

УДК 681.51:629.735

## **Аналитическое конструирование системы демпфирования изгибных аэроупругих колебаний крыла самолета**

**Рыбников С.И.\*, Нгуен Тхань Шон\*\***

*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия*

*\*e-mail: [kaf301@mai.ru](mailto:kaf301@mai.ru)*

*\*\*e-mail: [thanhson0410@gmail.com](mailto:thanhson0410@gmail.com)*

### **Аннотация**

Выполняется аналитическое конструирование активной системы демпфирования изгибных аэроупругих колебаний крыла, оптимальной по расширенному вариативному критерию обобщенной работы. Расширением функции штрафа учитывается работа управляющих сил на перемещении управляемого объекта, совместное варьирование энергетических членов функции штрафа обеспечивает встречное управление уровнем демпфирования колебаний объекта и связанных с управлением энергозатрат.

**Ключевые слова:** аэроупругость, колебания, активное демпфирование, аналитическое конструирование оптимальных регуляторов (АКОР), функция штрафа, энергозатраты.

### **Введение**

Решается задача аналитического конструирования активной системы демпфирования изгибных аэроупругих колебаний крыла, оптимальной по расширенному вариативному критерию обобщенной работы. Первые тона аэроупругих колебаний крыла большого удлинения часто имеют частоты одного порядка с собственной частотой недемпфированных колебаний рулевых приводов. При этом при синтезе и анализе динамики систем стабилизации углового положения самолета динамику крыла целесообразно учитывать, а для обеспечения высокого качества регулирования в этих системах может потребоваться строить системы демпфирования аэроупругих колебаний крыла, независимые или являющиеся внутренними, по отношению к системам, организуемым на основе каналов элеронов. Здесь, в предположении о симметрии колебаний крыла, рассматривается синтез активной системы демпфирования изгибных колебаний полукрыла самолета. Для синтеза системы используется метод аналитического конструирования оптимальных регуляторов (АКОР) по расширенному критерию обобщенной работы,

АКОР - метод синтеза линейных стационарных систем управления, оптимальных по интегральному, квадратичному, аддитивному критерию, разработанный А.М.Летовым /1, 2/, в исходном варианте и как АКОР по критерию обобщенной работы, разработанный А.А.Красовским /3/, получил значительное развитие и применение в современных решениях задач управления движением, выполняемых как на классической вариационной основе, так и на основе принципа максимума /4- 9 /. Наряду с аналитическими методами, существует программное обеспечение численного решения значительной части задач АКОРа /10/. В

проблематике, связанной с аэроупругостью летательных аппаратов для решения статических задач применяются точные численные методы /11/, задачи динамики решаются преимущественно на основе метода форм /12,13/. Активное демпфирование упругих колебаний применяется для крупных конструкций с малым собственным демпфированием, например /14,15/, по мере роста размеров летательных аппаратов и сближения частот упругих колебаний и контуров стабилизации потенциальная полезность этих систем растет.

В настоящей работе задача демпфирования решается для двухчастотных колебаний крыла, описанных методом форм, для синтеза системы используется сочетание классического вариационного подхода к АКОР /16/ и численных методов, с использованием в критерии обобщенной работы вариативных энергетических членов, традиционных и дополнительных, которыми учитывается работа управляющих сил на перемещении управляемого объекта /17/. Совместным варьированием энергетических членов функции штрафа обеспечивается встречное управление уровнем демпфирования колебаний полукрыла в переходных процессах в системе, с одной стороны, и связанных с управлением энергозатрат – с другой.

Система демпфирования изгибных колебаний крыла строится с использованием в качестве исполнительных органов внешних элеронов или специально вводимых концевых отклоняемых поверхностей, устанавливаемых на крыле. Если собственная частота рулевого привода располагается между частотами первого и третьего тонов колебаний конструкции объекта, то построенная с таким приводом система может быть полезна для демпфирования лишь первого тона

колебаний конструкции. Применение привода повышенного быстродействия позволяет расширить функциональные возможности системы демпфирования колебаний. Ниже будет показано, что небольшое, примерно 15%-ное превышение частоты недемпфированных колебаний привода сверх частоты третьего тона колебаний крыла позволяет строить систему демпфирования комплексных колебаний, включающих в себя первый и третий их тона.

### Постановка задачи

В математической модели изгибных колебаний полукрыла учитываются уравнения вертикальных перемещений его консоли в процессе колебаний  $y_1$  и  $y_3$  на частотах первого и третьего тонов  $\omega_1$  и  $\omega_3$ , с относительными коэффициентами собственного демпфирования  $\zeta_1$  и  $\zeta_3$ , при общем коэффициенте эффективности элерона  $k_e$  по отношению к демпфирующей компоненте его отклонения  $\delta_e$ , при коэффициентах относительной эффективности для тонов  $a_1$  и  $a_3$ . Их вид:

$$\begin{cases} \ddot{y}_1 + 2\zeta_1\omega_1\dot{y}_1 + \omega_1^2 y_1 = a_1\omega_1^2 k_e \delta_e, \\ \ddot{y}_3 + 2\zeta_3\omega_3\dot{y}_3 + \omega_3^2 y_3 = a_3\omega_3^2 k_e \delta_e, \\ y = y_1 + y_3, \end{cases} \quad (1)$$

Уравнение рулевого привода с собственной частотой  $\omega_e$ , коэффициентом относительного демпфирования  $\zeta_e$ , условно единичным передаточным коэффициентом по отношению к управляющему сигналу  $u$  (реально включаемым в общие передаточные коэффициенты алгоритма управления), принимается в форме:

$$\ddot{\delta}_e + 2\zeta_e\omega_e\dot{\delta}_e + \omega_e^2 \delta_e = k_s\omega_e^2 u_e \quad (2)$$

Управление в случае полной информации и отдельного измерения координат тонов, например, на основе метода синхронного детектирования, имеет вид:

$$\mathbf{u}_e = -\mathbf{KX} \text{ или} \quad (3)$$

$$\mathbf{u}_e = [k_1 \ k_2 \ k_3 \ k_4 \ k_5 \ k_6] * [\dot{y}_1 \ y_1 \ \dot{y}_3 \ y_3 \ \dot{\delta}_e \ \delta_e]$$

В случае измерения лишь суммарных координат  $y, \dot{y}$ ,  $k_1 = k_3, k_2 = k_4$ .

