УДК 629.7

Статистические оценки полноты летных испытаний летательных аппаратов.

Балык В.М., Зенков Д.Н.

В статье рассматривается актуальная проблема, связанная с планированием летных испытаний беспилотного летательного аппарата (БЛА) проводимых в процессе отработки БЛА. Рассмотрен метод оценки полноты испытаний, позволяющий вполне формализовано обосновать необходимость проведения очередного испытания. Метод основывается на восстановлении полиномиальной модели по статистической выборке, представляющей собой данные телеметрии, и далее полиномиальная модель оценивается по статистическим критериям. Основная особенность статистических критериев состоит в том, что значения критериев известны для ситуаций, когда практически все закономерности, имеющиеся в статистической выборке, описываются данной полиномиальной моделью. Таким образом, такие критерии могут быть мерой полноты экспериментальной модели с одной стороны и условием продолжения испытаний с другой стороны.

Ключевые слова: статистический синтез; испытания ЛА; аэродинамические коэффициенты; статистические критерии; оптимизация; полиномиальная модель; статистическая выборка; планирование экспериментов.

Введение.

Качественная реализация проекта создания летательного аппарата во многом зависит от успешности проведения его испытаний. В целом процесс испытаний ЛА включает в себя лабораторные, стендовые, государственные, летные и приемочные испытания, среди которых летные испытания являются наиболее затратными. Основная цель испытаний состоит в определении соответствия обликовых характеристик и показателей ЛА заданным требованиям и, в целом, пока такое соответствие не достигнуто, летные испытания продолжаются. В то же время, современные условия сопровождающие процесс создания ЛА, выдвигают весьма жесткие условия финансирования всех этапов его разработки. В связи с этим актуальной представляется задача обоснованного сокращения числа летных испытаний ЛА, для чего необходимо методическое обеспечение обработки результатов летных испытаний, позволяющее ответить на вопрос: все ли закономерности, представленные в телеметрии, отражены в математических моделях ЛА.

Такая задача может быть решена средствами статистического анализа экспериментальных данных, которые позволяют провести структурно-параметрический синтез проектно-функциональных связей. Здесь критерии статистического анализа подразделяются на две группы. К критериям первой группы относятся критерии по которым восстанавливается структура аппроксимирующего полинома (виды базисных функций, порядок полинома и т.п.), а по критериям второй группы устанавливается полнота восстановленных проектно-функциональных связей, т.е. по этим критериям устанавливается все ли закономерности присутствующие в данных телеметрии отражены в соответствующих проектно-функциональных связях.

К критериям первой группы относятся:

– критерий регулярности

$$\Delta^2\left(B\right)=\frac{\sum_{i=1}^{N_B}\left(J_T-J_{\text{Ì}}\right)_i^2}{\sum_{i=1}^{N_D}J_{Ti}^2}\rightarrow \min \tag{1}$$

где N_B – объем проверочной части статистической выборки, J_{Ti} – i-ое экспериментальное значение проектно функциональной связи, J_{Mi} – i-ое модельное значение той же связи;

– критерий несмещённости, согласно которому требуется максимальное совпадение выходной величины двух моделей, полученных на двух различных частях статистической выборки.

Критерий минимума смещения имеет вид

$$n_{\text{ñì}}^2=\frac{\sum_{i=1}^{N}\left(J_{Ai}-J_{Bi}\right)^2}{\sum_{i=1}^{N}J_i^2}\rightarrow \min \tag{2}$$

где A – точки выборки с большим значением дисперсии входной величины; B – точки выборки с меньшим значением дисперсии входной величины; N – общий объем статистической выборки.

Критерий минимума смещения позволяет выбрать модель, наименее чувствительную к изменению множества экспериментальных точек по которой она получена. Критерий требует, чтобы модель давала одинаковые результаты на последовательных опытных данных A и B. Этот критерий позволяет решить задачу восстановления закона, скрытого в зашумлённых экспериментальных данных, а потому рекомендуется для решения задач идентификации.

К критериям второй группы относятся критерии, по которым оценивается полнота восстановления проектно-функциональных связей. К этим критериям относятся:
– коэффициент детерминации — это доля объяснённой дисперсии отклонений зависимой переменной от её среднего значения. Зависимая переменная объясняется (прогнозируется) с помощью функции от объясняющих переменных.

Иногда показателям полноты связи можно дать качественную оценку используя шкалу Чеддока.

Значение коэффициента	Оценка полноты связи
0,7 - 0,9	Высокая
0,9 - 0,99	Весьма высокая

Функциональная связь возникает при значении равном 1, а отсутствие связи — 0. При значениях показателей полноты связи меньше 0,7 величина коэффициента детерминации всегда будет ниже 50 %. Это означает, что на долю вариации факторных признаков приходится меньшая часть по сравнению с остальными неучтенными в модели факторами, влияющими на изменение результативного показателя. Построенные при таких условиях регрессионные модели имеют низкое практическое значение.
– критерий Дарбина-Уотсона (или DW-критерий) — предназначен для проверки независимости регрессионных остатков. Значение статистики Дарбина-Уотсона изменяется в диапазоне от 0 до 4. При этом d = 2 указывает на отсутствие автокорреляции элементов полинома. Если d меньше двух, то имеет место положительная автокорреляции, а больше двух - отрицательная.

