

Тепловые процессы в технике. 2022. Т. 14. № 12. С. 531–538
Thermal processes in engineering, 2022, vol. 14, no. 12, pp. 531–538

Научная статья
УДК 532.536; 536.21
DOI: 10.34759/tpt-2022-14-12-531-538

Сопряженный тепломассообмен в критической точке затупленного тела при его обтекании высокоскоростным диссоциирующим потоком газа

О.В. Тушавина¹✉

¹ *Московский авиационный университет (национальный исследовательский институт), Москва, Россия*
tushavinaov@mai.ru✉

Аннотация. В работе рассматривается тепломассоперенос в окрестности передней критической точки затупленного конуса при обтекании его высокоскоростным диссоциирующим потоком воздуха на основе приближенно-аналитического решения полных уравнений пограничного слоя в переменных Дородницына – Лиза. Определяются конвективные и диффузионные потоки теплоты, подводимые к поверхности затупления, а также температура поверхности из баланса конвективно-диффузионных, лучистых и тепловых потоков, отводимых теплопроводностью внутрь тепловой защиты летательного аппарата. Получены результаты численных расчетов тепловых потоков к телу и температур поверхности тела в широком диапазоне чисел Маха набегающего потока и константы скорости рекомбинации атомарной компоненты на каталитически активной стенке.

Ключевые слова: вязкое газодинамическое течение, диссоциация, рекомбинация, числа Маха, константа скорости рекомбинации атомарной компоненты, теплопроводность, излучение, температура поверхности, уравнения пограничного слоя, числа Прандтля, Шмидта, Льюиса

Финансирование. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 20-08-00880.

Для цитирования. Тушавина О.В. Сопряженный тепломассообмен в критической точке затупленного тела при его обтекании высокоскоростным диссоциирующим потоком газа // Тепловые процессы в технике. 2022. Т. 14. № 12. С. 531–538. DOI: 10.34759/tpt-2022-14-12-531-538

Original article

Conjugate heat and mass transfer at the critical point of a blunt body in a high-speed dissociate gas flow around it

O.V. Tushavina¹✉

¹ *Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia*
tushavinaov@mai.ru✉

Abstract. The work considers heat and mass transfer in the vicinity of the anterior critical point of a blunted cone when it is flowed by a high-speed dissociating air flow based on an approximate analytical solution of the complete boundary layer equations in Dorodnitsyn – Liza variables. The

convective and diffusive heat fluxes supplied to the blunting surface are determined, as well as the surface temperature from the balance of convective-diffusive, radiant and heat fluxes diverted by thermal conductivity inside the thermal protection of the aircraft. The results of numerical calculations of heat fluxes to the body and body surface temperatures in a wide range of Mach numbers of the incoming flow and the recombination rate constant of the atomic component on the catalytically active wall are obtained.

Keywords: viscous gas dynamic flow, dissociation, recombination, Mach numbers, recombination rate constant of atomic component, thermal conductivity; radiation, surface temperature, boundary layer equations, Prandtl, Schmidt, Lewis numbers

Funding. The work was supported by RFBR grant 20-08-00880.

For citation. Tushavina O.V. Conjugate heat and mass transfer at the critical point of a blunt body in a high-speed dissociate gas flow around it. *Teplovye protsessy v tekhnike = Thermal processes in engineering*, 2022, vol. 14, no. 12, pp. 531–538. (In Russ.) DOI: 10.34759/tpt-2022-14-12-531-538

Введение

Проектирование высокоскоростных летательных аппаратов (ЛА) предполагает, прежде всего, определение уровня тепловых потоков и температур в условиях аэрогазодинамического нагрева и выбор на основе этого теплоустойчивых теплозащитных материалов, выдерживающих огромные динамические и тепловые нагрузки.

Тепловое проектирование ЛА в условиях аэрогазодинамического нагрева предполагает решение задач вязкой теплогазодинамики на основе уравнений динамического, теплового и диффузионного пограничных слоев для определения тепловых потоков от газа к телу и теплопроводности в теле с сопряжением на границе «газ – твердое тело».

Сложность решения сопряженных задач теплообмена и теплопроводности заключается в том, что для определения тепловых потоков от газа к телу необходимо решить задачу теплового пограничного слоя с граничным условием в виде температуры стенки, которая неизвестна, но которая может быть определена из решения задачи теплопроводности в теле, для решения которой необходимо знать тепловые потоки к телу. Возникает замкнутый круг: без решения задачи теплопроводности невозможно решить уравнения теплового пограничного слоя, а без решения последних невозможно решить задачу теплопроводности.

