

УДК 533.6.071.08

Математическая модель системы электромагнитной подвески моделей летательных аппаратов в аэродинамической трубе.

Вышков Ю.Д.

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),

МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия

e-mail: yuvyshkov@mail.ru

Аннотация

Система электромагнитной подвески моделей в дозвуковой аэродинамической трубе создана в результате сотрудничества Московского авиационного института и ЦАГИ. Тем не менее, для дальнейшего исследования и развития техники магнитной подвески моделей летательных аппаратов в аэродинамической трубе необходима разработка математической модели такой системы электромагнитной подвески. В статье приведено описание разработанной математической модели и некоторые полученные на модели результаты исследования системы стабилизации пространственного положения модели в рабочей части аэродинамической трубы.

Ключевые слова: аэродинамическая труба, электромагнитная подвеска, модель летательного аппарата, электромагниты, математическая модель системы стабилизации

Введение

Опытная установка электромагнитной подвески (ЭМП) моделей в дозвуковой аэродинамической трубе описана в Учёных записках ЦАГИ [1]. Модель удерживается в середине рабочей части трубы прямоугольного сечения с размерами $40 \times 60 \text{ см}^2$ (рис.1, 2).

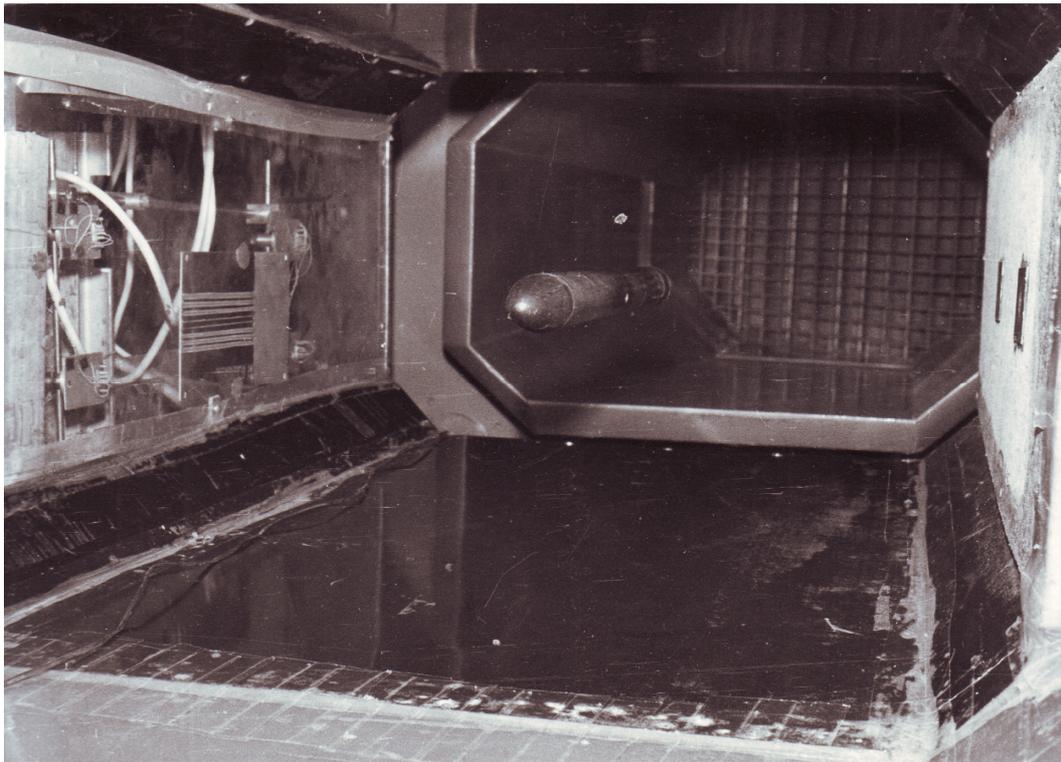


Рис. 1. Рабочая часть аэродинамической трубы с электромагнитной подвеской модели

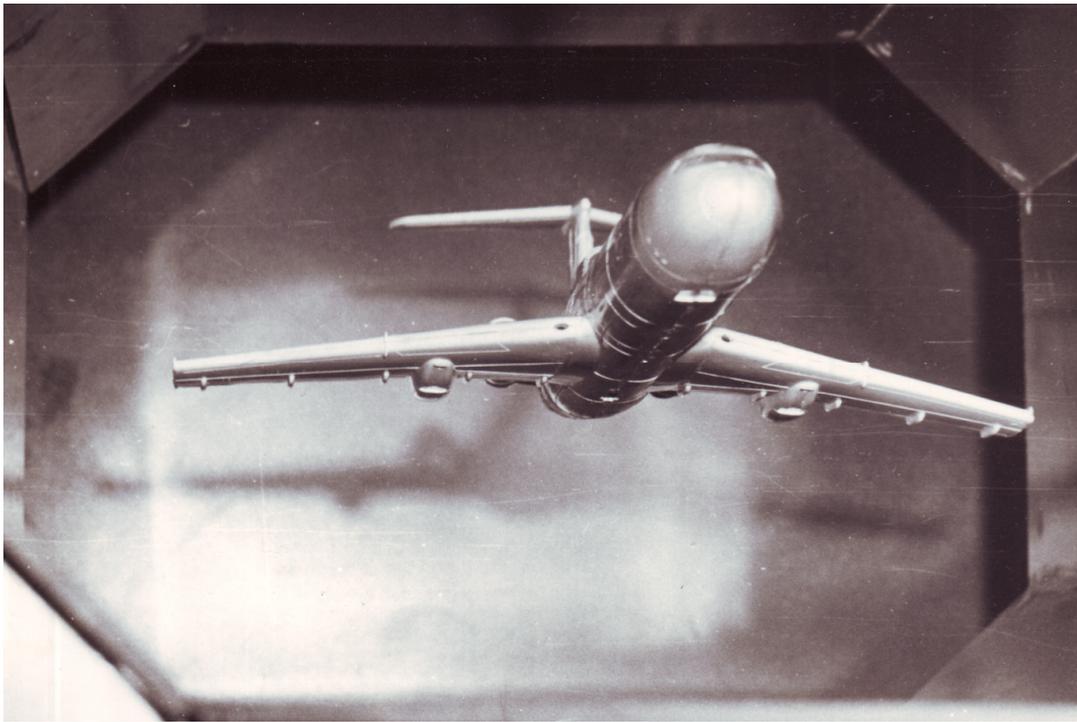