Дальнейшее изложение метода статистической обработки данных летного эксперимента приводится на примере восстановления аэродинамической модели БЛА.

1. Полиномиальное представление аэродинамических характеристик.

В общем случае функциональные зависимости аэродинамических коэффициентов от фазовых переменных могут быть представлены в виде:

$$C_x = C_x(\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4, \alpha, \beta, M, w_x, w_y, w_z)$$

$$C_y = C_y(\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4, \alpha, \beta, M, w_x, w_y, w_z)$$

$$C_z = C_z(\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4, \alpha, \beta, M, w_x, w_y, w_z) \qquad (3)$$

$$m_x = m_x(\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4, \alpha, \beta, M, w_x, w_y, w_z)$$

$$m_y = m_y(\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4, \alpha, \beta, M, w_x, w_y, w_z)$$

$$m_z = m_z(\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4, \alpha, \beta, M, w_x, w_y, w_z)$$

Здесь:

δ_1 - угол отклонения руля I;

δ_2 - угол отклонения руля II;

δ_3 - угол отклонения руля III;

δ_4 - угол отклонения руля IV;

α - угол атаки;

β - угол скольжения;

M - число Маха;

w_x - угловая скорость относительно оси X_1;

w_y - угловая скорость относительно оси Y_1;

w_z - угловая скорость относительно оси Z_1;

В достаточно полном виде расчет аэродинамических коэффициентов можно представить в виде модели учитывающей перекрестные связи между фазовыми переменными [1]:

$$C_x = C_{x0} + r_1(\alpha^2 + \beta^2) + r_2(\delta_\theta^2 + \delta_\psi^2) + r_3\delta_э^2 + r_4(\alpha\delta_\theta + \beta\delta_\psi) + r_5(\alpha^4 + \beta^4) + r_6\alpha^2\beta^2$$

$$C_y = C_y^\alpha\alpha + C_y^\delta\delta_\theta + C_{10}\alpha^3 + C_{11}\alpha\beta^2 + C_{12}\alpha^2\delta_\theta + C_{13}\beta^2\delta_\theta + C_{14}\alpha\beta\delta_\psi + C_{15}\beta\delta_{\acute{Y}} + C_y^{wz}W_z$$

$$C_z = -C_y^\alpha\beta - C_y^\delta\delta_\psi - C_{10}\beta^3 - C_{21}\beta\alpha^2 - C_{22}\beta^2\delta_\psi - C_{23}\alpha^2\delta_\psi - C_{24}\alpha\beta\delta_\theta - C_{25}\alpha\delta_{\acute{Y}} + C_z^{wy}W_y \qquad (4)$$

$$m_x = m_x^\delta\delta_{\acute{y}} + m_x^{\omega_x}\omega_x + m_x^{\alpha\beta}\alpha\beta + m_x^{\alpha\delta_\psi}\alpha\delta_\psi + m_x^{\beta\delta_\theta}\beta\delta_\theta$$

$$m_y = m_z^\alpha\beta + m_z^\delta\delta_\psi + b_{10}\beta^3 + b_{11}\beta\alpha^2 + b_{12}\beta^2\delta_\psi + b_{13}\alpha^2\delta_\psi + b_{14}\alpha\beta\delta_\psi + b_{15}\alpha\delta_{\acute{Y}} + m_z^{wz}W_z$$

$$m_z = m_z^\alpha\alpha + m_z^\delta\delta_\theta + b_{20}\alpha^3 + b_{21}\alpha\beta^2 + b_{22}\alpha^2\delta_\theta + b_{23}\beta^2\delta_\theta + b_{24}\alpha\beta\delta_\psi - b_{25}\beta\delta_{\acute{Y}} + m_z^{wy}W_y$$

Здесь

$\delta_\theta = \frac{1}{2}(\delta_2 + \delta_4), \delta_\psi = \frac{1}{2}(\delta_1 + \delta_3), \delta_{\acute{y}} = \frac{1}{4}(\delta_3 - \delta_1 + \delta_4 - \delta_2), r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6, C_{10}, C_{11}, C_{12}, C_{13}, C_{14}, C_{15},$

$C_{20}, C_{21}, C_{22}, C_{23}, C_{24}, C_{25}, b_{10}, b_{11}, b_{12}, b_{13}, b_{14}, b_{15}, b_{20}, b_{21}, b_{22}, b_{23}, b_{24}, b_{25}$ - линейные параметры полиномов подлежащих определению, исходя из условия минимума критерия регуляции.

