

## Волновое сопротивление рельефных поверхностей реактивного сопла и головной части летательного аппарата

А.А. Сергиенко, В.В. Семенов

*В работе проводится расчетно-теоретический анализ и экспериментальное исследование обтекания сверхзвуковым потоком газа реактивного сопла и головной части летательного аппарата с ромбической, рядной и шахматной рельефными поверхностями. Для малых смещений поверхности получено теоретическое решение задачи в линейном приближении с плоскими волнами. В опытах с насадками обнаружено новое явление – критические режимы обтекания рельефной поверхности, которые наступают каждый раз, когда угол наклона волны смещения  $M^2 - 1 - (\lambda_1 / \lambda_3)^2 = \text{ctg}^2 \beta - \text{ctg}^2 \alpha$  совпадает с углом Маха  $\text{ctg} \beta = \text{ctg} \alpha$ , а при обращении в нуль этого угла наклона обтекание переходит в течение Прандтля – Майера  $M^2 - 1 = \text{ctg}^2 \alpha$ .*

За рубежом значительное внимание уделяется выявлению основных механизмов, определяющих возникновение на поверхности головной части летательного аппарата (ЛА) упорядоченной рельефной структуры. Практический интерес к этому явлению связан с тем влиянием, которое оно оказывает на температуру поверхности и динамику полета ЛА.

Установлено, что ромбическая рельефная структура поверхности реактивного сопла и корпуса ЛА может вызывать вращение ЛА относительно оси крена [1]. Было также установлено, что рельефная сетка [2] образуется пересекающимися спиральными канавками с правым и левым направлениями спирали на поверхности тела и угол наклона спирали (волновой угол) зависит от числа Маха на границе пограничного слоя. Была также выявлена связь между изменением длины волны рельефной структуры поверхности и давлением потока, а также между изменением шага рельефной сетки в направлении течения и поверхностным трением.

В настоящей работе рассмотрена простая модель волнистой поверхности в виде плоской панели, имеющей ромбическую рельефную структуру в виде периодически повторяющихся выступов и впадин. Переход от осесимметричной оболочки сопла и головной части ЛА к плоской панели возможен вследствие малости смещения его контура от исходного теоретического профиля относительно расстояния от оси  $\xi / r \ll 1$ . Расчетная модель рельефа поверхности образуется синусоидальными кривыми.

Распространение малых возмущений давления  $\delta P$ , и других параметров однородного потока газа, обтекающего плоскую панель с рельефной структурой поверхности со скоростью  $V$  по оси

$$X_1, \text{ описывается уравнением Блохинцева [3]: } \left( M^2 \frac{\partial^2}{\partial X_1^2} - \frac{\partial^2}{\partial X_n \partial X_n} \right) \Psi = 0; \quad (1)$$

где  $\Psi$  - безразмерная переменная для возмущения давления, которая равна  $\Psi = \delta P / kP$ ; здесь  $P$  - давление газа;  $k$  - отношение удельных теплоемкостей; число Маха  $M = V / a$ ;  $a^2 = \kappa P / \rho$  - квадрат скорости звука,  $\rho$  - плотность газа.

Граничное условие для газа на волнистой поверхности оболочки сопла должно отображать повсеместный контакт газа с обтекаемой поверхностью стенки сопла. Для этого необходимо, чтобы производная поперечного смещения панели  $\xi$  по нормали к вектору скорости  $V$  потока равнялась относительной составляющей возмущенной скорости  $v_2 / V$  по тому же направлению  $\partial \xi / \partial X_1 = v_2 / V$ . Откуда с помощью линеаризованного уравнения движения по  $X_2$ -направлению получим граничное условие на рельефной поверхности стенки при  $X_2 = 0$  в виде

$$[4]: \quad M^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial X_1^2} + \frac{\partial \Psi}{\partial X_2} = 0; \quad (X_2 = 0) \quad (2)$$

Смещение поверхности плоской панели при  $X_2 = 0$  представим в общем случае комплексным выражением

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = B_1 \exp[i(k_1 X_1 + k_3 X_3)] + B_2 \exp[-i(l_1 X_1 + l_3 X_3)] \quad (3)$$

Решение задачи об обтекании потоком этой рельефной поверхности панели будем искать с помощью метода Фурье в виде двух групп плоских волн:

$$\Psi_S = A_S \exp[(-1)^{S+1} i(m_q X_q)]; \quad S = 1, 2; \quad q = 1, 2, 3 \quad (4)$$

Представив каждое из слагаемых в уравнение (1) и выразив  $m_2$  через  $m_1$  и  $m_3$

$$m_2 = \pm \sqrt{(M^2 - 1) m_1^2 - m_3^2}$$

найдем семейство разделенных решений:

$$\Psi_S = A_S \exp\left\{(-1)^{S+1} * i\left[m_1 X_1 \pm \sqrt{(M^2 - 1) m_1^2 - m_3^2} X_2 + m_3 X_3\right]\right\} \quad (5)$$

Чтобы решение уравнения (4) удовлетворяло граничному условию (2), подставим в него (3) и

$$(5): \quad (Mk_1)^2 B_1 \exp[i(k_1 X_1 + k_3 X_3)] = \pm i \sqrt{(M^2 - 1) m_1^2 - m_3^2} * A_1 \exp[i(m_1 X_1 + m_3 X_3)]$$

Как видно, чтобы это равенство имело место в каждой точке плоскости  $X_2 = 0$ ,

необходимо:  $k_1 = m_1$  и  $k_3 = m_3$ . Это позволит найти связь между амплитудами смещения стенки и возмущениями газодинамических параметров:

$$A_1 = \frac{B_1}{i} \frac{(Mk_1)^2}{\sqrt{(M^2 - 1)k_1^2 - k_3^2}}$$

Итак, вызываемые смещениями (3) возмущения газодинамических параметров, удовлетворяющие в поле течения уравнению (1), а на стенке - граничному условию (2), представляются плоскими волнами:

$$\Psi_S = (-1)^S i B_S k_1 M^2 \left( M^2 - (\lambda_1 / \lambda_3)^2 - 1 \right)^{-0,5} j * \exp \left\{ (-1)^{S+1} i \left[ k_1 X_1 + k_1 \left( M^2 - (\lambda_1 / \lambda_3)^2 - 1 \right)^{0,5} j X_2 + k_3 X_3 \right] \right\} \quad (6)$$

где:  $S = 1, 2$ ;  $\lambda_n = 2\pi / k_n$  - длина волны возмущения.

Обтекание потоком рельефной поверхности пластинки может быть:

а) дозвуковым  $M < 1$  и докритическим  $M^2 - (\lambda_1 / \lambda_3)^2 < 1$ ;

б) сверхзвуковым  $M > 1$  и докритическим  $M^2 - (\lambda_1 / \lambda_3)^2 < 1$ ;

в) сверхзвуковым  $M > 1$  и сверхкритическим  $M^2 - (\lambda_1 / \lambda_3)^2 > 1$ .

Фундаментальные решения (6) при сверхкритическом обтекании имеют значения на стенке, определяемые по формуле:

$$\Psi_{Scm} = \frac{-M^2}{\sqrt{M^2 - 1 - (\lambda_1 / \lambda_3)^2}} \frac{\partial \xi_1}{\partial X_1} \quad (7)$$

При обращении в нуль знаменателя амплитуды (7) имеет место критический режим обтекания поверхности с рельефной структурой, который при  $\lambda_3 = \infty$  переходит в критический звуковой режим стационарного обтекания:  $M^2 - 1 = 0$ .

Рассмотрим теперь сверхкритическое обтекание потоком газа поверхности пластинки с рельефной структурой в виде наклонных косых волн смещения (рис.1).