Рис. 2. Электромагнитная подвеска модели самолёта в рабочей части трубы

Система электромагнитной подвески

Магнитная система электромагнитной подвески представлена на рис. 3.

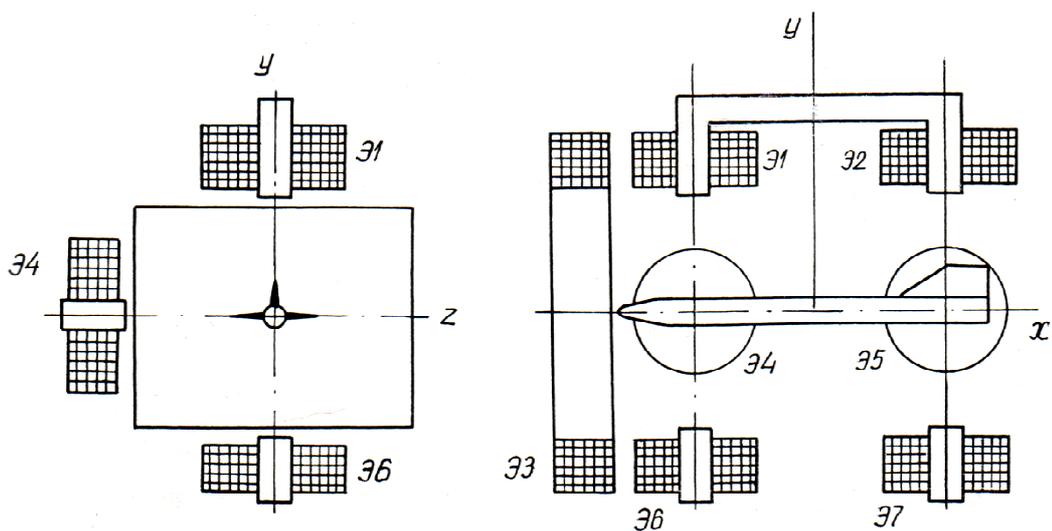


Рис. 3

Модель имеет сердечник из магнитомягкой электротехнической стали, может иметь оперение и крылья малого удлинения, и удерживается в рабочей части трубы с помощью семи электромагнитов, компенсирующих силу тяжести и все компоненты аэродинамических сил и моментов. Величина электромагнитных сил и моментов

определяется токами и пространственным положением модели относительно электромагнитов. Все электромагниты, кроме осевого соленоида Э3, охватывающего рабочую часть трубы, выполнены из одинаковых секций и отличаются числом этих секций. Сердечники электромагнитов изготовлены из магнитомягкой стали и не шихтованы, так как исследования показали, что наводимые в сердечниках вихревые токи оказывают малое влияние на динамические свойства подвеса. С целью уменьшения потребляемой мощности верхние электромагниты Э1, Э2 имеют общий магнитопровод, что увеличивает вертикальную электромагнитную силу, однако при этом ввиду сильной индуктивной связи между Э1 и Э2 уменьшается момент относительно поперечной оси модели. Верхние электромагниты Э1, Э2 компенсируют силу тяжести модели и медленную составляющую вертикальной аэродинамической силы. Быструю составляющую аэродинамической силы и момент относительно оси z компенсируют нижними электромагнитами Э6, Э7.

