

Научная статья
УДК 629.78
DOI: 10.34759/vst-2022-3-191-199

ОПТИМАЛЬНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ИЗМЕРЕНИЙ — ПЕРСПЕКТИВНЫЙ МЕТОД ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ОЦЕНОК ВРЕМЕНИ ПАДЕНИЯ И ВЕРОЯТНОСТИ СТОЛКНОВЕНИЯ КОСМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Игорь Вячеславович Усовик¹ ✉, Андрей Иванович Назаренко², Александр Андреевич Морозов³

^{1,2,3}Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Москва, Россия

¹Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук, Москва, Россия

¹usovikiv@mail.ru ✉

²anazarenko32@mail.ru

³aamorozko@mail.ru

Аннотация. Показано, что применение метода оптимальной фильтрации измерений позволяет существенно повысить точность результатов оценок времени падения и вероятности столкновения космических объектов (КО). Рассмотрены основные соотношения метода. Результаты применения метода при прогнозировании времени и места падения орбитальной станции Tiangong-1. Результаты сравнения областей для активного удаления космического мусора, полученных по методике, учитывающей данный метод, с конкретным списком объектов, полученных группой международных экспертов.

Ключевые слова: фильтрация измерений, космический мусор, вход в атмосферу, столкновения в космосе, активное удаление космического мусора

Финансирование: работа ведётся по гранту РНФ № 18-11-00225

Для цитирования: Усовик И.В., Назаренко А.И., Морозов А.А. Оптимальная фильтрация измерений — перспективный метод повышения точности оценок времени падения и вероятности столкновения космических объектов // Вестник Московского авиационного института. 2022. Т. 29. № 3. С. 191-199. DOI: 10.34759/vst-2022-3-191-199

Original article

OPTIMAL MEASUREMENTS FILTERING IS A PROMISING METHOD FOR ESTIMATION ACCURACY IMPROVING OF RE-ENTRY TIME AND COLLISION PROBABILITY OF SPACE OBJECTS

Igor V. Usovik¹✉, Andrey I. Nazarenko², Alexander A. Morozov³

^{1,2,3}Moscow Aviation Institute (National Research University), MAI,
Moscow, Russia

¹Federal Scientific Center Scientific Research Institute for System Analysis
of the Russian Academy of Sciences,
Moscow, Russia

¹usovikiv@mail.ru ✉

²anazarenko32@mail.ru

³aamorozko@mail.ru

Abstract

With each year, the space debris poses increasing threat to the functioning spacecraft, as well as people and property on Earth. Dozens of large-size spacecraft enter annually the atmosphere and reach the Earth surface, and there is always a risk herewith of inflicting damage to the people or property. Several collision have occurred by now in the near-Earth space, which can be avoided in the future, if appropriate characteristics of the systems, which ensure warning about such events, will be guaranteed.

The basic method of the threats parrying associated with the space debris is a warning about dangerous situations, namely time and place of large objects re-entry, a possible collision of a spacecraft with space debris or some other spacecraft. For realizing this method and solving corresponding problems, the refined data on the spacecraft orbits parameters by measurements are being required. Accuracy improving of the orbits parameters evaluation and their further prediction is necessary for safety ensuring of space activities under conditions of a large number of spacecraft.

The article presents basic mathematical relationships of optimal measurement filtering method (OFI), and shows that the OFI method application may significantly improve the results of the re-entry time evaluation and the space objects collision probability compared to the conventionally employed least square method. The results of the OFI application while predicting the time and place of the Tiangong-1 orbital station re-entry are demonstrated using the available accessible data. A posteriori evaluation of the prediction results accuracy showed that the OFI application allows sevenfold accuracy increasing of the estimates, without increasing herewith the computational complexity.

One of the ways of new space debris forming mitigation consists in its active removal. Presently, the works on the space debris active removal have been transferred from research to the ones being realized in daily practice of space activities. In the years to come, a number of projects will be implemented to remove spent upper stages, rocket bodies and spacecraft from orbits. The article presents the results of comparing the areas of the space debris active removal obtained by the technique, which accounts for the OFI with a concrete list of objects, obtained by a group of international experts. As is seen from the comparison, 48 out of 50 objects get into the calculated areas, which indicates a good correspondence of results obtained earlier with estimates of international specialists group. In this regard, it can be considered that both the ranges of orbits in altitudes and inclinations, and specific objects have been determined to prevent collisions that could lead to a large formation of new objects in the near future.

The OFI method application in monitoring and warning systems for hazardous events related to the space debris will increase efficiency of their functioning with the existing measuring instruments.