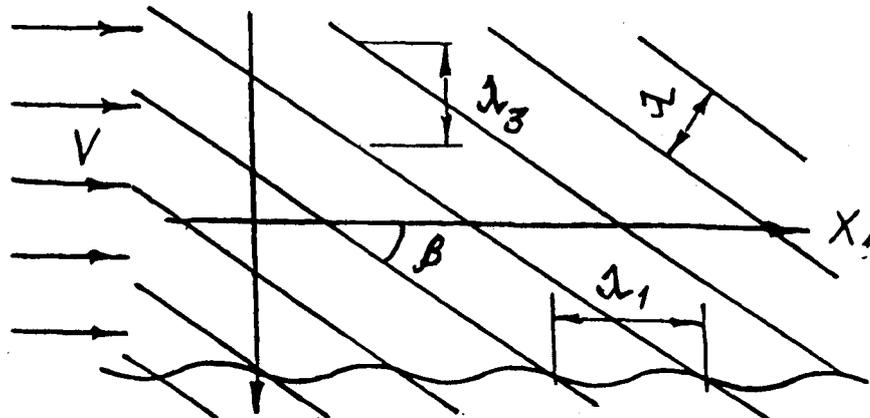


Рис. 1.

Действительные смещения поверхности такой пластинки с "шиферной" рельефной структурой получаются как комбинация (3) при  $B_1 = B_2 = B/2i$  :

$$\xi_\theta = \xi_1 - \xi_2 = B \sin(k_1 X_1 + k_3 X_3); \quad \delta\theta_1 = \frac{\partial \xi_\theta}{\partial X_1} = B k_1 \cos(k_1 X_1 + k_3 X_3) \quad (8)$$

Соответствующие возмущения давления и других газодинамических параметров потока газа, обтекающего поверхность пластинки (8) получатся как аналогичная комбинация решений

уравнения (6)

$$\delta P = \rho a^2 (\Psi_1 - \Psi_2) = \frac{\rho a^2 M^2 B k_1}{\sqrt{M^2 - 1 - (\lambda_1 / \lambda_3)^2}} \cos(k_1 X_1 + k_3 X_3) \quad (9)$$

Заметим, что здесь  $B k_1 \cos(k_1 X_1 + k_3 X_3)$  представляет собой согласно (8) угол наклона стенки к вектору скорости потока  $V$ ;  $\theta_1$ . Уравнение (9) дает связь между возмущениями давления и углом поворота потока газа по оси  $X_1$  ( $\delta\theta = \partial \xi_\theta / \partial X$ )

$$\delta P = \frac{\rho a^2 M^2 \delta\theta_1}{\sqrt{M^2 - 1 - (\lambda_1 / \lambda_3)^2}} = \frac{\rho a^2 M^2 \delta\theta_1}{\sqrt{ctg^2 \alpha - ctg^2 \beta}} \quad (10)$$

Эта связь подобна той, которая имеет место в плоском течении Прандтля - Майера, и при  $\lambda_3 \rightarrow \infty; \beta = \pi/2; ctg\beta \rightarrow 0$  переходит в последнюю.

$$\delta P = \frac{k P M^2}{\sqrt{M^2 - 1}} \delta\theta_1; \quad k P = \rho a^2$$

Отличие зависимостей (9) и (10) от имеющей место для течения Прандтля - Майера связано с наклоном кривой волны смещения к набегающему потоку - углом скольжения  $\beta$ :  $ctg\beta = \lambda_1 / \lambda_3$ . Кризис обтекания пластинки с "шиферной" рельефной структурой поверхности возникает при обращении в ноль знаменателя в уравнениях (9) и (10):  $M^2 - 1 - (\lambda_1 / \lambda_3)^2 = ctg^2 \alpha - ctg^2 \beta$  когда угол скольжения  $\beta$  совпадает с углом Маха  $\alpha$ . В одноволновой поверхности с рельефной структурой будем различать четыре типа волн: нормальные (поперечные)-  $k_1 = 2\pi / \lambda_1$   $k_3 = 0$ ,  $\beta = 90^\circ$ ; продольные -  $k_1 = 0$ ,  $k_3 = 2\pi / \lambda_3$ ,  $\beta = 0$ ; наклонные (косые)-  $k_1 X_1 + k_3 X_3 = const$ ;  $k_1 X_1 - k_3 X_3 = const$ . Они являются базовыми для построения более сложных рельефных структур поверхности пластинки, таких как (рис. 2):

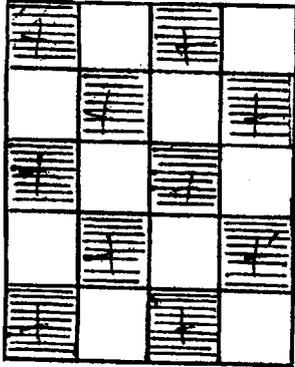
шахматная  $\xi = \frac{B}{2} [\sin(k_1 X_1 + k_3 X_3) + \sin(k_1 X_1 - k_3 X_3)],$

рядная  $\xi = \frac{B}{2} (1 - \sin k_1 X_1) (1 + \sin k_3 X_3)$

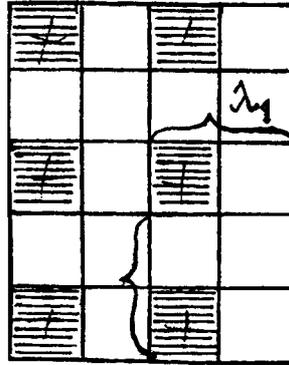
ромбическая  $\xi = \frac{B}{2} [1 + \cos(k_1 X_1 + k_3 X_3)] [1 + \cos(k_1 X_1 - k_3 X_3)]$

На плоскости  $X_2 = 0$  выделим площадку единичного волнового пакета - прямоугольника со сторонами  $\lambda_1$  и  $\lambda_3$ . На этот элемент волнистой поверхности действует давление газа  $P + \delta P$ .

шахматная



рядная



ромбическая

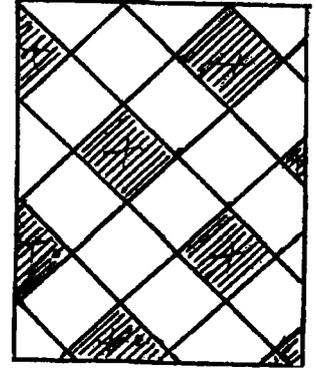


Рис. 2

Проекции на оси  $X_1$  или  $X_3$  силы давления газа  $(P + \delta P) \cdot \cos \gamma_n \cdot dX_1 \cdot dX_3$  являются соответствующей составляющей газодинамической силы, действующей со стороны обтекающего потока газа на выделенный элемент. Здесь  $\gamma_n$  - угол между направлением внешней нормали и положительным направлением оси  $X_1$  или  $X_3$  ( $n=1$  или  $n=3$ ). Направляющие косинусы нормали к этому элементу волнистой поверхности найдутся по формуле:

$$\cos \gamma_n = \frac{\partial \xi_{\partial}}{\partial X_n} \left[ 1 + \left( \frac{\partial \xi_{\partial}}{\partial X_1} \right)^2 + \left( \frac{\partial \xi_{\partial}}{\partial X_3} \right)^2 \right]^{-0.5} \approx \frac{\partial \xi}{\partial X_n}$$

Проинтегрируем по площади единичного волнового пакета газодинамические силы и, усреднив их по площади, найдем удельное волновое сопротивление волнистой поверхности  $\delta R$

$$\delta R_n = \frac{1}{\lambda_1 \lambda_3} \int_0^{\lambda_1} \int_0^{\lambda_3} \delta P \frac{\partial \xi_{\partial}}{\partial X_n} dX_1 dX_3$$

