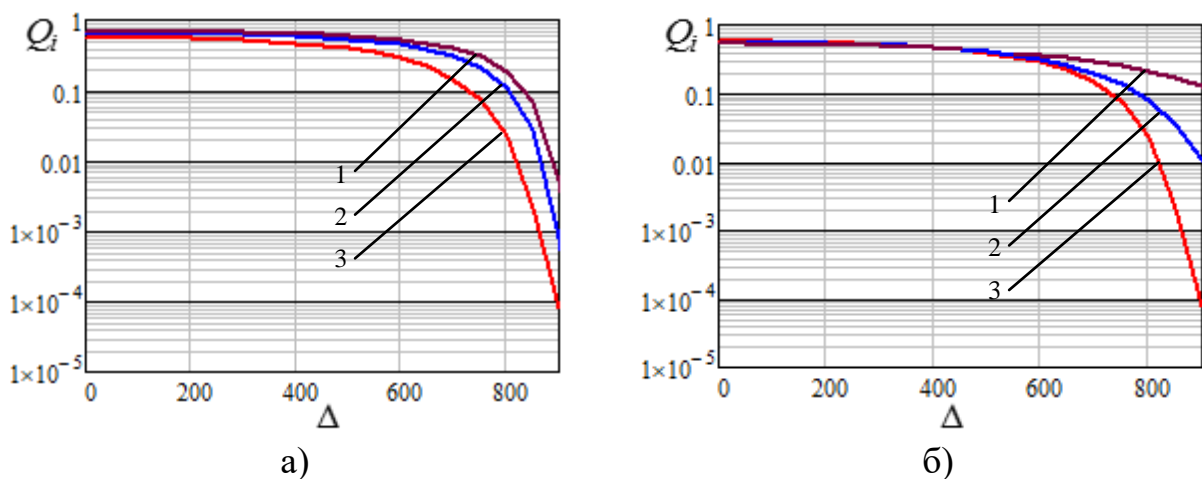


Рисунок 4. Зависимость вероятности символьной ошибки при приеме 8-PSK сигнала от ширины спектра помехи



а)

б)

Рисунок 5. Зависимость вероятности символьной ошибки при приеме 8-PSK сигнала от расстройки несущих сигнала и узкополосной помехи

## Выводы

Получены аналитические выражения для расчета вероятности символьной ошибки при когерентном приеме *MPSK*-сигналов в системах радиосвязи при воздействии внутренних шумов и УШГП, позволяющие более точно оценить помехоустойчивость систем радиосвязи при малых значениях отношения сигнал-помеха. Показано существенное влияние на величину и характер зависимостей вероятности символьной ошибки приема многофазных сигналов, характеризующие помехоустойчивость высокоскоростных систем радиосвязи, от таких параметров, как ширина спектра помехи, расстройка несущих частот помехи и сигнала, мощность помехи.

Зависимости, представленные на рисунках 3 и 4 подтверждают тот факт, что наибольший вклад в снижение помехоустойчивости систем радиосвязи с многофазными сигналами, не оснащенных специальными средствами защиты, вносят узкополосные помехи, совпадающие по несущей частоте с сигналом, причем этот вклад повышается с уменьшением ширины полосы УШГП.

Анализ зависимостей, представленных на рисунках 5, доказывает, что основным способом повышения помехоустойчивости систем радиосвязи с использованием *MPSK*-сигналов, не оснащенных специальными средствами защиты, при воздействии непреднамеренных УШГП является отстройка частоты сигнала, при этом результативность данной меры повышается с уменьшением полосы частот действующей УШГП.

## Список источников

1. Агеев Ф.И., Вознюк В.В. Методика расчета вероятности битовой ошибки оптимального посимвольного когерентного приема двоичных противоположных фазоманипулированных сигналов при наличии в канале радиосвязи узкополосной шумовой помехи // Труды МАИ. 2022. № 124. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=167070>. DOI: [10.34759/trd-2022-124-15](https://doi.org/10.34759/trd-2022-124-15)
2. Бучинский Д.И., Вознюк В.В. Помехоустойчивость когерентного демодулятора двоичных фазоманипулированных сигналов с расширенным спектром при воздействии гауссовской помехи с ограниченным по полосе равномерным спектром // Труды Военно-космической академии имени А.Ф.Можайского. 2020. № 675. С. 69–76.
3. Вознюк В.В., Куценко Е.В. Помехоустойчивость систем радиосвязи с двоичными фазоманипулированными широкополосными сигналами при воздействии ретранслированных компенсационных помех типа прямой инверсии сигнала // Труды Военно-космической академии имени А.Ф. Можайского. 2018. № 660. С. 44–56.
4. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. - М.: Радио и связь, 1989. – 656 с.
5. Звонарев В.В., Карабельников И.А., Попов А.С. Вероятность ошибки приема BPSK-сигнала в присутствии подобной помехи // Вопросы радиоэлектроники. 2019. № 3. С. 49–53.
6. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Высшая школа, 2000. – 462 с.