Keywords: measurement filtration, space debris, re-entry time, collision in space, active removal of space debris

Funding: the work is being conducted under the Russian Scientific Foundation (RSF) Grant No. 18-11-00225

For citation: Usovik I.V., Nazarenko A.I., Morozov A.A. Optimal Measurements Filtering is a Promising Method for Estimation Accuracy Improving of Re-Entry Time and Collision Probability of Space Objects. *Aerospace MAI Journal*, 2022, vol. 29, no. 3, pp. 191-199. DOI: 10.34759/vst-2022-3-191-199

Введение

Космический мусор (КМ) с каждым годом представляет все большую угрозу функционирующим космическим аппаратам (КА), а также людям и имуществу на Земле. Основным методом парирования данных угроз является предупреждение об опасных ситуациях – времени и месте падения крупногабаритных объектов, возможном столкновении КА с КМ или другим КА. Для реализации метода и решения соответствующих задач необходимо иметь уточненные данные параметров орбит космических объектов по измерениям.

Работы в данной предметной области ведутся с начала космической эры [1, 2]. Для решения поставленных задач используется метод наименьших квадратов (МНК). Как видно из современной научно-технической литературы [3–5], базовые основы решения задачи уточнения орбит остаются прежними. Работы по данной тематике показывают, что точности решения задач оценки параметров орбит и последующего прогнозирования существенно не изменяются уже в течение нескольких десятков лет [5, 6]. Данный факт состоит из двух аспектов: точности средств измерений и методического аппарата их обработки. В части второго аспекта повышение точности невозможно во многом в связи с тем, что при использовании МНК существующий уровень погрешностей уточнения и прогнозирования орбит обусловлен непредсказуемыми возмущениями на интервале обработки измерений и при прогнозе, а также отсутствием возможности их корректного учета. Несмотря на повышение надежности КА, все равно возможны отказы [7], в результате которых КА становятся КМ. Поэтому разработка методов, позволяющих повысить точность оценок для решения задач предупреждения об опасных ситуациях с КМ, является актуальной научно-технической задачей.

В общем виде постановку задачи можно сформулировать следующим образом. Для системы, движение которой происходит в соответствии с уравнением

$$\frac{dx}{dt} = A(t) \cdot x + B(t) \cdot q(t), \quad (1)$$

на основе измерений

$$z_i = h_i \cdot x(t_i) + v_i, \quad i = 1, \dots, k \quad (2)$$

и априорно известных статистических характеристик

$$\begin{aligned} M[q(t)]_0 &= 0; \quad M[q(t) \cdot q^T(\tau)]_0 = K_q(t, \tau)_0; \\ M[v_i]_0 &= 0; \quad M[v_i \cdot v_j^T]_0 = R_{ij}; \\ M[v_i \cdot q(t)^T]_0 &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

нужно определить оценки вектора состояния $x(t)$, оптимальные по точности в произвольный момент времени $t \geq t_k$.

Статистические характеристики (3) достаточно объективно отражают реальные обстоятельства. Проблема в том, что обычно они мало изучены, их оценки являются ориентировочными. Тем не менее, необходимо иметь методику получения оптимальных по точности оценок, учитывающих эти характеристики.

1. Оптимальная фильтрация измерений

Решение представленной задачи [8, 9] основано на методе максимального правдоподобия и названо *оптимальной фильтрацией измерений* (ОФИ). Нужно максимизировать по $x_j = x(t_j)$ функцию правдоподобия [10, 11]

$$L(z_1, z_2, \dots, z_k | x_j) = L(Z_k | x_j).$$

Из решения уравнения динамики (1) и соотношений для измерений (2) следует

$$x_i = U(t_i, t_j) \cdot x_j + \int_{t_j}^{t_i} U(t_i, \xi) \cdot B(\xi) \cdot q(\xi) \cdot d\xi; \quad (4)$$

$$z_i = h_i U(t_i, t_j) x_j + h_i \int_{t_j}^{t_i} U(t_i, \xi) B(\xi) \hat{q}(\xi) d\xi + v_i. \quad (5)$$

При этом матрица $U(t, t_0)$ удовлетворяет однородному уравнению

$$\frac{dU(t, t_0)}{dt} = A(t) \cdot U(t, t_0).$$

На основе выражения (5) и априорных статистических характеристик помех (3) можно построить функцию правдоподобия.

