

# ДЕФОРМАЦИЯ СКОШЕННОГО ЧЕТЫРЕХПОЯСНОГО КЕССОНА КРЫЛА ПЕРЕМЕННОЙ СТРЕЛОВИДНОСТИ

Федор Николаевич ШКЛЯРЧУК родился в 1935 г. в Приморском крае. Заведующий кафедрой МАИ. Доктор технических наук, профессор. Основные научные интересы — в области динамики конструкций летательных аппаратов. Автор 162 научных работ. E-mail: shklyarchuk@list.ru.

Fedor N. SHKLYARCHUK, D.Sci, was born in 1935, in the Primorsky Region. Head of the chair «Structural mechanics and strength» MAI. His major research interests lie in the field of structural dynamics of flight vehicles. He has published 162 technical papers. E-mail: shklyarchuk@list.ru.

Юн Хе Сок родился в 1982 г. в Республике Корея. Аспирант МАИ. Основные научные интересы — в области динамики конструкций летательных аппаратов. E-mail: shklyarchuk@list.ru.

YUN Hyo Seok was born in 1982, in Republic of Korea. He is currently working toward Pt.D degree at the MAI. His research interests are in the structural dynamics of flight vehicles. E-mail: shklyarchuk@list.ru.

*Разработана многоуровневая математическая модель для расчета деформаций скосенного четырехпоясного кессона на крыла переменной стреловидности по методу отсеков. Выполнены оценки точности аппроксимаций перемещений отсеков.*

*Multi-level mathematical model is developed for calculation of deformations of a skew four-beam box of a wing with variable sweep angle using the section method. Estimations of the accuracy of the displacement approximations of the sections are fulfilled.*

**Ключевые слова:** крыло, переменная стреловидность, четырехпоясный кессон, деформация, метод отсеков.

**Key words:** wing, variable sweep angle, four-beam box, deformation, section method.

## Введение

Четырехпоясной кессон обычно является основным силовым элементом, воспринимающим изгиб, поперечный сдвиг и кручение двухлонжеронного крыла большого удлинения. В случае прямого крыла с нервюрами, перпендикулярными его оси, такие деформации при отсутствии стеснений достаточно хорошо определяются по теории тонкостенных балок. Для расчета стреловидных крыльев с нервюрами, установленными по потоку, классическая балочная теория неприменима, и поэтому в этом случае обычно используется метод конечных элементов с мелкими сетками. Для решения задач аэроупругости и оптимизации крыльев переменной стреловидности с нервюрами, установленными по потоку, необходимо иметь модели промежуточного уровня (между балочной и конечно-элементной), описываемые сравнительно небольшим числом обобщенных координат.

Для таких крыльев разработана математическая модель для расчета деформаций по методу отсеков. Получена матрица жесткости скосенного отсека

четырехпоясного кессона с прямоугольным поперечным сечением. Оценена точность используемых многоуровневых аппроксимаций перемещений отсека.

## Постановка задачи

Рассмотрим задачу определения деформированного состояния тонкостенной конструкции типа крыла переменной стреловидности с нервюрами, установленными по потоку (рис. 1). Конструкция делится на отсеки, расположенные между нервюрами. Здесь будем считать, что отсек такого крыла является скосенным четырехпоясным кессоном шириной  $b$ , высотой  $c$  и длиной  $a$  в направлении оси  $z$ , который симметричен относительно срединной плоскости  $y = 0$  и деформируется антисимметричным образом относительно этой плоскости (рис. 2) при изгибе, поперечном сдвиге и кручении крыла с депланациями и искажениями контура поперечных сечений  $z = \text{const}$ .

