

УДК 681.518.5

## Локализация параметрических дефектов дистанционной следающей системы

И. Г. Ханьков

### Аннотация

Рассматривается способ локализации параметрических дефектов в дистанционной следающей системе. Составляются системы алгебраических уравнений связи коэффициентов блоков и передаточной функции схемы. По значениям рангов и векторов невязки определяются неисправные блоки.

### Ключевые слова

локализация дефектов; идентификация; следающая система; системы уравнений связи; ранговый критерий; вектор невязки

Известны различные методы обнаружения и локализации дефектов динамических систем, например метод дублирования, метод избыточных переменных, тестовые методы. В этой работе рассматриваются константные параметрические дефекты, приводящие к изменению одного или нескольких коэффициентов передаточной функции системы на постоянную величину [1]. Ставится задача локализации параметрических дефектов путем составления системы диагностических уравнений. При этом используется подход к локализации параметрических дефектов, изложенный в работах [2, 3].

Пусть линейная система с одним входом и одним выходом описывается уравнением:

$$y(p) = W(p) \cdot u(p), \quad (1)$$

где  $W(p)$  - передаточная функция (ПФ) системы порядка  $m$ ;  $y(p)$ ,  $u(p)$  - изображение по Лапласу входного и выходного сигналов.

Предполагается, что система состоит из нескольких блоков с известными передаточными функциями  $W_1(p), \dots, W_n(p)$ . Тогда общая передаточная функция схемы может быть алгебраически выражена через них  $W(p) = F(W_1, \dots, W_n)$ . Коэффициенты числителя

и знаменателя общей ПФ  $\alpha_k, \beta_k$  ( $k=0, \dots, m$ ) будут являться функциями аналогичных коэффициентов блоков.

Связь коэффициентов блоков и коэффициентов общей ПФ можно записать в матричном виде:

$$A_i \cdot r_i = R, \quad i=1, \dots, n, \quad (2)$$

где  $R$  – вектор коэффициентов общей ПФ системы,  $r_i$  – вектор коэффициентов ПФ блока  $W_i$ ,  $A_i$  – матрица связи коэффициентов  $i$ -го блока с коэффициентами  $\alpha_k, \beta_k$ .

В случае однократного дефекта уравнения получаются линейными по каждому из параметров. Это справедливо как для систем автоматического управления, так и для электрических цепей.

Пусть в результате идентификации установлено, что по причине изменения коэффициентов одного из блоков, изменилась ПФ всей схемы. Чтобы определить номер неисправного блока, для каждого из  $n$  матричных уравнений (2) выполняется проверка рангового критерия

$$\text{rank}[A_i, R] = \text{rank}A_i, \quad i=1, \dots, n, \quad (3)$$

где в качестве вектора  $R$  используется вектор идентифицированных коэффициентов ПФ  $W(p)$ .

Ранговый критерий имеет недостатки. Вследствие допустимых погрешностей равенство (3) может не выполняться. Вместо него будем подсчитывать нормы векторов невязки по формуле:

$$\|\delta_i\| = \|A_i r_i - R\| = \|(A_i A^+ - E)R\|,$$

где  $\delta_i$  - вектор невязки,  $A^+$  - псевдообратная матрица связи коэффициентов равная  $(A^T A)^{-1} A^T$ .

Неисправным считается тот блок, чья норма вектора невязки минимальна.

Пусть дана схема дистанционной следящей системы [4]. Ее принципиальная и структурная схемы изображены на рисунке 1.

