

АВИАЦИОННАЯ И РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКАЯ ТЕХНИКА

ПРОЕКТИРОВАНИЕ, КОНСТРУКЦИЯ И ПРОИЗВОДСТВО ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

УДК 004.3+519.6+531.36

ВЫБОР ПАРАМЕТРОВ СИСТЕМЫ УВОДА КОСМИЧЕСКОГО МУСОРА С УПРУГИМИ ЭЛЕМЕНТАМИ ПОСРЕДСТВОМ ТРОСОВОЙ БУКСИРОВКИ

Асланов В.С.* , Юдинцев В.В.**

*Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева,
Московское шоссе, 34, Самара, 443086, Россия*

** e-mail: aslanov_vs@mail.ru*

*** e-mail: yudintsev@gmail.com*

Удаление космического мусора является одной из актуальных проблем, которую человечеству предстоит решить в ближайшем будущем. Наибольшую опасность представляют большие объекты космического мусора (нефункциональные спутники, верхние ступени ракет-носителей), находящиеся на орбите, разрушение которых может привести к катастрофическим последствиям — лавинообразному росту количества более мелкого мусора и засорению околоземного пространства. Способ увода космического мусора и параметры транспортной системы во многом зависят от свойств уводимого мусора. В этой статье рассматривается тросовая транспортировка крупногабаритного объекта космического мусора с упругими элементами, например солнечными батареями. Целью работы является исследование взаимного влияния колебаний троса и колебаний упругих элементов в ходе активной фазы транспортировки. Разработана математическая модель системы, состоящей из космического буксира и буксируемого космического мусора с упругими элементами. Найдены приближенные аналитические выражения, которые показывают существенное взаимное влияние колебаний троса и упругих элементов, что необходимо учитывать при разработке транспортных систем для увода объектов космического мусора.

Ключевые слова: космический мусор, трос, космический буксир, упругие элементы, колебания.

Постановка задачи

На околоземных орбитах находится более 15000 крупных искусственных объектов. Только 7% из них являются активными космическими аппаратами, 17% — космические аппараты, отработавшие свой срок, 13% — орбитальные ступени ракет. При столкновении таких объектов с другими объектами и фрагментами значительно увеличивается количество мелких обломков (эффект Кesslerа [1, 2]),

что может сделать невозможным безопасное использование некоторых околоземных орбит. Например, в результате испытания противоспутникового оружия, которое привело к разрушению спутника-мишени Fengyun 1C [3] и столкновению нефункционирующего КА серии «Космос» с активным КА «Иридиум» [4], образовалось более 5000 новых мелких объектов, которые стали представлять угрозу для других активных КА, включая МКС [5].

Выбор способа активного удаления крупных объектов космического мусора зависит от свойств удаляемого объекта. В последние несколько лет было предложено несколько способов [7–10]. Захват и увод объектов с использованием тросовых систем является одним из перспективных способов увода с орбиты больших нефункциональных спутников и ступеней ракет [6]. Поведение тросовой системы при буксировке рассмотрено в работах [11–18]. В работе [5] отмечается, что существуют два типа космического мусора: космические аппараты и орбитальные ступени. Орбитальные ступени более «удобны» для увода с орбиты, поскольку они не имеют больших присоединенных элементов (солнечные панели, антенны). Увод уже нефункционирующего космического аппарата с упругими элементами является более сложной задачей, поскольку необходимо учитывать возможность колебаний упругих элементов конструкции, что может привести к их разрушению и еще большему засорению околоземного пространства.

Цель представленной работы — исследование влияния колебаний троса и упругих элементов уводимого объекта в ходе активной фазы транспортировки. Рассматривается простейший случай, когда

на буксир действует только постоянная сила тяги. Все остальные силы и моменты (например, гравитационные) не учитываются. Статья разделена на три части. В первой части рассматривается математическая модель космического мусора, буксируемого космическим буксиром. Во второй части получена упрощенная математическая модель, позволяющая выбирать жесткость троса при заданных свойствах космического мусора для снижения колебаний упругих элементов конструкции транспортируемого объекта. В третьей части приводятся несколько численных примеров.

Математическая модель

Механическая система включает в себя космический буксир, рассматриваемый как материальная точка, невесомый эластичный трос и пассивный объект (космический мусор), рассматриваемый как твердое тело с двумя упругими элементами конструкции (панели солнечных батарей). Анализируется плоское движение механической системы относительно ее центра масс под воздействием силы тяги двигателя космического буксира. Для получения уравнений движения системы используется формализм Лагранжа. Схема механической системы приведена на рис. 1.