7. Детков А.Н. Оптимальная дискретная фильтрация отсчётов непрерывного случайного процесса на фоне коррелированного марковского шума // Труды МАИ. 2022. № 126. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=169002>. DOI: [10.34759/trd-2022-126-16](https://doi.org/10.34759/trd-2022-126-16)
8. Винокуров В.И., Ваккер Р.А. Вопросы обработки сложных сигналов в корреляционных системах. - М.: Советское радио, 1972. – 216 с.
9. Агеев Ф.И., Ворона М.С., Звонарев В.В., Попов А.С. Методика расчета помехоустойчивости системы радиосвязи с учетом динамических характеристик случайных замираний сигнала // Радиотехника. 2018. № 5. С. 92–99.
10. Варакин Л.Е. Системы связи с шумоподобными сигналами. – М.: Радио и связь, 1985. – 384 с.
11. Агеев Ф.И., Вознюк В.В., Худик М.Ю. Повышение помехоустойчивости систем передачи данных фазоманипулированными шумоподобными сигналами в условиях действия помех с различной спектральной структурой на основе целенаправленной модификации спектра сигнала // Труды МАИ. 2021. № 118. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=158242>. DOI: [10.34759/trd-2021-118-08](https://doi.org/10.34759/trd-2021-118-08)
12. Звонарев В.В., Карабельников И.А., Попов А.С. Методика расчета влияния сканирующей по частоте помехи на достоверность приема сигнала с QPSK модуляцией // Труды МАИ. 2022. № 124. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=167068>. DOI: [10.34759/trd-2022-124-13](https://doi.org/10.34759/trd-2022-124-13)
13. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. - М.: Советское радио, 1966. – 680 с.
14. Simon M.K., Alouini M.S. Digital Communication over Fading Channels – A Unified Approach to Performance Analysis, 1st Ed., Wiley, 2000.



15. Мальцев Г.Н., Травкин В.С. Оптимальный прием сложных фазоманипулированных сигналов в спутниковых радиоканалах в условиях внутрисистемных помех // Информационно-управляющие системы. 2006. № 5. С. 32–42.
16. Мальцев Г.Н., Евтеев А.В. Исследование помехоустойчивости радиотехнических систем передачи информации с шумоподобными фазоманипулированными сигналами при наличии ошибок синхронизации по задержке // Информационно-управляющие системы. 2019. № 3. С. 105–113.
17. Маслаков П.А., Паршуткин А.В., Фомин А.В. Модель функционирования канала спутниковой связи при воздействии нестационарных помех // Труды Военно-космической академии им. А.Ф.Можайского. 2016. № 651. С. 78–83.
18. Агиевич С.Н., Луценко С.А. Оценка помехоустойчивости спутниковых систем радиосвязи с фазоманипулированными широкополосными сигналами // Вопросы оборонной техники. Серия 16: Технические вопросы противодействия терроризму. 2018. № 9-10 (123-124). С. 132–137.
19. Звонарев В.В., Попов А.С., Худик М.Ю. Методика расчета вероятности ошибки посимвольного приема дискретных сообщений при наличии помех // Труды МАИ. 2019. № 105. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=104213>
20. Борисов В.И., Зинчук В.М., Лимарев А.Е., Шестопалов В.И. Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра прямой модуляцией псевдослучайной последовательностью. – М.: Радиософт, 2011. – 548 с.
21. Тяпкин П.С., Важенин Н.А. Повышение помехоустойчивости систем связи в условиях импульсных квазигармонических помех с использованием слепых методов

## References

1. Ageev F.I., Voznyuk V.V. Methodology for calculating the probability of a bit error of optimal character-by-character coherent reception of binary opposite phase-manipulated signals in the presence of narrowband noise interference in the radio communication channel. *Trudy MAI*. 2022. No. 124. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=167070>. DOI: [10.34759/trd-2022-124-15](https://doi.org/10.34759/trd-2022-124-15)
2. Buchinskii D.I., Voznyuk V.V. Noise immunity of a coherent demodulator of binary phase-manipulated signals with an extended spectrum under the influence of Gaussian interference with a band-limited uniform spectrum. *Trudy Voenno-kosmicheskoi akademii imeni A.F.Mozhaiskogo*. 2020. No. 675. P. 69–76. (In Russ.).
3. Voznyuk V.V., Kutsenko E.V. Noise immunity of radio communication systems with binary phase-manipulated broadband signals when exposed to retransmitted compensatory interference such as direct signal inversion. *Trudy Voenno-kosmicheskoi akademii imeni A.F. Mozhaiskogo*. 2018. No 660. P. 44–56. (In Russ.).
4. Levin B.R. *Teoreticheskie osnovy statisticheskoi radiotekhniki* (Theoretical foundations of statistical radio engineering). Moscow: Radio i svyaz' Publ., 1989. 656 p.
5. Zvonarev V.V., Karabel'nikov I.A., Popov A.S. The probability of an error in receiving a BPSK signal in the presence of such interference. *Voprosy radioelektroniki*. 2019. No. 3. P. 49–53. (In Russ.).