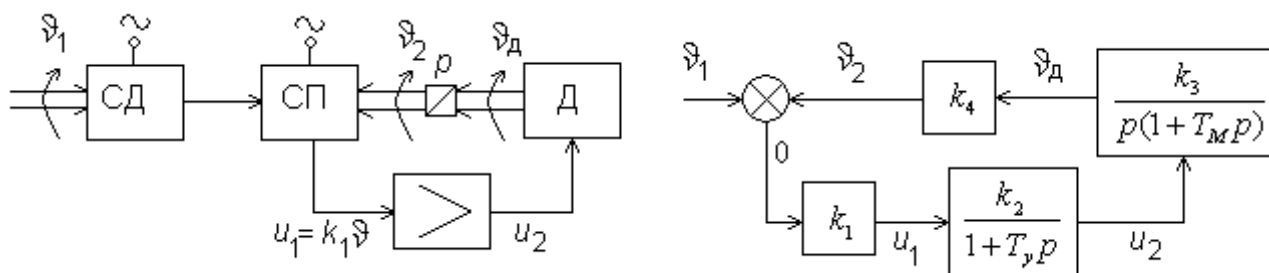


Рисунок 1 – Принципиальная и структурная схемы дистанционной следящей системы.

В качестве чувствительного элемента используются два сельсина (СД и СП). Их ПФ равны коэффициенту передачи схемы:

$$W(p) = k_1 = \frac{U_1}{\mathcal{G}} \left[ \frac{B}{rad} \right],$$

где  $\mathcal{G} = \mathcal{G}_1 - \mathcal{G}_2$  - ошибка, равная разности углов поворота командной и исполнительной осей.

ПФ усилителя:

$$W_2(p) = \frac{U_2}{U_1} = \frac{k_2}{1 + T_y p},$$

где  $k_2$  - коэффициент усиления,  $T_y$  - постоянная времени усилителя.

ПФ двигателя (Д) равна:

$$W_3(p) = \frac{\mathcal{G}_D}{U_2} = \frac{k_3}{p(1 + T_M p)},$$

где  $k_3 \left[ \frac{rad}{B \cdot c} \right]$  - коэффициент передачи двигателя по скорости, а  $T_M$  - электромеханическая постоянная времени двигателя совместно с окончательным каскадом усилителя.

ПФ редуктора (Р) равна его коэффициенту передачи, определяемому передаточным отношением:

$$W_4(p) = \frac{\mathcal{G}_2}{\mathcal{G}_D} = k_4.$$

Переименуем коэффициенты схемы на рисунке 1 так, как показано на рисунке 2. Новые обозначения принимаем для удобства дальнейших выкладок. Численные значения коэффициентов таковы:  $b_{10} = 2, b_{20} = 3, a_{21} = -0.1, a_{20} = 1, b_{30} = 3, a_{32} = 0.2, a_{31} = 1, b_{40} = 2$ .

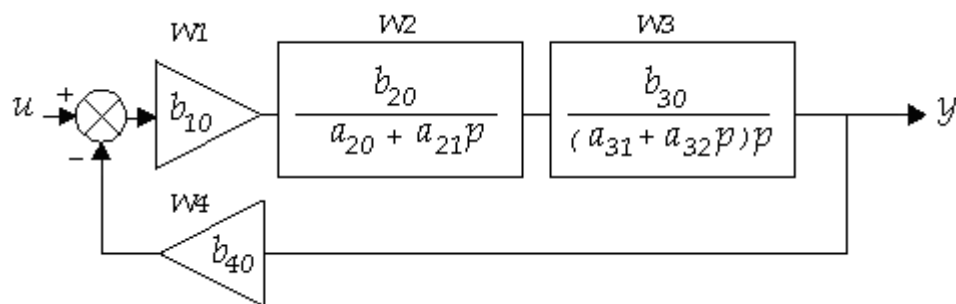


Рисунок 2 – Схема дистанционной следящей системы

Выражение для разомкнутой ПФ равно произведению функций блоков  $W_1 W_2 W_3$ :

$$\frac{b_{10} b_{20} b_{30}}{a_{21} a_{32} p^3 + (a_{21} a_{32} + a_{20} a_{32}) p^2 + a_{20} a_{31} p}.$$