Таким образом, окончательно, аэродинамическая модель формируется по результатам решения следующих оптимизационных задач:

$$J_{opt} = \min_{\begin{Bmatrix} r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6 \\ C_{10}, C_{11}, C_{12}, C_{13}, C_{14}, C_{20} \\ b_{10}, b_{11}, b_{12}, b_{13}, b_{14}, b_{20} \\ C_{x0}, C_y^{\alpha}, C_y^{\delta}, m_z^{\alpha}, m_z^{\delta} \end{Bmatrix}} \frac{\sum_{i=0}^{N} (J_j^M - J_j^T)_i^2}{\sum_{i=0}^{N} (J_j^T)_i^2}, \ j = \overline{1,6} \qquad (5)$$

где при j=l, задача решается для C_x, при j=2, задача решается для C_y, при j=3, задача решается для C_z, приj=4, задача решается для m_x, j=5 , задача решается для m_y, при j=6, задача решается для m_z.

Здесь J_j^M – модельное значение аэродинамических коэффициентов рассчитываемое по системе (4). J_j^T – экспериментальные значения аэродинамических коэффициентов полученные по данным телеметрии.

2. Статистический анализ экспериментальной аэродинамической модели.

В данном разделе приводятся результаты обработки статистических моделей отдельно для каждого аэродинамического коэффициента.

Для оценки качества полученных статистических аэродинамических моделей был проведен статистический анализ, с применением всех основных функций применяемых для статистического анализа, таких как регрессии и описательные статистики.

В данной работе, для восстановления зависимостей была использована линейная регрессия.

Для коэффициент Cx такая зависимость имеет вид:

$$C_x = 0,18 - 0,5(\alpha^2 + \beta^2) + 0,1(\delta_\theta^2 + \delta_\psi^2) - 0,00999934\delta_{\acute{y}}^2 + 0,00999942(\alpha\delta_\theta + \beta\delta_\psi) - 0,00999987(\alpha^4 + \beta^4) - 0,00997338\alpha^2\beta^2 \qquad (6)$$

Параметр	Значения коэффициентов	Стандартная ошибка
C_{x0}	0,18	0,0
$(\alpha^2 + \beta^2)$	-0,5	0,0
$(\delta_\theta^2 + \delta_\psi^2)$	0,1	0,0
$\delta_э^2$	-0,00999934	0,0
$(\alpha\ \delta_\theta + \beta\ \delta_\psi)$	0,00999942	0,0
$(\alpha^4 + \beta^4)$	-0,00999987	0,0
$\alpha^2\beta^2$	0,00997338	0,0

Дисперсионный анализ:

Исходные данные	Сумма квадратов	Число степ. свободы	Средний квадрат
Модель Остатки	33,82 0,0	6 5794	5,63666 0,0
Итог	33,82	5800	

Число степеней свободы для факториальной дисперсии равно числу совокупностей без единицы, т.к. все группы связаны друг с другом лишь одним общим условием – значением средней арифметической всего дисперсионного комплекса.

Коэффициент детерминации = 100%.

Коэффициент детерминации это мера качества регрессионной модели, описывающей связь между зависимой и независимыми переменными модели. Коэффициент детерминации показывает, что соответствующая модель объясняет 100,0% изменчивости данных Cx. Скоррелированный коэффициент детерминации, более подходящий для сравнения моделей с различным числом независимых переменных, равен 100,0%.

Стандартная ошибка оценки = 0,0.

Стандартная ошибка оценки, оценивает меру рассеяния наблюдаемых значений относительно регрессионной прямой. При подборе модели необходимо стремится к её минимизации. Стандартная ошибка оценки показывает, что стандартное отклонение разностей (остатков) 0,0. Это значение может быть использовано, чтобы построить прогнозные границы (пределы) для новых наблюдений.

Средняя абсолютная ошибка вычисляется как среднее абсолютных ошибок. Если она равна 0, то модель описана в полной мере.

Средняя абсолютная ошибка = 0,00954815

Статистика Дарбина-Уотсона = 1,02811 (P=0,0000). Поскольку P - значение меньше 0,05, есть признаки последовательной автокорреляции в разностях.

Автокорреляция — это взаимосвязь последовательных элементов полинома. Если существует корреляция между последовательными значениями некоторой независимой переменной, то будет наблюдаться и корреляция последовательных значений остатков. Кроме того, наличие автокорреляции остатков может означать, что необходимо ввести в модель новую независимую переменную.

1 интервал остаточной автокорреляции = 0,4719

Добавочный дисперсионный анализ для переменных в соответствующем порядке

Исходные данные	Сумма квадратов	Число степ. свободы	Средний квадрат
$(\alpha^2 + \beta^2)$	33,7405	1	33,7405
$(\delta_\theta^2 + \delta_\psi^2)$	0,0788017	1	0,0788017
$\delta_э^2$	0,000233783	1	0,000233783
$(\alpha\,\delta_\theta + \beta\,\delta_\psi)$	0,000214285	1	0,000214285
$(\alpha^4 + \beta^4)$	0,000187934	1	0,000187934
$\alpha^2\beta^2$	0,00000741985	1	0,00000741985
Модель	33,82	6	

Данная таблица показывает статистическое значение каждой переменной при ее добавлении у данной модели. Эти данные могут помочь определить, как данная модель может быть упрощена.