Структура решаемых задач следующая. Для расширенного объекта управления с  $n$  - мерным вектором фазовых координат  $X$ , описанного матричным уравнением с квадратной матрицей  $A$  коэффициентов внутренних связей и матрицей-столбцом  $B$  коэффициентов при управляющем воздействии  $u$ , в данном случае скалярном,

$$dX / dt = AX + Bu, \quad (4)$$

определяется алгоритм управления (3), минимизирующий интегральную квадратичную функцию

$$J = \int_0^{\infty} (X^T Q X + Ru^2) dt. \quad (5)$$

Матрица коэффициентов (3)  $K$  определяется как  $K = R^{-1} B^T S$  с помощью решения уравнения Риккати для  $S$ :  $A^T S + SA - SBR^{-1} B^T S + Q = 0$ , - или на основе вариационного подхода, в частности решением уравнения Эйлера – Пуассона, она зависит от скаляра  $R$  и матрицы  $Q$ , элементы которой в базовом варианте задачи определяются на основе правила равных вкладов максимальных по модулю

вариаций переменных, с учетом указанного выше расширения, в случае необходимости - с последующим итеративным уточнением по результатам математического моделирования синтезированных систем.

### Конкретизация расширенного объекта управления и критерия оптимальности

В актуальном расчетном примере  $\omega_1=15,7\text{c}^{-1}$ ,  $\omega_3=34,54\text{c}^{-1}$ ,  $\zeta_1 = \zeta_3 = 0,25$ ,  $a_1=0,7$ ,  $a_3 = 0,3$ ,  $k_e = 1$ ,  $\zeta_e=0,7$ ,  $\omega_e=40 \text{ c}^{-1}$ , привод принят быстродействующим. На рис. 1 приведен вид первых двух тонов и суммарных свободных колебаний консоли при ненулевых начальных условиях.

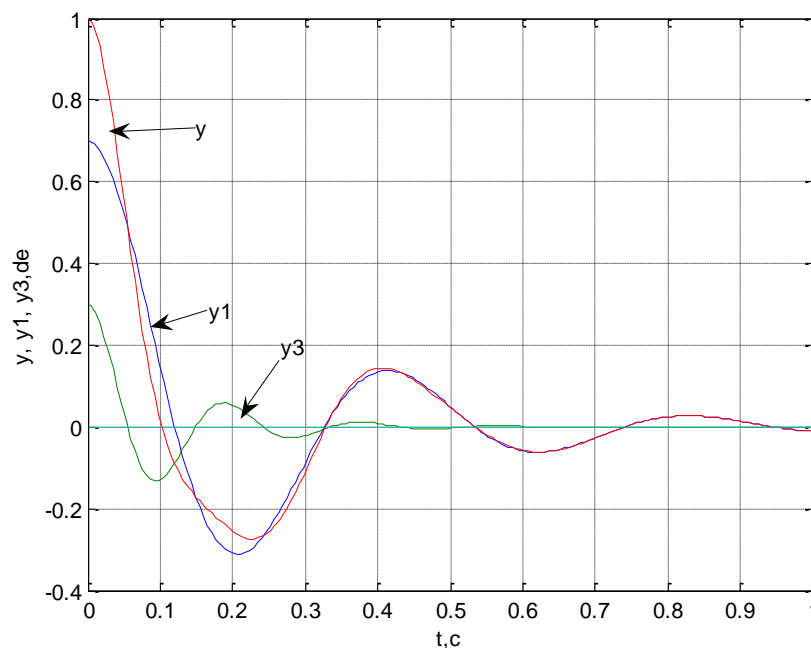


Рис. 1. Вид первых двух тонов и суммарных свободных колебаний консоли при ненулевых начальных условиях.

В уравнении (4)

$$A = \begin{bmatrix} -2\zeta_1\omega_1 & -\omega_1^2 & 0 & 0 & 0 & 0.7k_e\omega_1^2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2\zeta_3\omega_3 & -\omega_3^2 & 0 & 0.3k_e\omega_3^2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2\zeta_e\omega_e & -\omega_e^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad (6)$$

$$B = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -\omega_e^2 \ 0]'. \quad (7)$$

Выбором коэффициентов критерия, при наличии достаточных управляющих воздействий, возможно обеспечить снижение уровня колебаний объекта, обеспечение однозначной или даже монотонной его переходной функции с регулируемой ее длительностью. В критерии (5) элементы матрицы  $Q$  определяются на основе правила равных вкладов максимальных по модулю отклонений переменных. В ней первыми четырьмя диагональными элементами ограничиваются уровни регулируемых фазовых координат системы, их можно назвать точностными. Двумя последующими диагональными элементами ограничивается уровень управляющего воздействия, к ним добавляются недиагональные элементы, ограничивающие мощность управляющих сил, действующих на эквивалентную движущуюся массу полукрыла. Это мощностные элементы функции штрафа критерия. Эта матрица вариативна. Ее элементы, ограничивающие скорость колебаний, домножаются на коэффициент  $k_d$ , увеличивающийся в случаях, когда по условию задачи требуется получить неколебательные процессы восстановления нейтрального положения после возникших отклонений. Мощностные элементы матрицы домножаются на коэффициент  $k_m$  ограничения мощности, связанной с реализацией переходных процессов в системе демпфирования колебаний объекта, Его варьированием встречно изменяются эффективность демпфирования колебаний