**Рядная рельефная структура поверхности пластинки** может быть описана:

$$\xi = \frac{B}{2} \left( 1 + \sin \frac{2\pi X_1}{\lambda_1} + \cos \frac{2\pi X_3}{\lambda_3} + \sin \frac{2\pi X_1}{\lambda_1} \cos \frac{2\pi X_3}{\lambda_3} \right)$$

При таком описании на единичном волновом пакете размером  $\lambda_1 \times \lambda_3$  располагается один выступ. Вершины возвышаются над плоскостью  $X_2 = 0$  на  $\xi_{\max} = 2B$ . Первое слагаемое смещения - константа 1 - не изменяет давление газа, третье слагаемое - продольные по потоку волны - также не дают возмущения давления. Только второе и четвертое слагаемые смещения при обтекании создают возмущения давления на стенке. Смещение  $\xi_{q2} = (B/2) \sin(2\pi X_1 / \lambda_1)$

получается из уравнения (3) при  $B_1 = B_2 = B/4i$ . Возмущения параметров потока газа найдется с

помощью выражения (6): 
$$\Psi_{g2} = \frac{k_1 B}{2} \frac{M^2}{\sqrt{L-1}} \cos k_1 X_1 = \frac{M^2}{\sqrt{M^2-1}} \frac{\partial \xi_{g2}}{\partial X_1}$$

Смещение стенки, описываемое 4-м слагаемым  $\xi_{g4} = (B/2) \sin k_1 X_1 \cos k_3 X_3$ , представляет собой чередование выступов и впадин, расположенных в шахматном порядке с шагом  $\lambda_1$  и  $\lambda_3$  по осям  $X_1$  и  $X_3$ .

Возмущение давления газа на стенке с рядной структурой поверхности найдется:

$$\delta P = \frac{kPM^2}{2} \left[ \frac{1}{\sqrt{M^2-1}} + \frac{\cos(2\pi X_3/\lambda_3)}{\sqrt{M^2-1-(\lambda_1/\lambda_3)^2}} \right] \frac{2\pi B}{\lambda_1} \cos \frac{2\pi X_1}{\lambda_1} \quad (11)$$

Волновое сопротивление цилиндрического насадка длиной  $L$  и диаметром  $d$  с рядной рельефной поверхностью, отнесенное к импульсу идеального потока  $(kM_a^2 + 1) * P_a * \pi d_H^2 / 4$  в выходном сечении сопла, получается в виде:

$$\zeta_{\text{вн}} = \frac{1}{2} \left( \frac{2\pi B}{\lambda_1} \right)^2 \frac{kM_a^2}{(kM_a^2 + 1)} \left[ \frac{1}{\sqrt{M^2-1}} + \frac{1}{2\sqrt{M^2-1-(\lambda_1/\lambda_3)^2}} \right] \frac{L}{d}$$

**Рельефная поверхность пластинки с шахматным расположением выступов**  $B$  и впадин глубиной  $B$  представляется полусуммой двух наклонных одно-волновых рельефных структур поверхности:

$$\xi_m = B \sin k_1 X_1 \cos k_3 X_3 = \frac{B}{2} [\sin(k_1 X_1 + k_3 X_3) + \sin(k_1 X_1 - k_3 X_3)]$$

Распределение возмущений давления газа на ней найдется:

$$\delta P_{CT} = \frac{kPM^2}{\sqrt{M^2-1-(\lambda_1/\lambda_3)^2}} \frac{\partial \xi_m}{\partial X_1}$$

Волновое сопротивление цилиндрического насадка длиной  $L$  и диаметром  $d = d_a$  с шахматной рельефной структурой поверхности найдется:

$$\zeta_{\text{шахм}} = \left( \frac{2\pi B}{\lambda_1} \right)^2 \frac{kM^2}{(kM^2 + 1)} \frac{1}{2\sqrt{M^2-1-(\lambda_1/\lambda_3)^2}} \frac{L}{d}$$

Сверхзвуковое обтекание волнистой рельефной поверхности с шахматным расположением выступов и впадин при докритическом режиме обтекания потоком имеет ту особенность, что создает (генерирует) тяговое усилие, повторяющееся на длине полуволны смещения по оси  $X_1$ .

На каждом одно-волновом рельефе при докритическом (но сверхзвуковом) обтекании возмущения давления пропорционально смещению  $\xi_i$  ( $i = 1, 2$ ) и описывается формулой:

$$\delta P_i = \mp \frac{\rho a^2 M^2 k_1 \xi_i}{\sqrt{1 + (\lambda_1 / \lambda_3)^2 - M^2}} \quad (12)$$

где верхний знак берется для верхней стороны пластины, а нижний – для нижней стороны.

Докритический режим обтекания пластины характеризуется условием неотрицательности

подкоренного выражения 
$$M < \sqrt{1 + (\lambda_1 / \lambda_3)^2}$$

С помощью этих представлений найдем перепад давлений, действующий на волнистую бесконечно тонкую пластину, обтекаемую с двух сторон однородным потоком идеального газа.

Для верхней и нижней сторон имеем:

$$\begin{aligned} \delta P_B = \delta P_1 + \delta P_2 &= - \frac{\rho a^2 M^2 k_1}{\sqrt{1 + (\lambda_1 / \lambda_3)^2 - M^2}} B \sin k_1 X_1 \cos k_3 X_3 \\ \delta P_H = \delta P_1 + \delta P_2 &= + \frac{\rho a^2 M^2 k_1}{\sqrt{1 + (\lambda_1 / \lambda_3)^2 - M^2}} B \sin k_1 X_1 \cos k_3 X_3 \end{aligned} \quad (13)$$

Тогда перепад давлений по обе стороны пластины найдется как разность этих двух перепадов:

$$\delta P_{H-B} = \delta P_H - \delta P_B = 2 \frac{\rho a^2 M^2 k_1 B}{\sqrt{1 + (\lambda_1 / \lambda_3)^2 - M^2}} \sin k_1 X_1 \cos k_3 X_3 \quad (14)$$

Так как перепад давлений  $\delta P_{H-B} > 0$  при положительных значениях смещения  $\xi$ , то силовое воздействие газа на таких элементах пластины, где  $\xi > 0$ , будет создавать тяговое усилие. Вычислим интеграл силового воздействия от газа на волнистую поверхность стенки (1) в пределах одного волнового пакета по  $X_3$  (то есть на длине  $\lambda_3$  и по текущей координате оси  $X_1$ ).

Этот интеграл 
$$\delta P_{\lambda_3-X_1} = \int_0^{\lambda_1} \int_0^{\lambda_3} \delta p_{H-B} * \frac{\partial \xi}{\partial X_1} dX_1 dX_3 \quad (15)$$

с помощью (1) и (4) можно представить:

$$\delta P_{\lambda_3-X_1} = \frac{\rho a^2 M^2 \pi B^2}{\sqrt{1 + (\lambda_1 / \lambda_3)^2 - M^2}} * \frac{\lambda_3}{\lambda_1} \sin^2 \left( \frac{2\pi X_1}{\lambda_1} \right) \quad (16)$$

Как видно, силовое воздействие от газа на волнистую пластину с шахматным расположением выступов и впадин, обтекаемую с двух сторон в докритическом режиме, является тяговым усилием, периодически повторяющимся на длине полуволны смещения по оси  $X_1$ . Это тяговое усилие достигает максимума на длине  $X_1 = \lambda_1 / 4$  или  $X_1 = 3 \lambda_1 / 4$  в пределах волнового пакета.

