ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ И ИЗДЕЛИЯ

УДК 519.654:519.657

ИМИТАЦИОННЫЙ ПОДХОД К ИССЛЕДОВАНИЮ И МОДЕЛИРОВАНИЮ ДЕГРАДАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

Лисов А.А.*, **Чернова Т.А.****, **Горбунов М.С.*****

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия

* *e-mail: 3141220@mail.ru*

** *e-mail: chernova3244@gmail.com*

*** *e-mail: sgorbunov@aport.ru*

Рассмотрен имитационный подход к математическому моделированию деградационных процессов электротехнических устройств. Разработаны типовые модели нелинейных деградационных процессов и характеристик устройств. Предложено выполнять оценку режимов безотказной работы электротехнических устройств и их остаточного ресурса по изменению деградационного отклонения характеристического параметра — использование такого предложения упрощает моделирование, снижает объём вычислений, позволяет оценить остаточный ресурс в эксплуатации.

Ключевые слова: моделирование деградационных процессов электротехнических преобразователей, типы нелинейных функций деградационного изменения характеристических параметров, метод наименьших квадратов моделирования деградационных процессов, остаточный ресурс электротехнических устройств.

В реальных условиях эксплуатации изделий электротехнической промышленности необходимо учитывать деградационные изменения их свойств. Объектом исследования являются различного вида электромеханические преобразователи, для которых даже слабая деградация свойств ведет к серьёзным техногенным последствиям. Рассмотрены и предложены методические основы решения задач данного направления и установлен ряд закономерностей деградационных изменений.

Известно, что практически все электротехнические устройства, узлы и отдельные элементы характеризуются множеством параметров [1—4]. Эти параметры многообразны, нелинейны и нестабильны; они подчиняются законам классической физики, электрических цепей, термодинамики, механики и др. Взаимосвязь этих процессов в электротехнических устройствах предопределяет совокупность параметров, которые можно назвать «характеристическими». По ним можно судить о состоянии рассматриваемых объектов, об их режимах работы, и, самое главное, можно оценить их остаточный ресурс.

В зависимости от особенностей объектов и их сложности число характеристических параметров может быть один, два или больше, хотя для рассматриваемых объектов их всегда существенно меньше общего множества параметров. Исследование электродвигателей (ЭД) осуществляют с помощью обобщённого электромеханического преобразователя — эквивалентной схемы двухполюсной, двухфазной симметричной электрической машины, имеющей по две взаимно перпендикулярные обмотки на статоре и роторе [1—3]. Так, для любого двухполюсника, включенного в бытовую электрическую сеть с напряжением U, по показаниям амперметра I и ваттметра P можно определить: комплексное сопротивление Z, активное сопротивление R, реактивное сопротивление X, полную мощность S, реактивную мощность Q и коэффициент мощности $\cos\varphi$. Для двухполюсника число таких характеристических параметров два: например, ток и активная мощность.

В реальных условиях эксплуатации объектов приходится учитывать деградационные изменения, для которых характерны некоторые общие свойства. Так, в области нормальной работы объектов их деградационные изменения остаются непрерывными, гладкими и монотонными в диапазоне нормативно установленных «коридоров». Однако с приближением к предельным режимам работы объектов деградационные изменения достигают предельных значений. Анализ изменений характеристических параметров позволяет выделить четыре наиболее характерных типа функций при описании названных закономерностей.

Пусть в качестве характеристического параметра выбрано действующее значение тока по показаниям амперметра. Можно выбирать и другие характеристические величины: мощность, комплексное сопротивление и т.д. Тогда практически возможны следующие типы функций, представляющие законы изменения выбранного характеристического параметра.

Типы функций

Целые рациональные функции или многочлены вида

$$y_1 = a_0 + a_1 x;$$

$$y_2 = a_0 + a_1 x + a_2 x^2;$$

$$y_3 = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3.$$

Качественные характеристики названных изменений представлены на графиках (рис. 1,*а,б,в*).

Дробно-рациональные функции вида

$$y_4 = \frac{ax - b}{x - c}.$$

При $x = 0$ функция $y_4 = a_0 = \frac{b}{c}$. При $x = \frac{b}{a}$ $y_4 = 0$.