и допустимые энергозатраты и, следовательно, качество переходных процессов в системе. Для численных примеров на основании анализа динамики и энергетики объекта управления для относительных фазовых координат, нормированных их базовыми значениями, получены следующие матрицы функции штрафа с варьируемым весовым коэффициентом затрат мощности системы на управление:

$$Q = \begin{bmatrix} 0.01k_d & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.01k_m \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01k_d & 0 & 0 & 0.01k_m \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.01k_m & 0 \\ 0.01k_m & 0 & 0.01k_m & 0 & 0 & 0.01k_m \end{bmatrix}; \quad (8)$$

$$R=0.01*k_m. \quad (9)$$

Управляющими воздействиями на качество переходных процессов в синтезируемой системе служат параметры  $k_m$  и  $k_d$ . Базовые параметры функции штрафа, полученные при  $k_m=1$ ,  $k_d=1$ , должны обеспечить построение системы, в которой за период колебаний их уровень снижается до 5-7% от начального. Демпфирование колебаний связано с частичным парированием самовыравнивания в упругом объекте, поэтому часть обратных связей получается положительной, частично компенсирующей естественные отрицательные обратные связи. При этом все корни характеристического уравнения системы имеют отрицательную вещественную часть.

**Результаты параметрического синтеза системы демпфирования изгибных колебаний полукрыла при нежестких ограничениях скорости изменения его упругих деформаций**



Первая группа исследуемых вариантов синтеза выполняется как организация системы собственно демпфирования колебаний, при  $k_d=1$ . При синтезе системы с полной управляемостью и наблюдаемостью, при  $k_m=1$ ,  $k_d=1$ , получена матрица коэффициентов алгоритма управления  $K_{I0}$ :

$$K_{I0} = (0.3415 \quad -5.9929 \quad 0.1089 \quad -8.0258 \quad 0.9739 \quad 13.3487);$$

Все собственные числа системы имеют отрицательные вещественные части, их матрица:

$$E = 1.0e+003 * (-1.6000, -0.0102+ 0.0339i, -0.0102- 0.0339i, -0.0066+0.0165i, \\ -0.0066- 0.0165i, -0.0057) .$$

При использовании в системе единых обратных связей по фазовым координатам первого и третьего тонов колебаний получена матрица коэффициентов  $K_{II}$ :

$$K_{II} = (0.2717 \quad -6.6028 \quad 0.2717 \quad -6.6028 \quad 0.9739 \quad 13.3487).$$

Переходные процессы в этих вариантах системы практически совпадают, поэтому здесь (рис.2) и далее они приводятся для более простых в реализации вариантов с одинаковыми коэффициентами обратных связей по координатам первого и третьего тонов.

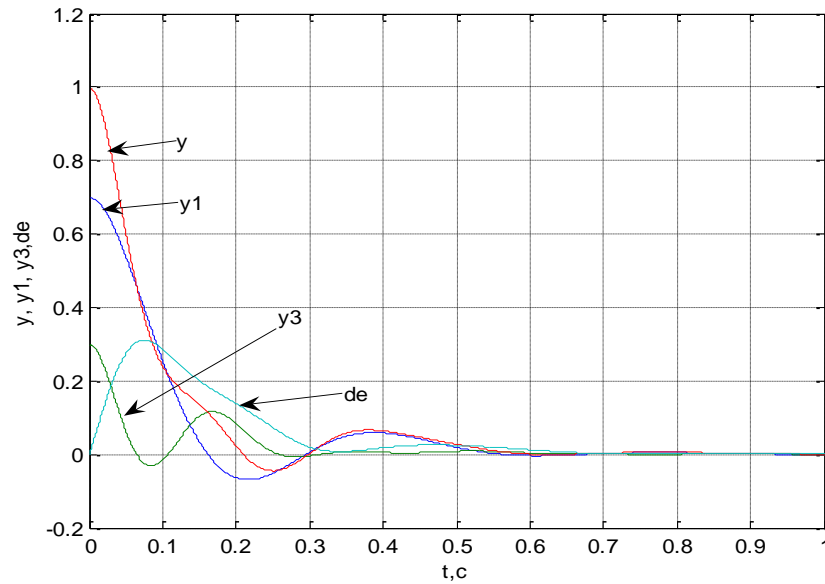


Рис.2. Переходные процессы в системе демпфирования колебаний полукрыла, синтезированной при  $km=1$ ,  $kd=1$ .

Как видно из графиков, колебания объекта с системой демпфирования затухают до 5% начального уровня менее чем за 0,5 с, до 7% за 0,4 с.

Изменение коэффициента  $k_m$  в процессе синтеза системы является эффективным воздействием на характер переходного процесса в ней. С ростом  $k_m$  уменьшаются абсолютные значения коэффициентов обратной связи в системе, ее собственные частоты, уровень и эффективность управляющего воздействия, а переходный процесс в системе приближается к свободным колебаниям объекта. С уменьшением  $k_m$ , напротив, растут модули коэффициентов обратной связи в системе и ее собственные частоты, увеличиваются также величины управляющих воздействий и их эффективность. При этом по мере снижения  $k_m$  колебательность переходного процесса снижается, затем процесс становится однозначным и далее переходит в монотонный. Эти изменения примерно пропорциональны  $\sqrt{k_m}$ .

Изменения в системе, в сравнении с базовым вариантом (см.рис.2) при изменении  $k_m$  иллюстрируются рис.3, 4, 5. На рис.3 видно, что при  $k_m = 10$  уровень управляющего воздействия снизился, а перерегулирование в системе возросло примерно в 3 раза, по сравнению в базовым вариантом.