Для решения сопряженных задач теплогазодинамики и теплопроводности в теле вводится неизвестный параметр, в качестве которого принимается температура поверхности тела [1–4]. Этот параметр определяется из граничных усло-

вий 4-го рода по А.В. Лыкову в виде непрерывности на границе «газ – твердое тело» температур и проекций тепловых потоков на направление нормали к поверхности. После определения температуры поверхности последние подставляются в решения уравнений пограничного слоя и в решения задач теплопроводности.

Особенностью решения задач аэродинамического нагрева высокоскоростных ЛА является высокий уровень температур в ударном слое между ударной волной и затуплением, вследствие чего молекулы кислорода и азота воздуха диссоциируют на атомы с поглощением огромной энергии, а на более холодной стенке атомы рекомбинируют в молекулы с выделением того же количества теплоты. Поэтому для упрощения решения рассматривается бинарный поток, состоящий из легких компонентов – атомов и тяжелых – молекул.

Для высокоскоростных ЛА тепломассоперенос в химически реагирующих пограничных слоях рассматривали во многих работах, например [5–8], в основном в приближении замороженного пограничного слоя, когда скорость образования новых компонентов очень мала и ею можно пренебречь.

При этом если стенка является каталитичной к процессу рекомбинации атомов, выделение теплоты при рекомбинации ускоряется. Влияние каталитичности стенки на уровень тепловых потоков рассматривался в работах [8–11].

Решение сопряженных задач теплообмена и теплопроводности в условиях аэродинамического нагрева рассматривался в работах В.Ф. Формалева, С.А. Колесника, Е.Л. Кузнецовой [2–4].

В данной статье на основе применения переменных Дородницына – Лиза приближенно-аналитическим методом решается система уравнений пограничного слоя для бинарной смеси газов с целью определения тепловых потоков и температур с учетом диссоциации и рекомбинации, излучения и отвода теплоты теплопроводностью внутрь тела в широком диапазоне чисел Маха набегающего потока на фиксированной высоте полета. Результаты позволяют получить границы скоростей полета ЛА, при которых ЛА функционирует в условиях отсутствия уноса массы (ablation).

Постановка задачи

Тепловые потоки и температура поверхности ЛА могут быть получены из решения следующей системы уравнений динамического теплового и диффузионного пограничных слоев в локальной системе координат (рис. 1) относительно компонент скорости $u(x, y)$, $v(x, y)$, давления $p(x)$, плотности $\rho(x, y)$, концентраций бинарной смеси C_i , $i = 1, 2$, полной энтальпии $I(x, y)$:

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right); \quad (1)$$

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial y}, \quad p = p_e(x); \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho u r_0)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v r_0)}{\partial y} = 0; \quad (3)$$

$$p = \rho \bar{R} T, \quad \bar{R} = \sum_i C_i R_i = \sum_i \frac{p_i}{\rho} R_i, \quad i = 1, 2; \quad (4)$$

$$\rho u \frac{\partial C_i}{\partial x} + \rho v \frac{\partial C_i}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho D_{12} \frac{\partial C_i}{\partial y} \right) + w_i, \quad i = 1, 2; \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \rho u \frac{\partial I}{\partial x} + \rho v \frac{\partial I}{\partial y} = & \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\mu}{Pr} \frac{\partial I}{\partial y} + \mu \left(1 - \frac{1}{Pr} \right) \frac{\partial u^2}{\partial y} \right] - \\ & - \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{1}{Le} - 1 \right) \rho D_{12} \sum_i h_i \frac{\partial C_i}{\partial y} \right], \\ I = & \frac{u^2}{2} + \sum_i C_i (c_{pi} T + h_i^0) \end{aligned} \quad (6)$$

с граничными условиями при $y = 0$:

$$u(x, 0) = 0; \quad v(x, 0) = 0;$$

$$\rho(x, 0) = \rho_w, \quad I(x, 0) = I_w, \quad C_i(x, 0) = C_{iw}; \quad (7)$$

при $y = \delta(x)$:

$$u(x, \delta(x)) = u_e(x),$$

$$v(x, \delta(x)) = v_e(x), \quad \rho(x, \delta(x)) = \rho_e(x),$$

$$\frac{\rho_e}{\rho_0} = \left(\frac{p_e(x)}{p_0} \right)^{1/k}, \quad \frac{T_e(x)}{T_0} = \left(\frac{p_e(x)}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}},$$

$$\frac{C_{Ae}}{C_{A0}} = \left(\frac{p_{Ae}}{p_{A0}} \right)^{1/k}. \quad (8)$$

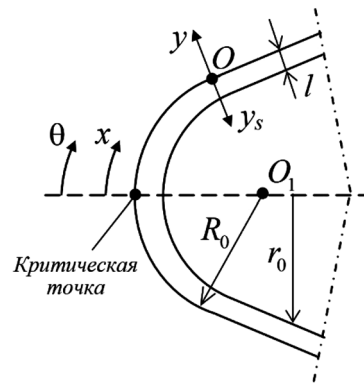


Рис. 1. Область передней критической точки затупленного конуса

Давление на внешней границе пограничного слоя на затупленном конусе принимается по интерполяционной формуле В.В. Лунева [12]

$$\frac{p_e(x)}{p_0} = 1 - 1.17 \sin^2 \frac{x}{R_0} + 0.225 \sin^6 \frac{x}{R_0}. \quad (9)$$