95,0% доверительные интервалы для оценки коэффициентов:

Параметр	Оценка	Стандартная ошибка	Нижний предел	Верхний предел
C_{x0}	0,18	0,0	0,18	0,18
$(\alpha^2 + \beta^2)$	-0,5	0,0	-0,5	-0,5
$(\delta_\theta^2 + \delta_\psi^2)$	0,1	0,0	0,1	0,1
$\delta_э^2$	-0,00999934	0,0	-0,00999934	-0,00999934
$(\alpha\,\delta_\theta + \beta\,\delta_\psi)$	0,00999942	0,0	0,00999942	0,00999942
$(\alpha^4 + \beta^4)$	-0,00999987	0,0	-0,00999987	-0,00999987
$\alpha^2\beta^2$	0,00997338	0,0	0,00997338	0,00997338

Эта таблица показывает 95,0% доверительные интервалы для коэффициентов в модели. Доверительные интервалы показывают, насколько точно коэффициенты могут оценивать имеющиеся данные.

Матрица корреляций для оценок коэффициентов модели:

	C_{x0}	$(\alpha^2 + \beta^2)$	$(\delta_\theta^2 + \delta_\psi^2)$	$\delta_э^2$	$(\alpha\,\delta_\theta + \beta\,\delta_\psi)$	$(\alpha^4 + \beta^4)$	$\alpha^2\beta^2$
C_{x0}	1,0000	-0,6763	-0,2338	-0,3474	-0,2350	0,6521	0,3569
$(\alpha^2 + \beta^2)$	-0,6763	1,0000	-0,0221	0,2914	0,6720	-0,8949	-0,4531
$(\delta_\theta^2 + \delta_\psi^2)$	-0,2338	-0,0221	1,0000	-0,1401	0,2380	0,0778	-0,1773
$\delta_э^2$	-0,3474	0,2914	-0,1401	1,0000	0,1761	-0,2092	-0,0684
$(\alpha\,\delta_\theta + \beta\,\delta_\psi)$	-0,2350	0,6720	0,2380	0,1761	1,0000	-0,3326	-0,2136
$(\alpha^4 + \beta^4)$	0,6521	-0,8949	0,0778	-0,2092	-0,3326	1,0000	0,4566
$\alpha^2\beta^2$	0,3569	-0,4531	-0,1773	-0,0684	-0,2136	0,4566	1,0000

Эта таблица показывает подсчитанные корреляции между коэффициентами в соответствующей модели. Эти корреляции могут быть использованы, чтобы определить присутствие мультиколлинеарности, т.е. корреляцию среди указанных коэффициентов. К тому же здесь присутствуют 2 корреляции с абсолютным значением более 0,5 (не включая константу).

Вывод: Следуя полученным статистическим оценкам данная математическая модель адекватна экспериментальным данным по аэродинамическому коэффициенту Cx.

Коэффициент Cy представлен в виде:

$$C_y = -4,86367E-12 + 19,9975\alpha - 1,0042\delta_\theta - 55,0007\alpha^3 + 0,00526851\alpha\beta^2 - \\ 0,00416123\alpha^2\delta_\theta - 0,00528031\beta^2\delta_\theta - 0,00886978\alpha\beta\delta_\psi + 0,00802078\beta\delta_{\acute{Y}} - 4W_z \qquad (7)$$

Параметр	Оценка	Стандартная ошибка
Const	-4,86367E-12	0,0
α	19,9975	0,0
δ_θ	-1,0042	0,0
α^3	-55,0007	0,0
$\alpha\beta^2$	0,00526851	0,0
$\alpha^2\,\delta_\theta$	-0,00416123	0,0
$\beta^2\,\delta_\theta$	-0,00528031	0,0
$\alpha\beta\,\delta_\psi$	-0,00886978	0,0
$\beta\,\delta_э$	0,00802078	0,0
W_z	-4,0	0,0

Дисперсионный анализ

Исходные данные	Сумма квадратов	Число степ. свободы	Средний квадрат
Модель Остатки	2,14919E6 0,0	9 5791	238799,0 0,0
Итог	2,14919E6	5800	

Коэффициент детерминации = 100%.

Коэффициент детерминации показывает, что соответствующая модель объясняет 100,0% изменчивости данных Су. Скоррелированный коэффициент детерминации, более подходящий для сравнения моделей с различным числом независимых переменных, равен 100,0%.

Стандартная ошибка оценки = 0,0.

Стандартная ошибка оценки показывает, что стандартное отклонение разностей (остатков) 0,0. Это значение может быть использовано, чтобы построить прогнозные границы (пределы) для новых наблюдений.

Средняя абсолютная ошибка - 1,85121E-12.

Статистика Дарбина-Уотсона = 2,28608 (P=0,0000). Поскольку P - значение меньше 0,05, есть признаки последовательной автокорреляции в разностях.

1 интервал остаточной автокорреляции = -0,148009.

