УДК 262.391.175

Численное моделирование интерференции между несущим и рулевым винтами вертолета при вертикальном снижении, включая режим «вихревого кольца» несущего винта. Игнаткин Ю.М., Макеев П.В., Шомов А.И.

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3,

125993, Россия *e-mail: k102@mai.ru. **e-mail: <u>vaultcity13@gmail.com.</u> ***e-mail: shomov_aleksandr@mail.ru.

Аннотация

Работа посвящена исследованию аэродинамических характеристик комбинации несущего (HB) и рулевого винтов (PB) вертолета одновинтовой схемы. Используется нелинейная лопастная вихревая свободным диффундирующим вихревым модель винта co следом, разработанная кафедре «Проектирование МАИ. на вертолетов» Рассмотрены режимы вертикального снижения вертолета, включая режим «вихревого кольца» несущего винта. Рассчитаны аэродинамические характеристики винтов, получены картины визуализации вихревого следа, полей индуктивных скоростей, а также линий тока, с учетом взаимной интерференции. Проведена оценка полученных результатов с точки зрения обеспечения путевого управления вертолета.

<u>Ключевые слова:</u> несущий винт, рулевой винт, численные методы аэродинамики винта, нелинейная вихревая модель, вертикальное

снижение, интерференция между винтами, аэродинамические характеристики.

Введение.

Попадание НВ вертолета в режим «вихревого кольца» часто является причиной авиационных происшествий из-за сложных процессов, происходящих на НВ и РВ.

Анализ сложных критических ситуаций резкого снижения эффективности работы PB, полученных на основе результатов летных испытаний вертолетов, изложен в работах [1, 5, 8, 9, 15, 28].

Результаты первых отечественных расчетных исследований в этом направлении выполнены на базе нелинейной нестационарной лопастной вихревой модели винта, разработанной в ВВИА им. Н.Е. Жуковского и изложены для частных режимов работы [4].

Интерференция НВ м РВ при вертикальном снижении вертолета связана с особенностями формирования вихревого следа за НВ на данных режимах. Расчетные и экспериментальные исследования показывают, что вихревой след на этих режимах отличается крайней сложностью [2...5, 7, 11, 14, 16...28]. Не только внешнее вихревое кольцо, образуемое за счет сворачивания вихревого следа, сходящего с концевой части лопасти определяет обтекание винта. Наряду с внешним основным вихревым кольцом образуются внутренние вторичные вихревые кольца. Взаимодействие этих вихревых колец, вместе С образованием дополнительных циркуляционных зон, дискретность свободного вихревого лопастей, следа, маховое движение диффузия следа В сильно турбулизированном потоке – эти и другие факторы определяют картину обтекания винта. И изменение по времени аэродинамических характеристик винта на режиме «вихревого кольца».

При всей сложности режимов «вихревого кольца» НВ вертолета и необходимости его изучения для каждого конкретного образца

вертолетной техники так же остро с точки зрения обеспечения безопасности полета вертолета встает и вопрос изучения влияния вихревого следа HB, работающего на режимах вихревого кольца, на PB. Возможны случаи попадания PB непосредственно в вихревой след HB или рядом с ним, что вызывает значительное индуктивное воздействие на PB со стороны HB.

Исследование данного явления экспериментальным путем требует сложного дорогостоящего оборудования, а летный эксперимент на данных режимах, кроме того, сопряжен с большой опасностью, поэтому для исследований данного вопроса целесообразно применять расчетные методы, базирующиеся на нелинейных вихревых математических моделях вихревого следа за винтом.

Для исследования интерференции между НВ и РВ вертолета одновинтовой схемы в данной работе была использована нелинейная лопастная вихревая модель винта, созданная на кафедре «Проектирование вертолетов» МАИ и зарекомендовавшая себя ранее при комплексном решении задач моделирования режимов «вихревого кольца» изолированных винтов [11, 12]. Данная модель позволила провести совместный расчет комбинации несущего и рулевого винтов вертолета на режимах вертикального снижения и, в том числе, на режимах «вихревого кольца».