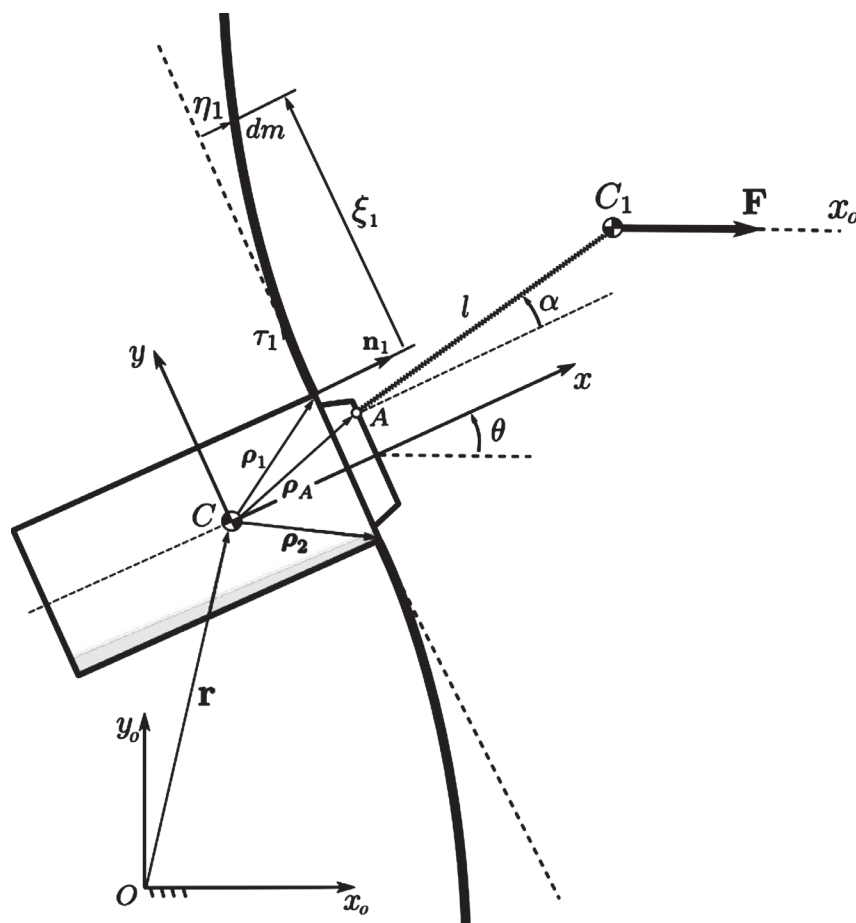


Рис. 1. Модель космического мусора с гибкими элементами

Кинетическая и потенциальная энергия

Кинетическая энергия рассматриваемой системы состоит из кинетической энергии твердых тел T_b и кинетической энергии гибких присоединенных элементов T_a :

$$T = T_a + T_b. \tag{1}$$

Суммарная кинетическая энергия космического буксира и космического мусора как твердых тел записывается следующим образом:

$$T_b = \frac{1}{2} (m_1 |\mathbf{V}_1|^2 + m_2 |\mathbf{V}_2|^2 + J \dot{\theta}^2). \tag{2}$$

Здесь m_1, m_2 — массы буксира и мусора соответственно; J — момент инерции объекта космического мусора; θ — угол отклонения космического мусора от местной горизонтали (рис. 1). $\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2$ — скорости буксира мусора в инерциальной системе координат Ox_0y_0 :

$$\mathbf{V}_2 = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{V}_1 = \frac{d\mathbf{r}_1}{dt}, \tag{3}$$

где

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2 + A_0(\boldsymbol{\rho}_A + \boldsymbol{\tau}l)$$

или

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \left(\begin{bmatrix} x_A \\ y_A \end{bmatrix} + l \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{bmatrix} \right). \tag{4}$$

Кинетическая энергия упругих элементов (панелей) определяется формулой

$$T_a = \frac{1}{2} \int_0^{l_a} (V_{a1}^2 + V_{a2}^2) dm, \tag{5}$$

где l_a — длина упругого элемента; \mathbf{V}_a — скорость элемента массы dm присоединенного элемента i :

$$\mathbf{V}_{ai} = \mathbf{V} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\rho}_i + \boldsymbol{\tau}_i \xi_i + \mathbf{n}_i \eta_i) + \mathbf{n}_i \dot{\eta}_i, \tag{6}$$

где $\boldsymbol{\rho}_1 = [a, b, 0]^T$ и $\boldsymbol{\rho}_2 = [a, -b, 0]^T$ — координатные столбцы векторов точек крепления упругих элементов к объекту космического мусора; $\boldsymbol{\omega} = [0, 0, \dot{\theta}]^T$ — угловая скорость космического мусора.

Потенциальная энергия рассматриваемой системы состоит из потенциальной энергии упругого троса и потенциальной энергии упругих элементов:

$$U = U_l + U_a. \tag{7}$$

Потенциальная энергия упругого троса

$$U_l = \frac{c_t}{2} (l - l_0)^2 = \frac{1}{2} c_t l_0^2 \varepsilon^2, \tag{8}$$

где c_t — жесткость троса; $\varepsilon = (l - l_0)/l_0$ — удлинение троса.

Потенциальная энергия упругих элементов записывается следующим образом:

$$U_a = \int_0^{l_a} \left[\sum_{i=1}^2 E_i J_i \left(\frac{\partial^2 \eta_i}{\partial \xi^2} \right)^2 \right] d\xi, \tag{9}$$

где E_i — модуль Юнга; J_i — момент инерции поперечного сечения панели.

Поперечную деформацию упругой i -й панели, как функцию положения точки ξ_i , запишем в виде

$$\eta_i = \sum_{j=1}^N \Phi_j(\xi_i) q_{ij}(t), \quad i = 1, 2. \tag{10}$$

Здесь $q_j(t)$ — модальные координаты; N — число принятых мод — форм колебаний; $\Phi_j(\xi_i)$ — функция формы для защемленной балки, определяется из [19, таблица 1]:

$$\Phi_j(\xi_i) = C_j \left[\cosh \frac{\omega_j^{1/2} \xi_i}{l_i} - \cos \frac{\omega_j^{1/2} \xi_i}{l_i} - d_j \left(\sinh \frac{\omega_j^{1/2} \xi_i}{l_i} - \sin \frac{\omega_j^{1/2} \xi_i}{l_i} \right) \right], \tag{11}$$

где C_j — множители, определяемые из условия

$$\Phi_j(l_a) = 1;$$

$$d_j = \frac{\cos \omega_j^{1/2} + \cosh \omega_j^{1/2}}{\sin \omega_j^{1/2} + \sinh \omega_j^{1/2}};$$

ω_j — безразмерная частота, для балки со свободным концом ω_j определяется из следующего уравнения [19]:

$$\cos \omega_j^{1/2} \cosh \omega_j^{1/2} = -1. \quad (12)$$

Решения уравнения (12)

$$\omega_1 = 3.51, \omega_2 = 22.03, \omega_3 = 61.70 \dots$$

Уравнения Лагранжа и непотенциальные обобщенные силы

Уравнение Лагранжа второго рода запишем в виде

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{s}_i} - \frac{\partial L}{\partial s_i} = Q_i, \quad i = 5 + 2N, \quad (13)$$

где $L = T - U$ — функция Лагранжа;

$s = (x, y, \varepsilon, \alpha, \theta, q_{1j}, q_{2j})$ — вектор обобщенных координат.