Добавочный дисперсионный анализ для переменных в соответствующем порядке

Исходные данные	Сумма квадратов	Число степ. свободы	Средний квадрат
α	11053,4	1	11053,4
δ_θ	1876,81	1	1876,81
α^3	48608,9	1	48608,9
$\alpha\beta^2$	53595,7	1	53595,7
$\alpha^2\ \delta_\theta$	49700,3	1	49700,3
$\beta^2\ \delta_\theta$	188,506	1	188,506
$\alpha\beta\ \delta_\psi$	756,006	1	756,006
$\beta\ \delta_э$	7432,18	1	7432,18
W_z	1,97598E6	1	1,97598E6
Модель	2,14919E6	9	

Данная таблица показывает статистическое значение каждой переменной при ее добавлении у данной модели. Эти данные могут помочь определить, как данная модель может быть упрощена.

95,0% доверительные интервалы для оценки коэффициентов

Параметр	Оценка	Стандартная ошибка	Нижний предел	Верхний предел
Const	-4,86367E-12	0,0	-4,86367E-12	-4,86367E-12
α	19,9975	0,0	19,9975	19,9975
δ_θ	-1,0042	0,0	-1,0042	-1,0042
α^3	-55,0007	0,0	-55,0007	-55,0007
$\alpha\beta^2$	0,00526851	0,0	0,00526851	0,00526851
$\alpha^2\ \delta_\theta$	-0,00416123	0,0	-0,00416123	-0,00416123
$\beta^2\ \delta_\theta$	-0,00528031	0,0	-0,00528031	-0,00528031
$\alpha\beta\ \delta_\psi$	-0,00886978	0,0	-0,00886978	-0,00886978
$\beta\ \delta_э$	0,00802078	0,0	0,00802078	0,00802078
W_z	-4,0	0,0	-4,0	-4,0

Эта таблица показывает 95,0% доверительные интервалы для коэффициентов в модели. Доверительные интервалы показывают, насколько точно коэффициенты могут оценивать имеющиеся данные.

Матрица корреляций для оценок коэффициентов модели

	Const	α	δ_θ	α^3	$\alpha\beta^2$
Const	1,0000	-0,7508	0,0646	0,2575	0,0576
α	-0,7508	1,0000	0,3334	-0,5001	-0,1535
δ_θ	0,0646	0,3334	1,0000	-0,5787	-0,2725
α^3	0,2575	-0,5001	-0,5787	1,0000	0,2394
$\alpha\beta^2$	0,0576	-0,1535	-0,2725	0,2394	1,0000
$\alpha^2\ \delta_\theta$	-0,0316	-0,1008	-0,6496	0,8738	0,2579
$\beta^2\ \delta_\theta$	0,0668	-0,1682	-0,3998	0,2094	0,9102
$\alpha\beta\ \delta_\psi$	0,0415	-0,0583	-0,0668	0,0221	0,0430
$\beta\ \delta_э$	-0,6434	0,4080	-0,3168	0,0162	-0,1563
W_z	0,2277	-0,0640	-0,0861	0,1270	-0,0406

	$\alpha^2\ \delta_\theta$	$\beta^2\ \delta_\theta$	$\alpha\beta\ \delta_\psi$	$\beta\ \delta_э$	W_z
Const	-0,0316	0,0668	0,0415	-0,6434	0,2277
α	-0,1008	-0,1682	-0,0583	0,4080	-0,0640
δ_θ	-0,6496	-0,3998	-0,0668	-0,3168	-0,0861
α^3	0,8738	0,2094	0,0221	0,0162	0,1270
$\alpha\beta^2$	0,2579	0,9102	0,0430	-0,1563	-0,0406
$\alpha^2\ \delta_\theta$	1,0000	0,2536	0,0169	0,2323	0,1345
$\beta^2\ \delta_\theta$	0,2536	1,0000	0,0998	-0,1595	0,0204
$\alpha\beta\ \delta_\psi$	0,0169	0,0998	1,0000	-0,3124	0,0376
$\beta\ \delta_э$	0,2323	-0,1595	-0,3124	1,0000	-0,0612
W_z	0,1345	0,0204	0,0376	-0,0612	1,0000

Эта таблица показывает подсчитанные корреляции между коэффициентами в соответствующей модели. Эти корреляции могут быть использованы, чтобы определить присутствие мультиколлинеарности, т.е. корреляцию среди указанных коэффициентов. К тому же здесь присутствуют 3 корреляции с абсолютным значением более 0,5 (не включая константу).

Вывод: Следуя полученным статистическим оценкам данная математическая модель адекватна экспериментальным данным по аэродинамическому коэффициенту Cy.