Введя обозначения:

$$Z_k = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \dots \\ z_k \end{pmatrix}; \quad H = \begin{pmatrix} h_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & h_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & h_k \end{pmatrix};$$

$$R_\Sigma = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & \dots & R_{1k} \\ R_{21} & R_{22} & \dots & R_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{k1} & R_{k2} & \dots & R_{kk} \end{pmatrix}; \quad (6)$$

$$w_{ij} = \int_{t_j}^{t_i} U(t_i, \xi) \cdot B(\xi) \cdot q(\xi) \cdot d\xi;$$

$$U_j = \begin{pmatrix} U(t_1, t_j) \\ U(t_2, t_j) \\ \dots \\ U(t_k, t_j) \end{pmatrix}; \quad H \cdot U_j = X_j;$$

$$Q_{il}^{(j)} = \int_{t_j}^{t_i} \int_{t_j}^{t_i} U(t_i, \xi) B(\xi) K_q(\xi, \eta) B^T(\eta) U^T(t_i, \eta) d\eta d\xi;$$

$$K_{wj} = \{Q_{il}^{(j)}\}, \quad i, l = 1, \dots, k,$$

запишем уравнения для условных математического ожидания и ковариационной матрицы вектора измерений Z_k :

$$M(Z_k | x_j) = \begin{pmatrix} h_1 U(t_1, t_j) \\ \dots \\ h_1 U(t_1, t_j) \end{pmatrix} \cdot x_j = H U_j x_j = X_j x_j; \quad (7)$$

$$\text{cov}(Z_k | x_j) = M \left\{ \left[Z_k - M(Z_k | x_j) \right] \times \left[Z_k - M(Z_k | x_j) \right]^T \right\} = (H K_{wj} H^T + R_\Sigma); \quad (8)$$

$$L(Z_k | x_j) = C \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[Z_k - M(Z_k | x_j) \right]^T \times \left(H K_{wj} H^T + R_\Sigma \right)^{-1} \left[Z_k - M(Z_k | x_j) \right] \right\}. \quad (9)$$

Максимум функции правдоподобия (9) обеспечивается оценкой

$$\hat{x}_j = (X_j^T \cdot P_j \cdot X_j)^{-1} \cdot X_j^T \cdot P_j \cdot Z_k, \quad (10)$$

где обозначено

$$P_j = (H \cdot K_{wj} \cdot H^T + R_\Sigma)^{-1}. \quad (11)$$

Решение (10) не отличается от традиционной оценки «взвешенного» МНК по форме. Различие заключается в формировании матрицы (11), которая учитывает влияние не только погрешностей измерений (матрица R_Σ), но и шумов системы (матрица K_{wj}). В частном случае при отсутствии шума $q(t)$, т.е. при $K_q(t, \tau) = 0$, слагаемое $H \cdot K_{wj} \cdot H^T$ исчезает и решение (10) совпадает с традиционным решением МНК.

Важно отметить, что оценка (10), основанная на оптимальной фильтрации измерений, получена без расширения вектора состояния.

2. Сравнительный анализ погрешностей

Рассмотрим три подхода к оценке вектора состояния, отличающиеся способом учета мешающих параметров:

I. *Без учета мешающих параметров.* Вектор состояния влияния мешающих параметров в процессе оценки не учитывается. В этом случае для оценки применяется МНК.

II. *Параметризация.* В состав расширенного вектора состояния вводится вектор мешающих параметров и затем применяется МНК.

III. *Без параметризации (оптимальная фильтрация измерений).* Априорная корреляционная матрица мешающих параметров используется для «взвешивания» измерений без расширения вектора состояния. Влияние мешающих параметров учитывается путем их объединения с ошибками измерений, и затем применяется ОФИ.

Выполнено сравнение точности этих оценок. Детальное описание этого анализа опубликовано [11]. В результате установлены сравнительные соотношения между погрешностями оценок вектора состояния при использовании рассмотренных методов (подходов). Результаты анализа представлены на рис. 1.

Из графика видно, что при любом уровне возмущений метод ОФИ обеспечивает наилучшую