Расчетные исследования выполнены на основе программного комплекса, разработанного на базе нелинейной лопастной вихревой модели винта со свободным диффундирующим следом [13].

В качестве объекта исследования рассматривается модель комбинации несущего и рулевого винтов вертолета Ми-2 [10]

Расчетная модель несущего и рулевого винтов одновинтового вертолета.

На рис. 1 показана расчетная модель комбинации несущего и рулевого винтов вертолета Ми-2. Основные характеристики винтов представлены в табл. 1.

На рис. 2; 3. представлены расчетные и экспериментальные поляры несущего и рулевого винтов. Наблюдается удовлетворительное согласование результатов расчетов и экспериментальных данных. При проведении расчетов несущий винт моделировался с учетом маховых колебаний лопастей относительно горизонтальных шарниров, а рулевой винт считался абсолютно жестким.

НВ и РВ вертолета Ми-2 имеют различные размеры и окружную скорость вращения. За время одного оборота рулевого винта (360 градусов) несущий винт проходит около 63 градусов. В расчетах производилась увязка расчетного шага по времени для случая совместного расчета двух винтов.



Табл. 1. Основные характеристики винтов.			
Винт	несущий	рулевой	
Радиус винта, R	7,25	1,35	М
Количество лопастей, $k_{_{\mathcal{I}}}$	3	2	
Хорда лопасти, <i>b</i>	0,4	0,22	М
Заполнение винта, σ	0,0527	0,104	
Окружная скорость, <i>ш</i>	187	205	м/с
Профиль лопасти	NACA 230-12M	NACA 0012	
Крутка лопасти, $\Delta \varphi_{\Sigma}$	-6 (линейная)	0	град.
Форма лопасти	прямоугольная	прямоугольная	
Масса лопасти	55	3,4	КГ
Относительный радиус ГШ	0,014	-	
Компенсатор взмаха	0,4	-	
Массовая характеристика	4,267	-	
Момент инерции относительно ГШ	965,3	-	$\kappa_{\mathcal{C}} \cdot M^2$

Для уменьшения времени расчетов был использован прием, когда ячейки вихревой пелены несущего винта укрупнялись в процессе расчета таким образом, чтобы итоговое количество шагов (ячеек) для несущего винта составляло, как и для рулевого винта, 30 ячеек (шагов) за оборот.



Так же для ускорения расчетов в случае совместной работы HB и PB последний начинал работу не с начала расчета, а с момента выхода HB на устойчивый режим (в среднем 12-13 оборотов, в зависимости от режима полета), когда за несущим винтом наблюдался устойчивый и достаточно протяженный вихревой след, а его аэродинамические характеристики выходили «на полку» либо наблюдались их устойчивые пульсации в случае выхода на режимы «вихревого кольца». При этом рулевой винт рассчитывался на протяжении 18-24 оборотов, что соответствовало совместному расчету несущего и рулевого винтов за 3-3,5 оборота несущего винта.

Расчет интерференции несущего и рулевого винтов на режимах вертикального снижения вертолета, включая режимы «вихревого кольца» несущего винта. В [14] было показано, что режим «вихревого кольца» при вертикальном снижении (α н = 90°) для рассматриваемого винта наблюдается на скоростях снижения Vy \approx 4..13 м/с. При этом был получен ряд характерных для режимов «вихревого кольца» признаков: появление вокруг НВ воздушного тела с нижней и верхней границами раздела и циркуляционными областями внутри, пульсации силы тяги винта Тнв, увеличение потребного крутящего момента винта Мкнв и др. Так же было показано, что на меньших скоростях указанных признаков режима «вихревого кольца» не наблюдается», а на больших скоростях «вихревое кольцо», постепенно размываясь, с ростом скорости снижения уходит наверх над винтом, и признаки режима вихревого кольца так же пропадают.



Рис. 4. Режим «вихревого кольца» НВ вертолета в зависимости от скорости вертикального снижения Vy.