Для определения распределения температур в теле необходимо по тепловым потокам q_w , полученным из решения системы (1)–(9), решить следующую задачу теплопроводности (рис. 1):

$$\lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial y_s} \Big|_{y_s=0} + \varepsilon \sigma T_{ws}^4 = q_w; \quad (10)$$

$$\lambda_s \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=l} = 0; \quad (11)$$

$$c_s \rho_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y_s} \left(\lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial y_s} \right), \quad 0 < y_s < l, \quad t > 0; \quad (12)$$

$$T_s(y, 0) = T_{нач}, \quad (13)$$

где

$$q_w = \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} + \rho D_{12} h_A^0 \frac{\partial \alpha}{\partial y} \right)_{y=0}.$$

В соотношениях (1)–(13) введены следующие обозначения: $C_i, i=1,2$ – концентрация атомарной компоненты $C_A = \alpha, i=1$ и концентрация молекулярной компоненты $C_M, i=2$, причем $C_M = 1 - C_A = 1 - \alpha$; μ – вязкость, \bar{R} – газовая постоянная бинарной смеси; D_{12} – коэффициент бинарной диффузии; $Pr = \mu c_p / \lambda$ – число Прандтля; $Le = Pr / Sc$ – число Льюиса; Sc – число Шмидта $Sc = \mu / \rho D_{12}$; c_p, λ – теплоемкость при постоянном давлении и теплопроводность; h_i^0 – энтальпия образования i -го компонента. c, ρ, λ – теплоемкость, плотность, теплопроводность; ε – степень черноты; индекс «s» относится к твердому телу; «e» – к наружной границе пограничного слоя.

Система уравнений (1)–(9) – существенно нелинейна, ее решение возможно только численными методами, однако с помощью переменных Дородницына – Лиза ее можно свести к нелинейной системе обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), которая при некоторых упрощениях допускает приближенно-аналитическое решение. Подставим в систему (1)–(9) эти переменные

$$\eta = \frac{\rho_e u_e r_0^y}{\sqrt{2\bar{x}}} \int_0^y \frac{p}{\rho_e} dy, \quad \bar{x} = \int_0^x \rho_e u_e \mu_e r_0^2 dx, \quad (14)$$

получим следующую систему ОДУ:

– уравнение сохранения импульса

$$(Df'')' + f \cdot f'' + \frac{2\bar{x}}{u_e} \frac{du_e}{d\bar{x}} \left[\frac{\rho_e}{\rho} - (f')^2 \right] = 0; \quad (15)$$

– уравнение концентраций

$$\left(\frac{D}{Sc} \bar{C}'_i \right)' + f \bar{C}'_i = \frac{2\bar{x} f' \bar{C}'_i}{C_{ie}} \left(\frac{dC_{ie}}{d\bar{x}} \right) - \frac{2\bar{x} w_i}{\rho \rho_e u_e^2 \mu_e^2 C_{ie}^2}; \quad (16)$$

– уравнение сохранения энергии

$$\begin{aligned} \left(\frac{D}{Pr} \bar{I}' \right)' + f \bar{I}' &= \frac{2\bar{x} f' \bar{I}}{I_e} \frac{dI_e}{d\bar{x}} + \\ &+ \left[\frac{D}{Sc} \left(\frac{1}{Le} - 1 \right) \sum_i \frac{h_i C_{ie}}{I_e} C'_i \right] + \\ &+ \frac{u_e^2}{I_e} \left[\left(1 - \frac{1}{Pr} \right) Df f'' \right], \end{aligned} \quad (17)$$

где штрихи обозначают обыкновенное дифференцирование по переменной η , $D = \rho \mu / \rho_e \mu_e$, $\bar{C}_e(\eta) = C_i(\eta) / C_{ie}$, $\bar{I}(\eta) = I(\eta) / I_e$, $f'(\eta) = u(\eta) / u_e$.