Далее будем рассматривать только случай, когда $N = 1$. Тогда непотенциальные обобщенные силы определяются согласно следующей формуле:

$$Q_i = \frac{\partial \mathbf{r}_1}{\partial s_i} \cdot \mathbf{F} \quad (14)$$

или в явном виде

$$Q_1 = F,$$

$$Q_3 = Fl_0 \cos(\alpha + \theta),$$

$$Q_4 = -Fl_0(1 + \varepsilon) \sin(\alpha + \theta),$$

$$Q_5 = -F[x_a \sin \theta + y_a \cos \theta + l_0(1 + \varepsilon) \sin(\alpha + \theta)],$$

$$Q_2 = Q_6 = Q_7 = 0.$$

После подстановки выражений (1)–(11) в лагранжиан $L = T - U$ для малых углов $\alpha, \theta \ll 1$ и для малого удлинения $\varepsilon \ll 1$ функция Лагранжа примет вид

$$\begin{aligned} L = T - U = & \frac{1}{2} \left[M(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + l_0^2 m_1 (1 + 2\varepsilon) \dot{\alpha}^2 + \right. \\ & + (\mu l_a^2 I_2 (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2) + l_0^2 m_1 \dot{\varepsilon}^2) \left. \right] + \\ & + l_0 m_1 [x_a (1 + \varepsilon) + l_0 (1 + 2\varepsilon)] \dot{\alpha} \dot{\theta} + \\ & + [\mu l_a (b I_1 + I_3) (\dot{q}_2 - \dot{q}_1) + l_0 m_1 x_a \alpha \dot{\varepsilon}] \dot{\theta} + \\ & + \left[(a^2 + b^2) \mu l_a + b \mu l_a^2 + \frac{\mu l_a^3}{3} + \right. \\ & + \left. \frac{1}{2} (J + m_1 x_a^2 + 2l_0 m_1 x_a (1 + \varepsilon) + l_0^2 m_1 (1 + 2\varepsilon)) \right] \dot{\theta}^2 + \\ & + \dot{y} [\mu l_a I_1 \theta (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) + l_0 m_1 (1 + \varepsilon) \dot{\alpha} + l_0 m_1 (\alpha + \theta) \dot{\varepsilon} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + (2a \mu l_a + m_1 (x_a + l_0 (1 + \varepsilon))) \dot{\theta} \left. \right] + \\ & + \dot{x} [\mu l_a I_1 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) - l_0 m_1 (\alpha + \theta) \dot{\alpha} + l_0 m_1 \dot{\varepsilon} - \\ & - ((2a \mu l_a + m_1 x_a) \theta + l_0 m_1 (\alpha + \theta)) \dot{\theta}] - \quad (15) \\ & - \frac{1}{2} EJ (q_1^2 + q_2^2) l_a^2 I_4 - \frac{1}{2} c_l l_0^2 \varepsilon^2. \end{aligned}$$

Здесь $q_1 = q_{11}, q_2 = q_{21}$; $M = m_1 + m_2 + 2\mu l_a$ — масса всей системы; μ — погонная масса упругого элемента;

$$\begin{aligned} I_1 = \int_0^{l_a} \Phi_1(\xi) d\xi, \quad I_2 = \int_0^{l_a} [\Phi_1(\xi)]^2 d\xi, \\ I_3 = \int_0^{l_a} \xi \Phi_1(\xi) d\xi, \quad I_4 = \int_0^{l_a} [\Phi_1''(\xi)]^2 d\xi, \quad (16) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \Phi_1(\xi) = \cosh \frac{\omega^{1/2} \xi}{l_a} - \cos \frac{\omega^{1/2} \xi}{l_a} - \\ - d \left(\sinh \frac{\omega^{1/2} \xi}{l_a} - \sin \frac{\omega^{1/2} \xi}{l_a} \right) \quad (17) \end{aligned}$$

и из [19]

$$\omega = 3.51, \quad d = 0.08. \quad (18)$$

Упрощенная математическая модель плоского движения

Очевидно, что в процессе буксировки космический мусор не должен разрушаться, а его прикрепленные элементы (солнечные батареи) не должны отрываться, иначе это может привести к еще большему засорению космического пространства. Найдем параметры транспортной системы (трос + буксир), при которых колебания упругих панелей будут невелики. Будем предполагать, что система движется по прямой линии:

$$\alpha = 0, \quad \theta = 0, \quad y = 0. \quad (19)$$

Упрощенные уравнения движения

С учетом условий (19), уравнения прямолинейного движения системы запишутся в виде

$$\begin{aligned} F - m_a I_1 (\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) - l_0 m_1 \ddot{\varepsilon} = M \ddot{x}, \\ -F + c_l l_0 \varepsilon + m_1 \ddot{x} + l_0 m_1 \ddot{\varepsilon} = 0, \\ EJ l_a I_4 q_1 + m_a I_2 \ddot{q}_1 + \mu I_1 \ddot{x} = 0, \\ EJ l_a I_4 q_2 + m_a I_2 \ddot{q}_2 + \mu I_1 \ddot{x} = 0, \quad (20) \end{aligned}$$

где $m_a = \mu l_a$ — масса одной панели.

Введём новую переменную в уравнениях (20):

$$q = (q_1 + q_2) / 2. \quad (21)$$

Исключая вторую производную \ddot{x} из (20), получим два линейных неоднородных дифференциальных уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами

$$\begin{aligned} \ddot{q} &= c_{qq}q + c_{q\varepsilon}\varepsilon, \\ \ddot{\varepsilon} &= c_{\varepsilon q}q + c_{\varepsilon\varepsilon}\varepsilon + a_\varepsilon, \end{aligned} \quad (22)$$

где

$$\begin{aligned} a_\varepsilon &= \frac{F}{l_0 m_1}, \quad c_{qq} = \frac{EJl_a(m_2 + 2m_a)I_4}{\mu[2m_a I_1^2 - (m_2 + 2m_a)l_a I_2]}, \\ c_{q\varepsilon} &= \frac{2c_t l_0 I_1}{2m_a I_1^2 - (m_2 + 2m_a)l_a I_2}, \\ c_{\varepsilon q} &= \frac{EJl_a m_a I_1 I_4}{\mu l_0 [2m_a I_1^2 - (m_2 + 2m_a)l_a I_2]}, \\ c_{\varepsilon\varepsilon} &= \frac{c_t l_a (MI_2 - 2\mu I_1^2)}{m_1 [2m_a I_1^2 - (m_2 + 2m_a)l_a I_2]}. \end{aligned} \quad (23)$$

Соответствующие однородные уравнения имеют вид

$$\begin{aligned} \ddot{q} &= c_{qq}q + c_{q\varepsilon}\varepsilon, \\ \ddot{\varepsilon} &= c_{\varepsilon q}q + c_{\varepsilon\varepsilon}\varepsilon. \end{aligned} \quad (24)$$