На рис. 4.а показан вихревой след, сходящий с лопастей несущего винта на режиме вихревого кольца при скорости снижения Vy = 8 м/с, а так же линии тока в потоке, обтекающем HB, построенные для фиксированного момента времени в плоскости, проходящей через оси оХ и оУ связанной системы координат (рис. 1). Как следует из рис. 4.а, при данной скорости «вихревое кольцо» занимает центральное положение относительно плоскости вращения НВ. Из картины линий тока также видно, что в районе ядра вихревого кольца создается мощное циркуляционное течение со скоростями до 24 м/с. Положение вихревого следа НВ и создаваемой им циркуляционной области относительно РВ зависит от скорости снижения Vy. На рис 4.6 схематично показано, как изменяется положение «вихревого кольца» относительно плоскости вращения НВ и области расположения РВ в зависимости от скорости вертикального снижения Vy.

Степень индуктивного воздействия со стороны вихревого следа HB на PB в наибольшей степени зависит от близости PB к ядру «вихревого кольца». Для определения эффекта интерференции HB и PB проведен совместный расчет комбинации винтов на режимах вертикального снижения (α н = 90°) для скоростей снижения Vy = 0, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 м/с (см. таблицу 2).

N⁰	αн [град]	V [м/с]
1.	90	0
2.	90	4
3.	90	5
4.	90	6
5.	90	7
6.	90	8
7.	90	9
8.	90	10
9.	90	11
10.	90	12
11.	90	13
12.	90	14
13.	90	15

Таблица 2. Расчетные режимы.

Для указанных режимов был произведен расчет изолированного HB на режимах вертикального снижения, на основе которого был найден потребный угол установки лопастей HB, обеспечивающий среднее

«взлетное» значение тяги НВ Т≈3500кг (с учетом пульсаций на режимах «вихревого кольца») и определена средняя (с учетом пульсаций на режиме «вихревого кольца») величина крутящего момента НВ Мкнв. Исходя из найденной величины Мкнв определялась величина тяги РВ, потребной для его компенсации как: Трв потр. = Мкнв / Lpв, где Lpв – плечо тяги РВ, равное расстоянию между осью НВ и осью РВ. Далее производился расчет изолированного РВ для определения угла установки его лопастей, достаточного для обеспечения потребной тяги РВ в изолированной постановке. После этого рассчитывалась комбинация НВ и РВ с найденными ранее для изолированных НВ и ВР углами установки лопастей.

При моделировании интерференции между HB и PB рассматривалось два варианта направления вращения PB: «по часовой стрелке» (когда верхняя лопасть движется вперед) и «против часовой стрелки», когда верхняя лопасть движется назад (см. рис. 5).



Результаты расчета интерференции несущего и рулевого винтов на режимах вертикального снижения вертолета, включая режимы «вихревого кольца» несущего винта.

На рис 6-16 для примера представлены результаты исследований для нескольких характерных режимов работы: Vy = 6, 11, 15 м/с; αн = 90°.

Для указанных выше режимов построены картины линий тока в потоке, обтекающем винт, а так же локальные векторные поля индуктивных скоростей в области расположения РВ. Линии тока и векторные поля скоростей построены в точках, лежащих в плоскости вращения РВ и рассчитаны для фиксированного момента времени. Линии тока построены в проекции на плоскость «А», а векторные поля скоростей в двух проекциях: на плоскость «А» и на нормаль к плоскости «А» (см. рис 14.6). При этом для нормальной векторной эпюры скоростей принято правило знаков, при котором знак «-» принимается для скоростей, направленных по направлению против тяги PB, а знак «+» для скоростей, направленных по тяге PB.

Так же для каждого из режимов построена, рассчитанная с учетом взаимной интерференции между винтами, форма нелинейного вихревого следа НВ (серый цвет) и РВ (синий цвет). Для удобства анализа показаны лишь вихри, сходящие с концевых элементов лопастей.

Для анализа индуктивного влияния вихревого следа НВ на вихревой след РВ в различных проекциях представлены результаты визуализации нелинейного вихревого следа РВ в изолированной постановке и с учетом интерференции.