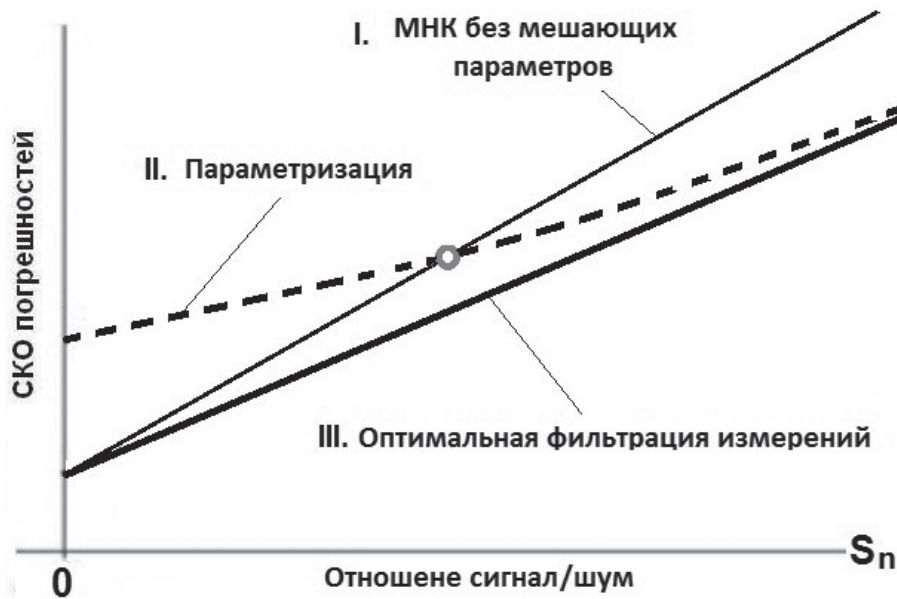


Рис. 1. Зависимость погрешностей от применяемого подхода и отношения сигнал/шум

точность. Целесообразность применения МНК без расширения или с расширением вектора состояния зависит от уровня возмущений. Существует уровень малых возмущений, при котором более выгодно применять МНК без расширения вектора состояния. Однако и в этом случае погрешности больше, чем при использовании ОФИ (непараметрического подхода).

Применение ОФИ является перспективным направлением повышения точности определения и прогнозирования орбит. При этом необходимо учитывать статистические характеристики случайных возмущений.

3. Применение оптимальной фильтрации измерений

Рассмотрим определение времени падения станции Tiangong-1 на основе известных TLE [12], которые представлены в табл. 1. Орбитальная станция выбрана потому, что имеет большие размеры и хорошо наблюдалась.

Последние TLE относятся к моменту времени 18091.67159262, который соответствует мировому времени (UTC) 16^h 7^m 5.6^s, апрель 1, 2018.

Принципиальная разница применения методики ОФИ от МНК состоит в минимизации погрешностей в последней точке мерного интервала, так как в ней измерениям присваивается наибольший вес. В МНК все веса являются одинаковыми, поэтому остаточные невязки на всем интервале имеют одинаковый порядок. Этот результат демонстрируют данные рис. 2, полученные для варианта $n_z = 12$ с использованием гостиро-

ванных моделей [13, 14] и данных о космической погоде [15]. При использовании ОФИ невязка в последней точке равна -1.3 км, а при использовании МНК она равна $delt = 10.3$ км, т.е. оказалась в восемь раз больше.

При использовании МНК минимизация погрешностей достигается для вариантов $n_z = 6$ и 7, т.е. на мерном интервале 0.45–0.60 дней. Этим вариантам соответствует расчетное время падения \approx 1^h 4^m April 2, 2018 (UTC). При использовании ОФИ наиболее достоверное время падения получено при $n_z > 10$ (мерный интервал 1.5–2.0 суток), когда стабилизируются оценки баллистического коэффициента. В этих условиях расчетное время падения находится в интервале от 0^h 10^m до 0^h 20^m April 2, 2018 (UTC). Таким образом, расчетное время падения, рассчитанное с использованием МНК, оказалось на 50 мин больше результата применения ОФИ. Ниже, в табл. 2, приведены соответствующие данные NORAD (TIP_msg [12]).

Первая строка содержит данные, которые были получены после падения спутника (в 00^h 16^m April 2). Эта оценка получена на основе каких-то дополнительных измерений и поэтому является наиболее достоверной. Объявленная возможная погрешность этой оценки (WINDOW) составляет ± 1 мин.

Вторая строка содержит последние прогнозные данные (00^h 49^m). Эта оценка получена при интервале прогноза 115 мин. Объявленная возможная погрешность этой оценки (WINDOW) составляет ± 120 минут. Если принять данные

Таблица 1

Данные TLE по орбитальной станции Tiangong-1

```

1 37820U 11053A 18089.53824177 .01279251 90211-5 18974-3 0 9990
2 37820 42.7462 210.3658 0008800 350.6458 9.3549 16.333283483736
1 37820U 11053A 18089.78274107 .01688968 90482-5 22274-3 0 9996
2 37820 42.7442 208.7439 0010245 344.1390 16.0283 16.34387332373670
1 37820U 11053A 18090.02708507 .01509296 90500-5 18660-3 0 9992
2 37820 42.7333 207.1177 0007721 347.1312 12.9506 16.35079993373713
1 37820U 11053A 18090.33239452 .01916269 90927-5 20181-3 0 9990
2 37820 42.7393 205.0894 0009533 347.0885 13.3488 16.36467249373764
1 37820U 11053A 18090.51537539 .01668436 91060-5 15733-3 0 9993
2 37820 42.7431 203.8811 0017646 337.7501 22.2668 16.36978516373793
1 37820U 11053A 18090.63734353 .01995214 91302-5 18234-3 0 9994
2 37820 42.7537 203.0502 0007804 350.3894 9.7592 16.37770827373815
1 37820U 11053A 18090.75926316 .01965660 91360-5 17017-3 0 9993
2 37820 42.7468 202.2368 0007442 358.3143 1.7378 16.38245761373833
1 37820U 11053A 18091.00304286 .02715064 91996-5 19001-3 0 9990
2 37820 42.7428 200.6065 0007470 347.8126 12.9725 16.40004788373879
1 37820U 11053A 18091.26319444 +.00000000 +00000+0 +00000+0 0 00005
2 37820 042.7381 198.8688 0006825 342.5456 117.1703 16.41847018000005
1 37820U 11053A 18091.32569444 +.00000000 +00000+0 +00000+0 0 00009
2 37820 042.7351 198.4333 0004504 326.4830 143.2696 16.42540556000003
1 37820U 11053A 18091.42889259 .04822198 92967-5 19530-3 0 9999
2 37820 42.7386 197.7481 0006718 339.4173 21.5137 16.43573928373944
1 37820U 11053A 18091.48949878 .04973923 93030-5 17615-3 0 9996
2 37820 42.7393 197.3406 0006205 338.9313 21.1427 16.44201833373959
1 37820U 11053A 18091.48949878 .04973923 93030-5 17615-3 0 9996
2 37820 42.7393 197.3406 0006205 338.9313 21.1427 16.44201833373959
1 37820U 11053A 18091.61093320 .05753306 93421-5 14327-3 0 9996
2 37820 42.7382 196.5219 0007050 335.9816 24.1336 16.45676491373975
1 37820U 11053A 18091.67159262 .04847022 93097-5 11856-3 0 9991
2 37820 42.7368 196.1112 0003886 340.8150 19.2351 16.46105415373983
    
```