6. Baskakov S.I. *Radiotekhnicheskie tsepi i signaly* (Radio engineering circuits and signals). Moscow: Vysshaya shkola Publ., 2000. 462 p.
7. Detkov A.N. Optimal discrete filtering of samples of a continuous random process against the background of correlated Markov noise. *Trudy MAI*. 2022. No. 126. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=169002>. DOI: [10.34759/trd-2022-126-16](https://doi.org/10.34759/trd-2022-126-16)
8. Vinokurov V.I., Vakker R.A. *Voprosy obrabotki slozhnykh signalov v korrelyatsionnykh sistemakh* (Issues of processing complex signals in correlation systems). Moscow: Sovetskoe radio Publ., 1972. 216 p.
9. Ageev F.I., Vorona M.S., Zvonarev V.V., Popov A.S. Methodology for calculating the noise immunity of a radio communication system taking into account the dynamic characteristics of random signal fading. *Radiotekhnika*. 2018. No. 5. P. 92–99. (In Russ.).
10. Varakin L.E. *Sistemy svyazi s shumopodobnymi signalami* (Communication systems with noise-like signals). Moscow: Radio i svyaz' Publ., 1985. 384 p.
11. Ageev F.I., Voznyuk V.V., Khudik M.YU. Increasing the noise immunity of data transmission systems with phase-manipulated noise-like signals under interference conditions with different spectral structures based on targeted modification of the signal spectrum. *Trudy MAI*. 2021. No. 118. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=158242>. DOI: [10.34759/trd-2021-118-08](https://doi.org/10.34759/trd-2021-118-08)
12. Zvonarev V.V., Karabel'nikov I.A., Popov A.S. Methodology for calculating the effect of frequency-scanning interference on the reliability of signal reception with QPSK modulation. *Trudy MAI*. 2022. No. 124. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=167068>. DOI: [10.34759/trd-2022-124-13](https://doi.org/10.34759/trd-2022-124-13)

13. Tikhonov V.I. *Statisticheskaya radiotekhnika* (Statistical radio engineering). Moscow: Sovetskoe radio Publ., 1966. 680 p.
14. Simon M.K., Alouini M.S. *Digital Communication over Fading Channels – A Unified Approach to Performance Analysis*, 1st Ed., Wiley, 2000.
15. Mal'tsev G.N., Travkin V.S. Optimal reception of complex phase-manipulated signals in satellite radio channels in conditions of intra-system interference. *Informatsionno-upravlyayushchie sistemy*. 2006. No. 5. P. 32–42. (In Russ.).
16. Mal'tsev G.N., Evteev A.V. Investigation of the noise immunity of radio engineering information transmission systems with noise-like phase-manipulated signals in the presence of delay synchronization errors. *Informatsionno-upravlyayushchie sistemy*. 2019. No. 3. P. 105–113. (In Russ.).
17. Maslakov P.A., Parshutkin A.V., Fomin A.V. The model of functioning of a satellite communication channel under the influence of nonstationary interference. *Trudy Voenno-kosmicheskoi akademii im. A.F.Mozhaiskogo*. 2016. No. 651. P. 78–83. (In Russ.).
18. Agievich S.N., Lutsenko S.A. Evaluation of the noise immunity of satellite radio communication systems with phase-manipulated broadband signals. *Voprosy oboronnoi tekhniki. Seriya 16: Tekhnicheskie voprosy protivodeistviya terrorizmu*. 2018. No. 9-10 (123-124). P. 132–137. (In Russ.).
19. Zvonarev V.V., Popov A.S., Khudik M.YU. Methodology for calculating the probability of error of character-by-character reception of discrete messages in the presence of interference. *Trudy MAI*. 2019. No. 105. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=104213>

20. Borisov V.I., Zinchuk V.M., Limarev A.E., Shestopalov V.I. *Pomekhozashchishchennost' sistem radiosvyazi s rasshireniem spektra pryamoi modulyatsiei psevdosluchainoi posledovatel'nost'yu* (Noise immunity of radio communication systems with spectrum expansion by direct modulation by pseudorandom sequence). Moscow: Radiosoft Publ., 2011. 548 p.

21. Tyapkin P.S., Vazhenin N.A. Improving the noise immunity of communication systems in conditions of pulsed quasi-harmonic interference using blind signal processing methods. *Trudy MAI*. 2023. No. 128. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=171397>. DOI: [10.34759/trd-2023-128-13](https://doi.org/10.34759/trd-2023-128-13)

Статья поступила в редакцию 29.10.2024

Одобрена после рецензирования 12.11.2024

Принята к публикации 25.12.2024

The article was submitted on 29.10.2024; approved after reviewing on 12.11.2024; accepted for publication on 25.12.2024