Устойчивость положения модели в вертикальной плоскости обеспечивается системой регулирования. В системе регулирования используются два контура регулирования – быстродействующий для нижних электромагнитов и медленный для верхних. Эта система до настоящего времени в полной мере не исследована, – в работе [2] рассмотрена математическая модель подвески протяжённого тела с двумя верхними электромагнитами в то время как в разработанной системе для стабилизации модели в вертикальной плоскости используется четыре электромагнита, в работе [3] рассмотрена оптимизация управления в системе с двумя верхними электромагнитами. Задачей настоящей работы является составление математической модели системы стабилизации положения модели опытной установки [1] в вертикальной плоскости.

Магнитная система ЭМП имеет большие воздушные зазоры между электромагнитами и ферромагнитной моделью. При этом магнитопроводы электромагнитов не насыщены, что позволяет использовать линеаризацию нелинейной системы ЭМП. Сила тяжести, действующая на модель, подъёмная сила и момент относительно поперечной оси модели уравниваются разностью сил

верхних и нижних электромагнитов (рис. 4). Силы тяги верхних электромагнитов Э1, Э2 направлены вверх, силы тяги нижних электромагнитов Э6, Э7 направлены вниз.

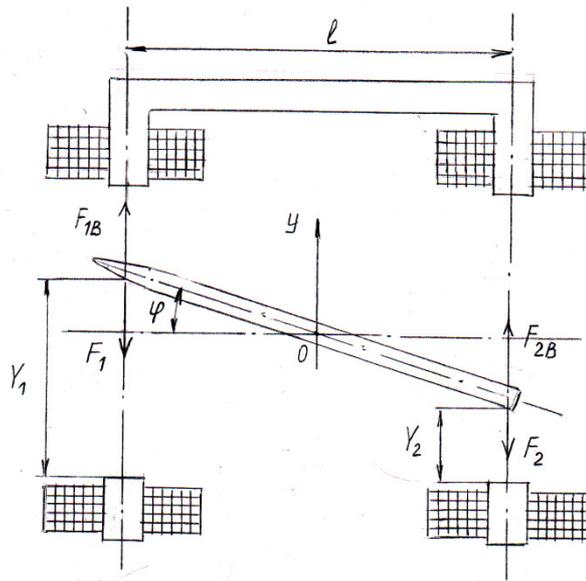


Рис. 4

При больших размерах поперечного сечения трубы требуются большие токи верхних электромагнитов и значительная их инерционность. Нижние электромагниты менее инерционны.

С учётом значительного различия быстродействия двух указанных контуров регулирования исследование быстродействующего контура допустимо провести, полагая токи верхних электромагнитов постоянными на относительно небольшом интервале компенсации рассогласования быстродействующего контура.

Уравнения системы стабилизации положения модели в вертикальной плоскости:

$$m\ddot{y} = -mg + F_y + (F_{1B} + F_{2B}) - (F_1 + F_2);$$

$$J\ddot{\varphi} = M_{\text{вн}} + 0.5l [(F_{1B} - F_1) - (F_{2B} - F_2)] = M_{\text{вн}} + 0.5l [(F_{1B} - F_{2B}) - (F_1 - F_2)];$$

$$U_1 = I_1 R_1 + \frac{d\psi_1}{dt}; \quad (1)$$

$$U_2 = I_2 R_2 + \frac{d\psi_2}{dt}.$$

$$\text{Здесь } F_1 = F_1(I_1, I_2, Y_1, Y_2); \quad F_2 = F_2(I_1, I_2, Y_1, Y_2);$$

$$\Psi_1 = \Psi_1(I_1, I_2, Y_1, Y_2); \quad \Psi_2 = \Psi_2(I_1, I_2, Y_1, Y_2);$$

m , J – масса модели и её момент инерции относительно центра масс; l – расстояние между полюсами электромагнитов; y – отклонение центра модели от положения

статического равновесия; Y_1, Y_2 – расстояние от полюсов нижних электромагнитов до поверхности ферромагнитного сердечника модели вдоль вертикальных осей электромагнитов; φ – угол атаки модели; F_{1B}, F_{2B}, F_1, F_2 – силы тяги верхних и нижних электромагнитов, действующие вдоль вертикальных осей полюсов; $U_1, U_2, I_1, I_2, R_1, R_2, \Psi_1, \Psi_2$ – напряжения, токи, сопротивления и потокосцепления обмоток нижних электромагнитов, $F_y = F_{y0} + f_y, M_{\text{вн}} = M_{\text{вн}0} + m_{\text{вн}}$ – постоянные и переменные составляющие внешней силы и момента, воздействующих на модель.