Это тяговое усилие невелико, оно пропорционально квадрату амплитуды смещения  $B$ , и не суммируется по числу волновых пакетов, а только повторяется.

Наибольшее значение усилия при  $X_1 = \lambda_1 / 4$

$$\delta P_{\lambda_3 - \frac{\lambda_1}{4}} = \frac{\rho a^2 M^2}{\sqrt{1 + (\lambda_1 / \lambda_3)^2 - M^2}} * \frac{\lambda_3}{\lambda_1} * \pi B^2$$

Для сравнения рассмотрим сверхкритическое обтекание тонкой пластины с шахматной рельефной поверхностью. Распределение давления на обеих сторонах пластины при сверхкритическом обтекании найдется из выражения:

$$\delta P_i = \pm \frac{\rho a^2 M^2}{\sqrt{M^2 - 1 - (\lambda_1 / \lambda_3)^2}} * \frac{\partial \xi}{\partial X_1} \quad (17)$$

где верхний знак берется для верхней стороны пластины, а нижний – для нижней стороны пластины. Суммарный перепад давлений по обе стороны найдется как разность:

$$\delta P_{B-H} = \delta P_B - \delta P_H = 2 \frac{\rho a^2 M^2 k_1 B}{\sqrt{M^2 - 1 - (\lambda_1 / \lambda_3)^2}} \cos k_1 X_1 \cos k_3 X_3$$

Интеграл силового воздействия (15) с помощью (19) можно представить формулой:

$$\delta P_{\lambda_3 - X_1} = \frac{\rho a^2 M^2 (2\pi B)^2}{\sqrt{M^2 - 1 - (\lambda_1 / \lambda_3)^2}} * \frac{\lambda_3}{\lambda_1} \left[ \frac{X_1}{2\lambda_1} + \frac{\sin 2k_1 X_1}{8\pi} \right] \quad (18)$$

Это сила волнового сопротивления, так как значение перепада давлений  $\delta P_{B-H}$  на верхней части пластины и нижней больше нуля при положительном смещении.

Четвертьволновый участок  $X_1 = \lambda_1 / 4$  будет иметь силу волнового сопротивления, равную:

$$\begin{aligned} \delta P_{\lambda_3 - \frac{\lambda_1}{4}} &= \frac{\rho a^2 M^2 (2\pi B)^2}{\sqrt{M^2 - 1 - (\lambda_1 / \lambda_3)^2}} * \frac{\lambda_3}{\lambda_1} * \frac{1}{8} = \\ &= \frac{\rho a^2 M^2}{\sqrt{M^2 - 1 - (\lambda_1 / \lambda_3)^2}} * \frac{\lambda_3}{\lambda_1} * \frac{\pi^2 B^2}{2} \end{aligned} \quad (19)$$

Представляют интерес условия достижения минимума волнового сопротивления (21) по величине отношения длин волнового пакета  $\lambda_1 / \lambda_3$ . Этот минимум достигается при отношении  $\lambda_1 / \lambda_3 = \sqrt{(M^2 - 1) / 2}$ .

Теперь можно дать качественное представление о ходе изменения силового воздействия потока газа, обтекающего с двух сторон безграничную тонкую пластину с шахматной рельефной структурой, на четвертьволновой по  $X_1$  участок волнового пакета. При сверхзвуковом и сверхкритическом режиме обтекания четвертьволнового пакета имеет место сопротивление, достигающее минимума при отношении длин волн:  $\lambda_1 / \lambda_3 = \sqrt{(M^2 - 1) / 2}$  (рис. 3). При увеличении отношения длин волн волнового пакета  $\lambda_1 / \lambda_3$ , сопротивление его растет. А при отношении длин

волн  $(\lambda_1/\lambda_3) = \sqrt{M^2 - 1}$  волновое сопротивление терпит разрыв, после чего оно переходит в тяговое усилие при условии, что будет реализовываться докритическое сверхзвуковое обтекание пластины.

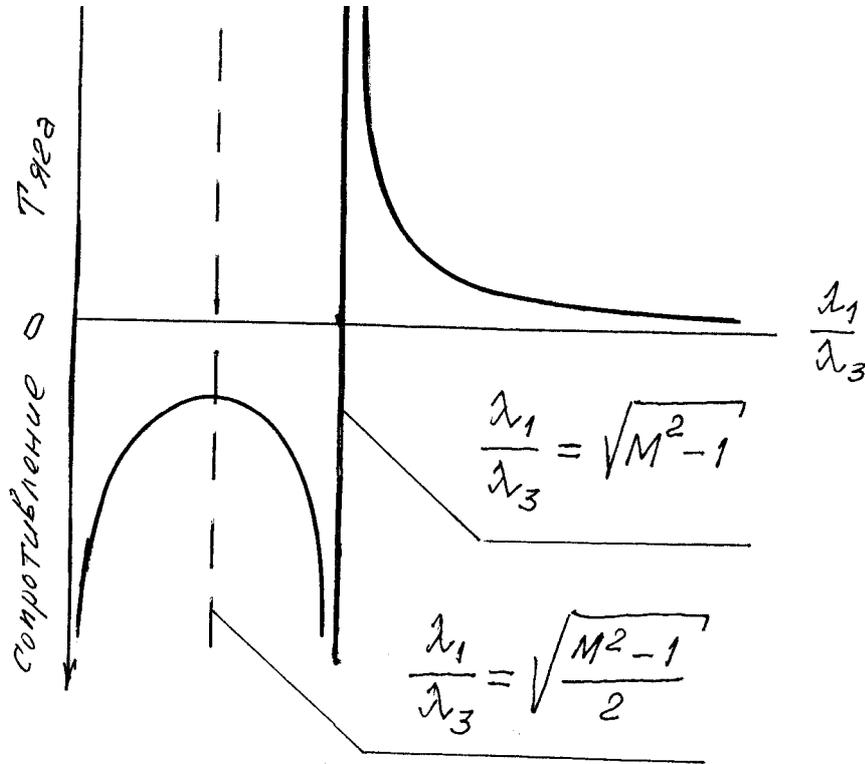


Рис. 3

**Ромбическая рельефная структура** возникает на поверхности плавящегося сублимирующего материала, обтекаемой высокотемпературным сверхзвуковым потоком [2].

Ромбическую рельефную структуру поверхности с выступами можно описать уравнением:

$$\xi = \frac{B}{2} \left( 1 + \frac{1}{2} \cos 2k_1 X_1 + \frac{1}{2} \cos 2k_3 X_3 + 2 \cos k_1 X_1 \cos k_3 X_3 \right) \quad (20)$$

Как видно, ромбический рельеф с выступами (11), возвышающимися над плоскостью на  $2B$ , образуется четырьмя типами волн: поперечной и продольной с удвоенным шагом  $\cos 2k_1 X_1$  и  $\cos 2k_3 X_3$  двух наклонных, образующих шахматную рельефную структуру поверхности:  $\cos(k_1 X_1 + k_3 X_3) + \cos(k_1 X_1 - k_3 X_3) = 2 \cos k_1 X_1 \cos k_3 X_3$ .

Первое и третье слагаемые из уравнения (20) не дают возмущения давления на стенке. Второе и четвертое слагаемые смещения изменяют давление на стенке.