Решение уравнений (24) можно записать в следующей форме [20]:

$$q = A_q e^{\lambda t}, \quad \varepsilon = A_\varepsilon e^{\lambda t}. \quad (25)$$

Характеристическое уравнение для (24):

$$\begin{vmatrix} c_{qq} - \lambda^2 & c_{q\varepsilon} \\ c_{\varepsilon q} & c_{\varepsilon\varepsilon} - \lambda^2 \end{vmatrix} = 0. \quad (26)$$

Уравнение (26) имеет следующие корни:

$$\lambda_{(1,2),(3,4)}^2 = \frac{c_{qq} + c_{\varepsilon\varepsilon}}{2} \pm \sqrt{D}, \quad (27)$$

где

$$D = \frac{1}{4}(c_{qq} - c_{\varepsilon\varepsilon})^2 + c_{q\varepsilon}c_{\varepsilon q}. \quad (28)$$

Чтобы исследовать корни (27), определим знаки коэффициентов (23), которые зависят от параметров системы и определенных интегралов (16). Интегралы (16) зависят от функции (17). Чтобы упростить вычисление этих интегралов, разложим функцию (17) в степенной ряд:

$$\tilde{\Phi}_1(\xi) = \frac{\omega \xi^2}{l_a^2} - \frac{d\omega^{3/2}\xi^3}{3l_a^3} + O(\xi^6) = \tilde{\Phi}(\xi) + O(\xi^6). \quad (29)$$

На рис. 2 показано, что функция $\tilde{\Phi}_1(\xi)$ хорошо приближает точную функцию формы $\Phi_1(\xi)$: относительная погрешность, определяемая выражением

$$\varepsilon = (\Phi_1(\xi) - \tilde{\Phi}_1(\xi)) / \Phi_1(\xi),$$

не превышает 1.5%.

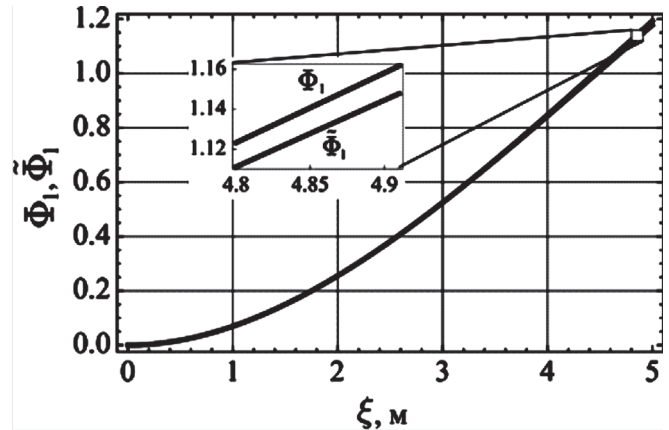


Рис. 2. Сравнение функций $\tilde{\Phi}_1(\xi)$ и $\Phi_1(\xi)$

Важно отметить, что знак знаменателя коэффициентов (23) не зависит от знака функции

$$Z(l_a) = 2m_a [I_1(l_a)]^2 - (m_2 + 2m_a)l_a I_2(l_a). \quad (30)$$

Принимая во внимание (16) и (29), функцию (30) можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} Z(l_a) &= -\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9}d\omega^{1/2} + \frac{1}{63}d^2\omega\right)\omega^2 m_2 l_a^2 - \\ &- \left(\frac{8}{45} - \frac{1}{9}d\omega^{1/2} + \frac{1}{56}d^2\omega\right)\omega^2 \mu l_a^3 + O(l_a^4). \end{aligned} \quad (31)$$

Для $N = 1$ значений (18) функция (31) может быть переписана в следующей простой форме:

$$Z(l_a) = -0.337m_2 l_a^2 - 0.267\mu l_a^3 < 0. \quad (32)$$

В силу (32), знаменатели всех коэффициентов (23) всегда отрицательны. Подобным образом можно найти множитель $(M_2 - 2\mu I_1^2)$, который входит в числитель коэффициента $c_{\epsilon\epsilon}$ из (23):

$$M_2 - 2\mu I_1^2 = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} d\omega^{1/2} + \frac{1}{63} d^2\omega \right) (m_1 + m_2) \omega^2 l_a + \left(\frac{8}{45} - \frac{1}{9} d\omega^{1/2} + \frac{1}{56} d^2\omega \right) \omega^2 \mu l_a^2 + O(I_a^4),$$

и

$$M_2 - 2\mu I_1^2 = 0.337(m_1 + m_2)l_a + 0.267\mu l_a^2 > 0. \quad (33)$$

Таким образом, согласно (32) и (33) все коэффициенты (23) отрицательны:

$$c_{qq} < 0, \quad c_{q\epsilon} < 0, \quad c_{\epsilon q} < 0, \quad c_{\epsilon\epsilon} < 0. \quad (34)$$

Однородные уравнения (24) имеют периодические решения, если корни (27) меньше нуля [21]. Если выполнены неравенства (34), то одна пара корней (27) всегда меньше нуля, а другая пара меньше нуля, если

$$|c_{qq} + c_{\epsilon\epsilon}| > 2\sqrt{D}$$

или согласно (28)

$$c_{qq}c_{\epsilon\epsilon} > c_{q\epsilon}c_{\epsilon q}. \quad (35)$$

После подстановки (23) в (35) можно записать следующее условие:

$$\frac{c_t E J M l_a I_4}{\mu m_1 Z(l_a)} < 0. \quad (36)$$

Принимая во внимание (16) и (32), можно заключить, что условие (36) всегда выполняется. Таким образом, корни (27) всегда меньше нуля, а од-

нородные уравнения (24) имеют периодические решения.