Получим математическую модель электромагнитной подвески в виде линеаризованных уравнений. При этом ограничимся рассмотрением случаев, когда отсутствуют потери на гистерезис, отсутствуют вихревые токи и не достигается насыщение магнитного материала сердечников.

Линеаризованные уравнения (1) записываются в виде:

$$m\ddot{y} = -mg + F_y + (F_{1B} + F_{2B}) - [F_{10} + \frac{\partial F_1}{\partial I_1} \Delta I_1 + \frac{\partial F_1}{\partial I_2} \Delta I_2 + \frac{\partial F_1}{\partial Y_1} \Delta Y_1 + \frac{\partial F_1}{\partial Y_2} \Delta Y_2 + F_{20} + \frac{\partial F_2}{\partial I_1} \Delta I_1 + \frac{\partial F_2}{\partial I_2} \Delta I_2 + \frac{\partial F_2}{\partial Y_1} \Delta Y_1 + \frac{\partial F_2}{\partial Y_2} \Delta Y_2];$$

$$J \ddot{\varphi} = M_{\text{вн}} + 0.5l [(F_{1B} - F_{2B}) - 0.5l [F_{10} + \frac{\partial F_1}{\partial I_1} \Delta I_1 + \frac{\partial F_1}{\partial I_2} \Delta I_2 + \frac{\partial F_1}{\partial Y_1} \Delta Y_1 + \frac{\partial F_1}{\partial Y_2} \Delta Y_2 - F_{20} - \frac{\partial F_2}{\partial I_1} \Delta I_1 - \frac{\partial F_2}{\partial I_2} \Delta I_2 - \frac{\partial F_2}{\partial Y_1} \Delta Y_1 - \frac{\partial F_2}{\partial Y_2} \Delta Y_2]; \quad (2)$$

$$U_1 = I_1 R_1 + \frac{\partial \psi_1}{\partial I_1} \frac{dI_1}{dt} + \frac{\partial \psi_1}{\partial I_2} \frac{dI_2}{dt} + \frac{\partial \psi_1}{\partial Y_1} \frac{dY_1}{dt} + \frac{\partial \psi_1}{\partial Y_2} \frac{dY_2}{dt},$$

$$U_2 = I_2 R_2 + \frac{\partial \psi_2}{\partial I_1} \frac{dI_1}{dt} + \frac{\partial \psi_2}{\partial I_2} \frac{dI_2}{dt} + \frac{\partial \psi_2}{\partial Y_1} \frac{dY_1}{dt} + \frac{\partial \psi_2}{\partial Y_2} \frac{dY_2}{dt}.$$

Исследуем движение подвешиваемой модели в случае симметрии электромагнитной подвески, когда верхние и нижние электромагниты попарно идентичны. Вводим обозначения для частных производных в уравнениях (2):

$$\frac{\partial F_1}{\partial I_1} = \frac{\partial F_2}{\partial I_2} = a; \quad \frac{\partial F_1}{\partial Y_1} = \frac{\partial F_2}{\partial Y_2} = b;$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial I_2} = \frac{\partial F_2}{\partial I_1} = -\frac{\partial \psi_2}{\partial Y_1} = -\frac{\partial \psi_1}{\partial Y_2} = c; \quad -\frac{\partial F_1}{\partial Y_1} = -\frac{\partial F_2}{\partial Y_2} = d; \quad (3)$$

$$\frac{\partial \psi_1}{\partial I_1} = \frac{\partial \psi_2}{\partial I_2} = L; \quad \frac{\partial \psi_1}{\partial I_2} = \frac{\partial \psi_2}{\partial I_1} = M.$$

Сила тяжести и постоянные составляющие внешней силы и момента уравниваются постоянными силами верхних электромагнитов, переменные составляющие – нижними электромагнитами.

С учётом введённых обозначений записываем уравнения системы электромагнитной подвески для переменных составляющих в виде:

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu + F; \quad (4)$$

$$y = Cx + Du, \quad (5)$$

где $x = \left\| y, \varphi, \frac{dy}{dt}, \frac{d\varphi}{dt}, i_1, i_2 \right\|^T$ – вектор состояния системы; $u = \left\| u_1, u_2 \right\|$ – вектор управляющих воздействий, где u_1, u_2 – напряжения на обмотках нижних электромагнитов