Второе слагаемое действительного смещения представляет собой поперечную одно-волновую структуру:  $\xi_{g4} = (B/4) \cos 2k_1 X_1$  (21), которая получается из уравнения (8) при условии

$$B_1 = B_2 = B/8; \quad n = 2 \text{ и } k = 0: \quad \xi_{g4} = \xi_1 + \xi_2$$

Соответствующее решение для возмущений газодинамических параметров из выражения (9) с  $n=2$  и  $k=0$  даст нам для возмущений давления на стенке формулу:

$$\delta P_2 = \frac{-kPM^2}{\sqrt{M^2-1}} \frac{k_1 B}{2} \sin 2k_1 X_1 = \frac{kPM^2}{4\sqrt{M^2-1}} \frac{\partial \xi_{g2}}{\partial X_1} \quad (22)$$

Четвертое слагаемое из уравнения (11) представляет чередование выступов и впадин, расположенных в шахматном порядке с шагом  $\lambda_1$  и  $\lambda_3$  по осям  $X_1$  и  $X_3$ .

Выступ имеет высоту  $B$ , впадина - глубину  $B$ . На поверхности с такой рельефной структурой:

$$\xi_{g4} = B \cos k_1 X_1 \cos k_3 X_3 \quad \text{возмущения давления найдутся:}$$

$$\delta P_4 = \frac{-kPM^2 k_1 B}{\sqrt{M^2-1-(k_3/k_1)^2}} * \sin k_1 X_1 \cos k_3 X_3 = \frac{kMP}{\sqrt{M^2-1-(k_3/k_1)^2}} \frac{\partial \xi_{g2}}{\partial X_1} \quad (23)$$

Так как задача обтекания волнистой поверхности рассматривается в линейном приближении, то возмущения давления на ромбической поверхности (22) получится как сумма (22) и (23).

$$\delta P = kPM^2 k_1 B \left[ \frac{\cos k_1 X_1}{4\sqrt{M^2-1}} + \frac{q \cos k_3 X_3}{\sqrt{M^2-1-(k_3/k_1)^2}} \right] \sin k_1 X_1 \quad (24)$$

Удельное волновое сопротивление поверхности с ромбическими выступами найдется по определению из (9). Нетрудно убедиться, что волновое сопротивление всей рельефной структуры является, суммой элементов  $\xi_{g2}$  и  $\xi_{g4}$

$$\delta R_1 = \frac{1}{4} kPM^2 \left( \frac{2\pi B}{\lambda_1} \right)^2 \left[ \frac{1}{4\sqrt{M^2-1}} + \frac{q}{\sqrt{M^2-1-(\lambda_1/\lambda_3)^2}} \right] \quad (27)$$

Волновое сопротивление цилиндрического насадка с ромбической рельефной структурой поверхности длиной  $L$  и диаметром  $d$ , отнесенное к импульсу идеального потока  $(kM_a^2 + 1)(P_a \pi d^2 / 4)$  в выходном сечении сопла получается в виде:

$$\zeta_{\text{вн}} = \frac{kM_a^2}{kM_a^2 + 1} \left[ \frac{1}{4\sqrt{M_a^2-1}} + \frac{1}{\sqrt{M_a^2-1-(\lambda_1/\lambda_3)^2}} \right] \left( \frac{2\pi B}{\lambda_1} \right)^2 \frac{L}{d}$$

Во время испытаний цилиндрических насадков с рядной рельефной структурой поверхности было обнаружено новое явление - перестроение течения после наступления кризиса обтекания волнистой поверхности сверхзвуковым потоком. Так, по линейной теории должен был наступить только один критический режим (рис. 7, кривая 2), а испытания насадка показали наличие нескольких критических режимов обтекания рядной рельефной поверхности (рис. 6, прямая 3).

В рамках линейной теории нельзя получить ответ на вопрос о том, с каким углом  $\beta$  реализуются плоские волновые фронты газодинамических возмущений. След такого фронта на

плоскости  $X_2 = 0$  может опираться на выступы (или впадины) рельефной шероховатости, лежащие на одной прямой. Каждая диагональ состоит из выступов, расположенных в одну линию. На рис. 4 (линии 1,2,3; выступы заштрихованы) показан общий вид расположения диагоналей. Для рельефной шероховатости с рядным расположением выступов можно различить главную диагональ (рис. 4, линия 1), проходящую через выступы с шагом в одну длину волны смещения  $\lambda_1$  по  $X_1$  и  $\lambda_3$  по  $X_3$ :  $k_1 = 2\pi / \lambda_1$ ;  $k_3 = 2\pi / \lambda_3$ ;  $\text{ctg}\beta = \lambda_1 / \lambda_3$ .

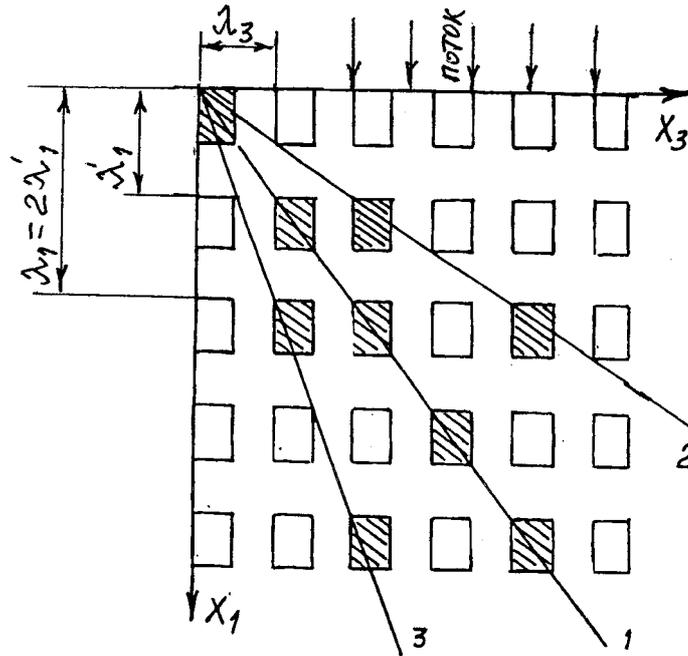


Рис. 4.

Кроме того, имеются еще группы диагоналей. Одна из них (рис. 2, линия 2) проходит через выступы с шагом в одну длину волны  $\lambda_1$  по  $X_1$  и кратными  $\lambda_3$  по оси  $X_3$ :  $\text{ctg}\beta = \lambda_1 / 2\lambda_3$ . Вторая группа диагоналей (рис. 4, линия 3) проходит через выступы с шагом в одну длину волны  $\lambda_1$  по  $X_1$  и шагами по  $X_3$  кратным  $\lambda_1$ :  $\text{ctg}\beta = 2\lambda_1 / \lambda_3$ .

Каждый из выступов обтекается сверхзвуковым потоком газа и поэтому его волновое сопротивление не может быть равным нулю. Если шаг одиночного выступа на плоскости  $X_2 = 0$  существенно меньше расстояния между двумя соседними выступами, то обтекание каждого из выступов будет происходить независимо от соседних. Но если шаг выступа будет сравним с расстоянием между соседними выступами, то волны возмущения сверхзвукового обтекания потоком отдельных выступов могут взаимодействовать друг с другом и течение перестроится. Критерий перехода от одного независимого типа обтекания выступов к другому коллективному, групповому, по-видимому, можно определить только из опыта. Коллективное обтекание высту-

пов сверхзвуковым потоком осуществляется следующим образом. Для отдельных выступов, располагающихся на одной из диагоналей рельефной поверхности, близкой к линии распространения малых возмущений и такой, что  $\beta_1 < \alpha$ , волны возмущения газодинамических параметров объединяются в общий плоский фронт с новым углом следа:  $\beta_1 = \text{arc ctg } \lambda_1 / 2 \lambda_3$  (рис. 4).

При скорости потока, когда линии распространения слабых возмущений совпадают с диагональю, образованной из расположенных в одну линию выступов  $\beta_i = \alpha$ , наступает критический режим обтекания, при котором имеет место наибольшее волновое сопротивление. Критический режим обтекания имеет место каждый раз, когда из-за изменения скорости потока угол Маха  $\alpha$  совпадает с углом  $\beta_i$  - одной из диагоналей.