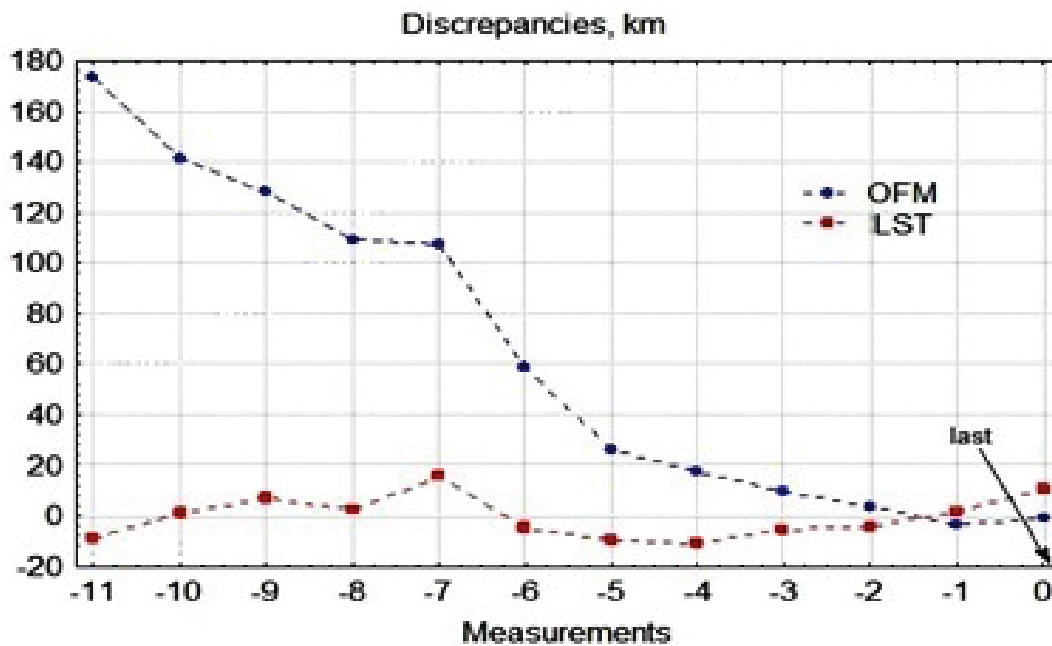


Рис. 2. Остаточные невязки на мерном интервале при $n_z = 12$

Таблица 2

Данные сообщения о прекращении существования станции Tiangong 2

MSG_ EPOCH	INSERT_ EPOCH	DECAY EPOCH	WINDOW	LAT	LON
2018-04-02 00:59:00	2018-04-02 01:07:44	2018-04-02 00:16:00	1	-13.6	195.7
2018-04-01 22:53:00	2018-04-01 23:03:28	2018-04-02 00:49:00	120	-8.9	341.9
2018-04-01 18:18:00	2018-04-01 18:35:42	2018-04-02 00:48:00	120	-9.9	341
2018-04-01 12:18:00	2018-04-01 12:25:23	2018-04-02 00:47:00	180	-13.6	337.1
...

первой строки эталонными, то относительная погрешность этого прогноза будет равна $\epsilon = \text{error}/\text{lifetime} = 0.28 = 28\%$.

Все опубликованные прогнозные оценки времени падения [16–18] находятся в интервале от 00^h 30^m до 00^h 54^m. Они получены на основе применения МНК и на 14–38 минут превышают апостериорную оценку 00^h 16^m. Этот факт согласуется с данными таблицы и с выводом, что оценки МНК существенно превышают более достоверные результаты.