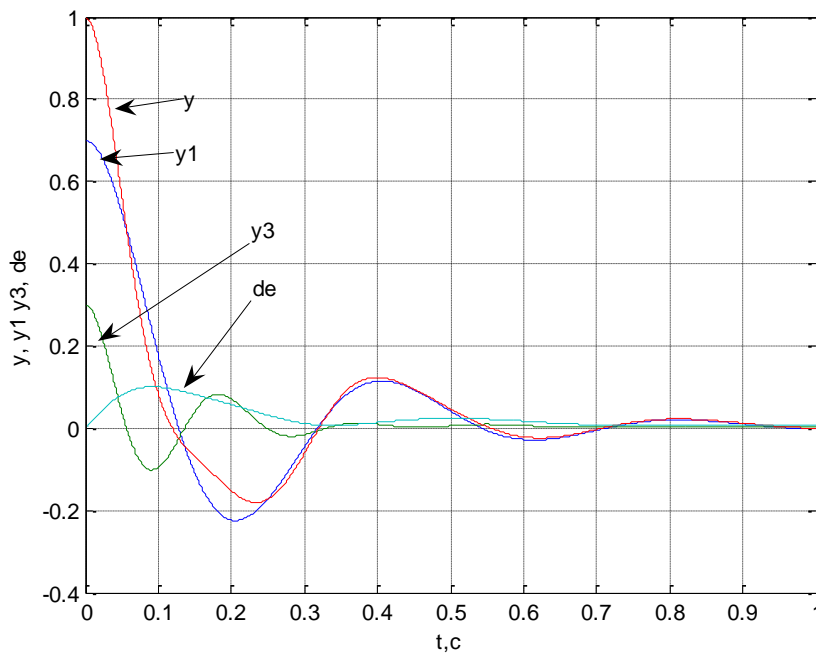


Рис.3. Переходные процессы в системе демпфирования колебаний полукрыла, синтезированной при  $k_m = 10$ .

Из рис. 4 видно, что при  $k_m = 0,5$  перерегулирование в системе отсутствует, колебания стали однозначными, а из рис.5 видно, что при  $k_m = 0,1$  колебания в системе отсутствуют, переходный процесс стал монотонным. При этом увеличение эффективности активного демпфирования колебаний достигается увеличивающимися управляющими воздействиями.

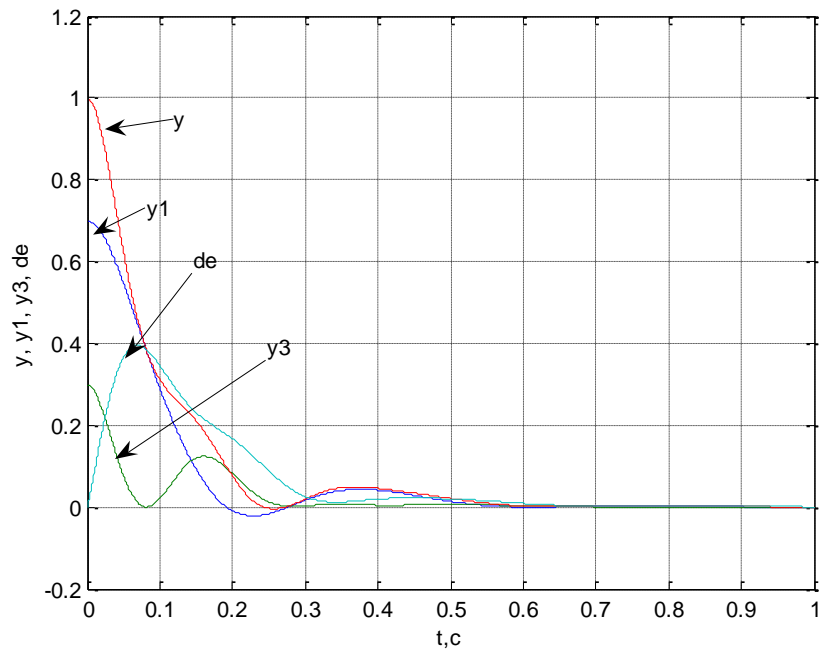


Рис.4. Переходные процессы в системе демпфирования колебаний полукрыла, синтезированной при  $k_m = 0,5$ .

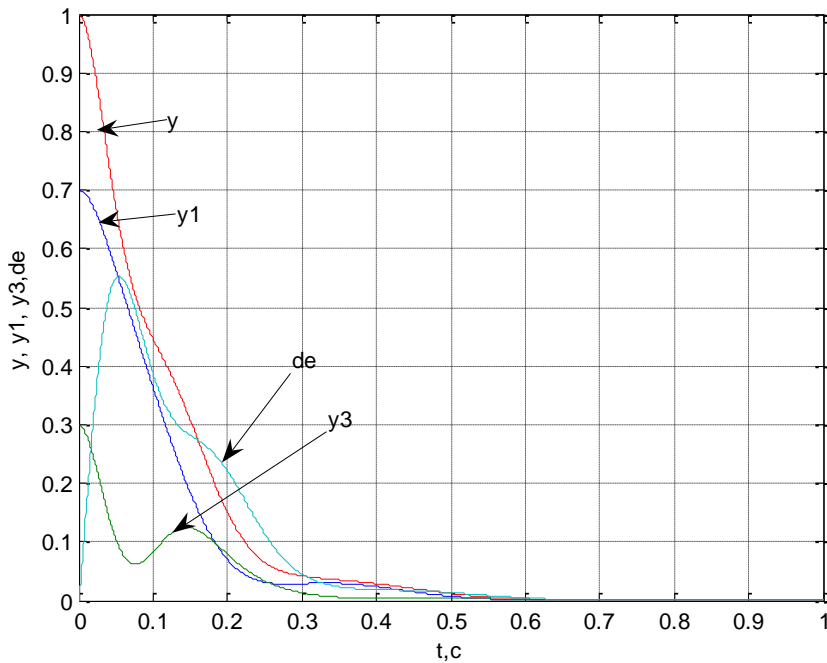


Рис.5. Переходные процессы в системе демпфирования колебаний полукрыла, синтезированной при  $k_m = 0,1$ .