Следует заметить, что при постоянной скорости обтекания выступов изменение структуры рельефной поверхности, приводящее к уменьшению  $\beta_i$  за счет изменения  $\lambda_3$  или  $\lambda_1$ , тоже приведет к кризису сопротивления при  $\beta_1 = \alpha$ . После этого при последующем уменьшении угла  $\beta_1$  след плоского фронта перестроится на новую диагональ рельефной поверхности с углом  $\beta_2 = \text{arcctg}(\lambda_1 / 2\lambda_3) < \alpha$ . Такие перестроения повторяются и они происходят при отношении длин волн смещения рядной рельефной поверхности, кратном котангенсу угла Маха:  $\lambda_1 / \lambda_3 = n \text{ctg } \alpha$ , где  $n = 1, 2, 3, \dots$

Таким образом, при обтекании выступов сверхзвуковым потоком ( $M > 1$ ) после кризиса ( $\beta_i = \alpha$ ) течение перестраивается так, что обтекание останется сверхзвуковым и след фронта плоских волн будет располагаться на новой диагонали рельефной поверхности с углами :  $\beta_{i+1} = (\text{arcctg} m \lambda_1 / n \lambda_3) < \alpha$ ;  $n = i + 1$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots$

В промежутках между критическими режимами обтекания возмущения давления газа на стенке насадка рассчитываются по формуле:

$$\delta P_{CT} = \frac{1}{4} \frac{k P M^2}{\sqrt{M^2 - 1 - (m \lambda_1 / n \lambda_3)^2}} \frac{\partial \xi}{\partial X_1}$$

Волновое сопротивление цилиндрического насадка длиной  $L_H$  и диаметром  $D_H$ , отнесенное к импульсу идеального потока  $(k M_a^2 + 1) (P_a \pi d_H^2 / 4)$

в выходном сечении сопла получается в общем виде:

а) с рядной рельефной структурой поверхности

$$\xi_{\text{рядн}} = \frac{1}{2} \left( \frac{2\pi n B}{\lambda_1} \right)^2 \frac{k M^2}{k M^2 + 1} \left[ \frac{1}{\sqrt{M^2 - 1}} + \frac{1}{2\sqrt{M^2 - 1 - (m \lambda_1 / n \lambda_3)^2}} \right] \frac{L_H}{D_H}$$

б) с шахматной рельефной структурой поверхности

$$\xi_{\max} = \left( \frac{2\pi n B}{\lambda_1} \right)^2 \frac{kM^2}{kM^2 + 1} \frac{1}{2\sqrt{M^2 - 1 - (m\lambda_1 / n\lambda_3)^2}} \frac{L_H}{D_H}$$

Волновое сопротивление цилиндрического насадка длиной  $L$  и диаметром  $d$  с ромбической рельефной структурой поверхности найдется:

$$\zeta_{\text{ромб}} = \left( \frac{2\pi n B}{\lambda_1} \right)^2 \frac{kM^2}{(kM^2 + 1)} \left[ \frac{1}{4\sqrt{M^2 - 1}} + \frac{1}{\sqrt{M^2 - 1 - (m\lambda_1 / n\lambda_3)^2}} \right] \frac{L}{d}$$

Волновое сопротивление пластины с ромбической рельефной поверхностью

$$\zeta_{\text{ромб}} = \left( \frac{2\pi n B}{\lambda_1} \right)^2 \frac{kM^2}{(kM^2 + 1)} \left[ \frac{1}{4\sqrt{M^2 - 1}} + \frac{1}{\sqrt{M^2 - 1 - (m\lambda_1 / n\lambda_3)^2}} \right] \frac{Lh}{\pi d^2}$$

где  $L$  - длина пластины,  $h$  - её ширина,  $d$  - диаметр корпуса ЛА

Волновое сопротивление конуса с ромбической рельефной поверхностью

$$\zeta_{\text{ромб}} = \left( \frac{2\pi n B}{\lambda_1} \right)^2 \frac{kM^2}{(kM^2 + 1)} \left[ \frac{1}{4\sqrt{M^2 - 1}} + \frac{1}{\sqrt{M^2 - 1 - (m\lambda_1 / n\lambda_3)^2}} \right] \frac{L}{R}$$

где  $L$  - длина образующей конуса,  $R$  - радиус корпуса ЛА.

Для экспериментального изучения волнового сопротивления поверхности стенки реактивного сопла и головной части ЛА были изготовлены цилиндрические насадки с ромбической рельефной поверхностью (рис.2). Все насадки были рассчитаны на обтекание сверхзвуковым потоком газа, имеющим скорость  $M = 3$ . Ромбический выступ был образован путем пересечения винтовых проточек с разными заходами под углом к оси насадка, равным  $\beta = 30^\circ, 38^\circ, 44^\circ, 50^\circ$ . Причем, для каждого насадка было свое значение этого угла. Так как токарный станок имеет строго определенный шаг винтового резания, то нельзя было заранее задавать угол ромба. Длина одного ромбического волнового пакета составляла соответственно  $\lambda_1 = 8.6, 6.2, 5.1, 4$  мм, ширина -  $\lambda_3 = 5$  мм, а высота -  $2B = 0.5$  мм.

Так как на токарном станке невозможно изготовить насадки с ромбической рельефной структурой в широком диапазоне изменения угла ромба, а также для более полного изучения волнового сопротивления такой поверхности было принято решение изготовить плоские пластины, имеющие поверхность с ромбической рельефной структурой (рис. 2). Эти пластины имели боковые стенки, чтобы избежать краевых эффектов обтекания при ограниченном струйном обдуве. Всего было изготовлено 14 пластин. Длина пластины составляла  $L = 50$  мм, ширина  $S = 30$  мм, а толщина  $h = 3$  мм. С целью снижения потерь при обтекании потоком пластина со стороны обдува имела острую кромку под углом  $7^\circ$ .

Ромбическая рельефная поверхность была образована с обеих сторон пластины путем пересечения косых проточек шириной 2.4 мм. Каждая пластина имела свой угол ромба, который был равен  $\beta = 6^\circ, 8^\circ, 10^\circ, 12^\circ, 14^\circ, 16^\circ, 18^\circ, 20^\circ, 22^\circ$  и  $35^\circ, 40^\circ, 45^\circ$  соответственно. Высота ромба -  $2B = 0.5$  мм. Пластина обдувалась сверхзвуковой струей, истекающей из плоского сопла со скоростью  $M = 3.0$ .

Также были изготовлены цилиндрические насадки, имеющие поверхности с рядной и шахматной рельефными структурами. Диаметр насадков составлял  $d = 16$  мм, а их длина  $L$  была разная: с ромбической структурой -  $L = 38$  мм; с рядной -  $L = 70$  мм и  $L = 35$  мм; с шахматной -  $L = 36$  мм и  $L = 30$  мм. Ширина продольных проточек составляла  $S_1 = 2,5$  мм, а ширина кольцевых проточек равнялась половине длины волнового пакета  $S_2 = 1/2 \lambda_1$ . Ширина волнового пакета составляла  $\lambda_3 = 5$  мм, высота -  $2B = 1$  мм, а длина  $\lambda_1$  варьировалась (например, насадок с рядной рельефной поверхностью имел длину волнового пакета, равную соответственно  $\lambda_1 = 3, 5, 7, 9, 11, 12, 14, 18, 22, 25, 28, 32, 36, 40, 44, 48$  мм).