Граничные условия:

при $y = 0 (\eta = 0)$:

$$f'(0) = 0; \quad f(0) = f_w;$$

$$\bar{C}_i(0) = \bar{C}_{iw} = C_{iw} / C_{ie}; \quad (18)$$

при $y \rightarrow \infty (\eta \rightarrow \infty)$ или $\eta = \bar{\delta}(\bar{x})$:

$$f'(\infty) = f'_e \rightarrow 1; \quad f(\infty) = f_e \rightarrow 0;$$

$$\bar{C}_i(\infty) = \bar{C}_{ie} \rightarrow 1; \quad \bar{I}(\infty) = \bar{I}_e \rightarrow 1. \quad (19)$$

Для приближенно-аналитического решения задачи (15)–(17) сделаем следующие допущения:

– пограничный слой является бинарным с атомарной концентрацией $C_A = \alpha$ и молекулярной $C_M = 1 - \alpha$;

– газ является замороженным, то есть $w_i = 0$;

– числа Le и Pr примерно равны единице;

– в правой части уравнения (15) $f^{12} - \rho_e / \rho \approx 0$, что можно предположить для окрестности критической точки, но не для критической точки;

– в правых частях уравнений, содержащих \bar{x} , положить $\bar{x} \approx 0$ (окрестность критической

точки), а сомножители $\frac{\bar{x}}{u_e} \frac{du_e}{d\bar{x}}$, $\frac{\bar{x}}{\alpha_e} \frac{d\alpha_e}{d\bar{x}}$, $\frac{\bar{x}}{I_e} \frac{dI_e}{d\bar{x}}$

– постоянны.

При этих предположениях система уравнений (15)–(17) трансформируется в систему:

$$(D \cdot f'')' + f \cdot f'' = 0; \quad (20)$$

$$(D\bar{\alpha})' + f\bar{\alpha}' = 0; \quad (21)$$

$$(D\bar{I}')' + f\bar{I}' = 0. \quad (22)$$

Интегрируя уравнения (20)–(22) с учетом граничных условий, формируя конвективный

тепловой поток на стенке $\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0, \eta=0}$ и диффузи-

онный тепловой поток $\rho D_{12} \frac{\partial \alpha}{\partial y} \Big|_{y=0, \eta=0}$ и учитывая

$\frac{d\eta}{dy} = \frac{1}{\sqrt{2\mu_e}} \left(\rho_e \frac{du_e}{dx} \right)^{1/2}$, получим решение системы (20)–(22)

$$f(\eta) = \frac{D}{f} e^{-(f/D)\eta} + 1 \cdot \eta - D / f; \quad (23)$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{\eta=0} = \frac{\lambda}{(c_p)_{cp}} (c_{pe} T_e - c_{pw} T_w) \times \left(\frac{f}{D} \right) \frac{1}{\sqrt{2\mu_e}} \left(\rho_e \frac{du_e}{dx} \right)_{\eta=0}^{1/2}; \quad (24)$$

$$\rho D_{12} \frac{\partial \alpha}{\partial y} \Big|_{\eta=0} = \rho D_{12} (\alpha_e - \alpha_w) \times \left(\frac{f}{D} \right) \frac{1}{\sqrt{2\mu_e}} \left(\rho_e \frac{du_e}{dx} \right)_{\eta=0}^{1/2}. \quad (25)$$

В конвективный (24) и диффузионный (25) тепловые потоки входит относительная функция тока $f(\eta)$, которая при $\eta = 0$ равна нулю $f(0) = 0$, то есть тепловые потоки (24), (25) равны нулю, что недопустимо. Однако $f(\eta)$ можно разложить в ряд Тейлора по степеням переменной η в окрестности $\eta = 0$, получим

$$f(\eta) = f(0) + f'(0) \cdot \eta + f''(0) \frac{\eta^2}{2} + \dots \approx f''(0) \frac{\eta^2}{2}. \quad (26)$$

В работе Г. Шлихтинга [13] затабулировано численное решение относительно $f(\eta)$ задачи:

$$f''' + ff'' - f^{12} + 1 = 0; \quad f(0) = 0; \quad f'(0) = 0; \quad f'(\infty) = 1, \quad (27)$$

которая обработана методом наименьших квадратов с получением функции

$$f(\eta) = -3.095 \cdot 10^{-3} \eta^3 + 0.251 \eta^2 + 0.248 \eta - 0.025, \quad (28)$$

откуда

$$f(\eta) = f''(0) \frac{\eta^2}{2} = 0.502 \frac{\eta^2}{2}; \quad f''(0) = 0.502. \quad (29)$$

Производные du_e / dx в (24), (25) определяются из уравнения Бернулли $\frac{dp_e}{dx} = -\rho_e u_e \frac{du_e}{dx} =$

$$= -\rho_e x \left(\frac{du_e}{dx} \right)^2, \text{ откуда} \quad \frac{du_e}{dx} = \sqrt{-\frac{1}{x \rho_e} \frac{dp_e}{dx}}, \quad \frac{dp_e}{dx} < 0. \quad (30)$$

Формулы (24)–(30) определяют конвективные и диффузионные тепловые потоки в окрестности критической точки без учета константы k_R скорости каталитической рекомбинации.