Управляемость коэффициентов обратной связи в системе и корней ее характеристического уравнения изменениями коэффициента  $k_m$ , при коэффициенте  $k_d=1$ , иллюстрируется таблицами 1, 2 и 3. В таблицах приведены значения коэффициентов закона управления в системе демпфирования колебаний полукрыла при полной и неполной информации в системе, а также характеристических чисел системы при полной информации в ней, полученные в результате синтеза системы при различных значениях коэффициента  $k_m$  на промежутке от 0,1 до 10.

Табл.1.

Передаточные числа регулятора при полной управляемости и наблюдаемости системы демпфирования колебаний полукрыла при варьируемом коэффициенте  $k_m$  ограничения расхода мощности системы на управление, при коэффициенте уровня требуемого демпфирования колебаний  $k_d=1$ .

$k_m$	$(k_1 \quad k_2 \quad k_3 \quad k_4 \quad k_5 \quad k_6)$
0,1	(1.9230 -12.5249 1.1989 -23.1401 0.9896 38.8341)
0.2	(1.2127 -10.5893 0.6391 -19.0041 0.9837 29.2018)
0,316	(0.8732 -9.2621 0.4032 -15.6198 0.9804 23.7909)
0,5	(0.6132 -7.9285 0.2450 -12.2843 0.9775 19.0980)
1	(0.3415 -5.9929 0.1089 -8.0258 0.9739 13.3487)
2	(0.1795 -4.2957 0.0466 -5.0347 0.9713 9.0852)
3,16	(0.1149 -3.3790 0.0266 -3.7034 0.9700 6.9879)

5	(0.0732 -2.6464 0.0155 -2.7699 0.9690 5.3713)
10	(0.0380 -1.8742 0.0074 -1.9008 0.9679 3.6750)

Табл.2.

Передаточные числа регулятора при неполной управляемости и наблюдаемости системы демпфирования колебаний полукрыла, при варьируемом коэффициенте  $k_m$  ограничения расхода мощности системы на управление, при коэффициенте уровня требуемого демпфирования колебаний  $k_d=1$ .

$k_m$	$(k_1 k_2 k_3 k_4 k_5 k_6)$
0,1	(1.7057 -15.7094 1.7057 -15.7094 0.9896 38.8341)
0,2	(1.0406 -13.1138 1.0406 -13.1138 0.9837 29.2018)
0,316	(0.7322 -11.1694 0.7322 -11.1694 0.9804 23.7909)
0,5	(0.5027 -9.2352 0.5027 -9.2352 0.9775 19.0980)
1	(0.2717 -6.6028 0.2717 -6.6028 0.9739 13.3487)
2	(0.1396 -4.5174 0.1396 -4.5174 0.9713 9.0852)
3,16	(0.0884 -3.4763 0.0884 -3.4763 0.9700 6.9879)
5	(0.0559 -2.6834 0.0559 -2.6834 0.9690 5.3713)
10	(0.0288 -1.8822 0.0288 -1.8822 0.9679 3.6750)

Табл.3.

Собственные числа системы демпфирования колебаний полукрыла при полной ее управляемости и наблюдаемости, при варьируемом коэффициенте  $k_m$  ограничения

расхода мощности системы на управление, при коэффициенте уровня требуемого демпфирования колебаний  $k_d=1$ .

$k_m$	$(e_1 e_2 e_3 e_4 e_5 e_6)$
0,1	$1.0e+003 *(-1.6000, -0.0182 \pm 0.0365i, -0.0096 \pm 0.0197i, -0.0089)$
0.2	$1.0e+003 *(-1.6000, -0.0144 \pm 0.0352i, -0.0090 \pm 0.0186i, -0.0082)$
0,316	$1.0e+003 *(-1.6000, -0.0127 \pm 0.0346i, -0.0084 \pm 0.0179i, -0.0075)$
0,5	$1.0e+003 *(-1.6000, -0.0115 \pm 0.0343i, -0.0077 \pm 0.0173i, -0.0069)$
1	$1.0e+003 *(-1.6000, -0.0102 \pm 0.0339i, -0.0066 \pm 0.0165i, -0.0057)$
2	$1.0e+003 *(-1.6000, -0.0095 \pm 0.0337i, -0.0057 \pm 0.0160i, -0.0046)$
3,16	$1.0e+003 *(-1.6000, -0.0093 \pm 0.0336i, -0.0053 \pm 0.0158i, -0.0039)$
5	$1.0e+003 *(-1.6000, -0.0091 \pm 0.0336i, -0.0050 \pm 0.0156i, -0.0033)$
10	$1.0e+003 *(-1.6000, -0.0089 \pm 0.0335i, -0.0046 \pm 0.0155i, -0.0026)$

По результатам математического моделирования вариантов системы демпфирования, синтезированных при различных значениях коэффициента  $k_m$ , построены приводимые ниже графики зависимости некоторых показателей качества переходных процессов в системе от этого коэффициента. На рис.6 приведены графики зависимости максимальных отклонений рулевого органа  $\delta_{em} = \text{dem}$  и относительных значений перерегулирования  $z$  в переходных функциях по регулируемому отклонению, полученных при варьировании коэффициента  $k_m = km$ , от величины его. Относительное перерегулирование получено нормированием абсолютного перерегулирования в каждом переходном процессе, в системе с

неполной управляемостью и наблюдаемостью, величиной перерегулирования в процессе свободных колебаний объекта при ненулевых начальных условиях.