Перемещения нижней панели (рис. 2) ищем в виде

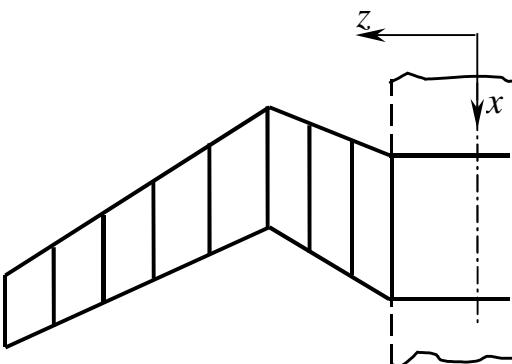


Рис. 1. Крыло переменной стреловидности с нервюрами, установленными по потоку

$$u(z, s) = \sum_{i=1}^p U_i(z) \psi_i(s), \quad w(z, s) = \sum_{m=1}^r W_m(z) \varphi_m(s), \quad (1)$$

где  $\psi_i(s), \varphi_m(s)$  — заданные функции, представляющие поперечные перемещения, повороты вследствие изгиба и кручения, депланации и искривления контура косых сечений  $z = \text{const}$ ;  $U_i(z), W_m(z)$  — неизвестные функции (обобщенные перемещения);  $s = x - z \operatorname{tg} \chi$ .

Деформации и напряжения в скошенной панели, если считать её в общем случае анизотропной, будут

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial s}; \quad \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial s} \operatorname{tg} \chi; \\ \gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial s} \operatorname{tg} \chi + \frac{\partial w}{\partial s}; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \sigma_x &= c_{11} \varepsilon_x + c_{12} \varepsilon_z + c_{13} \gamma_{xz}; \\ \sigma_z &= c_{21} \varepsilon_x + c_{22} \varepsilon_z + c_{23} \gamma_{xz}; \\ \tau_{xz} &= c_{31} \varepsilon_x + c_{32} \varepsilon_z + c_{33} \gamma_{xz}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $c_{11}, c_{12}, \dots, c_{33}$  — симметричные ( $c_{ij} = c_{ji}$ ) коэффициенты упругости анизотропной панели для осей  $x, z$  при её плоском напряженном состоянии [1].

Вариацию потенциальной энергии нижней и верхней панелей толщиной  $h$  записываем в виде

$$\delta P_{\text{пан}} = 2 \int_0^a \int_0^b (\sigma_x \delta \varepsilon_x + \sigma_z \delta \varepsilon_z + \tau_{xz} \delta \gamma_{xz}) h ds dz. \quad (4)$$

Продольные перемещения и деформации нижних левого ( $v=1$ ) и правого ( $v=2$ ) поясов:

$$u^{(v)} = [u \sin \chi + w \cos \chi]_{s=s_v}, \quad s_1 = 0, \quad s_2 = b;$$

$$\varepsilon^{(v)} = \left[ \frac{\partial u}{\partial z} \sin \chi \cos \chi + \frac{\partial w}{\partial z} \cos^2 \chi \right]_{s=s_v}. \quad (5)$$

Вариация потенциальной энергии растяжения-сжатия нижних и верхних поясов:

$$\delta P_{\text{пояс}} = 2 \sum_{v=1}^2 \frac{E f_v}{\cos \chi} \int_0^a \varepsilon^{(v)} \delta \varepsilon^{(v)} dz, \quad (6)$$

где  $E f_v$  — жесткость  $v$ -го пояса на растяжение-сжатие.

Будем считать что стенки ( $v = 1, 2$ ) работают только на сдвиг. Постоянные по высоте деформации сдвига стенок

$$\gamma^{(v)} = \frac{\partial u_v}{\partial z} \cos \chi - \frac{2}{c} u^{(v)}, \quad (7)$$

где  $u_v(z)$  — перемещение  $v$ -й стенки в направлении оси  $y$ .