Тепломассообмен в критической точке

Формулы (24)–(30) не годятся для критической точки, поскольку там $x = 0$, $f(0) = 0$ и уравнения пограничного слоя не выполняются. Поэтому в критической точке затупленного конуса тепловые и диффузионные потоки определяются непосредственно без решения системы (20)–(22).

По закону Фика диффузионный тепловой поток в стенку равен

$$(q_w)_{\text{дифф}} = \rho_w D_{12} \left(\frac{\partial \alpha}{\partial y} \right)_w = (k_R \rho \alpha)_w, \quad (31)$$

поскольку реакция рекомбинации является реакцией первого порядка, то есть $\partial \alpha / \partial y$ пропорциональна массовой концентрации $(\rho \alpha)_w$.

Разделив (31) на α_e , используя равенство

$$\frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial y} = \frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y}, \quad (32)$$

переменные Дородницына – Лиза (14), соотношения для критической точки

$$\frac{u_e}{2x} = 2 \frac{du_e}{dx} \Big|_{x=0}, \quad \frac{du_e}{dx} \Big|_{x=0} = \frac{1}{R_0} \sqrt{\frac{p_0}{\rho_0}}, \quad (33)$$

получим из (32)

$$\frac{\partial \bar{\alpha}(0)}{\partial \eta} = \left[\frac{\rho_e \mu_e}{2(du_e / dx)} \right]^{1/2} \frac{(k_R)_w}{\rho_w D_{12}} \bar{\alpha}(0). \quad (34)$$

Из точного решения уравнения (16) с правой частью при $Pr \neq 1$ и $D \neq 1$ известно [6], что

$$\bar{\alpha}'(0) \approx 0.47 Sc^{1/3} (1 - \bar{\alpha}(0)), \quad (35)$$

где $Sc = \mu / \rho D_{12}$ – число Шмидта.

Тогда из (33)–(35) получим

$$\bar{\alpha}(0) = \left\{ 1 + \left[\frac{\rho_e \mu_e}{2(du_e / dx)} \right]^{1/2} \times \frac{(k_R)_w}{0.47 Sc^{1/3} \rho_w D_{12}} \right\}^{-1}. \quad (36)$$

Подставляя (36) в (34) и учитывая, что $\rho_e \mu_e \approx \rho_w \mu_w$, а также $\rho_w D_{12} = \mu / Sc$, получим поток атомарной компоненты $\bar{\alpha}(0)$ в стенку в критической точке с учетом степени рекомбинации k_R :

$$\frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial \eta} = 0.47 Sc^{1/3} \varphi,$$

$$\varphi = \left\{ 1 + \frac{0.4 Sc^{-2/3} \left[2 \left(\frac{du_e}{dx} \right)_0 \rho_e \mu_e \right]^{1/2}}{\rho_w (k_R)_w} \right\}^{-1}. \quad (37)$$

Тогда

$$(q_w)_{\text{дифф}} = \rho D_{12} \left. \frac{\partial \bar{\alpha}(0)}{\partial \eta} \right|_w = \left(\rho D_{12} h_A^0 \frac{\partial \alpha}{\partial y} \right)_w,$$

где h_A^0 – теплота образования атомарной компоненты.

Аналогично из точного решения уравнения энергии (17) при $Pr \neq 1$, $D \neq 1$ и $Sc \neq 1$ имеем [6]

$$\bar{T}(0) = 0.47 Pr^{1/3} [1 - I(0)]. \quad (38)$$

Используя соотношение

$$q_w = \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} + \rho D_{12} h_A^0 \frac{\partial \alpha}{\partial y} \right)_{y=0}, \quad (39)$$

переменные Дородницына – Лиза (14), $\bar{T} = T / T_e$, $\bar{\alpha} = \alpha / \alpha_e$, получим конвективно-диффузионный тепловой поток в критической точке для замороженного реагирующего течения вязкого газа с учетом рекомбинации атомарной компоненты

$$q_w = 0.66 Pr^{-2/3} \left[\rho_e \mu_e \left(\frac{du_e}{dx} \right) \right]^{1/2} \times \left(I_e - h_w \right) \left[1 + \left(Le^{2/3} \varphi - 1 \right) \frac{h_e \alpha_e}{I_e - h_w} \right]. \quad (40)$$