Коэффициент Cz представлен в виде:

$$C_y = 6,25875E - 11 - 19,9975\beta - 1,0042\delta_\psi - 55,0007\beta^3 + 0,00526855\beta\alpha^2 - \\ 0,00416132\beta^2\delta_\psi - 0,00528033\alpha^2\delta_\psi - 0,00886966\alpha\beta\delta_\theta + 0,00802081\alpha\delta_{\acute{Y}} + 4W_y \qquad (8)$$

Параметр	Оценка	Стандартная ошибка
Const	6,25875E-11	4,75692E-8
β	19,9975	0,0000014656
δ_ψ	-1,0042	0,00000124899
β^3	-55,0007	0,00000545954
$\beta\alpha^2$	0,00526855	0,00000891648
$\beta^2\ \delta_\psi$	-0,00416132	0,0000318428
$\alpha^2\ \delta_\psi$	-0,00528033	0,0000085232
$\alpha\beta\ \delta_\theta$	-0,00886966	0,0000223507
$\alpha\ \delta_э$	0,00802081	0,0000138525
W_y	4,0	6,83623E-9

Дисперсионный анализ

Исходные данные	Сумма квадратов	Число степ. свободы	Средний квадрат
Модель Остатки	3,68026E6 5,58794E-8	9 5791	408918,0 9,64934E-12
Итог	3,68026E6	5800	

Коэффициент детерминации = 100%.

Коэффициент детерминации показывает, что соответствующая модель объясняет 100,0% изменчивости данных Cz. Скоррелированный коэффициент детерминации, более подходящий для сравнения моделей с различным числом независимых переменных, равен 100,0%.

Стандартная ошибка = 0,00000310634.

Стандартная ошибка оценки показывает, что стандартное отклонение разностей (остатков) 0,00000310634. Это значение может быть использовано, чтобы построить прогнозные границы (пределы) для новых наблюдений.

Средняя абсолютная ошибка - 1,45669E-9.

Статистика Дарбина-Уотсона = 2,0484 (P=0,0326). Поскольку P - значение меньше 0,05, есть признаки последовательной автокорреляции в разностях.

1 интервал остаточной автокорреляции = -0,0340774.

Добавочный дисперсионный анализ для переменных в соответствующем порядке

Исходные данные	Сумма квадратов	Число степ. свободы	Средний квадрат
β	7371,51	1	7371,51
δ_ψ	97,9803	1	97,9803
β^3	28950,0	1	28950,0
$\beta\alpha^2$	6830,34	1	6830,34
$\beta^2\ \delta_\psi$	4486,07	1	4486,07
$\alpha^2\ \delta_\psi$	1387,266	1	1387,266
$\alpha\beta\ \delta_\theta$	77241,7	1	77241,7
$\alpha\ \delta_э$	250318,0	1	250318,0
W_y	3,30358E6	1	3,30358E6
Модель	3,68026E6	9	

Данная таблица показывает статистическое значение каждой переменной при ее добавлении у данной модели. Эти данные могут помочь определить, как данная модель может быть упрощена.

95,0% доверительные интервалы для оценки коэффициентов

Параметр	Оценка	Стандартная ошибка	Нижний предел	Верхний предел
Const	6,25875E-11	4,75692E-8	-9,31715E-8	9,32967E-8
β	19,9975	0,0000014656	19,9975	19,9975
δ_ψ	-1,0042	0,00000124899	-1,00421	-1,0042
β^3	-55,0007	0,00000545954	-55,0007	55,0006
$\beta\alpha^2$	0,00526855	0,00000891648	0,00525108	0,00528603
$\beta^2 \delta_\psi$	-0,00416132	0,0000318428	-0,00422373	-0,00409891
$\alpha^2 \delta_\psi$	-0,00528033	0,0000085232	-0,00529703	-0,00526362
$\alpha\beta\ \delta_\theta$	-0,00886966	0,0000223507	-0,00891347	-0,00882586
$\alpha\ \delta_э$	0,00802081	0,0000138525	0,00799366	0,00804796
W_y	4,0	6,83623E-9	4,0	4,0

Эта таблица показывает 95,0% доверительные интервалы для коэффициентов в модели. Доверительные интервалы показывают, насколько точно коэффициенты могут оценивать имеющиеся данные.

Матрица корреляций для оценок коэффициентов модели

	Const	β	δ_ψ	β^3	$\beta\alpha^2$
Const	1,0000	0,2372	0,2790	-0,0858	0,1665
β	0,2372	1,0000	0,2597	-0,3393	0,4093
δ_ψ	0,2790	0,2597	1,0000	-0,0009	0,1085
β^3	-0,0858	-0,3393	-0,0009	1,0000	0,2667
$\beta\alpha^2$	0,1665	0,4093	0,1085	0,2667	1,0000
$\beta^2 \delta_\psi$	-0,0301	0,2519	-0,4149	-0,2938	0,0849
$\alpha^2 \delta_\psi$	-0,0561	-0,1575	-0,4614	0,0350	-0,1165
$\alpha\beta\ \delta_\theta$	0,1636	0,7256	0,1891	0,2211	0,8596
$\alpha\ \delta_э$	0,2938	0,5894	0,0588	-0,0414	0,2363
W_y	-0,1397	-0,3119	-0,0498	0,0431	-0,1594