Замкнутая ПФ дистанционной следящей системы выражается так:

$$\frac{b_{10}b_{20}b_{30}}{a_{21}a_{32}p^3 + (a_{21}a_{32} + a_{20}a_{32})p^2 + a_{20}a_{31}p + b_{10}b_{20}b_{30}b_{40}}.$$

Для локализации дефектов составим систему уравнений связи коэффициентов общей ПФ с коэффициентами блоков:

$$\begin{cases} \beta_0 = b_{10}b_{20}b_{30} \\ \alpha_3 = a_{21}a_{32} \\ \alpha_2 = (a_{21}a_{31} + a_{20}a_{32}) \\ \alpha_1 = a_{20}a_{31} \\ \alpha_0 = b_{10}b_{20}b_{30}b_{40} \end{cases} \quad (4)$$

Однократный дефект можно обнаружить, если из системы уравнений (4) поочередно с проверкой рангового критерия и нормы вектора вынесем коэффициенты проверяемых блоков.

Пример 1. Однократный дефект. Предположим, что вышел из строя коэффициент  $a_{20}$ , который был равен 1, а стал равен 2. Общие номинальная и неисправная ПФ таковы:

$$W(p) = \frac{18}{-0.02p^3 + 0.1p^2 + p + 36} \text{ и } \tilde{W}(p) = \frac{18}{-0.04p^3 + 0.3p^2 + p + 36}.$$

Для локализации однократного дефекта в следящей системе составляем символьные и численные матрицы связи. В векторе  $R$  содержатся коэффициенты идентифицированной ПФ. Через  $A_{r_i}$  обозначим матрицу коэффициентов связи, получаемую вынесением вектора  $r_i$  коэффициентов проверяемого блока из системы уравнений (4). В нем добавлена «единичка», чтобы при перемножении на  $A_{r_i}$  в уравнениях связи сохранился свободный член, не зависящий от коэффициентов  $r_i$  блока. Система диагностических уравнений имеет вид:

$$\text{(для } W_1) \begin{matrix} \begin{bmatrix} R_3 \\ R_2 \\ R_1 \\ R_0 \end{bmatrix} \\ R \end{matrix} = \begin{matrix} \begin{matrix} b_{10} & & & 1 \\ & 0 & & a_{21}a_{32} \\ & 0 & & a_{21}a_{31} + a_{20}a_{32} \\ & 0 & & a_{20}a_{31} \\ b_{20}b_{30}b_{40} & & & 0 \end{matrix} \\ A_{r_1} \end{matrix} \cdot \begin{matrix} \begin{bmatrix} b_{10} \\ 1 \\ r_1 \end{bmatrix} \\ r_1 \end{matrix}, \begin{matrix} \begin{bmatrix} -0.1 \\ 0.3 \\ 1 \\ 36 \end{bmatrix} \\ R \end{matrix} = \begin{matrix} \begin{matrix} b_{10} & & & 1 \\ & 0 & -0.02 & \\ & 0 & 0.1 & \\ & 0 & 1 & \\ 18 & 0 & & 0 \end{matrix} \\ A_{r_1} \end{matrix} \cdot \begin{matrix} \begin{bmatrix} b_{10} \\ 1 \\ r_1 \end{bmatrix} \\ r_1 \end{matrix},$$

$$\text{(для } W_2) \begin{matrix} \begin{bmatrix} R_3 \\ R_2 \\ R_1 \\ R_0 \end{bmatrix} \\ R \end{matrix} = \begin{matrix} \begin{matrix} b_{20} & a_{21} & a_{20} & 1 \\ & 0 & 0 & a_{21}a_{32} \\ & 0 & a_{31} & a_{32} \\ & 0 & 0 & a_{31} \\ b_{10}b_{20}b_{30} & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \\ A_{r_2} \end{matrix} \cdot \begin{matrix} \begin{bmatrix} b_{20} \\ a_{21} \\ a_{20} \\ 1 \end{bmatrix} \\ r_2 \end{matrix}, \begin{matrix} \begin{bmatrix} -0.1 \\ 0.3 \\ 1 \\ 36 \end{bmatrix} \\ R \end{matrix} = \begin{matrix} \begin{matrix} b_{20} & a_{21} & a_{20} & 1 \\ & 0 & 0 & -0.02 \\ & 0 & 1 & 0.2 \\ & 0 & 0 & 1 \\ 12 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \\ A_{r_2} \end{matrix} \cdot \begin{matrix} \begin{bmatrix} b_{20} \\ a_{21} \\ a_{20} \\ 1 \end{bmatrix} \\ r_2 \end{matrix},$$