Для определения температуры стенки необходимо составить баланс тепловой энергии, подводимой к стенке (40) и отводимой излучением и теплопроводностью вглубь тела

$$\lambda_s \left. \frac{\partial T_s}{\partial y_s} \right|_{y_s=0} + \varepsilon \sigma T_{ws}^4 = 0.66 Pr^{-2/3} \left[\rho_e \mu_e \left(\frac{du_e}{dx} \right) \right]^{1/2} \times \left(I_e - h_w \right) \left[1 + \left(Le^{2/3} \varphi - 1 \right) \frac{h_e \alpha_e}{I_e - h_w} \right], \quad (41)$$

где $h_w = c_{pw}(T_w)T_w$.

В стационарном случае отвод теплоты за счет теплопроводности можно приближенно оценить соотношением

$$\lambda_s \frac{T_{ws} - T_{\text{шн}}}{l} \approx \lambda_s \left. \frac{\partial T_s}{\partial y_s} \right|_{y_s=0},$$

где l – толщина тепловой защиты, $T_{\text{шн}}$ – температура на внутренней границе тела.

Результаты расчетов и их анализ

На рис. 2–5 представлены результаты расчетов по формулам (40), (41) тепловых потоков и температур в критической точке затупленного тела в зависимости от чисел M_∞ и высоты $H = 40$ км полета и степени гетерогенной рекомбинации при концентрациях атомарной компоненты $\alpha_e = 0.25$ (рис. 2, 3) и $\alpha_e = 0.5$ (рис. 4, 5).

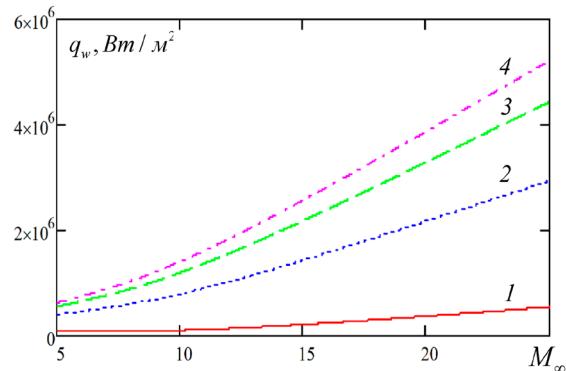


Рис. 2. Изменения тепловых потоков в критической точке в зависимости от чисел Маха и скорости рекомбинации атомарной компоненты для $\alpha = 0.25$: 1 – $k_R = 1$; 2 – 5; 3 – 10; 4 – 15

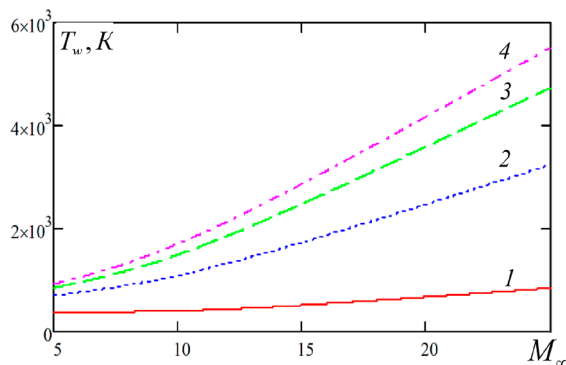


Рис. 3. Изменение температуры в критической точке в зависимости от числа Маха и скорости рекомбинации атомарной компоненты для $\alpha = 0.25$: 1 – $k_R = 1$; 2 – 5; 3 – 10; 4 – 15

Как тепловые потоки, так и температуры поверхности существенно зависят от степени каталитической рекомбинации k_R . Так, при уве-

личении k_R от единицы до $k_R = 5$ тепловые потоки в критической точке увеличиваются почти линейно, то есть увеличиваются примерно в 5–6 раз (кривые 1 и 2). При дальнейшем увеличении k_R (кривые 3 и 4) рост тепловых потоков замедляется (становится ниже линейного), но все равно они достигают значительных величин, при которых возможен унос массы теплозащитного материала.