В заключение анализа каждого из режимов построены графики тяги рулевого винта, рассчитанной для комбинации НВ и РВ с учетом взаимной интерференции между винтами для двух случаев направления вращения РВ при равных углах установки лопастей РВ. Графики даны в сравнении с величиной потребной тяги РВ (Трв потр), рассчитанной для угла установки при изолированной работе НВ.

Рассмотрим результаты расчета интерференции между HB и PB при $Vy = 6 \text{ м/c } \alpha \text{H} = 90^{\circ}.$

Как следует из рис. 6, РВ попадает практически в центр «вихревого кольца» и испытывает на себе мощное индуктивное воздействие со стороны вихревого следа НВ. Окружная компонента индуктивной скорости в проекции на плоскость вращения РВ непосредственно в области, занимаемой диском РВ достигает 25-30 м/с (см. рис. 6.б), а нормальная составляющая, являющаяся осевой скоростью внутри ядра «вихревого кольца», достигает на части диска РВ величины до 30 м/с.

Указанные факты свидетельствуют о большой степени индуктивного воздействия со стороны вихревого следа НВ на РВ на данном режиме работы. Вследствие индуктивного воздействия со стороны НВ падает в среднем на 22,5% в сравнении с тягой изолированного винта с 280 до 217 кг. При вращении РВ «по часовой стрелке» среднее значение его тяги, напротив, возрастает в среднем на 7% (максимально до 43%) в сравнении с тягой изолированного винта с 280 до 299 кг. Таким образом, разница в тяге РВ с учетом интерференции при различном направлении его вращения достигает в среднем 82 кг (30%), а максимально 240 кг (86%).

Рассмотрим результаты расчета при Vy = 11 м/с α н = 90°.

На рис. 10.а представлена визуализация обтекания изолированного HB на режима крутого снижения при помощи линий тока. При рассматриваемой скорости снижения вихревой след НВ в большей своей части уходит наверх диска винта, и циркуляционные зоны обтекания в ядре вихревого кольца так же расположена над винтом, В непосредственной близости от него. Это говорит о том, что на данном режиме пик режима «вихревого кольца» пройден, и винт начинает выходить их этого режима. Область расположения РВ лежит уже не в ядре «вихревого кольца» и поэтому индуктивное влияние НВ на РВ не так значительно. Составляющая индуктивной скорости в проекции на плоскость достигает величины 10-15 м/с (рис. 10.б) и направлена против вектора скорости набегающего потока, а нормальная составляющая практически отсутствует в силу удаления от ядра «вихревого кольца» НВ (рис. 10.в). Это говорит о том, что степень индуктивного воздействия со стороны вихревого следа HB на PB на данном режиме работы не велико.

На рис. 11 представлена визуализация нелинейного вихревого следа НВ (серый цвет) и РВ (синий цвет). Показаны лишь концевые вихри, сходящие с концевых участков лопастей винтов. Хорошо видна кольцевая тороидальная структура вихревого следа НВ, представляющая собой «вихревое кольцо» и РВ со сходящим с него вихревым следом,

находящиеся на данном режиме немного ниже «вихревого кольца» НВ. Видно, что вихревой след РВ деформируется под индуктивным воздействием со стороны НВ и затягивается в «вихревое кольцо» НВ.

На рис. 12., где представлен вихревой след изолированного РВ и РВ с учетом интерференции со стороны НВ видна степень индуктивного влияния вихревого следа HB на форму вихревого следа PB на данном режиме. Вихревой след РВ для случая с учетом интерференции под HB воздействием индуктивного влияния достаточно значительно отличается от вихревого следа изолированного РВ, вытягиваясь под индуктивной скорости вихревого следа НВ воздействием против набегающего потока и как бы огибая вихревой след НВ следуя по границе раздела сред (рис. 10.а) в итоге затягиваясь внутрь вихревого кольца НВ (рис. 11).