$$\begin{aligned}
 (\text{для } W_3) \quad \begin{bmatrix} R_3 \\ R_2 \\ R_1 \\ R_0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} b_{30} & a_{32} & a_{31} \\ 0 & a_{21} & 0 \\ 0 & a_{20} & a_{21} \\ 0 & 0 & a_{20} \\ b_{10}b_{20}b_{40} & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_{30} \\ a_{32} \\ a_{31} \\ r_3 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} -0.1 \\ 0.3 \\ 1 \\ 36 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{30} & a_{32} & a_{31} \\ 0 & -0.1 & 0 \\ 0 & 1 & -0.1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 12 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_{30} \\ a_{32} \\ a_{31} \\ r_3 \end{bmatrix}, \\
 (\text{для } W_4) \quad \begin{bmatrix} R_3 \\ R_2 \\ R_1 \\ R_0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} b_{40} & 1 \\ 0 & a_{21}a_{32} \\ 0 & a_{21}a_{31} + a_{20}a_{32} \\ 0 & a_{20}a_{31} \\ b_{10}b_{20}b_{30} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_{40} \\ 1 \\ r_4 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} -0.1 \\ 0.3 \\ 1 \\ 36 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{40} & 1 \\ 0 & -0.02 \\ 0 & 0.1 \\ 0 & 1 \\ 18 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_{40} \\ 1 \\ r_4 \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

Проверка рангового критерия и норм вектора невязки всех четырех случаев (см. таблицу 1), указывает на наличие неисправности в блоке  $W_2$ .

Таблица 1

Ранговые критерии для проверки однократного дефекта в дистанционной следящей системе

Блок $W_1$	Блок $W_2$	Блок $W_3$	Блок $W_4$
>> Rank(Ar1) ans = 2 >> Rank([Ar1,Rn]) ans = 3	>> Rank(Ar2) ans = 4 >> Rank([Ar2,Rn]) ans = 4	>> Rank(Ar3) ans = 3 >> Rank([Ar3,Rn]) ans = 4	>> Rank(Ar4) ans = 2 >> Rank([Ar4,Rn]) ans = 3
Норма вектора невязки 0.0994	Норма вектора невязки 0	Норма вектора невязки 0.0297	Норма вектора невязки 0.0994

Пример 2. Двукратный дефект. Предлагаемый метод пригоден и для локализации многократных дефектов, если аналогичным образом составить матричные системы для всех случаев проверки на неисправность. Только теперь в вектор  $r_i$  будем выносить как отдельные коэффициенты, так и пары коэффициентов. В остаточной матрице связи из коэффициентов четырех блоков останутся только коэффициенты двух.

Предположим, что в результате идентификации общая ПФ схемы оказалась отличной от номинальной:

$$\tilde{W}(p) = \frac{18}{-0.02p^3 + 0.3p^2 + 2p + 72}.$$

Требуется выяснить, какая пара блоков неисправна. Для этого составляем матричные уравнения связи, проверяем ранговый критерий и норму вектора невязки.