	$\beta^2\delta_\psi$	$\alpha^2\delta_\psi$	$\alpha\beta\,\delta_\theta$	$\alpha\,\delta_э$	W_y
Const	-0,0301	-0,0561	0,1636	0,2938	-0,1397
β	0,2519	-0,1575	0,7256	0,5894	-0,3119
δ_ψ	-0,4149	-0,4614	0,1891	0,0588	-0,0498
β^3	-0,2938	0,0350	0,2211	-0,0414	0,0431
$\beta\alpha^2$	0,0849	-0,1165	0,8596	0,2363	-0,1594
$\beta^2\delta_\psi$	1,0000	0,0449	0,1325	-0,2369	-0,0084
$\alpha^2\delta_\psi$	0,0449	1,0000	-0,1348	0,0579	-0,0081
$\alpha\beta\,\delta_\theta$	0,1325	-0,1348	1,0000	0,4586	-0,2467
$\alpha\,\delta_э$	-0,2369	0,0579	0,4586	1,0000	-0,2654
W_y	-0,0084	-0,0081	-0,2467	-0,2654	1,0000

Эта таблица показывает подсчитанные корреляции между коэффициентами в соответствующей модели. Эти корреляции могут быть использованы, чтобы определить присутствие мультиколлинеарности, т.е. корреляцию среди указанных коэффициентов. К тому же здесь присутствует 3 корреляция с абсолютным значением более 0,5 (не включая константу).

Вывод: Следуя полученным статистическим оценкам данная математическая модель адекватна экспериментальным данным по аэродинамическому коэффициенту Cz.

Коэффициент m_y представлен в виде:

$$m_y = 6,66267E-7-4,41704\beta-6,24567\delta_\psi-17,6394\beta^3-0,00299045\beta\alpha^2+\\ 0,00573879\beta^2\delta_\psi-0,00919119\alpha^2\delta_\psi-0,00926376\alpha\beta\delta_\psi+0,00794641\alpha\delta_Ý-0,301599W_z \quad (9)$$

Параметр	Оценка	Стандартная ошибка
Const	6,66E-07	9,81E-07
β^2	-4,41704	2,71748E-05
δ_ψ	-6,24567	2,33416E-05
β^3	-17,6394	0,000100219
$\beta\alpha^2$	-0,0029904	0,000166179
$\beta^2\delta_\psi$	0,00573879	0,000585021
$\alpha^2\delta_\psi$	-0,0091911	0,000157535
$\alpha\beta\delta_\psi$	-0,0092637	0,000418962
$\alpha\delta_э$	0,007946	0,000257473
W_z	-0,301599	1,72E-07

Дисперсионный анализ:

Исходные данные	Сумма квадратов	Число степ. свободы	Средний квадрат
Модель	13465,2	9	1496,14
Остатки	0,000018862	5791	3,25724E-9
Итог	13465,2	5800	

Коэффициент детерминации = 92,0281 процентов.

Коэффициент детерминации показывает, что соответствующая модель объясняет 92,0281% изменчивости данных Cz. Скоррелированный коэффициент детерминации, более подходящий для сравнения моделей с различным числом независимых переменных, равен 91,4149%.

Стандартная ошибка оценки = 0,0000570722.

Стандартная ошибка оценки показывает, что стандартное отклонение разностей (остатков) 0,0000570722. Это значение может быть использовано, чтобы построить прогнозные границы (пределы) для новых наблюдений.

Средняя абсолютная ошибка = 0,00000173103.

Статистика Дублина-Уотсона = 2,00048 (P=0,4927). Поскольку P - значение меньше 0,05, есть признаки последовательной автокорреляции в разностях.

1 интервал остаточной автокорреляции = -0,00023898.

Добавочный дисперсионный анализ для переменных в соответствующем порядке

Исходные данные	Сумма квадратов	Число степ. свободы	Средний квадрат
β^2	1431,38	1	1431,38
δ_ψ	124,963	1	124,963
β^3	2,60E+02	1	259,71
$\beta\alpha^2$	1,71625	1	1,71625
$\beta^2\delta_\psi$	11,5403	1	11,5403
$\alpha^2\delta_\psi$	83,0109	1	83,0109
$\alpha\beta\delta_\psi$	467,34	1	467,34
$\alpha\delta_э$	1016,84	1	1016,84
W_z	10068,7	1	10068,7
Модель	13465,2	9	

Данная таблица показывает статистическое значение каждой переменной при ее добавлении у данной модели. Эти данные могут помочь определить, как данная модель может быть упрощена.