Ha 13 приведены графики зависимостей ТЯГИ PB рис. В изолированной постановке (потребная тяга РВ Трв потр.) и с учетом интерференции для двух случаев направления вращения PB: «по часовой стрелке» и «против часовой стрелки» в зависимости от числа оборотов PB. При вращении PB «по часовой стрелке» значение его тяги вследствие индуктивного воздействия со стороны НВ падает в среднем на 19% в сравнении с тягой изолированного винта с 182 до 148 кг. При вращении РВ «против часовой стрелки» среднее значение его тяги, так же падает, но в меньшей степени, в среднем на 12% в сравнении с тягой изолированного винта с 182 до 161 кг. Таким образом, разница в тяге РВ с учетом интерференции при различном направлении его вращения достигает в среднем 13 кг (7%).

Рассмотрим результаты расчета интерференции между HB и PB при Vy = 15 м/с и αн = 90°.

На рис. 14.а представлена визуализация обтекания изолированного НВ на режиме крутого снижения при помощи линий тока. При рассматриваемой скорости снижения весь вихревой след НВ уходит наверх

от диска HB, поэтому он работает на режиме, близком к авторотации. Область расположения PB лежит далеко от вихревого следа HB. Составляющая индуктивной скорости в проекции на плоскость мала, а нормальная составляющая отсутствует, см. рис. 14.а и рис. 14.б.

На рис. 15 представлена визуализация нелинейного вихревого следа НВ (серый цвет) и РВ (синий цвет). Показаны лишь концевые вихри, сходящие с концевых участков лопастей винтов. Хорошо виден вихревой след, располагающийся над винтом по линиям тока и РВ со сходящим с него вихревым следом. Видно, что вихревой след РВ деформируется под индуктивным воздействием НВ и огибает вихревой след НВ.

На рис. 16., где представлен вихревой след изолированного РВ и РВ с учетом интерференции со стороны НВ видно, что индуктивное воздействие на вихревой след РВ проявляется слабо.

На рис. 17 приведены графики зависимостей тяги PB в изолированной постановке (потребная тяга PB Трв потр.) и с учетом интерференции для двух случаев направления вращения PB: «по часовой стрелке» и «против часовой стрелки» в зависимости от числа оборотов PB. При данной скорости снижения HB находится на режиме «идеальной авторотации», поэтому потребная тяга PB Трв потр = 0. Из графиков видно, что тяга PB с учетом интерференции практически не зависит от направления вращения и также близка к нулевому значению.

На рис. 18 приведен график зависимости тяги PB - Трв = f(Vy) для рассмотренных режимов, а на рис 19 этот же график перестроен для удобства и тяга PB дана в процентном соотношении относительно тяги изолированного PB, принятой здесь на каждом из режимов за 100%. Зеленой кривой на график нанесена зависимость тяги PB от скорости снижения вертолета для случая изолированного PB. Красным цветом изображена кривая для тяги PB с учетом интерференции со стороны HB для направления вращения PB «против часовой стрелки», а синим цветом для направления вращения «по часовой стрелке». Из графиков видно, что

крутящий момент НВ, а, соответственно, и потребная тяга РВ при снижении вертолета увеличиваются, достигая на скорости Vy = 8 м/с максимума - величины на 50% большей, чем на режиме висения, а затем падает, принимая нулевое значение на режиме авторотации (Vy = 15 м/c). По характеру кривых тяги РВ полученных с учетом интерференции для различного направления вращения видно, что интерференция со стороны НВ, то есть те режимы, где тяга РВ существенно отличается от тяги изолированного РВ за счет индуктивного влияния вихревого следа НВ, наблюдается в наибольшей степени на скоростях снижения Vy = 3...11 м/с. При этом на некоторых режимах в зависимости от направления вращения винта интерференция дает различный эффект увеличивая или напротив, уменьшая тягу РВ. Этот эффект зависит от взаимного расположения ядра «вихревого кольца» и PB, а также ряда других факторов, меняющихся как по времени, так и в зависимости от режима работы винта и, поэтому, является нелинейным по скорости снижения вертолета, см. рис. 18, 19. Максимальный прирост тяги за счет интерференции составляет достигает 40% в сравнении с изолированным РВ, а падение тяги до 22%. Падения тяги, как следует из графиков, наиболее характерно для РВ с направлением вращения винта «по часовой стрелке», что говорит о том, что данное направление вращения не является оптимальным на данных режимах.