Обратим внимание на корни (27) и предположим, что чем ближе собственные частоты $\lambda_{1,2}$ и $\lambda_{3,4}$ друг к другу (и, следовательно, меньше дискриминант (28)), тем больше влияние друг на друга оказывают колебания троса и колебания упругих панелей. После подстановки коэффициентов (23) в (28) дискриминант записывается в виде

$$D = M \left\{ \frac{4c_t^2 \mu^4 I_1^4 + [c_t M \mu I_2 - E J m_1 (M - m_1) I_4]^2}{4\mu^2 m_1^2 [-2\mu I_1^2 + (M - m_1) I_2]^2} + \frac{4c_t \mu^2 I_1^2 [-c_t M \mu I_2 + E J m_1 (M + m_1) I_4]}{4\mu^2 m_1^2 [-2\mu I_1^2 + (M - m_1) I_2]^2} \right\}. \quad (37)$$

Рассмотрим далее влияние жёсткости троса и массы буксира на значение дискриминанта D .

Численный анализ

Пусть характеристики космического мусора с упругими панелями (m_2, EJ, l_a, μ) известны. Параметры рассматриваемой механической системы представлены в табл. 1. Будем рассматривать дискриминант как функцию двух переменных: массы буксира m_1 и жесткости троса $c_t = \pi d_t^2 E / (4l_0)$, где E — модуль Юнга; d_t — диаметр троса.

Результаты моделирования представлены на рис. 3, где показана зависимость дискриминанта (37) от массы буксира и жесткости троса. Дискриминант $D(c_t, m_1)$ имеет явно выраженный минимум.

Таблица 1

Параметры системы

Параметр	Значение	Параметр	Значение
$EJ, \text{Н}\cdot\text{м}^2$	183	$a, \text{м}$	1
$m_2, \text{кг}$	$3000 - 2\mu l_a$	$b, \text{м}$	0.1
$x_1, \text{м}$	2	$x_2, \text{м}$	2
$y_1, \text{м}$	0.5	$y_2, \text{м}$	-0.5
$l_a, \text{м}$	5	$\mu, \text{кг/м}$	10
$x_a, \text{м}$	2	$y_a, \text{м}$	0
$F, \text{Н}$	20	$l_0, \text{м}$	50

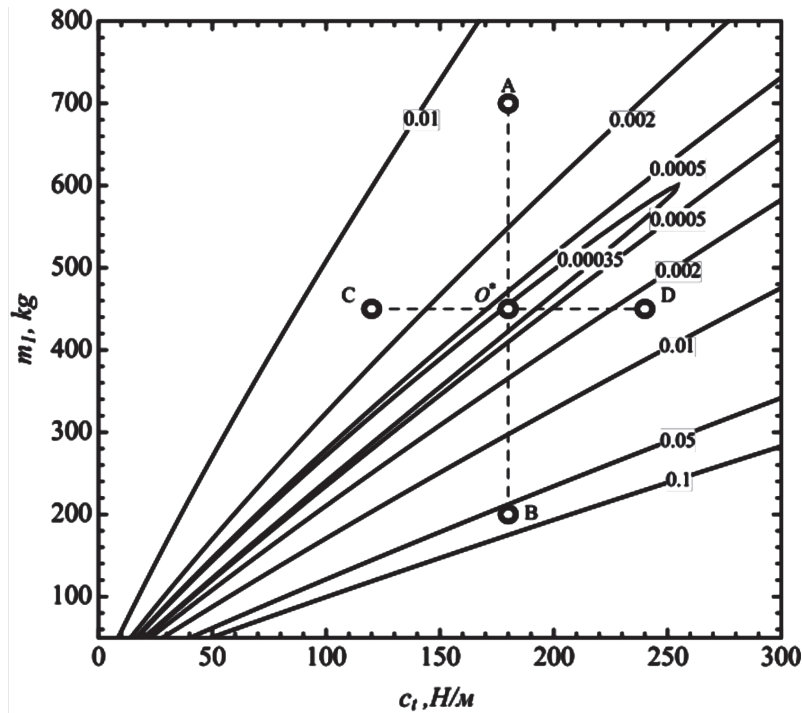


Рис. 3. Дискриминант $D(c_t, m_1)$ как функция от массы буксира и жесткости троса

Из (37) следует, что дискриминант является квадратичной функцией c_t , которая достигает минимума при

$$c_t = \frac{EJm_1 [\mu(2m_1 + m_2 + 2m_a)I_1^2 - M(m_2 - 2m_a)I_2] I_4}{\mu(2\mu I_1^2 - MI_2)^2} \quad (38)$$

Зависимость дискриминанта (37) от жесткости троса для фиксированной массы буксира $m_1 = 450$ кг приведена на рис. 4,а. Аналогичную зависимость массы буксира можно построить для фиксированной жесткости троса $c_t = 180$ Н/м (рис. 4,б).

Если принять во внимание тот факт, что выражение (37) было получено для упрощенного случая

движения системы и для общего случая это уравнение является приближенным, нет необходимости определять точку, соответствующую точному минимуму дискриминанта (37). Для будущих вычислений мы можем взять точку O^* в окрестности минимума (см. рис. 3):

$$c_t^* = 180 \text{ Н/м}, \quad m_1^* = 450 \text{ кг}. \quad (39)$$

Численное моделирование

Чтобы подтвердить сделанные выше предположения, будем выполнять численное интегрирование исходных уравнений движения (13) в пяти точках плоскости (c_t, m_1) , показанной на рис. 3.