Выше упоминалось, что данные NORAD не содержат сведений о высоте спутника в момент времени 00^h 16^m. Для ответа на этот вопрос полезно использовать фото падения спутника, сделанное на острове Tahiti (Французская Полинезия) и опубликованное 2 апреля в интернете, рис. 3. Здесь представлен фрагмент карты Тихого океана с островом Tahiti и апостериорной оценкой точки падения. Из этих данных следует, что в момент времени 00^h 16^m высота КА была достаточно большой и снижение КА продолжалось еще несколько минут.

Для оценки высоты КА в момент времени 00^h 16^m полезно рассмотреть результаты определения

и прогноза параметров орбиты с использованием метода ОФИ. При оптимальных параметрах алгоритма прогнозная оценка высоты КА в этот момент времени составляла 80–95 км. Аэродинамическое торможение и нагрев элементов конструкции КА приводит в этих условиях к его разрушению, которое видно на фото. Прогнозные оценки времени, когда КА был в объявленной точке падения (широта -13.6 и долгота 195°), находятся в интервале от 00^h 10^m до 00^h 11^m. Из этих оценок следует, что ошибка прогноза составила 5–6 мин. При использовании начальных условий на момент времени 16^h 7^m 1 апреля 2018 этому результату прогноза соответствует относительная погрешность $\epsilon \approx 1\%$.

Таким образом, применение оптимальной фильтрации измерений позволило в данном случае уменьшить погрешности прогноза по сравнению с применением МНК в несколько раз.

Аналогично применение оптимальной фильтрации позволяет существенно уменьшить оценки области неопределенности положения КО и уточнить оценки вероятности их столкновения, получаемые через оценку объема области пересечения неопределенностей их положения.

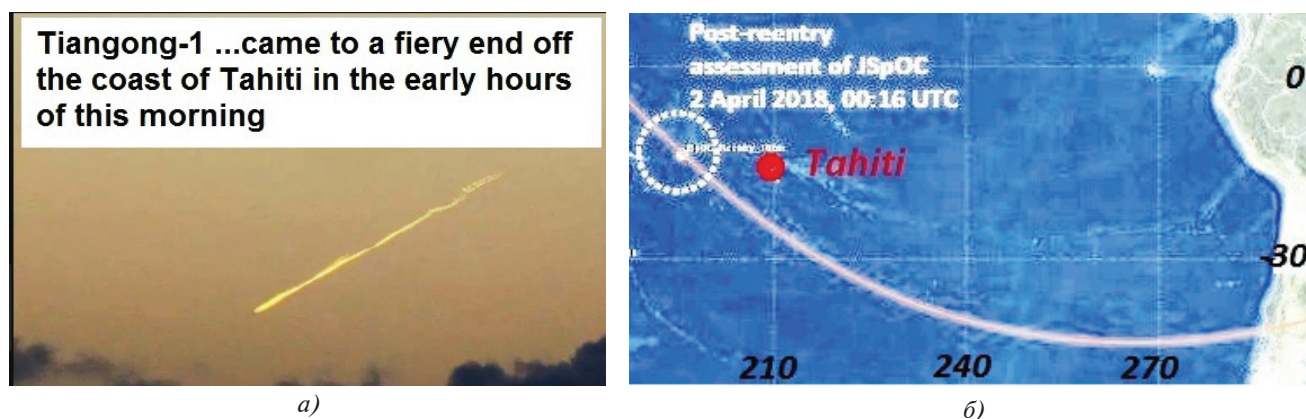


Рис. 3. Данные о падении: фото падения (а) и положение острова Таити (б) [16]

4. Определение областей для активного удаления космического мусора

В 2015 году в рамках диссертационного исследования [19] была разработана методика оценки долговременной эволюции техногенного засорения низких околоземных орбит при реализации активного удаления космического мусора. В рамках исследования в том числе применялись методы оценки столкновений и ОФИ. Результаты применения методики позволили определить области низких околоземных орбит по высотам и наклонениям, первоочередные для проведения операций активного удаления [19]. В 2020 году вышла работа экспертов из 11 стран, в которой определяется список из 50 наиболее опасных объектов, которые могут столкнуться в космосе с другими и образовать большое количество космического мусора [20].

Сравнение результатов, полученных в диссертационном исследовании И.В. Усовика, и результатов оценки экспертов из 11 стран представлено на рис. 4. Видно, что из 50 объектов только два не попадают в области для активного удаления космического мусора, которые были обоснованы в [19], что говорит о международном экспертном признании полученных научных результатов.