В нашем случае матричные уравнения связи имеют вид:

$$\text{(для } W_1 \text{ и } W_2) \begin{matrix} R_3 \\ R_2 \\ R_1 \\ R_0 \\ Rn \end{matrix} = \begin{matrix} b_{10}b_{20} & a_{21} & a_{20} & 1 \\ 0 & a_{32} & 0 & 0 \\ 0 & a_{31} & 0 & a_{20}a_{32} \\ 0 & 0 & a_{31} & 0 \\ b_{30}b_{40} & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \cdot \begin{matrix} b_{10}b_{20} \\ a_{21} \\ a_{20} \\ 1 \end{matrix}, \begin{matrix} -0.02 \\ 0.3 \\ 2 \\ 72 \end{matrix} = \begin{matrix} b_{10}b_{20} & a_{21} & a_{20} & 1 \\ 0 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0.2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \cdot \begin{matrix} b_{10}b_{20} \\ a_{21} \\ a_{20} \\ 1 \end{matrix},$$

$$\text{(для } W_1 \text{ и } W_3) \begin{matrix} R_3 \\ R_2 \\ R_1 \\ R_0 \\ Rn \end{matrix} = \begin{matrix} b_{10}b_{30} & a_{32} & a_{31} \\ 0 & a_{21} & 0 \\ 0 & a_{20} & a_{21} \\ 0 & 0 & a_{20} \\ b_{20}b_{40} & 0 & 0 \end{matrix} \cdot \begin{matrix} b_{10}b_{20} \\ a_{21} \\ a_{20} \\ 1 \end{matrix}, \begin{matrix} -0.02 \\ 0.3 \\ 2 \\ 72 \end{matrix} = \begin{matrix} b_{10}b_{30} & a_{32} & a_{31} \\ 0 & -0.1 & 0 \\ 0 & 1 & -0.1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 6 & 0 & 0 \end{matrix} \cdot \begin{matrix} b_{10}b_{20} \\ a_{21} \\ a_{20} \\ 1 \end{matrix},$$

$$\text{(для } W_1 \text{ и } W_4) \begin{matrix} R_3 \\ R_2 \\ R_1 \\ R_0 \\ Rn \end{matrix} = \begin{matrix} b_{10}b_{40} & 1 \\ 0 & a_{21}a_{32} \\ 0 & a_{21}a_{31} + a_{20}a_{32} \\ 0 & a_{20}a_{31} \\ b_{20}b_{30} & 0 \end{matrix} \cdot \begin{matrix} b_{10}b_{40} \\ 1 \\ r_{14} \end{matrix}, \begin{matrix} -0.02 \\ 0.3 \\ 2 \\ 72 \end{matrix} = \begin{matrix} b_{10}b_{40} & 1 \\ 0 & -0.02 \\ 0 & 0.1 \\ 0 & 1 \\ 9 & 0 \end{matrix} \cdot \begin{matrix} b_{10}b_{40} \\ 1 \\ r_{14} \end{matrix},$$

$$\text{(для } W_2 \text{ и } W_3) \begin{matrix} R_3 \\ R_2 \\ R_1 \\ R_0 \\ Rn \end{matrix} = \begin{matrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ b_{10}b_{40} & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \cdot \begin{matrix} b_{20}b_{30} \\ a_{21}a_{32} \\ (a_{21}a_{31} + a_{20}a_{32}) \\ a_{20}a_{31} \end{matrix}, \begin{matrix} -0.02 \\ 0.3 \\ 2 \\ 72 \end{matrix} = \begin{matrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \cdot \begin{matrix} b_{20}b_{30} \\ a_{21}a_{32} \\ (a_{21}a_{31} + a_{20}a_{32}) \\ a_{20}a_{31} \end{matrix},$$