Матрицы A, B, F в уравнении (4):

$$A = \begin{matrix} \begin{matrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{2(b+d)}{m} & 0 & 0 & 0 & -\frac{a+c}{m} & -\frac{a+c}{m} \\ 0 & \frac{(b-d)l^2}{2J} & 0 & 0 & \frac{(c-a)l}{2J} & -\frac{(c-a)l}{2J} \\ 0 & 0 & \frac{a+c}{L+M} & \frac{(a-c)l}{2(L+M)} & -\frac{RL}{L^2-M^2} & \frac{RM}{L^2-M^2} \\ 0 & 0 & \frac{a+c}{L+M} & \frac{(a-c)l}{2(L+M)} & \frac{RM}{L^2-M^2} & -\frac{RL}{L^2-M^2} \end{matrix} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix}
 & & 0 & & 0 \\
 & & & & \\
 & & 0 & & 0 \\
 & & & & \\
 & & 0 & & 0 \\
 & & & & \\
 & & 0 & & 0 \\
 & & & & \\
 & & \frac{L}{L^2-M^2} & & -\frac{M}{L^2-M^2} \\
 & & & & \\
 & & -\frac{M}{L^2-M^2} & & \frac{L}{L^2-M^2}
 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix}
 & & & & 0 \\
 & & & & 0 \\
 & & & & \frac{f_y}{m} \\
 & & & & \frac{m_{BH}}{J} \\
 & & & & \\
 & & & & -\frac{(a+c)}{m(L+M)} f_y - \frac{l(a-c)}{2J(L+M)} m_{BH} \\
 & & & & -\frac{(a+c)}{m(L+M)} f_y - \frac{l(a-c)}{2J(L+M)} m_{BH}
 \end{matrix}$$

Численные значения параметров опытной установки ЭМП [1] :

$$a = 0.04 \text{ Н/А} ; b = 40 \text{ Н/ м} ; c = 0.04 \text{ Н/А} ; d = 10 \text{ Н/ м} ; m = 1 \text{ кг} ; L = 0.4 \text{ Гн} ;$$

$$M = 0.12 \text{ Гн} ; R = 1 \text{ Ом} ; l = 0.4 \text{ м} .$$

Матрица A с численными значениями элементов:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 100 & 0 & 0 & 0 & -0.05 & -0.05 \\ 0 & 120 & 0 & 0 & -0.3 & 0.3 \\ 0 & 0 & 0.96 & 0.115 & -27.47 & 8.24 \\ 0 & 0 & 0.96 & 0.115 & 8.24 & -27.47 \end{pmatrix}$$

В системе регулирования переменные составляющие управляющих напряжений u_1 , u_2 формируются в соответствии с соотношениями

$$u_1 = k_1 y_1 + k_2 \frac{dy_1}{dt};$$

$$u_2 = k_1 y_2 + k_2 \frac{dy_2}{dt}$$

Переменные y_1 , y_2 выражаются через y и φ

$$y_1 = y + 0.5 l \varphi;$$

$$y_2 = y - 0.5 l \varphi.$$

Таким образом, матрицы C и D в уравнении (5) записываются следующим образом:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2}l & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -\frac{1}{2}l & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Модель электромагнитной подвески в системе Simulink

Модель системы стабилизации пространственного положения модели в вертикальной плоскости, составленная в системе Simulink, представлена на рис. 3. Важной характеристикой качества системы электромагнитной подвески является

область устойчивости в пространстве состояний. Максимальная область устойчивости и вместе с тем оптимальный по быстродействию алгоритм управления при ограниченной величине управляющих напряжений на обмотках электромагнитов могут быть обеспечены при релейном регулировании [3], принятом в системе на рис. 5.

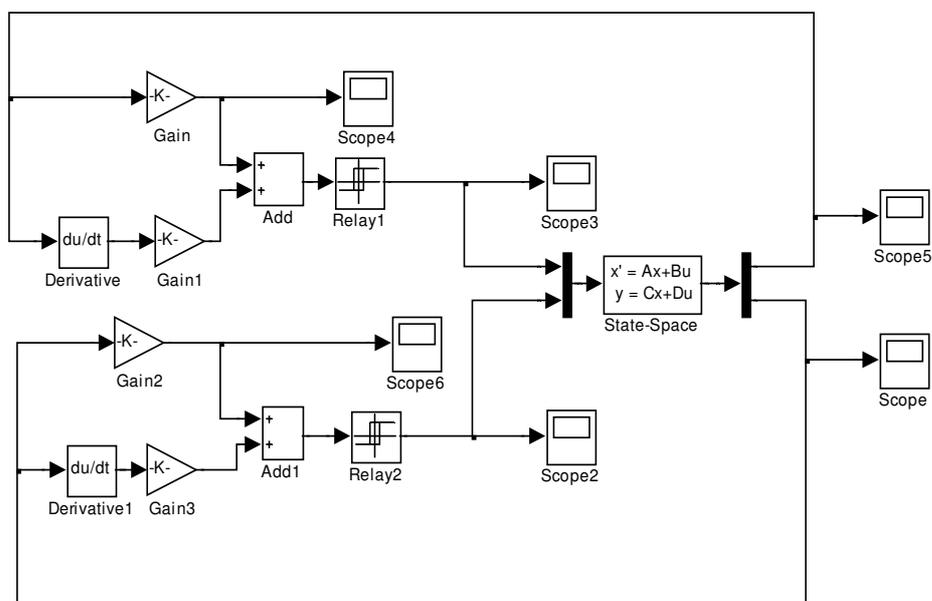


Рис. 5. Модель электромагнитной подвески в аэродинамической трубе

Виртуальные осциллографы Scope5 и Scope отображают процессы $y_1(t)$, $y_2(t)$, соответственно. На рис. 6 представлены процессы $y_1(t) = y_2(t) = y(t)$ при нулевых внешних воздействиях $f_y(0) = 0$, $m_{вн}(0) = 0$ и начальных условиях