95,0% доверительные интервалы для оценки коэффициентов:

Параметр	Оценка	Стандартная ошибка	Нижний предел	Верхний предел
Const	6,66E-07	9,81E-07	-1,25654E-06	2,58908E-06
β^2	-4,41704	2,71748E-05	-4,41709	-4,41699
δ_ψ	-6,24567	2,33416E-05	-6,24572	-6,24562
β^3	-17,6394	0,000100219	-17,6396	-17,6392
$\beta\alpha^2$	-0,0029904	0,000166179	-0,00331615	-0,00266474
$\beta^2\delta_\psi$	0,00573879	0,000585021	0,00459217	0,00688542
$\alpha^2\delta_\psi$	-0,0091911	0,000157535	-0,00949995	-0,00888243
$\alpha\beta\delta_\psi$	-0,0092637	0,000418962	-0,0100849	-0,00844261
$\alpha\delta_э$	0,00794641	0,000257473	0,00744177	0,00845105
W_z	-0,301599	1,72E-07	-0,3016	-0,301599

Эта таблица показывает 95,0% доверительные интервалы для коэффициентов в модели. Доверительные интервалы показывают, насколько точно коэффициенты могут оценивать имеющиеся данные.

Матрица корреляций для оценок коэффициентов модели:

	Const	β^2	δ_ψ	β^3	$\beta\alpha^2$
Const	1,0000	0,3297	0,3275	-0,0760	0,23490
β^2	0,3297	1,0000	0,3018	-0,3266	0,42870
δ_ψ	0,3275	0,3018	1,0000	-0,0008	0,14110
β^3	-0,0760	-0,3266	-0,0008	1,0000	0,26760
$\beta\alpha^2$	0,2349	0,4287	0,1411	0,2676	1,00000
$\beta^2\delta_\psi$	-0,0281	0,2468	-0,4084	-0,2937	0,08230
$\alpha^2\delta_\psi$	-0,1022	-0,1945	-0,4720	0,0363	-0,14060
$\alpha\beta\delta_\psi$	0,2601	0,7354	0,2296	0,2241	0,86450
$\alpha\delta_э$	0,3687	0,5983	0,1016	-0,0328	0,25860
W_z	0,4710	0,3372	0,1894	-0,0104	0,22990

	$\beta^2\delta_\psi$	$\alpha^2\delta_\psi$	$\alpha\beta\delta_\psi$	$\alpha\delta_э$	W_z
Const	-0,02810	-0,10220	0,26010	0,36870	0,47100
β^2	0,24680	-0,19450	0,73540	0,59830	0,33720
δ_ψ	-0,40840	-0,47200	0,22960	0,10160	0,18940
β^3	-0,29370	0,03630	0,22410	-0,03280	-0,01040
$\beta\alpha^2$	0,08230	-0,14060	0,86450	0,25860	0,22990
$\beta^2\delta_\psi$	1,00000	0,04460	0,12760	-0,23660	-0,00070
$\alpha^2\delta_\psi$	0,04460	1,00000	-0,16750	0,02170	-0,10940
$\alpha\beta\delta_\psi$	0,12760	-0,16750	1,00000	0,47560	0,31270
$\alpha\delta_э$	-0,23660	0,02170	0,47560	1,00000	0,30280
W_z	-0,00070	-0,10940	0,31270	0,30280	1,00000

Эта таблица показывает подсчитанные корреляции между коэффициентами в соответствующей модели. Эти корреляции могут быть использованы, чтобы определить присутствие мультиколлинеарности, т.е. корреляцию среди указанных коэффициентов. К тому же здесь присутствует 3 корреляция с абсолютным значением более 0,5 (не включая константу).

Вывод: Следуя полученным статистическим оценкам, данная математическая модель восстановлена не в полном объеме, так например, аэродинамическая производная $\partial(m_y)/\ \partial(\ \beta^2\delta_\psi)$ имеет большую стандартную ошибку, что требует дополнительного исследования перекрестной связи $\beta^2\delta_\psi$.

Выводы.

1. Статистический синтез экспериментальной аэродинамической модели показывает уровень взаимосвязи между отдельными кинематическими параметрами в модели, и исходя из этого уровня необходимо корректировать проектные параметры, фазовые координаты аппарата или режим его движения.

2. Условия продолжения испытаний БЛА должны вырабатываться комплексно, по всем подсистемам БЛА, здесь же проводился анализ только по аэродинамическому каналу.

3. Статистический синтез экспериментальной аэродинамической модели проводится по всем значимым факторам статистики: дисперсионному анализу, добавочному дисперсионному анализу, по доверительному интервалу, по матрице корреляций.

4. Рассмотренный метод оценки полноты испытаний может быть распространён и на другие сложные технические системы при их экспериментальной отработке.

Библиографический список.

1.Святодух В.К. «Динамика пространственного движения управляемых ракет» -М.: Машиностроение 1989. - 270с

2. Елисеева И.И. «Эконометрика» -М.: Финансы и статистика, 2004. - 344 с

3. Брандт З. «Статистические методы анализа наблюдений» - М.: "Мир", 1975. - 313 с.

Балык Владимир Митрофанович, профессор Московского авиационного института (национального исследовательского университета), д.т.н.

МАИ, Волоколамское ш., 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993;

тел.: (499) 158-46-76, 8-915-339-64-71;

e-mail: k608@mai.ru

Зенков Денис Николаевич, аспирант Московского авиационного института (национального исследовательского университета).

тел.: 8-905-531-77-85; e-mail: deviron@mail.ru