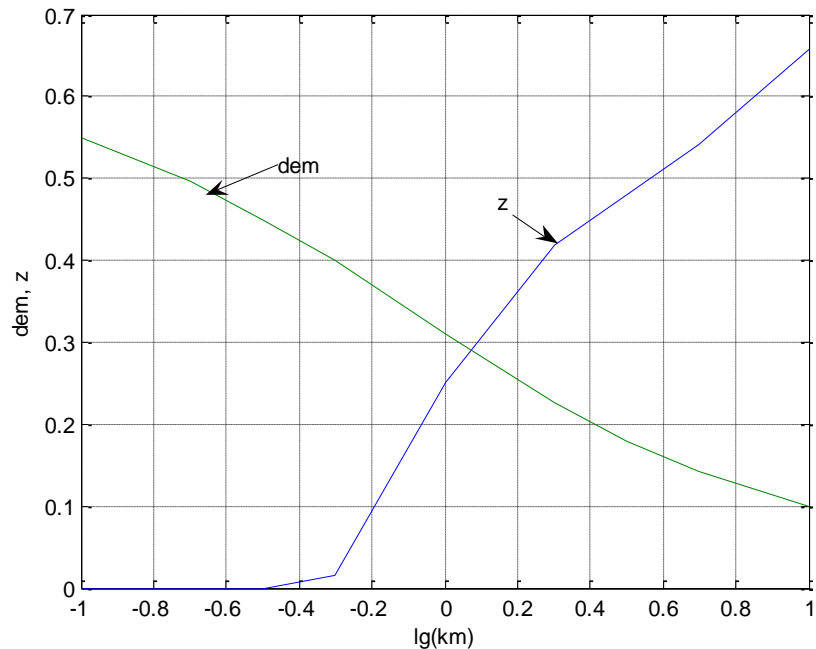


Рис.6. Максимальные отклонения рулевого органа  $\delta_{em} = dem$ , относительные перерегулирования  $z$  отклонения объекта в переходных процессах при ненулевых начальных условиях, в функции коэффициента  $k_m = km$ .

На рис.7 приведены некоторые относительные временные характеристики переходных функций по регулируемой координате в системе демпфирования колебаний, построенной с неполной наблюдаемостью, в функции коэффициента  $k_m = km$ . В качестве относительных временных характеристик процессов рассматриваются абсолютные характеристики, нормированные их значениями, полученными при свободных колебаниях управляемого объекта: относительная длительность переходного процесса до 50%-ного затухания начальных условий,  $T1$ ,



относительная длительность переходного процесса до первого входа в 5%-ную «трубку»,  $T_2$ , относительная длительность переходного процесса  $T_f$ . Очевидно, по мере снижения эффективности активного демпфирования характеристики переходных функций стремятся к характеристикам свободных колебаний объекта управления. При этом начальные стадии переходных функций системой демпфирования затягиваются, но из-за малых перерегулирований управляемые переходные функции заканчиваются раньше свободных колебаний.

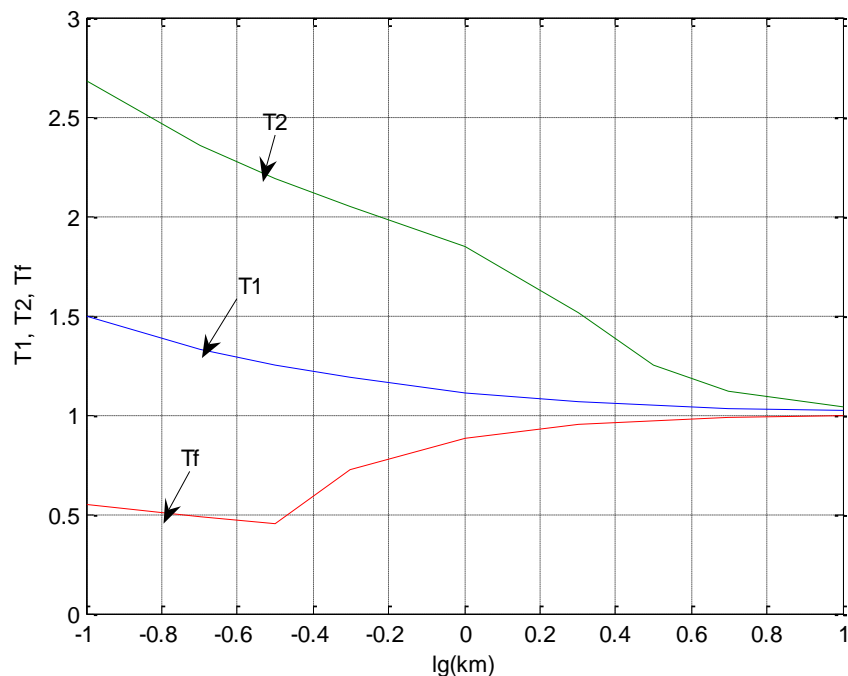


Рис.7. Некоторые относительные временные характеристики переходных функций по регулируемой координате в системе демпфирования колебаний, построенной с неполной наблюдаемостью, в функции коэффициента  $k_m = km$ .

**Результаты параметрического синтеза системы демпфирования изгибных колебаний полукрыла при жестких ограничениях скорости изменения его упругих деформаций**

Ужесточение ограничений на производные от отклонений концов консоли от стабильного состояния в форме увеличения коэффициента  $k_d$  при наличии достаточной энергетике ведет к снижению колебательности переходных процессов в системе, в предельном случае – к ее полному устранению на графиках первой гармоники и суммарном и получению монотонных процессов. При этом управляемость качества переходных процессов изменением коэффициента  $k_m$  сохраняется. Проиллюстрируем эти утверждения результатами оптимизации и математического моделирования системы демпфирования колебаний полукрыла при  $k_d=10$  и  $k_m=0,5; 1; 2$ . В табл. 4 приведены значения параметров алгоритма управления для этих случаев, на рис. 8, 9 и 10 - графики переходных функций в рассматриваемых вариантах системы демпфирования. Из табл. и графиков видно, что с расширением ограничений на расход мощности в связи с управлением, с уменьшением коэффициента  $k_m$ , модули оптимальных передаточных чисел, управляющие воздействия и степень сглаживания переходных процессов в системе – все это возрастает, темп переходного процесса восстановления нейтрального положения замедляется.

Табл.4.

Передаточные числа регулятора при неполной управляемости и наблюдаемости системы демпфирования колебаний полукрыла, при варьируемом коэффициенте  $k_m$

ограничения расхода мощности системы на управление, при коэффициенте уровня  
требуемого демпфирования колебаний  $k_d=10$ .