Испытания насадков проводились на дифференциальной установке, предназначенной для сравнительных испытаний двух реактивных сопел [5]. На одном из торцев установки устанавливалось плоское сопло с насадком, имеющим гладкую поверхность, а на другом торце – такое же сопло с насадком, имеющим рельефную поверхность. Модельные плоские сопла были рассчитаны на число Маха  $M = 2,5; 3$ .

На рис. 5 представлены результаты экспериментальных данных, полученных при испытании цилиндрических насадков с ромбической рельефной структурой поверхности. Из рис. 5 видно, что потери тяги, возникающие из-за наличия ромбической рельефной структуры поверхности, составляют  $\zeta = 3,9 - 4,9\%$  от идеальной тяги сопла в пустоте. Можно заметить, что при угле  $\beta = 40^\circ$  достигается минимум потерь тяги, а начиная с угла  $\beta = 44^\circ$  потери тяги возрастают. В целом, потери тяги из-за изменения угла ромба волнового пакета насадка в пределах  $\beta = 30^\circ - 50^\circ$  составляют  $\zeta \approx 1\%$ .

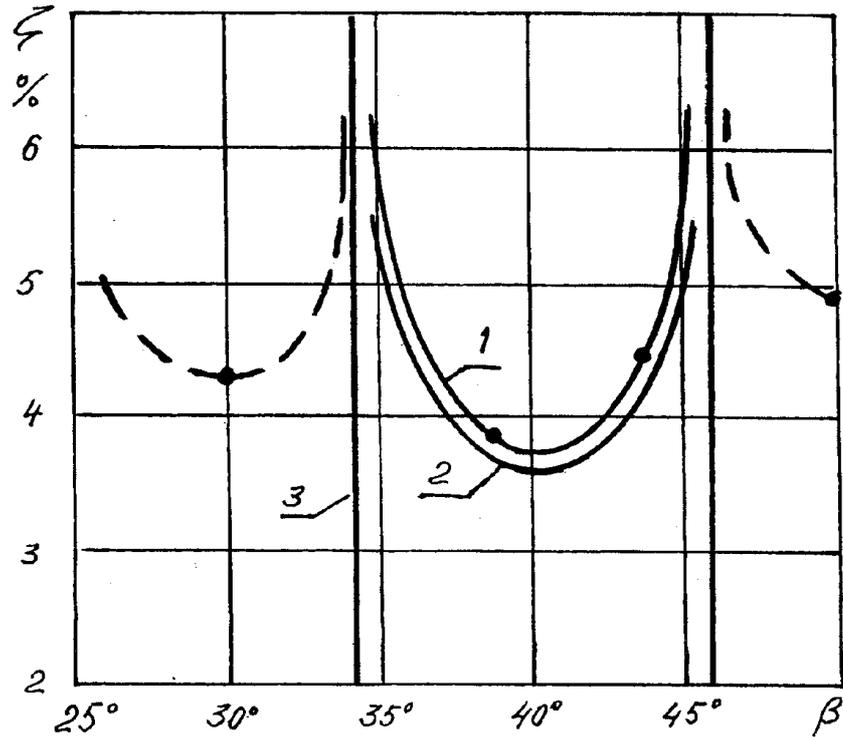


Рис. 5.

При обтекании потоком газа поверхности пластины с ромбической рельефной структурой (рис. 6, кривая 1) максимальные потери тяги возникают при угле ромба  $\beta = 9^\circ - \zeta = 6,5\%$ ;  $\beta = 19^\circ - \zeta = 6,3\%$ ;  $\beta = 35^\circ - \zeta = 7,7\%$ ;  $\beta = 45^\circ - \zeta = 8\%$ , а минимальные потери возникают при угле ромба  $\beta = 6^\circ - \zeta = 4,9\%$ ;  $\beta = 14^\circ - \zeta = 4\%$ ;  $\beta = 22^\circ - \zeta = 3,4\%$ ;  $\beta = 40^\circ - \zeta = 6,2\%$ ;  $\beta = 50^\circ - \zeta = 5,5\%$ . Чисто волновые потери, возникающие из-за изменения угла ромба, составили  $\zeta = 2,5\%$ .

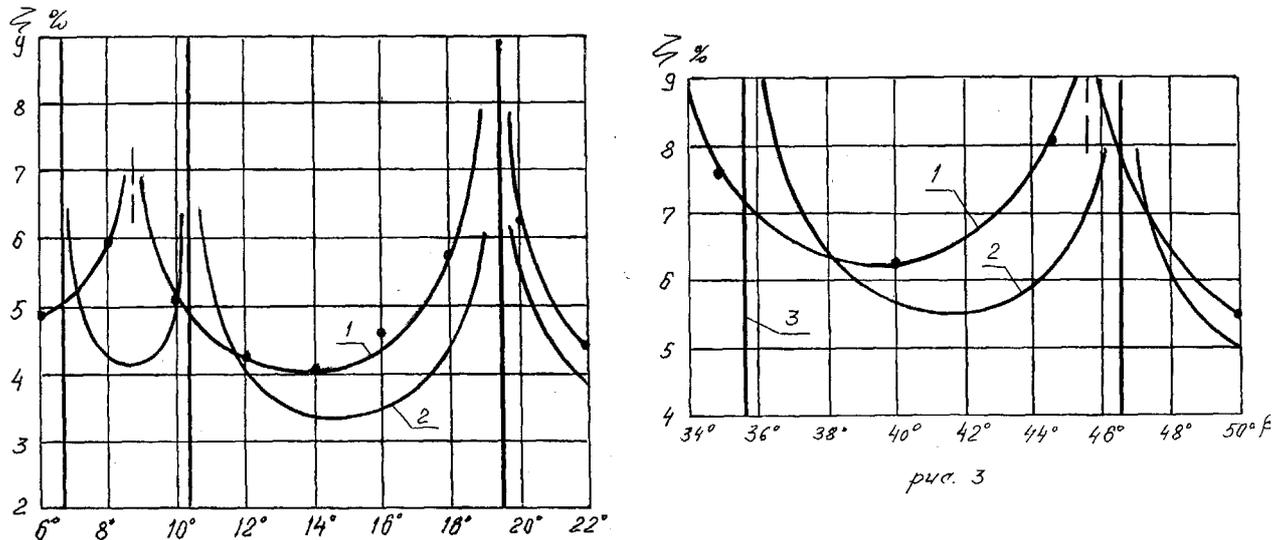


Рис. 6.

По приведенным выше формулам (8, 9) были проведены расчеты потерь тяги в насадках с ромбической рельефной поверхностью. В качестве исходных данных для расчетов взяты геометрические размеры цилиндрических насадков, которые были испытаны на дифференциальной установке. Критические режимы обтекания пластин с ромбической рельефной поверхностью наступают при угле ромбе волнового пакета  $\beta = \text{ctg} m \lambda_1 / n \lambda_3 = 10^\circ 20'; 19^\circ 30'; 35^\circ 30'; 46^\circ 30'$  (рис. 5).

Появление нескольких максимумов волнового сопротивления волнистой поверхности

пластин объясняется тем, что при обтекании выступов потоком газа после наступления критического режима течения происходит перестроение течения газа вдоль пластины. При дальнейшем увеличении отношения длин сторон волнового пакета (а это достигается увеличением длины выступа) волны возмущения газодинамических параметров объединяются в общий плоский фронт с новым углом следа  $\beta_1 = \text{arc ctg} \lambda_1 / 2 \lambda_3$ . Такие перестроения течения потока газа повторяются каждый раз, когда наступает кризис течения  $\beta_i = \alpha$ . Причем, течение потока газа вдоль пластины перестраивается так, что обтекание выступов потоком газа остается сверхзвуковым. И след фронта плоских волн будет располагаться на новой диагонали рельефной структуры поверхности пластины с углами  $\beta_1 = \text{arc ctg} m \lambda_1 / n \lambda_3$ , где  $n = 1, 2, 3, \dots$ , близкими к углам Маха  $\sin \alpha = 1/M$  распространения слабых возмущений.