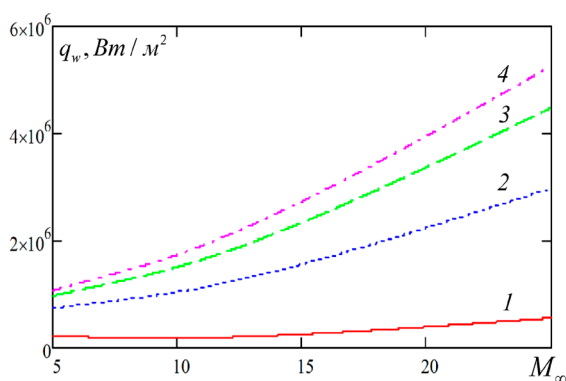


Рис. 4. Изменение тепловых потоков в критической точке в зависимости от чисел Маха и скорости рекомбинации атомарной компоненты для $\alpha = 0.5$: 1 – $k_R = 1$; 2 – 5; 3 – 10; 4 – 15

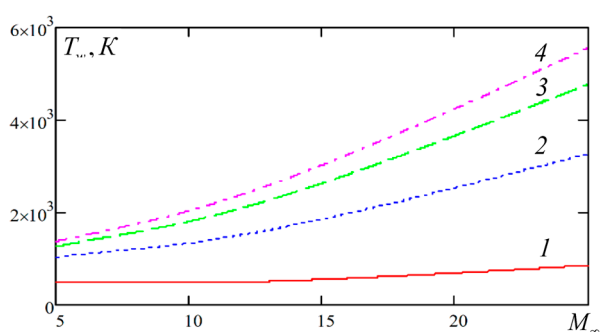


Рис. 5. Изменение температур в критической точке в зависимости от чисел Маха и скорости рекомбинации атомарной компоненты для $\alpha = 0.5$: 1 – $k_R = 1$; 2 – 5; 3 – 10; 4 – 15

Так, из рис. 3 видно, что для всех чисел M_∞ k_R не может быть больше значения, равного 5, так как при $M_\infty = 25$, $H = 40$ км, температура превышает 3000 К, то есть нагрев сопровождается фазовыми превращениями теплозащитного материала и уносу массы под действием сил трения газодинамического потока.

Следует отметить, что тепловые потоки и температура поверхности слабо зависят от концентрации атомарной компоненты α_e , что подтверждается сравнением тепловых потоков на рис. 2 и 4 и рис. 3, 5 – для температур.

Аналогичные результаты можно получить и для других высот полета. При этом если темпе-

ратуру ЛА в критической точке, как самой теплонапряженной, ограничить температурой уноса массы, например $T_w \leq 2500$ К, то можно построить зависимость k_R от чисел M_∞ для широкого диапазона высот.

Показанные результаты практически совпадают с численными результатами, полученными в работе П.В. Никитина, Е.В. Сотника [5].

Заключение

Получены приближенно-аналитические решения задачи тепломассопереноса на основе применения переменных Дородницына – Лиза в критической точке затупленного конуса высокоскоростных летательных аппаратов с учетом диссоциации, рекомбинации, излучения и теплоотвода внутрь тела.

Получены результаты расчетов тепловых потоков и температур в критической точке затупленного конуса в широком диапазоне чисел M_∞ , коэффициенты рекомбинации k_R и коэффициенты каталитической рекомбинации атомарной компоненты. Полученные результаты позволяют построить ограничение по числам M_∞ и высотам полета, при которых ЛА функционирует в условиях отсутствия уноса массы с сохранением первоначальной геометрии, что важно для многоразовых ЛА и аппаратов, функционирующих длительное время на высоких скоростях.

Полученные аналитические решения можно использовать для экспресс-оценки тепловых потоков и температур, которые затем должны быть уточнены при численном решении уравнений диссоциирующего пограничного слоя.

Список источников

1. Лыков А.В. Тепломассообмен. Москва: Энергия, 1978. 480 с.
2. Формалев В.Ф., Колесник С.А. Математическое моделирование сопряженного теплообмена между вязкими газодинамическими течениями и анизотропными телами. 2-е изд., испр. и сущ. доп. Москва: ЛЕНАНД, 2019. 320 с.
3. Формалев В.Ф., Кузнецова Е.Л. Тепломассоперенос в анизотропных телах при аэрогазодинамическом нагреве. Москва: МАИ-ПРИНТ, 2011. 300 с.
4. Формалев В.Ф., Колесник С.А. Сопряженный теплоперенос между пристенными газодинамическими течениями и анизотропными телами // Теплофизика высоких температур. 2007. Т. 37. № 5. С. 772–778.
5. Никитин П.В., Сотник Е.В. Катализ и излучение в системах тепловой защиты космических аппаратов: монография. Москва: Издательство «Янус-К», РФФИ, 2013. 435 с.