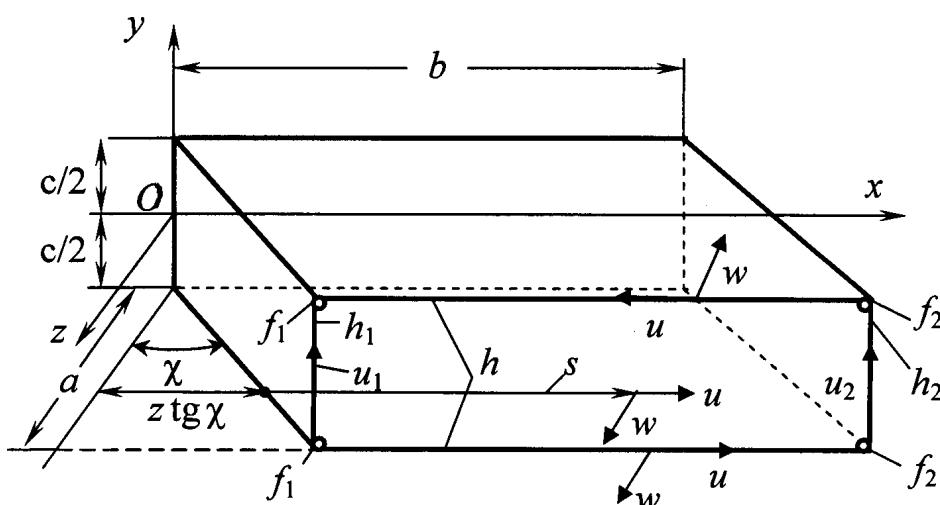


Рис. 2. Скошенный отсек четырехпоясного кессона

Вариация потенциальной энергии деформации стенок постоянной толщины  $h_v$

$$\delta\varPi_{ct} = \sum_{v=1}^2 \frac{Gh_v}{\cos\chi} \int_0^a \gamma^{(v)} \delta\gamma^{(v)} dz, \quad (8)$$

где  $Gh_v$  — жесткость  $v$ -й стенки на сдвиг.

Далее обозначим:  $U_0(z)$  — перемещение центра сечения  $z = \text{const}$  ( $s = b/2, y = 0$ ) в направлении оси  $y$ ;  $U_1(z)/b$  — угол закручивания этого сечения против часовой стрелки.

Тогда в разложениях (1) при  $i = 0, 1$  будет  $\psi_0(s) = 0, \psi_1(s) = c/2b$ .

Перемещения стенок

$$u_1 = U_0 \bar{\Psi}_0^{(1)} + U_1 \bar{\Psi}_1^{(1)}; \quad u_2 = U_0 \bar{\Psi}_0^{(2)} + U_1 \bar{\Psi}_1^{(2)}, \quad (9)$$

где  $\bar{\Psi}_0^{(1)} = \bar{\Psi}_0^{(2)} = 1; \bar{\Psi}_1^{(1)} = -\bar{\Psi}_1^{(2)} = -1/2$ .

В результате с учетом разложений (1) и обозначений (9) вариация потенциальной энергии деформации отсека  $\delta\varPi = \delta\varPi_{пан} + \delta\varPi_{пояс} + \delta\varPi_{ct}$  записывается в виде

$$\begin{aligned} \delta\varPi = & \int_0^a \left\{ \sum_{i=0}^P \delta U_i \left[ \sum_{j=0}^P (A_{ij} U_j' + B_{ij} U_j) + \sum_{n=1}^r (K_{in} W_n' + L_{in} W_n) \right] + \right. \\ & + \sum_{i=0}^P \delta U_i \left[ \sum_{j=0}^P (B_{ij} U_j' + D_{ij} U_j) + \sum_{n=1}^r (M_{in} W_n' + N_{in} W_n) \right] + \\ & + \sum_{m=0}^r \delta W_m \left[ \sum_{j=0}^P (K_{jm} U_j' + M_{jm} U_j) + \sum_{n=1}^r (E_{mn} W_n' + F_{mn} W_n) \right] + \\ & \left. + \sum_{m=1}^r \delta W_m \left[ \sum_{j=0}^P (L_{jm} U_j' + N_{jm} U_j) + \sum_{n=1}^r (F_{mn} W_n' + G_{mn} W_n) \right] \right\} dz. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь

$$\begin{aligned} A_{ij} = & 2c_{33} h a_{ij} + 2 \cos\chi \sin^2\chi \sum_{v=1}^2 E f_v \psi_i^{(v)} \psi_j^{(v)} + \\ & + c \cos\chi \sum_{v=1}^2 Gh_v \bar{\Psi}_i^{(v)} \bar{\Psi}_j^{(v)}; \end{aligned}$$

$$B_{ij} = 2(c_{13} - c_{33} \operatorname{tg}\chi) h b_{ij} - 2 \sin\chi \sum_{v=1}^2 Gh_v \bar{\Psi}_i^{(v)} \psi_j^{(v)};$$

$$K_{in} = 2c_{23} h k_{in} + 2 \cos^2\chi \sin\chi \sum_{v=1}^2 E f_v \psi_i^{(v)} \phi_n^{(v)};$$

$$L_{in} = 2(c_{33} - c_{23} \operatorname{tg}\chi) h l_{in} - 2 \cos\chi \sum_{v=1}^2 Gh_v \bar{\Psi}_i^{(v)} \phi_n^{(v)};$$

$$\begin{aligned} D_{ij} = & 2(c_{11} - 2c_{13} \operatorname{tg}\chi + c_{33} \operatorname{tg}^2\chi) h d_{ij} + \\ & + \frac{4}{c} \frac{\sin^2\chi}{\cos\chi} \sum_{v=1}^2 Gh_v \psi_i^{(v)} \psi_j^{(v)}; \end{aligned}$$

$$M_{in} = 2(c_{12} - c_{23} \operatorname{tg}\chi) h m_{in};$$

$$\begin{aligned} N_{in} = & 2(c_{13} - c_{12} \operatorname{tg}\chi - c_{33} \operatorname{tg}\chi + c_{23} \operatorname{tg}^2\chi) h n_{in} + \\ & + \frac{4}{c} \sin\chi \sum_{v=1}^2 Gh_v \psi_i^{(v)} \phi_n^{(v)}; \end{aligned}$$

$$E_{mn} = 2c_{22} h e_{mn} + 2 \cos^3\chi \sum_{v=1}^2 E f_v \phi_m^{(v)} \phi_n^{(v)};$$

$$F_{mn} = 2(c_{23} - c_{22} \operatorname{tg}\chi) h f_{mn};$$

$$\begin{aligned} G_{mn} = & 2(c_{33} - 2c_{23} \operatorname{tg}\chi + c_{22} \operatorname{tg}^2\chi) h g_{mn} + \\ & + \frac{4}{c} \cos\chi \sum_{v=1}^2 Gh_v \phi_m^{(v)} \phi_n^{(v)}, \end{aligned}$$

где

$$a_{ij} = \int_0^b \psi_i \psi_j ds; \quad b_{ij} = \int_0^b \psi_i \frac{d\psi_j}{ds} ds; \quad k_{in} = \int_0^b \psi_i \phi_n ds;$$

$$l_{in} = \int_0^b \psi_i \frac{d\phi_n}{ds} ds; \quad d_{ij} = \int_0^b \frac{d\psi_i}{ds} \frac{d\psi_j}{ds} ds; \quad m_{in} = \int_0^b \frac{d\psi_i}{ds} \phi_n ds;$$

$$n_{in} = \int_0^b \frac{d\psi_i}{ds} \frac{d\phi_n}{ds} ds; \quad e_{mn} = \int_0^b \phi_m \phi_n ds; \quad (12)$$

$$f_{mn} = \int_0^b \phi_m \frac{d\phi_n}{ds} ds; \quad g_{mn} = \int_0^b \frac{d\phi_m}{ds} \frac{d\phi_n}{ds} ds;$$

$$\psi_i^{(v)} = \psi_i(s_v); \quad \phi_m^{(v)} = \phi_m(s_v).$$

### Матрица жесткости отсека

Рассмотрим скошенный отсек между сечениями  $z = 0$  ( $k = 0$ ) и  $z = a$  ( $k = 1$ ). В пределах длины этого отсека все его параметры будем считать постоянными.