$$\| 0.01, 0, 0, 0, 0, 0 \|^T, \quad (6)$$

то есть $y(0) = 0.01$.

Управляющие напряжения на обмотках нижних электромагнитов отображают осциллографы Scope3 и Scope2. При начальных условиях (6) управляющие напряжения нижних электромагнитов одинаковы и представлены на рис. 7.



Рис.6. Процесс $y_1(t) = y_2(t) = y(t)$
 при начальных условиях $\| 0.01, 0, 0, 0, 0, 0 \|^T$

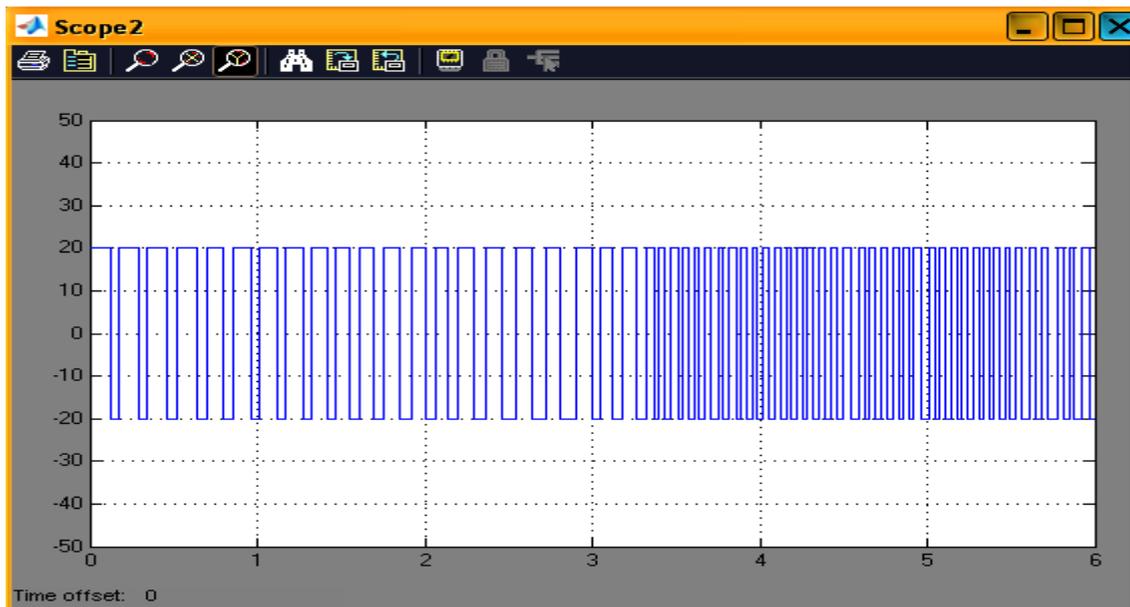


Рис.7. Управляющие напряжения на нижних электромагнитах при начальных
 условиях $\| 0.01, 0, 0, 0, 0, 0 \|^T$

На рис. 8 и 9 изображены процессы $y_1(t)$, $y_2(t)$ при нулевых внешних воздействиях и начальных условиях $\| 0, 0.05, 0, 0, 0, 0 \|^T$ (при ненулевом начальном

угле атаке). Релейные управляющие напряжения на обмотках нижних электромагнитов показаны на рис. 10 и 11.