6. Дорренс У.Х. Гиперзвуковые течения вязкого газа. Москва: Издательство «Мир», 1966. 440 с.
7. Суржиков С.Т. Расчетное исследование аэротермодинамики гиперзвукового обтекания затупленных тел на примере анализа экспериментальных данных. Москва: ИПМех РАН, 2011. 192 с.
8. Никитин П.В. Гетерогенные потоки в инновационных технологиях: монография. Москва: Издательство «Янус-К», 2010. 245 с.
9. Nikitin P.V., Tushavina O.V., Shkuratenko A.A. Calculation of heat transfer on the catalytically active surface of high-speed aircraft. *INCAS Bulletin*, 2019, vol. 11, pp. 191–203.
10. Astapov A.N., Zhavoronok S.I., Kurbatov A.S., Rabinskiy L.N., Tuchavina O.V. Main problems in the creation of thermal-protection systems based on structurally heterogeneous materials and the methods of their solution. A. Review. *High Temperature*, 2021, vol. 59, no. 2, pp. 221–247.
11. Ваганов А.В., Жестков Б.Е., Сеньюев И.В., Целунов М.М., Штапов В.В., Сахаров В.И. Методика исследования неравновесного теплообмена и каталитических свойств высокотемпературных материалов // Материалы XXX научно-технической конференции по аэродинамике П. Володарского (25–26 апреля 2019 г.). ЦАГИ, 2019. С. 74–75.
12. Лунев В.В. Гиперзвуковая аэродинамика. Москва: Машиностроение, 1975. 328 с.
13. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. Москва: Наука, 1969. 533 с.
3. Formalev V.F., Kuznetsova E.L. Teplomassoperenos v anizotropnykh telakh pri aerogazodinamicheskom nagreve [Heat and mass transfer in anisotropic bodies under aerogasodynamic heating]. Moscow, MAI-PRINT, 2011, 300 p.
4. Formalev V.F., Kolesnik S.A. Conjugate heat transfer between wall-mounted gas dynamic flows and anisotropic bodies. *Thermophysics of high temperatures*, 2007, vol. 37, no. 5, pp. 772–778.
5. Nikitin P.V., Sotnik E.V. Catalysis and radiation in spacecraft thermal protection systems, monograph. Moscow, Izdatel'stvo "Janus-K", RFBR, 2013, 435 p.
6. Dorrens U.H. Hypersonic flows of viscous gas. Moscow, Izdatel'stvo "Mir", 1966, 440 p.
7. Surzhikov S.T. Computational study of aerothermodynamics of hypersonic flow of blunted bodies on the example of the analysis of experimental data. Moscow, PMekh RAN, 2011, 192 p.
8. Nikitin P.V. Heterogeneous flows in innovative technologies: monograph. Moscow, Izdatel'stvo "Janus-K", RFBR, 2010, 245 p.
9. Petr V.N., Tushavina O.V., Shkuratenko A.A. Calculation of heat transfer on the catalytically active surface of high-speed aircraft. *INCAS Bulletin*, vol. 11, 2019, pp. 191–203.
10. Astapov A.N., Zhavoronok S.I., Kurbatov A.S., Rabinskiy L.N., Tuchavina O.V. Main problems in the creation of thermal-protection systems based on structurally heterogeneous materials and the methods of their solution. A. Review. *High Temperature*, 2021, vol. 59, no. 2, pp. 221–247.
11. Vaganov A.V., Zhestkov B.E., Senyuyev I.V., Tselunov M.M., Shtapov V.V., Sakharov V.I. Metodika issledovaniya neravnovesnogo teploobmena i kataliticheskikh svoystv vysokotemperaturnykh materialov [Methods of investigation of nonequilibrium heat transfer and catalytic properties of high-temperature materials]. *Proceedings of the XXX Scientific and Technical Conference on aerodynamics of P. Volodarsky*, April 25–26, 2019. TsAGI, 2019, pp. 74–75.
12. Lunev V.V. Giperzvukovaya aerodinamika [Hypersonic aerodynamics]. Moscow, Mashinostroenie, pp. 1975, 328.
13. Schlichting G. Theory of the boundary layer [Teoriya pogranichnogo sloya]. Moscow, Nauka, 1969, p. 533.

References

1. Lykov A.V. Teplomassoobmen [Heat and mass transfer]. Moscow, Energiya, 1978, 480 p.
2. Formalev V.F., Kolesnik S.A. Matematicheskoe modelirovanie sopryazhennogo teploobmena mezhdru vyazkimi gazodinamicheskimi techeniyami i anizotropnymi telami [Mathematical modeling of conjugate heat transfer between viscous gas-dynamic flows and anisotropic bodies]. 2nd edition. Moscow, LENAND, 2019, 320 p.

Статья поступила в редакцию 04.11.2022; одобрена после рецензирования 07.11.2022; принята к публикации 10.11.2022.

The article was submitted on 04.11.2022; approved after reviewing on 07.11.2022; accepted for publication on 10.11.2022.