Для достаточно короткого отсека (узкой полоски) неизвестные функции перемещений будем аппроксимировать по линейному закону [2]:

$$\begin{aligned} U_i(z) = & U_{0i} \left( 1 - \frac{z}{a} \right) + U_{1i} \frac{z}{a}; \\ W_m(z) = & W_{0m} \left( 1 - \frac{z}{a} \right) + W_{1m} \frac{z}{a}, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $U_{0i}, W_{0m}, U_{1i}, W_{1m}$  ( $i = 0, 1, 2, \dots, p; m = 1, 2, \dots, r$ ) — неизвестные параметры (обобщенные координаты).

Рассматриваемый отсек можно считать укрупненным конечным элементом — суперэлементом или модуль-элементом [3]. Далее для удобства записи введем векторы (столбцы):

$$\mathbf{U}_0 = \{U_{0i}\}; \quad \mathbf{W}_0 = \{W_{0m}\}; \quad \mathbf{U}_1 = \{U_{1i}\}; \quad \mathbf{W}_1 = \{W_{1m}\}. \quad (14)$$

Подставляя (13) в выражение (10) с учетом векторных обозначений (14), получим

$$\begin{aligned} \delta\Gamma = & [\delta\mathbf{U}_0^T \ \delta\mathbf{W}_0^T] \times \\ & \times \left\langle \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{00} & \mathbf{R}_{00} \\ \mathbf{R}_{00}^T & \mathbf{H}_{00} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_0 \\ \mathbf{W}_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{01} & \mathbf{R}_{01} \\ \mathbf{R}_{10}^T & \mathbf{H}_{01} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1 \\ \mathbf{W}_1 \end{bmatrix} \right\rangle + \\ & + [\delta\mathbf{U}_1^T \ \delta\mathbf{W}_1^T] \left\langle \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{01}^T & \mathbf{R}_{10} \\ \mathbf{R}_{00}^T & \mathbf{H}_{01}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_0 \\ \mathbf{W}_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{11} & \mathbf{R}_{11} \\ \mathbf{R}_{11}^T & \mathbf{H}_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1 \\ \mathbf{W}_1 \end{bmatrix} \right\rangle, \quad (15) \end{aligned}$$

где

$$\mathbf{C}_{00} = \frac{1}{a} \mathbf{A} - \frac{1}{2} (\mathbf{B} + \mathbf{B}^T) + \frac{a}{3} \mathbf{D};$$

$$\mathbf{C}_{01} = -\frac{1}{a} \mathbf{A} - \frac{1}{2} (\mathbf{B} - \mathbf{B}^T) + \frac{a}{6} \mathbf{D};$$

$$\mathbf{C}_{11} = \frac{1}{a} \mathbf{A} + \frac{1}{2} (\mathbf{B} + \mathbf{B}^T) + \frac{a}{3} \mathbf{D};$$

$$\mathbf{H}_{00} = \frac{1}{a} \mathbf{E} - \frac{1}{2} (\mathbf{F} + \mathbf{F}^T) + \frac{a}{3} \mathbf{G};$$

$$\mathbf{H}_{01} = -\frac{1}{a} \mathbf{E} - \frac{1}{2} (\mathbf{F} - \mathbf{F}^T) + \frac{a}{6} \mathbf{G}; \quad (16)$$

$$\mathbf{H}_{11} = \frac{1}{a} \mathbf{E} + \frac{1}{2} (\mathbf{F} + \mathbf{F}^T) + \frac{a}{3} \mathbf{G};$$

$$\mathbf{R}_{00} = \frac{1}{a} \mathbf{K} - \frac{1}{2} (\mathbf{L} + \mathbf{M}) + \frac{a}{3} \mathbf{N};$$

$$\mathbf{R}_{01} = \frac{1}{a} \mathbf{K} - \frac{1}{2} (\mathbf{L} - \mathbf{M}) + \frac{a}{6} \mathbf{N};$$

$$\mathbf{R}_{10} = -\frac{1}{a} \mathbf{K} + \frac{1}{2} (\mathbf{L} - \mathbf{M}) + \frac{a}{6} \mathbf{N};$$

$$\mathbf{R}_{11} = \frac{1}{a} \mathbf{K} + \frac{1}{2} (\mathbf{L} + \mathbf{M}) + \frac{a}{6} \mathbf{N}.$$