В целом можно заключить, что эффект интерференции на режимах вертикального снижения вертолета в области «вихревого кольца» НВ крайне сложен и нелинеен по ряду параметров, и приводит в ряде случаев к резкому увеличению либо, напротив, к резкому падению тяги PB, что необходимо учитывать при оценке эффективности путевого управления и решении задач обеспечения безопасности полета вертолетов конкретных аэродинамических схем.















выводы

Проведены расчетные исследования интерференции между HB и PB на примере вертолета Ми-2 на режимах вертикального снижения (αн = 90°) в диапазоне скоростей Vy = 0..15 м/с.

Расчеты выполнены на основе нелинейной вихревой модели винта со свободным диффундирующим следом по программе, учитывающей одновременную совместную работу несущего и рулевых винтов с учетом их интерференции. Расчеты произведены для тяги несущего винта, соответствующей взлетной массе вертолета 3500 кг при H=0.

Для каждого из рассматриваемых режимов рассчитана форма свободного нелинейного вихревого следа HB PB И С учетом интерференции И получены суммарные распределенные ИХ И аэродинамические характеристики.

Определено, что индуктивное воздействие НВ на РВ определяется на рассмотренных режимах особенностями вихревой структуры НВ и ее положением по отношению к РВ. Воздействие НВ на РВ зависит также от направления вращения РВ.

Получено, что при вертикальном снижении на режимах «вихревого кольца» НВ эффект интерференции проявляется в значительном изменении тяги PB. При этом максимальный рост тяги PB относительно тяги изолированного PB при равных углах установки лопастей составляет до 40% при Vy = 4 м/с (для направления вращения против ч.с.) и до 18% при Vy = 9 м/с (по ч.с.), а максимальное падение тяги до 22% при Vy = 6 м/с (по ч.с.). Влияние PB на аэродинамические характеристики HB проявляется слабо.

Установлено, что оптимальным направлением вращения PB является направление против часовой стрелки (верхняя лопасть движется назад). При этом направлении вращения PB интерференция увеличивает тягу PB по сравнению и изолированным PB на большинстве рассмотренных режимов.

Библиографический список

1.Акимов А.И. Аэродинамика и летные характеристики вертолетов. М.: Машиностроение, 1988.- 144 с.

2. Аникин В.А., Павлиди Ф.Н. Расчет аэродинамических характеристик несущего винта с лопастями произвольной формы. Труды научных чтений посвященных памяти академика Б.Н. Юрьева. Теоретические основы вертолетостроения и проектирование вертолетов. Москва, 1984. ИЕТ АН СССР, М, 1986.

3. Баскин В.Э., Вильдгрубе Л.С., Вождаев Е.С., Майкопар Г.И. Теория несущего винта / Под ред. Мартынова А.К. М.: Машиностроение, 1973.-363 с.

4. Белоцерковский С.М., Локтев Б.Е., Ништ М.И. Исследование на ЭВМ аэродинамических и упругих характеристик винтов вертолета. М.: Машиностроение, 1992. – 160 с.

5. Браверманн А.С., Вайнтруб А.П. Предельные режимы полета. М.:М Машиностроение, 1988. – 280 с.

 Бутов В.П. Структура, геометрия и интенсивность спутного вихревого следа несущих винтов одновинтовых и ссосных вертолетов в реальных условиях полета. Труды 4-го форума Российского вертолетного общества. М., 2000.

7. Вождаев Е.С. Аэродинамика вертолетов. Машиностроение. Энциклопедия. Том 4-41. Самолеты и вертолеты. Книга 1. Аэродинамика, динамика и прочность. М.: Машиностроение, 2002.

8. Володко А.М. Безопасность полета вертолетов. М.: Транспорт, 1981.-223 с.

9. Джонсон У. Теория вертолета. В 2-х книгах. М.: Мир, 1983.

10. Зозуля В.Б., и др. Практическая аэродинамика вертолета Ми-2. Москва. «Воздушный транспорт». 1984.- 175 с.