При $x \to c$ функция y_4 имеет вертикальную асимптоту $x = c$ (рис. 1,*г*) и таким образом отражает лавинно изменяющийся процесс, процесс с крутым фронтом. При $\frac{b}{a} > c$ — лавинно растущий процесс, при $\frac{b}{a} < c$ — лавинно падающий процесс. Качественные характеристики представлены на рис. 1,*г*.

Экспоненциальные функции вида

$$y_5 = a_0 e^{bx} \text{ и } y_6 = a_0(1 - be^{cx}).$$

При $x = 0$ $y_5 = a_0$; при $b > 0$ функция монотонно возрастает; при $b < 0$ — монотонно убывает. Качественная характеристика функции y_5 представлена на рис. 1,*д*. Функция y_5 описывает лавинные процессы, функция y_6 описывает процессы с «насыщением». В электротехнических устройствах насыщаются стальные участки магнитопроводов, в результате изменяются все параметры и характеристики. Качественная характеристика функции y_6 представлена на рис. 1,*е*.

Оценка результатов моделирования

Оценка результатов моделирования деградационных изменений предполагает табулирование измеряемых величин, представляющих функцию $\varphi(x_i)$, и подбор такой аппроксимирующей функции $f(x_i)$ для заданного образца, которая обеспечит ему наименьшее среднее квадратичное отклонение σ от табличной зависимости $\varphi(x_i)$:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(f(x_i) - \varphi(x_i)\right)^2} \to \min.$$

Поскольку минимумы значений σ и суммы квадратов рассогласования названных функций достигаются одновременно, будем искать этот минимум для суммы:

$$n\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n}(f(x_i - \varphi(x_i))^2 \to \min.$$