Работы по активному удалению космического мусора перешли от исследовательских к реализуемым в повседневной практике космической деятельности. В ближайшие годы будет реализован целый ряд проектов по уводу с орбиты отработавших разгонных блоков, ступеней и космических аппаратов.

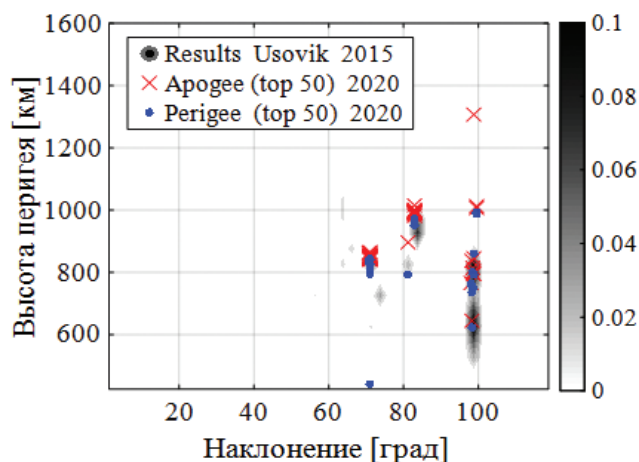


Рис. 4. Сравнение областей для активного удаления (выделены тёмным) и 50 объектов, определённых международной группой экспертов

Выводы

На примере определения времени падения КА Tiangong-1 показано, что оценки времени падения с использованием МНК имеют существенно большие погрешности, чем соответствующие оценки на основе ОФИ.

Применение методики ОФИ обеспечивает снижение погрешностей в несколько раз. Оно является актуальным и перспективным направлением совершенствования баллистического обеспечения безопасности полетов в условиях техногенного засорения ОКП.

Показано, что определённые ранее с использованием разработанной методики области для активного удаления КМ подтверждаются сравнением с выбранными объектами для удаления по результатам исследований международной группы учёных.

Полученные результаты исследований имеют экспертную и практическую апробацию.

Список источников

1. *Линник Ю.В.* Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений. — 2-е изд., испр. и доп. — М.: Физматгиз, 1962. — 349 с.
2. *Эльясберг П.Е.* Введение в теорию полета искусственных спутников Земли. — 2-е изд. — М.: URSS: Либроком, 2011. — 540 с.
3. *Smirnov N.N.* (ed.) Space Debris. Hazard Evaluation and Mitigation. — Taylor & Francis Inc., 2001. — 248 p.
4. *Смирнов Н.Н.* Эволюция «Космического мусора» в околоземном космическом пространстве // Успехи механики. 2002. Т. 1. № 2. С. 13-104.
5. *Klinkrad H.* Space Debris. Models and Risk Analysis. — Chichester, UK: Springer Praxis Books, 2006. — 440 p.
6. *Pardini C., Anselmo L.* Uncontrolled re-entries of massive space objects // 4th International Space Debris Re-entry Workshop ESA/ESOC (28 February – 1 March 2018; Darmstadt, Germany).
7. *Донсков А.В.* Анализ современных методов оценки и моделирования рисков возникновения нештатных ситуаций на борту космического аппарата // Вестник Московского авиационного института. 2018. Т. 25. № 4. С. 163-169.
8. *Назаренко А.И.* Применение метода оптимальной фильтрации измерений для уточнения и прогнозирования орбит космических аппаратов // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2012. № 2(13). С. 38-43.
9. *Nazarenko A.I.* How can we increase the accuracy of determination of spacecraft's lifetime? // Acta Astronautica. 2015. Vol. 116, pp. 229–236. DOI: 10.1016/j.actaastro.2015.07.004

10. Fisher R.A. Theory of statistical estimation // *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*. 1925. Vol. 22. No. 5, pp. 700–725. DOI: 10.1017/S0305004100009580
11. Назаренко А.И. Задачи стохастической космодинамики. Математические методы и алгоритмы решения. — М.: URSS: Ленанд, 2018. — 352 с.
12. Space Scoreboard, <http://www.space-track.org>
13. ГОСТ Р 25645.166-2004 Атмосфера Земли верхняя. Модель плотности для баллистического обеспечения полетов искусственных спутников Земли. — М.: ИПК издательство стандартов, 2004. — 24 с.
14. ГОСТ 25645.302-83 Расчеты баллистические искусственных спутников Земли. Методика расчета индексов солнечной активности. — М.: ИПК издательство стандартов, 1997. — 21 с.
15. Space data, Space weather, <https://www.celestrak.com>
16. Pardini C., Anselmo L. Uncontrolled re-entries of Tiangong-1 // 36th IADC Plenary Meeting (05–08 June 2018; Tsukuba, Japan).
17. Tiangong-1 (ID 37820), <https://aerospace.org/reentries/tiangong-1-id-37820>
18. Orbital debris quarterly news, <http://orbitaldebris.jsc.nasa.gov/newsletter/newsletter.html>
19. Усовик И.В., Дарнопых В.В., Малышев В.В. Методика оценки эволюции техногенного засорения низких околоземных орбит с учетом взаимных столкновений и активного удаления космического мусора // *Вестник Московского авиационного института*. 2015. Т. 22. № 3. С. 54–62.
20. McKnight D., Witner R., Letizia F. et al. Identifying the 50 statistically-most-concerning derelict objects in LEO // *Acta Astronautica*. 2021. Vol. 181, pp. 282–291. DOI: 10.1016/j.actaastro.2021.01.021