Рис.8. Процесс $y_1(t)$ при начальных условиях $\| 0, 0.05, 0, 0, 0, 0 \|^T$

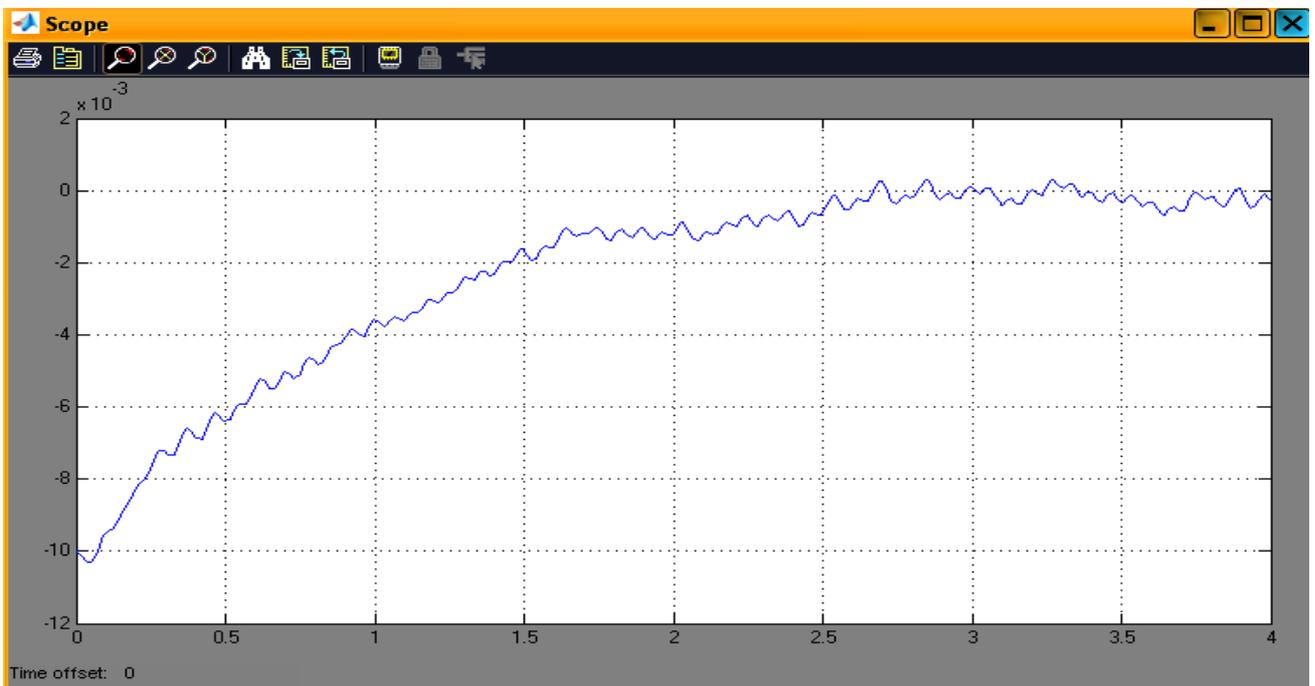


Рис.9. Процесс $y_2(t)$ при начальных условиях $\| 0, 0.05, 0, 0, 0, 0 \|^T$

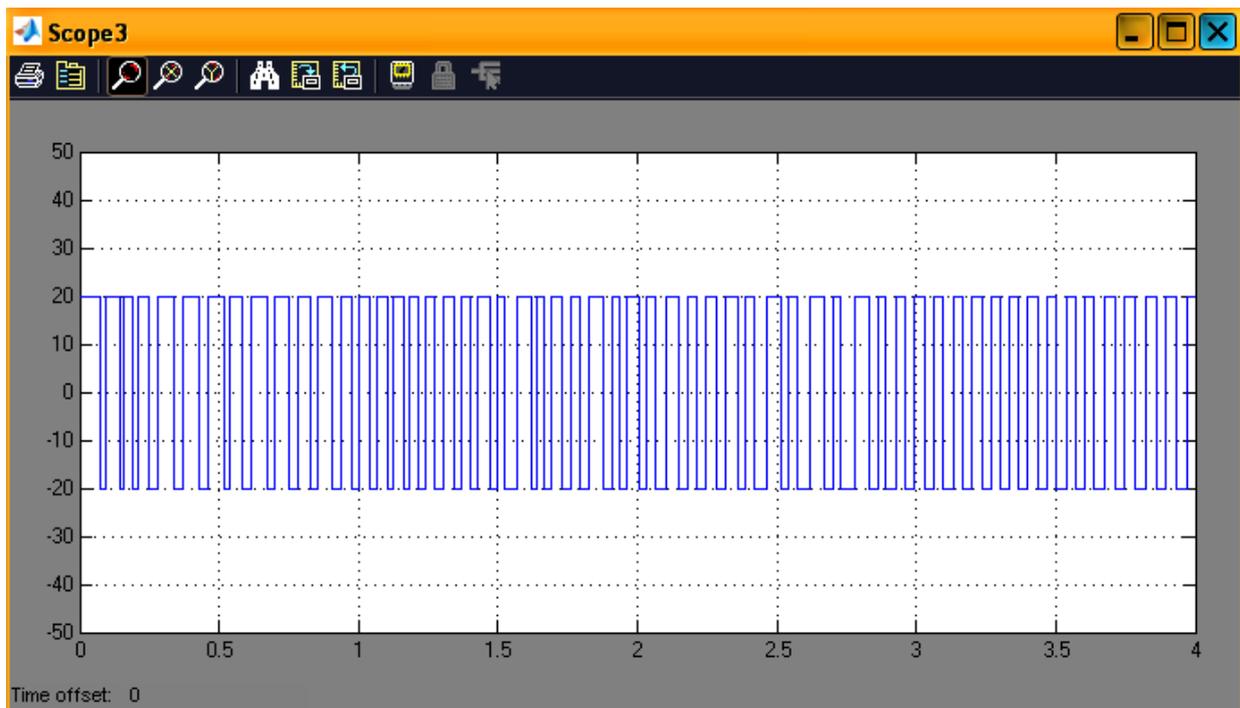


Рис.10. Управляющие напряжения на нижнем электромагните Эб при начальных условиях $\parallel 0.01, 0, 0, 0, 0, 0 \parallel^T$