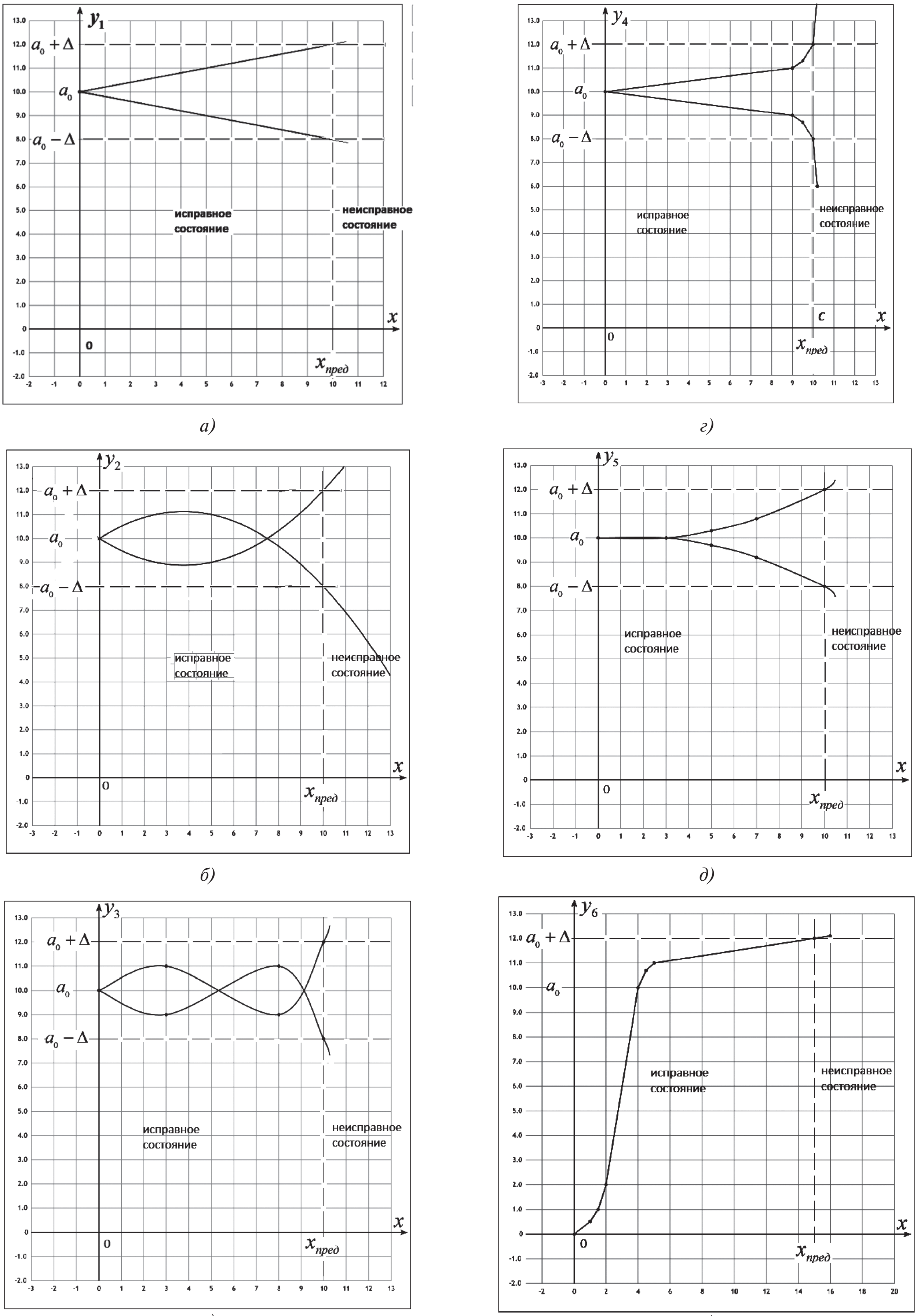

Рис. 1. Деградационные изменения: *а* — линейный закон; *б* — квадратичный закон; *в* — кубический закон; *г* — дробно-рациональный закон; *д* — экспоненциальный закон; *е* — закон с «насыщением»

Наилучшие результаты в решении задач данного направления обеспечивает метод наименьших квадратов (МНК) [4—7].

Анализ рассматриваемых функций описания деградационных процессов позволяет установить следующее: все функции имеют начальное значение $y = a_0$, известное из паспортных данных на эксплуатируемое устройство. Поэтому при анализе деградационного изменения целесообразно исследовать не всю функцию $y(x)$, а только деградационные отклонения $\varphi(x) = [y(x) - a_0]$. Начальное значение функции отклонения $\varphi(x) = 0$, её график проходит через начало координат. При определении количества параметров аппроксимирующих функций для функции отклонения их число уменьшается на единицу, поэтому снижается порядок нормальных систем по МНК.

Моделирование деградационных отклонений характеристических параметров алгебраическими многочленами

В соответствии с МНК [8] для нахождения функции $p_1(x) = a_1 x$ нужно составить уравнение:

$$\sum_{i=1}^{n} (\varphi(\mathrm{x}_i) - P_1(x_i))\,\mathrm{P'}_{1a1}(x_i) = 0$$

или

$$\sum_{i=1}^{n} (\varphi(x_i) - a_1(x_i))x_i = 0.$$

Если ввести обозначения $T_1 = \sum_{i=1}^{n} x_i \varphi(x_i),\ S_2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2,$ то данное уравнение можно записать в нормальном виде: $a_1 S_2 = T_1$, откуда $a_1 = T_1 / S_2$. Соответственно, для нахождения функции $P_2(x) = a_1 x + a_2 x^2$ составим систему уравнений:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} (\varphi(x_i) - P_2(x_i))\,\mathrm{P'}_{2a1}(x_i) = 0; \\ \sum_{i=1}^{n} (\varphi(x_i) - P_2(x_i))P'_{2a2}(x_i) = 0. \end{cases}$$

Или при $P'_{2a1} = x,\ P'_{2a2} = x^2$ будем иметь:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} (\varphi(x_i) - (a_1 x_i - a_2 x_i^2))x_i = 0; \\ \sum_{i=1}^{n} (\varphi(x_i) - (a_1 x_i - a_2 x_i^2))x_i^2 = 0. \end{cases}$$

Если ввести обозначения:

$$T_1 = \sum_{i=1}^{n} x_i \varphi(x_i),\ T_2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \varphi(x_i) \left(T_k = \sum_{i=1}^{n} x_i^k \varphi(x_i) \right);$$

$$S_2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2,\ S_3 = \sum_{i=1}^{n} x_i^3,\ S_4 = \sum_{i=1}^{n} x_i^4 \left(S_k = \sum_{i=1}^{n} x_i^k \right),$$

то нормальную систему по МНК для $P_2(x)$ можно записать в виде

$$\begin{cases} S_2 a_1 + S_3 a_2 = T_1; \\ S_3 a_1 + S_4 a_2 = T_2. \end{cases}$$

Из решения этой системы могут быть определены параметры аппроксимирующей функции $P_2(x)$.