11. Игнаткин Ю.М., Макеев П.В, Шомов А.И. Исследование аэродинамических характеристик несущего винта вертолета на режиме

«вихревое кольцо» на базе нелинейной лопастной вихревой теории. Вестник МАИ, т.16, №6, 2009.

12. Игнаткин Ю.М., Макеев П.В., Гревцов Б.С., Шомов А.И. Нелинейная лопастная вихревая теория винта и ее приложения для расчета аэродинамических характеристик несущих и рулевых винтов вертолета. Вестник МАИ, т.16, №5, 2009.

13. Игнаткин Ю.М., Макеев П.В, Шомов А.И. Программный комплекс для расчета аэродинамических характеристик несущих и рулевых винтов вертолетов на базе нелинейной лопастной вихревой теории. Электронный журнал «Труды МАИ», №38, 2010. http://www.mai.ru/science/trudy/

14. Игнаткин Ю.М., Константинов С.Г., Макеев П.В, Шомов А.И. Моделирования режима «вихревого кольца» несущего винта вертолета на базе нелинейной вихревой модели и методов CFD. Электронный журнал «Труды МАИ», №59, 2012. http://www.mai.ru/science/trudy/

15. Петросян Э.А. Аэродинамика соосного винта. М: Полигон-Пресс, 2004.- 816 с.

16. Симоненко В. В режиме «вихревого кольца». Гражданская авиация, №5, 1987.

17. Тябрисова Н.У., Ивчин В.А. Математическое моделирование индуктивных скоростей при положительных углах атаки несущего винта и расчет границ «вихревого кольца». Труды МВЗ им. М.Л. Миля. М. 1997.

18. Шайдаков В.И., Завалов О.А. Исследование параметров вихревого следа несущего винта вертолета на режимах осевой обдувки на основе нелинейной дисковой вихревой теории. Вестник Московского авиационного института,2010, т. 17, №5, с.57-64.

19. Щеглова В.М. Нестационарное обтекание несущего винта на режимах крутого планирования и вихревого кольца. Ученые записки ЦАГИ, Том XLIII 2012 №3.

20. Юрьев Б.Н. Аэродинамический расчет вертолетов. М.: Оборонгиз, 1956

21. Brown, R. E., Newman, S. J., Leishman, J. G., and Perry, F. J., "Blade Twist Effects on Rotor Behaviour in the Vortex Ring State," Proceedings of the 28th European Rotorcraft Forum, 2002.

22. Leishman, J. G., Bhagwat, M. J., and Ananthan, S., "Free-Vortex Wake Predictions of the Vortex Ring State for Single Rotor and Multi-Rotor Configurations," Proceedings of the 58th Annual Forum of the American Helicopter Society International, Montr´eal Canada, 2002.

23. R. Celi, M. Ribera. Time Marching Simulation Modeling in Axial Descending Through the Vortex Ring State. 63rd American Helicopter Society International Annual Forum 2007

24. Newman, S. J., Brown, R., Perry, J., Lewis, S., Orchard, M., and Modha, A., "Comparative Numerical and Experimental Investigations of the Vortex Ring Phenomenon in Rotorcraft," Proceedings of the 57th Annual Forum of the American Helicopter Society International, 2001

25. Washizu, K., Azuma, A., Koo, J., and Oka, T., "Experiments on a Model Helicopter Rotor Operating in the Vortex Ring State," Journal of Aircraft, Vol. 3, No. 3, May-June 1966, pp. 225–230.

26. Brinson, P., and Ellenrieder, T., Experimental Investigation of Vortex Ring Condition, Proceedings of the 24th European Rotorcraft Forum, Marseilles, France, 1998.

27. Castles, Jr., and Gray, R.B., "Empirical Relation between Induced Velocity, Trust, and Rete of Descent of a Helicopter Rotors as Determined by Wind-Tunnel Tests on Four Model Rotors," NASA TN-2474, October 1951.

28. J. Gordon Leishman. Principles of Helicopter Aerodynamics. Cambridge University Press. 2000.

Исследование выполнено при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, соглашение 14.В37.21.1836.