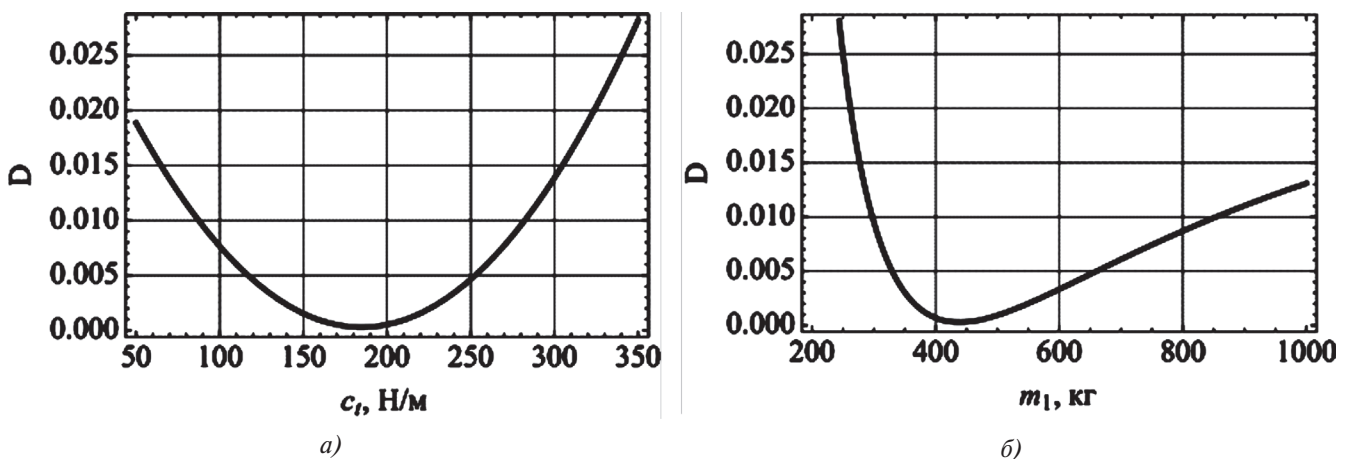


Рис. 4. Дискриминант $D(c_t, m_1)$ для $c_t = c_t^*$ и $m_1 = m_1^*$: а — $D(c_t, m_1^*)$; б — $D(c_t^*, m_1)$

Таблица 2

Параметры системы для пяти расчётных случаев

Случай	Точка	c_t	m_1	Рисунок
1	O^*	c_t^*	m_1^*	5
2	A	c_t^*	$m_1^* + 250$ кг	6,а
3	B	c_t^*	$m_1^* - 250$ кг	6,б
4	C	$c_t^* - 60$ Н/м	m_1^*	6,в
5	D	$c_t^* + 60$ Н/м	m_1^*	6,г

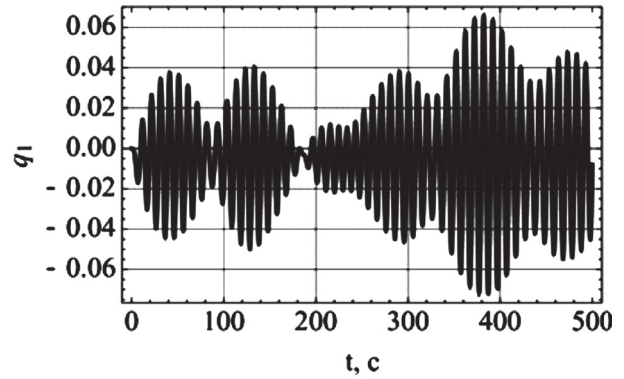
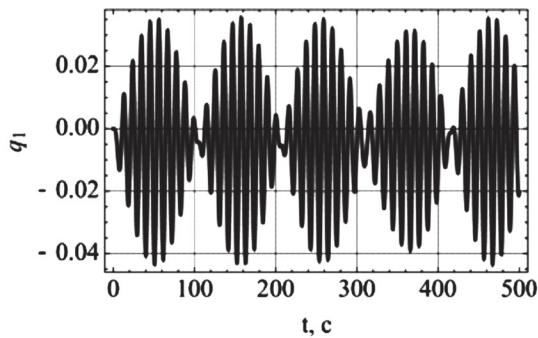
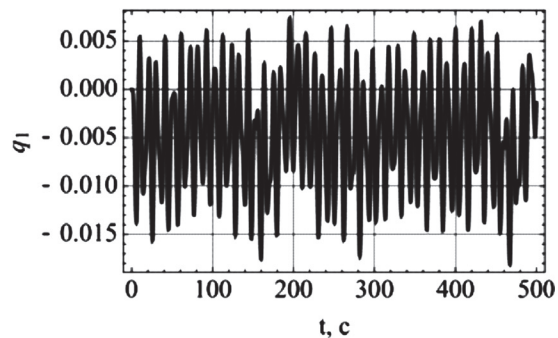


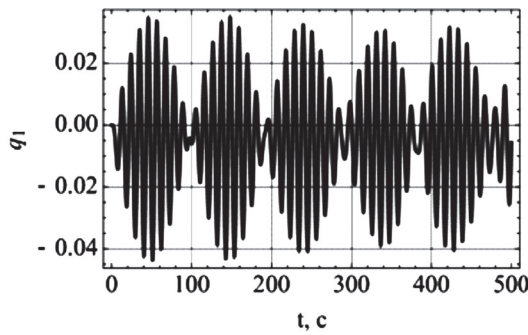
Рис. 5. Колебания упругой панели для расчётного случая 1



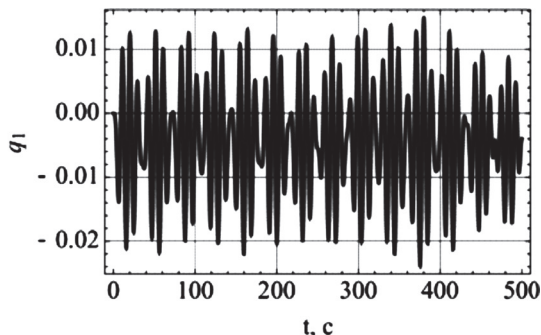
а)



б)



в)



г)

Рис. 6. Колебания упругой панели для расчётных случаев со 2-го по 5-й

Интегрирование проводилось при следующих начальных условиях (для $t = 0$):

$$q_1 = q_2 = \dot{q}_1 = \dot{q}_2, \quad \varepsilon = \dot{\varepsilon} = 0, \quad \alpha = \dot{\alpha} = 0, \\ \theta = 0.1, \quad \dot{\theta} = 0, \quad x = \dot{x} = y = \dot{y} = 0.$$

Результаты численного моделирования плоского движения для параметров системы, представленных в табл. 2, показаны на рис. 5 и 6.

Отметим, что точки A, B, C, D соответствуют более низкой частоте колебания панели, что согласуется с выводами, полученными при помощи упрощенной аналитической модели.

Результаты моделирования подтверждают обоснованность предположений о выборе массы бук-

сира m_1 и жесткости троса $c_t = \pi d_T^2 E / (4l_0)$. Таким образом, для точки O^* упругие элементы колеблются с наибольшей амплитудой по сравнению со всеми другими случаями (рис. 7).