Входящие в выражения (16) матрицы составляются из коэффициентов (11):

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= [\mathbf{A}_{ij}]; \quad \mathbf{B} = [\mathbf{B}_{ij}]; \quad \mathbf{K} = [\mathbf{K}_{in}]; \quad \mathbf{L} = [\mathbf{L}_{in}]; \\ \mathbf{D} &= [\mathbf{D}_{ij}]; \quad \mathbf{M} = [\mathbf{M}_{in}]; \quad \mathbf{N} = [\mathbf{N}_{in}]; \quad \mathbf{E} = [\mathbf{E}_{mn}]; \quad (17) \\ \mathbf{F} &= [\mathbf{F}_{mn}]; \quad \mathbf{G} = [\mathbf{G}_{mn}]. \end{aligned}$$

Обозначим векторы, относящиеся к сечениям  $k = 0$  и  $k = 1$ , соответственно, как

$$\mathbf{q}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_0 \\ \mathbf{W}_0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{q}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1 \\ \mathbf{W}_1 \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Тогда вариация потенциальной энергии (15) записывается в виде

$$\delta\Gamma = [\delta\mathbf{q}_0^T \ \delta\mathbf{q}_1^T] \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{00} & \mathbf{K}_{01} \\ \mathbf{K}_{01}^T & \mathbf{K}_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_0 \\ \mathbf{q}_1 \end{bmatrix},$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{00} &= \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{00} & \mathbf{R}_{00} \\ \mathbf{R}_{00}^T & \mathbf{H}_{00} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{K}_{01} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{01} & \mathbf{R}_{01} \\ \mathbf{R}_{10}^T & \mathbf{H}_{01} \end{bmatrix}; \\ \mathbf{K}_{11} &= \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{11} & \mathbf{R}_{11} \\ \mathbf{R}_{11}^T & \mathbf{H}_{11} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (20)$$

— блоки матрицы жесткости свободного отсека для вектора обобщенных координат  $\begin{bmatrix} \mathbf{q}_0 \\ \mathbf{q}_1 \end{bmatrix}$ .

### Оценка точности аппроксимаций перемещений отсека

Рассмотрим четырехпоясной кессон, состоящий из семи одинаковых отсеков, верхняя и нижняя панели которых являются изотропными, а боковые стенки работают только на сдвиг. Нервюры и косые сечения отсека, параллельные нервюрам, считаются недеформируемыми в своей плоскости. Параметры отсека:  $b = 1$  м,  $c = 0,2$  м,  $a = 0,2$  м,

$$h = h_1 = h_2 = 0,01 \text{ м}, \quad f_1 = f_2 = 0,01 \text{ м}^2, \quad c_{22} = \frac{E}{(1-\mu^2)},$$

$$c_{33} = \frac{E}{2(1+\mu)}, \quad \mu = 0,3; \quad E — \text{модуль упругости.}$$

Сначала оценим точность линейной аппроксимации (13) на примере задачи стесненного кручения неподвижно закрепленного при  $z = 0$  и нагруженного крутящим моментом при  $z = a$  прямого отсека ( $\chi = 0$ ). В этом случае

$$u = U_1(z)\psi_1(s); \quad w = W_1(z)\phi_1(s);$$

$$u^{(1)} = U_1\bar{\Psi}_1^{(1)}; \quad u^{(2)} = U_1\bar{\Psi}_1^{(2)},$$

где  $\Psi_1 = \frac{c}{2b}$ ;  $\Phi_1 = 1 - \frac{2s}{b}$ ;  $\bar{\Psi}_1^{(1)} = -\bar{\Psi}_1^{(2)} = -\frac{1}{2}$ .