References

1. Linnik Yu.V. *Metod naimen'shikh kvadratov i osnovy matematiko-statisticheskoi teorii obrabotki nablyudenii* (Least squares method and mathematical and statistical theory basics for observations processing), Moscow, Fizmatgiz, 1962, 349 p.
2. El'yasberg P.E. *Vvedenie v teoriyu poleta iskusstvennykh sputnikov Zemli* (Introduction to the theory of artificial Earth satellites flight), Moscow, URSS, Librokom, 2011, 540 p.
3. Smirnov N.N. (ed.) *Space Debris. Hazard Evaluation and Mitigation*, Taylor & Francis Inc., 2001, 248 p.
4. Smirnov N.N. *Uspekhi mekhaniki*, 2002, vol. 1, no. 2, pp. 13–104.
5. Klinkrad H. *Space Debris. Models and Risk Analysis*. Chichester, UK. Springer Praxis Books, 2006, 440 p.
6. Pardini C., Anselmo L. Uncontrolled re-entries of massive space objects. *4th International Space Debris Re-entry Workshop ESA/ESOC (28 February – 01 March 2018; Darmstadt, Germany)*.
7. Donskov A.V. Analysis of modern evaluation and modeling methods of contingencies occurrence risks onboard a spacecraft. *Aerospace MAI Journal*, 2018, vol. 25, no. 4, pp. 163–169.
8. Nazarenko A.I. *Vestnik NPO im. S.A. Lavochkina*, 2012, no. 2(13), pp. 38–43.
9. Nazarenko A.I. How can we increase the accuracy of determination of spacecraft's lifetime? *Acta Astronautica*, 2015, vol. 116, pp. 229–236. DOI: 10.1016/j.actaastro.2015.07.004
10. Fisher R.A. Theory of statistical estimation. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 1925, vol. 22, no. 5, pp. 700–725. DOI: 10.1017/S0305004100009580
11. Nazarenko A.I. *Zadachi stokhasticheskoi kosmodinamiki. Matematicheskie metody i algoritmy resheniya* (Problems of stochastic cosmo-dynamics. Mathematical methods and solution algorithms), Moscow, URSS, Lenand, 2018, 352 p.
12. Space Scoreboard, <http://www.space-track.org>
13. *Atmosfera Zemli verkhnyaya. Model' plotnosti dlya ballisticheskogo obespecheniya poletov iskusstvennykh sputnikov Zemli. GOST R 25645.166-2004* (Earth upper atmosphere. Density model for ballistic support of flights of artificial earth satellites, State Standard R 25645.166-2004), Moscow, Standarty, 2004, 24 p.
14. *Raschety ballisticheskikh iskusstvennykh sputnikov Zemli. Metodika rascheta indeksov solnechnoi aktivnosti. GOST 25645.302-83* (Artificial Earth satellite ballistic computations. Solar activity indexes calculation methods, State Standard 25645.302-83), Moscow, Standarty, 1997, 21 p.
15. Space data, Space weather, <https://www.celestrak.com>
16. Pardini C., Anselmo L. Uncontrolled re-entries of Tiangong-1. *36th IADC Plenary Meeting (05–08 June 2018; Tsukuba, Japan)*.
17. Tiangong-1 (ID 37820), <https://aerospace.org/reentries/tiangong-1-id-37820>
18. Orbital debris quarterly news, <http://orbitaldebris.jsc.nasa.gov/newsletter/newsletter.html>
19. Usovik I.V., Darnopykh V.V., Malyshev V.V. Methodology of evolution of technogenic pollution assessment of low Earth orbits with regard to mutual collisions and active space debris removal. *Aerospace MAI Journal*, 2015, vol. 22, no. 3, pp. 54–62.
20. McKnight D., Witner R., Letizia F. et al. Identifying the 50 statistically-most-concerning derelict objects in LEO. *Acta Astronautica*, 2021, vol. 181, pp. 282–291. DOI: 10.1016/j.actaastro.2021.01.021

Статья поступила в редакцию 27.06.2022; одобрена после рецензирования 01.07.2022; принята к публикации 01.07.2022.

The article was submitted on 27.06.2022; approved after reviewing on 01.07.2022; accepted for publication on 01.07.2022.