Из рис. 6 (кривая 2– расчет) видно, что экспериментальные данные по потерям тяги, возникающим при обтекании потоком газа пластин с ромбической рельефной поверхностью, расположены выше расчетных, примерно, на 0.5%, хотя характер кривой остается без изменения. Объясняется это тем, что из-за большой высоты ромбических выступов и из-за достаточно острой кромки при обтекании их потоком возрастают общие потери. Из рис. 5 видно также, что экспериментальные критические режимы обтекания выступов, кроме первого, находятся несколько левее теоретического критического режима. Это объясняется тем, что при обтекании потоком выступов поверхности с ромбической рельефной структурой поток тормозится и скорость потока -  $M_{эф}$  становится меньше расчетной -  $M$ . Сравнение расчетных и экспериментальных данных по испытанию цилиндрических насадков с ромбической рельефной поверхностью показали, что они также хорошо совпадают (рис. 5, кривая 2 - расчет).

Результаты испытаний насадков с рядной рельефной поверхностью приведены на рис. 7. Потери тяги в этом насадке составляют  $\zeta = 3,7 - 6,2 \%$ , а изменение угла рядного волнового пакета дает потери  $\zeta = 2,6 \%$ . Видно, что при отношении сторон волнового пакета  $\lambda_1 / \lambda_3 = 0,6; 2,6; 5,2$  достигается максимальное значение потерь тяги в насадках, а при  $\lambda_1 / \lambda_3 = 1,3; 3,9; 7,1$  – минимальное значение  $\zeta = 3,7; 3,5; 3,6\%$  соответственно (рис. 7, кривая 2).

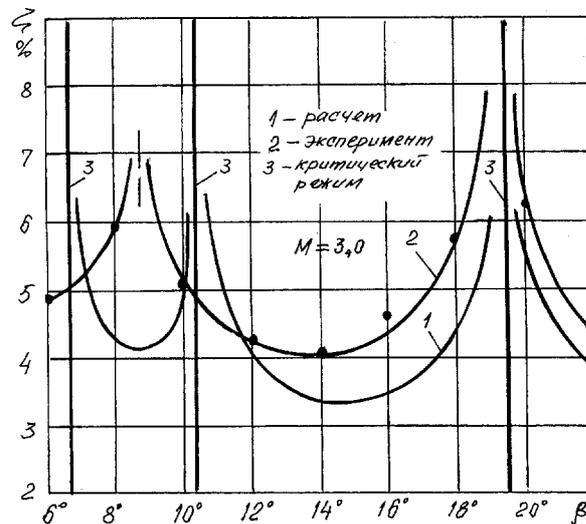


Рис. 7.

Критический режим обтекания насадка с рядной рельефной поверхностью, найденный экспериментальным путем, совпадает с расчетом (рис.7, прямая 3–расчет).

Результаты расчетов потерь тяги, возникающих в насадках с шахматной рельефной поверхностью, показали их удовлетворительное совпадение с экспериментальными данными (рис. 8, кривая 2). Видно, что экспериментальные критические режимы обтекания выступов (рис.8, прямая 3), кроме первого, находятся несколько правее теоретического критического режима.

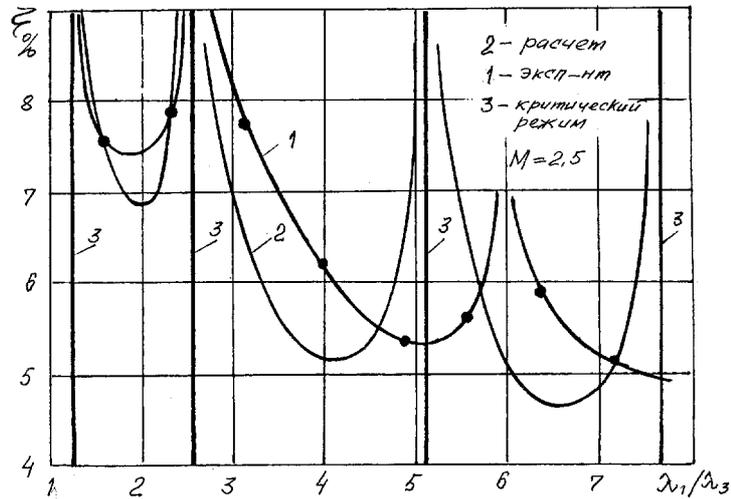


Рис. 8.

Это объясняется тем, что при обтекании потоком выступов шахматного волнового пакета из-за цилиндрической внутренней поверхности насадка угол следа волны возмущения становится меньше расчетного. Можно также заметить, что экспериментальная кривая находится выше расчетной. Это можно объяснить тем, что передние и задние кромки выступов шахматного волнового пакета остаются острыми, вследствие чего при их обтекании потоком газа сопротивление их увеличивается.

По результатам исследований можно сделать следующие выводы:

Исследовалось обтекание сверхзвуковым потоком идеального газа поверхности сопла с упорядоченной рельефной структурой. Рассмотрено обтекание волнистых поверхностей стенки реактивного сопла и головной части ЛА с ромбической рельефной структурой потоком идеального газа. Найдены распределения возмущений давления и других газодинамических параметров на поверхности с ромбической рельефной структурой, и в поле течения определены удельные волновые сопротивления и потери тяги. Для малых смещений поверхности получено теоретическое решение задачи в линейном (акустическом) приближении с плоскими волнами. Определены волновые потери тяги в цилиндрических насадках, имеющих поверхности с различными рельефными структурами (рядной, ромбической и шахматной). В опытах с цилиндрическими насадками обнаружено новое явление – критические режимы обтекания с расположением следа плоского фронта на неглавной диагонали рельефной структуры.

Критические режимы обтекания сверхзвуковым потоком газа рельефной поверхности наступают каждый раз, когда угол наклона волны смещения  $M^2 - 1 - (\lambda_1 / \lambda_3)^2 = ctg^2 \beta - ctg^2 \alpha$  совпадает с углом Маха  $ctg \beta = ctg \alpha$ , а при обращении в нуль этого угла наклона обтекание переходит в течение Прандтля – Майера  $M^2 - 1 = ctg^2 \alpha$ .

#### Список литературы

1. Свигарт (Swigart R.) Критический обзор исследований рельефной поверхностной структуры. //Ракетная техника и космонавтика. - 1974, № 10.- с. 81-94.
2. Шток (Stock H.W) Структура поверхности сублимирующих и плавящихся аблирующих материалов. //Ракетная техника и космонавтика. – 1975, том 13, № 9.- с. 8-22.
3. Блохинцев Д.И. Акустика неоднородной движущейся среды. - М.: Наука, 1981 - 125 с.
4. Сергиенко А.А. Колебания пологих оболочек в сверхзвуковом потоке идеального газа. //Изв. вузов «Авиационная техника».- 1990, № 4.- с. 23-27.
5. Семенов В.В., Талалаев А.А. Исследование волновых потерь тяги на дифференциальной установке. //Изв. вузов «Авиационная техника». - 1993, № 3.- с. 43-48

---

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

*Сергиенко Александр Александрович, заведующий кафедрой теории ракетных двигателей Московского государственного авиационного института (технического университета), д.т.н., профессор, лауреат Государственной премии СССР.*

*Семенов Василий Васильевич, ведущий научный сотрудник кафедры теории ракетных двигателей Московского государственного авиационного института (технического университета), к.т.н.*