$$\text{(для } W_2 \text{ и } W_4) \begin{matrix} R_3 \\ R_2 \\ R_1 \\ R_0 \\ Rn \end{matrix} = \begin{matrix} b_{20}b_{40} & a_{21} & a_{20} \\ 0 & a_{32} & 0 \\ 0 & a_{31} & a_{32} \\ 0 & 0 & a_{31} \\ b_{10}b_{30} & 0 & 0 \end{matrix} \cdot \begin{matrix} b_{20}b_{40} \\ a_{21} \\ a_{20} \\ r_{24} \end{matrix}, \begin{matrix} -0.02 \\ 0.3 \\ 2 \\ 72 \end{matrix} = \begin{matrix} b_{20}b_{40} & a_{21} & a_{20} \\ 0 & 0.2 & 0 \\ 0 & 1 & 0.2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 6 & 0 & 0 \end{matrix} \cdot \begin{matrix} b_{20}b_{40} \\ a_{21} \\ a_{20} \\ r_{24} \end{matrix},$$

$$\text{(для } W_3 \text{ и } W_4) \begin{matrix} R_3 \\ R_2 \\ R_1 \\ R_0 \\ Rn \end{matrix} = \begin{matrix} b_{30}b_{40} & a_{32} & a_{31} \\ 0 & a_{21} & 0 \\ 0 & a_{20} & a_{21} \\ 0 & 0 & a_{20} \\ b_{10}b_{20} & 0 & 0 \end{matrix} \cdot \begin{matrix} b_{30}b_{40} \\ a_{32} \\ a_{31} \\ r_{34} \end{matrix}, \begin{matrix} -0.02 \\ 0.3 \\ 2 \\ 72 \end{matrix} = \begin{matrix} b_{30}b_{40} & a_{32} & a_{31} \\ 0 & -0.1 & 0 \\ 0 & 1 & -0.1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 6 & 0 & 0 \end{matrix} \cdot \begin{matrix} b_{30}b_{40} \\ a_{32} \\ a_{31} \\ r_{34} \end{matrix}.$$

В таблице 2 представлены ранговые критерии и нормы векторов невязки. По их значениями определяем неисправную пару  $W_2$  и  $W_4$ .

Ранговые критерии и нормы векторов невязки дистанционной следящей системы при двукратной ошибке

$W_1$ и $W_2$	$W_1$ и $W_3$	$W_1$ и $W_4$	$W_2$ и $W_3$	$W_2$ и $W_4$	$W_3$ и $W_4$
Rank(Ar12) ans = 4	Rank(Ar13), ans = 3	Rank(Ar14), ans = 3	Rank(Ar23), ans = 4	Rank(Ar24), ans = 4	Rank(Ar34), ans = 4
Rank([Ar12,Rn]) ans = 5	Rank([Ar13,Rn]) ans = 4	Rank([Ar14,Rn]) ans = 4	Rank([Ar23,Rn]) ans = 5	Rank([Ar24,Rn]) ans = 4	Rank([Ar34,Rn]) ans = 5
Норма вектора невязки 14.9766	Норма вектора невязки 14.9766	Норма вектора невязки 0.0994	Норма вектора невязки 14.9766	Норма вектора невязки 0	Норма вектора невязки 0.0297

Более подробный анализ позволяет установить конкретные номера искаженных коэффициентов. Ими оказались коэффициент  $a_{20}$ , который стал равен 2 вместо 1, и коэффициент  $b_{40}$ , который изменил значение с 2 на 4.

### Библиографический список

1. Мироновский Л.А. Функциональное диагностирование динамических систем: Научное издание/СПб., 1998. 256с.: ил.
2. Парамонова Г.Г. Поиск неисправных компонент в линейных динамических системах. - Автоматика и телемеханика, 1985, № 6. с. 143.-148
3. Ханьков И.Г. Метод локализации параметрических дефектов в линейных динамических системах //Шестьдесят пятая международная студенческая научная конференция ГУАП: Сборник докладов, Часть I Технические науки, – СПб.: ГУАП, 2012. с. 318-322.
4. Бесекерский В.А, Попов Е.П. - Теория систем автоматического управления. Изд-во: Профессия. 2003. 752с

### Сведения об авторе

Ханьков Игорь Георгиевич, аспирант Санкт-Петербургского Государственного Университета Аэрокосмического Приборостроения, тел.: +7 904 5513123, e-mail: igorioniak@mail.ru