$k_m$	$(k_1 k_2 k_3 k_4 k_5 k_6)$
0,5	(1.8291 -34.1325 1.8291 -34.1325 0.9927 43.9953 )
1	(1.0802 -26.0898 1.0802 -26.0898 0.9859 32.8358)
2	(0.6024 -19.0275 0.6024 -19.0275 0.9802 23.5953)

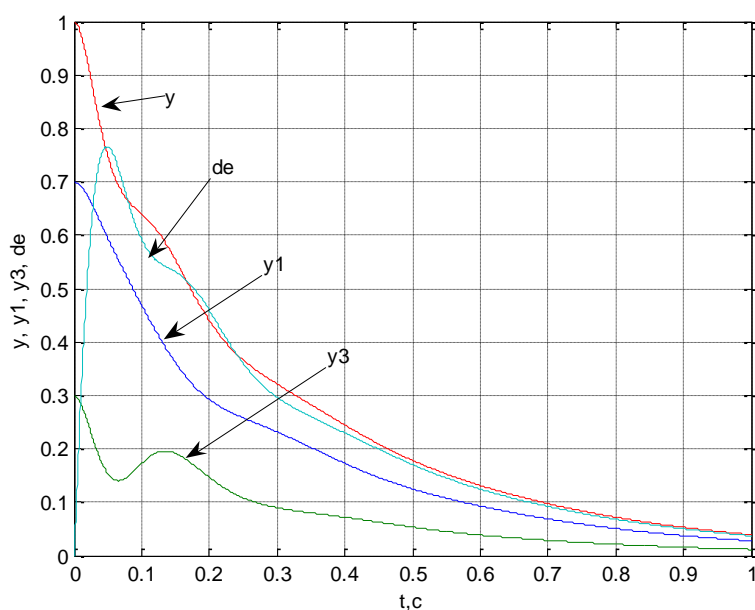


Рис.8. Переходные процессы в системе демпфирования колебаний полукрыла,  
синтезированной при  $k_d=10$ ,  $k_m=0,5$ .

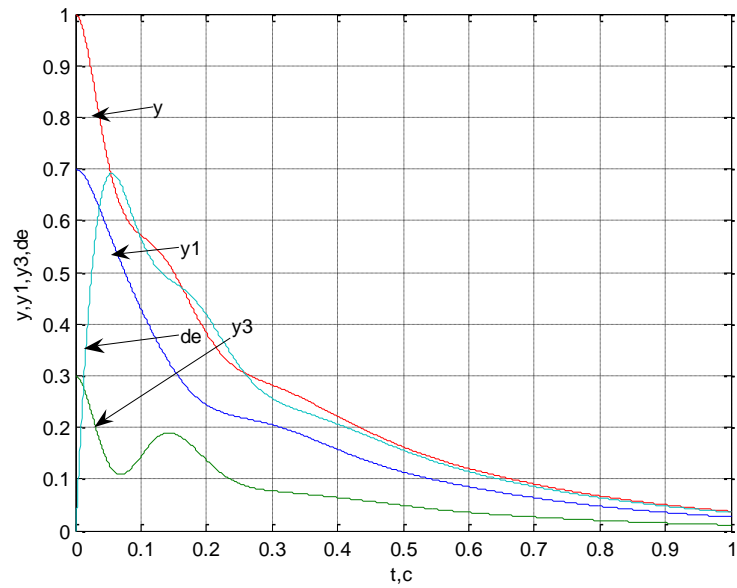


Рис.9. Переходные процессы в системе демпфирования колебаний полукрыла, синтезированной при  $k_d=10$ ,  $k_m=1$ .

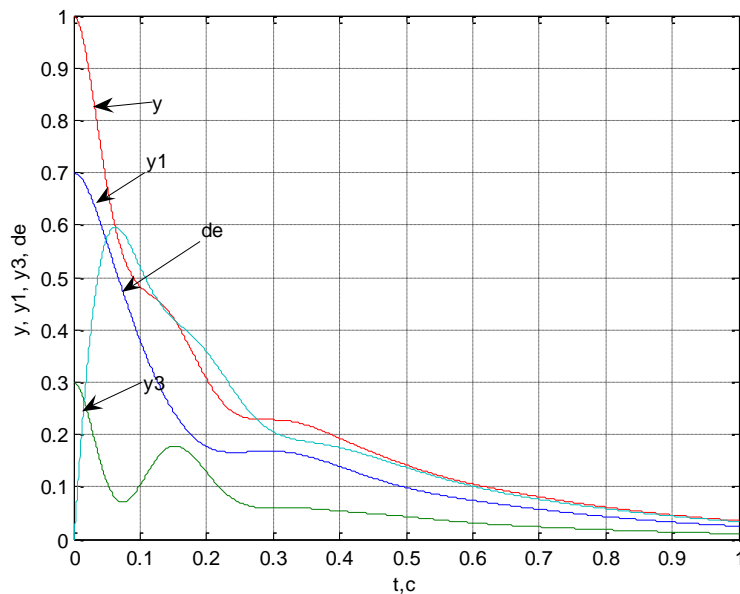


Рис.10. Переходные процессы в системе демпфирования колебаний полукрыла, синтезированной при  $k_d=10$ ,  $k_m=2$ .

Алгоритм АКОРа обеспечивает параметрическую инвариантность показателей качества системы управления по отношению к параметрам объекта управления, и

поэтому, при наличии достаточных информационных и вычислительных ресурсов, может служить основой построения адаптивной по отношению к этим параметрам системы. Для иллюстрации этого тезиса применим условия  $k_d=1$ ,  $k_m=1$  к синтезу управления объектом с параметрами, измененными неблагоприятно для управления, увеличив в динамической структуре объекта относительный начальный вес третьего тона колебаний с 30% до 40%, а также увеличив частоты тонов на 10%. На рис.11 показаны переходные процессы в системе демпфирования колебаний для этого случая, по основным свойствам незначительно отличающиеся от процессов на рис.2, в варианте, принятом в качестве базового.