Значения коэффициентов  $C_{11}/Eh$ ,  $R_{11}/Eh$ ,  $H_{11}/Eh$ , составляющих матрицу жесткости второго порядка  $K_{11}$  при  $i = 1, m = 1$ , соответственно равны 0,2308, 0,3076, 24,894 при линейной аппроксимации и 0,229, 0,304, 24,745 при точном решении дифференциального уравнения стесненного кручения для той же самой расчетной модели.

		<i>k</i>	1	2	3	4	5	6	7
$\bar{U}_{0,k}$	$r = 2$	282,3	755,0	1399,5	2188,9	3091,8	4075,4	5107,2	
	$r = 4$	292,9	786,1	1448,8	2254,0	3173,0	4174,5	5224,0	
$\bar{U}_{1,k}$	$r = 2$	377,4	724,8	1024,6	1267,0	1447,4	1565,1	1622,4	
	$r = 4$	332,9	685,7	1002,7	1260,0	1449,7	1576,3	1654,0	

Видно, что для достаточно коротких отсеков (полос) линейная аппроксимация перемещений по длине отсека имеет вполне приемлемую точность.

В таблице приведены результаты расчета попе-

речных перемещений  $\bar{U}_{0,k} = \frac{Eb}{P_7} U_{0,k}$  и углов закру-  
чивания  $\bar{U}_{1,k} = \frac{Eb}{P_7} U_{1,k}$  нервюр  $k = 1, 2, \dots, 7$  скошен-

ного кессона при  $\chi = 45^\circ$ , жестко закрепленного в сечении  $k = 0$  и нагруженного поперечной силой  $P_7$ , приложенной на конце кессона в центре седьмой нервюры ( $k = 7$ ). Эти результаты получены для случая, когда нервюры и косые сечения кессона являются недеформируемыми в своей плоскости и на основании (1), (9) тангенциальные перемещения нижней панели и стенок при  $i = 0, 1$  записывают-

ся в виде  $u = U_1 \frac{c}{2b}$ ,  $u_1 = U_0 - U_1 \frac{1}{2}$ ,  $u_2 = U_0 + U_1 \frac{1}{2}$ .

При этом продольные перемещения нижней панели в направлении оси  $z$  определяются с учетом депланаций косых сечений на основании (9) с использованием функций

$$\Phi_1 = 1 - \frac{s}{b}; \quad \Phi_2 = \frac{s}{b}; \quad \Phi_3 = \sin \frac{\pi s}{b}; \quad \Phi_4 = \sin \frac{2\pi s}{b}.$$

В таблице  $r = 2$  означает, что результаты получены при использовании только первых двух функций  $\Phi_1(s)$ ,  $\Phi_2(s)$ , а  $r = 4$  — четырех указанных функций. Сравнение результатов при  $r = 2$  и  $r = 4$  показывает, что основную роль играют первые две функции; из них  $\Phi_1 + \Phi_2 = 1$  представляет поворот

плоского сечения за счет изгиба, а  $\Phi_1 - \Phi_2 = 1 - 2s/b$  — депланацию за счет стесненного кручения.

## Выводы

Разработана по методу отсеков математическая модель для расчета деформаций скошенного четырехпоясного кессона крыла переменной стреловидности. В пределах каждого отсека как укрупненного конечного элемента используется многоуровневая (в рядах) аппроксимация перемещений, в результате чего они выражаются через обобщенные координаты. На примере расчета стреловидного кессона выполнены оценки точности используемых аппроксимаций.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российской фонда фундаментальных исследований (коды проектов 09-01-00381, 09-08-00602).

## Библиографический список

- Образцов И.Ф., Булычев Л.А., Васильев В.В. и др. Строительная механика летательных аппаратов. — М.: Машиностроение, 1986.
- Шклярчук Ф.Н. Динамика конструкций летательных аппаратов. — М.: МАИ, 1983.
- Постнов В.А., Тарануха Н.А. Метод модуль-элементов в расчетах судовых конструкций. — Л.: Судостроение, 1990.

Московский авиационный институт  
Статья поступила в редакцию 18.11.2009