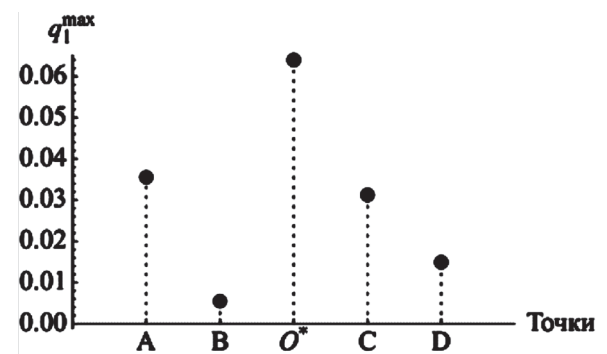


Рис. 7. Сравнение амплитуд колебаний

Выводы

Разработана математическая модель движения транспортной системы для буксировки космического мусора с упругими элементами типа панелей солнечных батарей. Предложена упрощенная математическая модель, с помощью которой были найдены аналитические соотношения, позволяющие выбрать жесткость троса в зависимости от параметров космического мусора и массы космического буксира. Показано, что существует критическая жесткость троса, которой следует избегать при формировании параметров транспортной системы. Все аналитические и численные результаты, представленные в работе, были подтверждены прямым численным интегрированием исходных уравнений движения.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (РФФИ), проект №17-41-630274 — регион.

Библиографический список

1. *Kessler D.J., Cour-Palais B.G.* Collision frequency of artificial satellites: the creation of a debris belt // *Journal of geophysical research*. 1978. Vol. 83, pp. 2637-2646. DOI: 10.1029/JA083iA06p02637
2. *Усовик И.В., Дарных В.В., Малышев В.В.* Методика оценки эволюции техногенного засорения низких околоземных орбит с учётом взаимных столкновений и активного удаления космического мусора // *Вестник Московского авиационного института*. 2015. Т. 22. № 3. С. 54-62.
3. *Pardini C., Anselmo L.* Evolution of the debris cloud generated by the Fengyun-1C fragmentation event // *Proceedings of the 20th ISSFD, held in Annapolis (MD) on 24-28 September 2007 (NASA CP-2007-214158)*.
4. *Johnson N.L.* Orbital debris: the growing threat to space operations // *33rd Annual AAS Guidance and Control Conference, Breckenridge, 2010*, 9 p.
5. *Олейников И.И., Павлов В.П.* Оценка вклада радиолокационных станций и оптико-электронных систем в автоматизированную систему предупреждения опасных ситуаций в околоземном космическом пространстве // *Вестник Московского авиационного института*. 2014. Т. 21. № 2. С. 41-48.
6. *Bonnal C., Ruault J.M., Desjean M.C.* Active debris removal: Recent progress and current trends // *Acta Astronautica*. 2013. Vol. 85, pp. 51-60. DOI: 10.1016/j.actaastro.2012.11.009
7. *Gougnet G., Alary D., Gerber D., Utzmann J., Wagner A.* The debitor: an “off the shelf” based multimission vehicle for large space debris removal // *63rd International Astronautical Congress. 1-5 October 2012, Naples, Italy, IAC-12-A6.7.7*
8. *Dafu X., Xianren K.* Tether modeling study on electrodynamic tether deorbiting system // *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*. 2008. Vol. 5. 18 p.
9. *Forward R.L., Hoyt R.P., Uphoff C.W.* Terminator Tether: A Spacecraft Deorbit Device // *Journal of spacecraft and rockets*. 2000. Vol. 37. No 2, pp. 187-196.
10. *Iess L., Bruno C., Ulivieri C., Ponzi U., Parisse M., Laneve G.* Satellite deorbiting by means of electrodynamic tethers. Part I “General concepts and requirements” // *Acta Astronaut.* 2002. Vol. 50, pp. 399-406.
11. *Kitamura S., Hayakawa Y., Kawamoto S.* A reorbiter for large GEO debris objects using ion beam irradiation // *Acta Astronautica*. 2014. Vol. 94. No. 2, pp. 725-735.
12. *Jasper L., Schaub H., Seubert C., Trushlyakov V., Yutkin E.* Tethered tug for large low earth orbit debris removal // *AAS/AIAA Astrodynamics Specialists Conference, Charleston, 2012*, 20 p.
13. *Jasper L., Schaub H.* Input shaped large thrust maneuver with a tethered debris object // *Acta Astronautica*. 2014. Vol. 96, pp. 128-137. DOI: 10.1016/j.actaastro.2013.11.005
14. *Jasper L., Schaub H.* Discretized input shaping for a large thrust tethered debris object // *AAS/AIAA Spaceflight Mechanics Meeting, Santa Fe, New Mexico. 2014*, 20 p.
15. *Асланов В.С., Алексеев А.В., Ледков А.С.* Определение параметров оснащенной гарпуном тросовой системы для буксировки космического мусора // *Труды МАИ*. 2016. № 90. URL: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=74644>
16. *Асланов В.С., Пикалов Р.С.* Безударное сближение космического мусора с буксиром при использовании тросовой системы // *Труды МАИ*. 2017. № 92. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=76750>
17. *Aslanov V.S., Yudintsev V.V.* Dynamics of large space debris removal using tethered space tug // *Acta Astronautica*. 2013. Vol. 91, pp. 149-156. DOI: 10.1016/j.actaastro.2013.05.020
18. *Aslanov V.S., Yudintsev V.V.* Dynamics of Large Debris Connected to Space Tug by a Tether // *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 2013. Vol. 36, pp. 1654-1660. DOI: 10.2514/1.60976
19. *Aslanov V.S., Ledkov A.S.* Dynamics of towed large space debris taking into account atmospheric disturbance // *Acta Mechanica*. 2014. Vol. 225. No. 9, pp. 2685-2697. DOI: 10.1007/s00707-014-1094-4
20. *Kelly S.G.* *Fundamentals of mechanical vibrations.* — McGraw-Hill, 2000, 2-nd edition. — 672 p.
21. *Korn G., Korn T.* *Mathematical handbook for scientists and engineers: definitions, theorems, and formulas for reference and review.* — General Publishing Company, 2000. — 1151 p.