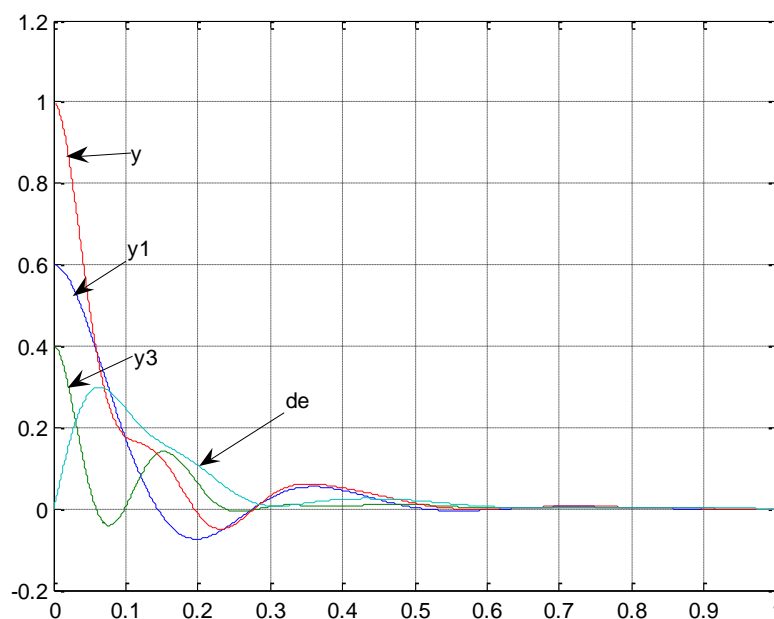


Рис.11. Переходные процессы в системе демпфирования колебаний полукрыла с варьированными параметрами, синтезированной при  $k_d=1$ ,  $k_m=1$ .

## **Заключение**

Методом АКОР по критерию обобщенной работы при введенном расширении и варьировании критерия выполнен параметрический синтез активной системы демпфирования двухчастотных аэроупругих изгибных колебаний крыла самолета.

Функция штрафа расширена введением в нее оценки косвенных энергозатрат на управление, связанных с работой управляющих сил на перемещении объекта управления, что повышает значимость критерия оптимальности.

Варьированием энергетической части критерия оптимальности при синтезе системы обеспечено эффективное встречное управление расходом энергии на демпфирование и степенью демпфирования колебаний крыла.

Синтезируемые варианты системы способны эффективно демпфировать колебания объекта с малыми собственными коэффициентами демпфирования, при использовании привода, имеющего частоту собственных недемпфированных колебаний, лишь на 15% превосходящую частоту третьего тона колебаний объекта.

## **Библиографический список**

1. Летов А.М. Аналитическое конструирование регуляторов // Автоматика и телемеханика. 1960. №4. С. 436-441; №5. С. 561-568; №6. С. 651-655; 1961. №4. С. 425-435; 1962. №11. С. 1405-1413.
2. Летов А.М. Динамика полета и управление. – М.: Наука, 1969. 360 с.

3. Красовский А.А. Аналитическое конструирование контуров управления летательными аппаратами. - М.: Машиностроение, 1969. – 240 с.
4. Пупков К.А., Егупов Н.Д. Методы классической и современной теории автоматического управления. - М.: Изд. МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2004. -744 с.
5. Буков В.Н., Сизых В.Н. Приближенный синтез оптимального управления в вырожденной задаче аналитического конструирования // Автоматика и телемеханика. 1999. № 12. С.16-32.
6. Агеев А.М., Сизых В.Н. Синтез оптимальных регуляторов системы управления самолетом через решение обратной задачи АКОР // Научный вестник НГТУ. 2014. Т. 56. № 3. С. 7-22.
7. Александров А.Г. Синтез регуляторов по показателям точности и быстродействия. Минимальнофазовые одномерные объекты // Автоматика и телемеханика. 2015. № 5. С. 27-42.
8. Хлебников М.В., Щербаков Н.С., Честнов В.Н. Задача линейно-квадратичного управления. Новые решения // Автоматика и телемеханика. 2015. № 12. С. 65-79.
9. Лебедев Г. Н., Елисеев В. Д., Ивашова Н. Д. Постановка задачи автоматического управления посадочным маневром беспилотного летательного аппарата при сильном боковом ветре и подходы к ее решению // Труды МАИ. 2013. №70. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=44508>
10. Кетков Ю.Л., Кетков А.Ю., Шульц М.М. Матлаб 7: программирование, численные методы. – СПб: БХВ-Петербург, 2005. - 752 с.
11. Гришанина Т.В., Шклярчук Ф.Н. Избранные задачи аэроупругости. Учебное пособие. - М.: Изд-во МАИ, 2007. - 48 с.

12. Белоцерковский С.М., Кочетков Ю.А., Красовский А.А., Новицкий В.В. Введение в аэроавтоупругость.– М.: Наука, 1980. – 384 с.
13. Динамика полета / Под ред. Г.С. Бюшгенса. Учебник: - М.: Машиностроение, 2011. – 776 с.
14. Тимаков С.Н., Жирнов А.В. Алгоритмы активного демпфирования упругих колебаний конструкции Международной космической станции // Вестник МГТУ им. Н.Э.Баумана. Приборостроение. 2014. № 3(96). С. 37-53.
15. Степанов А.В. Гашение упругих колебаний упругих систем при помощи гироскопов // Прикладная математика и механика. 1999. Т. 63. №. 1. С. 61.
16. Рыбников С.И. Аналитическое конструирование оптимальных регуляторов на основе уравнения Эйлера-Пуассона. - М.: Изд. МАИ, 1993. – 28 с.
17. Рыбников С.И., Хоанг Минь Дак. Аналитическое конструирование законов управления продольным короткопериодическим движением самолета, оптимальных по модифицированному многовариантному критерию обобщенной работы // Вестник Московского авиационного института. 2008. Т. 15. № 3. С. 154-164.