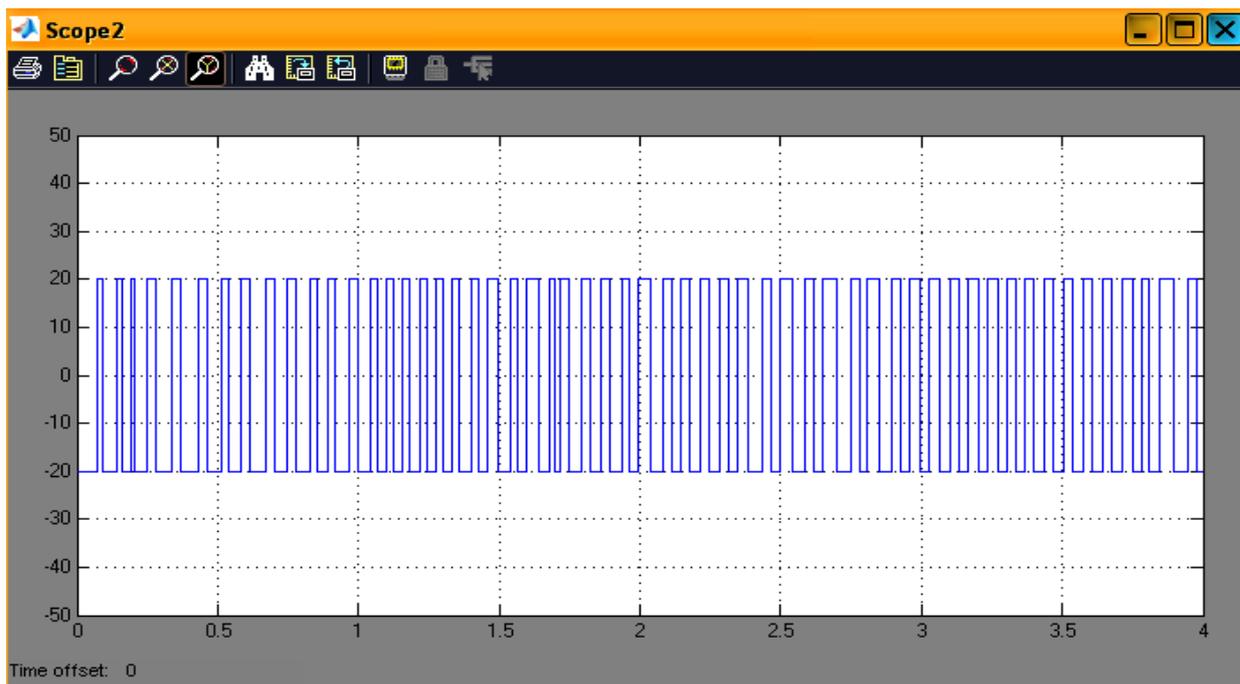


Рис.11. Управляющие напряжения на нижнем электромагните Э7 при начальных условиях $\parallel 0.01, 0, 0, 0, 0, 0 \parallel^T$

Заключение

Заметим в заключение, что результаты моделирования весьма близки к процессам, полученным в реальной системе электромагнитного подвеса – можно утверждать, что модель адекватно представляет реальную систему. Это позволяет использовать полученную модель для исследования системы в широкой области изменения её параметров и характеристик, для выявления свойств и возможностей системы, оптимизации её характеристик и решения многих других задач, возникающих при разработке системы электромагнитного подвеса.

Библиографический список

1. Вышков Ю.Д., Ковальногов С.А., Усачёв В.Н., Шаповалов Г.К. Опытная установка электромагнитной подвески модели в дозвуковой аэродинамической трубе. Учёные записки ЦАГИ, 1986, т. XVII, № 4, с. 94 – 97.
2. Вышков Ю.Д., Жумагазин Б.А. Математическая модель устройства электромагнитного подвеса с двумя управляемыми обмотками. – Электричество, 1984, № 8, с.73-74.
3. Кузин А.В., Вышков Ю.Д. Оптимизация управления в многокомпонентной системе электромагнитной подвески. – Известия вузов, Приборостроение, 1987, № 11, с. 44 – 49.