PARAMETERS SELECTION OF SPACE DEBRIS REMOVAL SYSTEM WITH ELASTIC ELEMENTS BY CABLE TOWING

Aslanov V.S.* , Yudintsev V.V.**

Samara National Research University named after academician S.P. Korolev,
34, Moscovskoe shosse, Samara, 443086, Russia

* e-mail: aslanov_vs@mail.ru

** e-mail: yudintsev@gmail.com

Abstract

There are more than 1500 large artificial objects on the near-earth orbits, while only 7% of them are active spacecraft. The remaining objects are space debris. The greatest hazard is presented by the large space debris, such as non-functioning satellites, final stages of rocket carriers, staying on the orbit. Their destruction can lead to grave aftermath, since collision of such object with other the objects and fragments may lead to significant increase of the number of small debris, which, in its turn, can lead to impossibility of safe employing of some near-earth orbits. The space debris removal is one of topical problems, which humanity will have to solve in the nearest future.

A method of space debris removal, and transportation system parameters are determined in many ways by the properties of the garbage being removed. Objects' capture and removal by tether systems is one of the prospective methods of large objects, such as non-functional satellites of rocket stages, removal from orbit. The removal of a non-functioning spacecraft with flexible elements herewith is a more complicated task, since the possibility of oscillations of elastic structural elements, such as solar batteries panels should be accounted for, which may lead to their destruction and greater clogging of near earth space.

The article considers cable transportation of a large-sized object of space debris with elastic elements, such as solar batteries. The goal of the work consists in studying the mutual effect of tether oscillations and oscillations of flexible elements while transportation active phase. The article presents the developed mathematical model of the system, consisting of space tug and towed space debris with flexible elements. It considers the simplest case when only a constant thrust force effects the tug. No other forces and moments (such as gravitational) are accounted for.

The transported space debris should not be destroyed while towing, and its attached elements (solar batteries) should not tear away. Otherwise, it may lead to greater clogging of space. To analyze the possibility of destruction and selection of such system parameters that

will exclude the space debris' structure destruction, mathematical model was developed. By dint of this model, the analytical expressions allowing select the tether rigidity depending on parameters of space debris and mass of the tug were obtained. The article demonstrates the existence of critical tether rigidity, that should be avoided while transportation system parameters forming. Direct numerical integrating of the initial equations of the motion substantiated all analytical and numerical results presented in the article.

Keywords: space debris, tether, space tug, flexible elements, oscillations.

References

1. Kessler D.J., Cour-Palais B.G. Collision frequency of artificial satellites: the creation of a debris belt. *Journal of geophysical research*, 1978, vol. 83, pp. 2637-2646.
2. Usovik I.V., Darnopykh V.V., Malyshev V.V. *Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta*, 2015, vol. 22, no. 3, pp. 54-62. DOI: 10.1029/JA083iA06p02637
3. Pardini C., Anselmo L. Evolution of the debris cloud generated by the Fengyun-1C fragmentation event. *Proceedings of the 20th ISSFD, held in Annapolis (MD) on 24-28 September 2007* (NASA CP-2007-214158).
4. Johnson N.L. Orbital debris: the growing threat to space operations. *33rd Annual AAS Guidance and Control Conference*, Breckenridge, 2010, 9 p.
5. Oleinikov I.I., Pavlov V.P. *Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta*, 2014, vol. 21, no. 2, pp. 41-48.
6. Bonnal C., Ruault J.M., Desjean M.C. Active debris removal: Recent progress and current trends. *Acta Astronautica*, 2013, vol. 85, pp. 51-60. DOI: 10.1016/j.actaastro.2012.11.009
7. Gougnet G., Alary D., Gerber D., Utzmann J., Wagner A. The debitor: an "off the shelf" based multimission vehicle for large space debris removal. *63rd International Astronautical Congress*, 1-5 October 2012, Naples, Italy, IAC-12-A6.7.7
8. Dafu X., Xianren K. Tether modeling study on electrodynamic tether deorbiting system. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2008, vol. 5, 18 p.
9. Forward R.L., Hoyt R.P., Uphoff C.W. Terminator Tether: A Spacecraft Deorbit Device. *Journal of spacecraft and rockets*, 2000, vol. 37, no 2, pp. 187-196.

10. Iess L., Bruno C., Ulivieri C., Ponzi U., Parisse M., Laneve G. Satellite deorbiting by means of electrodynamic tethers. Part I “General concepts and requirements”. *Acta Astronaut.*, 2002, vol. 50, pp. 399–406.
11. Kitamura S., Hayakawa Y., Kawamoto S. A reorbiter for large GEO debris objects using ion beam irradiation. *Acta Astronautica*, 2014, vol. 94, no. 2, pp. 725–735.
12. Jasper L., Schaub H., Seubert C., Trushlyakov V., Yutkin E. Tethered tug for large low earth orbit debris removal. *AAS/AIAA Astrodynamics Specialists Conference*, Charleston, 2012, 20 p.
13. Jasper L., Schaub H. Input shaped large thrust maneuver with a tethered debris object. *Acta Astronautica*, 2014, vol. 96, pp. 128–137. DOI: 10.1016/j.actaastro.2013.11.005
14. Jasper L., Schaub H. Discretized input shaping for a large thrust tethered debris object. *AAS/AIAA Spaceflight Mechanics Meeting*, Santa Fe, New Mexico, 2014, 20 p.
15. Aslanov V.S., Alekseev A.V., Ledkov A.S. *Trudy MAI*, 2016, no. 90, available at: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=74644&eng=Y>
16. Aslanov V.S., Pikalov R.S. *Trudy MAI*, 2017, no. 92, available at: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=76750&eng=Y>
17. Aslanov V.S., Yudintsev V.V. Dynamics of large space debris removal using tethered space tug. *Acta Astronautica*, 2013, vol. 91, pp. 149–156. DOI: 10.1016/j.actaastro.2013.05.020
18. Aslanov V.S., Yudintsev V.V. Dynamics of Large Debris Connected to Space Tug by a Tether. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2013, vol. 36, pp. 1654–1660. DOI: 10.2514/1.60976
19. Aslanov V.S., Ledkov A.S. Dynamics of towed large space debris taking into account atmospheric disturbance. *Acta Mechanica*, 2014, vol. 225, no. 9, pp. 2685–2697. DOI: 10.1007/s00707-014-1094-4
20. Kelly S.G. *Fundamentals of mechanical vibrations*. McGraw-Hill, 2000, 2-nd edition, 672 p.
21. Korn G., Korn T. *Mathematical handbook for scientists and engineers: definitions, theorems, and formulas for reference and review*. General Publishing Company, 2000, 1151 p.