Для нахождения функции

$$P_3(x) = a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3$$

нужно аналогично составить нормальную систему уравнений по МНК в виде:

$$\begin{cases} S_2 a_1 + S_3 a_2 + S_4 a_3 = T_1; \\ S_3 a_1 + S_4 a_2 + S_5 a_3 = T_2; \\ S_4 a_1 + S_5 a_2 + S_6 a_3 = T_3. \end{cases}$$

Её решение позволит определить параметры аппроксимирующей функции $P_3(x)$ при обозначениях

$$\left(T_k = \sum_{i=1}^{n} x_i^k \varphi(x_i) \right), \left(S_k = \sum_{i=1}^{n} x_i^k \right).$$

Моделирование деградационных изменений характеристических параметров лавинного типа дробно-линейными функциями

Под лавинными типами понимают процессы стремительного изменения характеристических параметров (роста или спада). Деградационные лавинные процессы наступают в результате износа отдельных узлов или элементов. При моделировании лавинных процессов с крутыми фронтами целесообразно использовать дробно-линейные функции вида

$$y_4 = \frac{ax-b}{x-c}.$$

Для функции y_4 систему по МНК можно записать:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n}\left(y(x_i) - \frac{ax_i-b}{x_i-c}\right)\frac{x_i}{x_i-c} = 0; \\ \sum_{i=1}^{n}\left(y(x_i) - \frac{ax_i-b}{x_i-c}\right)\frac{(-1)}{x_i-c} = 0; \\ \sum_{i=1}^{n}\left(y(x_i) - \frac{ax_i-b}{x_i-c}\right)\frac{ax_i-b}{x_i-c} = 0. \end{cases}$$

Анализ данной системы показывает, что она нелинейна относительно коэффициентов и содержит слагаемые с $a^2, b^2, ab, ac\ bc$.

Для упрощения нормальной системы по МНК предложено следующее:

— моделировать деградационные отклонения $\varphi(x_i) = y(x_i) - a_0$;

— при $x = 0$ функция $y_4 = a_0$, откуда можно установить взаимную связь между параметрами b и c: $b/c = a_0,\ b = a_0c$;

— записать функцию y_4 в виде

$$y_4 = \frac{ax-b}{x-c} = \frac{x}{px-q} + a_0;\ \ \varphi_4 = \frac{x}{px-q}.$$

Здесь $a = (a_0 + \frac{1}{p});\ c = \frac{q}{p};\ b = a_0\frac{q}{p}$.

Для нахождения p и q составим систему двух уравнений по МНК:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n}\left(\varphi(x_i) - \frac{x_i}{px_i-q}\right)\frac{x_i}{(px_i-q)^2} = 0; \\ \sum_{i=1}^{n}\left(\varphi(x_i) - \frac{x_i}{px_i-q}\right)\frac{x_i^2}{(px_i-q)^2} = 0. \end{cases}$$

Если в эту систему ввести обозначения $\sum_{i=1}^{n} x_i^k = S_k$, $\sum_{i=1}^{n} x_i^k\varphi(x_i) = T_k$, то нормальную систему уравнений по МНК для рассматриваемых уравнений можно записать следующим образом:

$$\begin{cases} T_2p - T_1q = S_2; \\ T_3p - T_2q = S_3. \end{cases}$$

Решение этой системы позволит определить параметры функций $\varphi_4(x)$ и далее $y_4(x)$.

Моделирование деградационных изменений характеристических параметров экспоненциальными функциями

Пусть табличную функцию деградационных изменений описывает экспоненциальная функция вида $y_5 = ae^{bx}$. Так как в начальной стадии эксплуатации при $x = 0$ $y_5 = a_0$, то можно записать: $y_5 = a_0e^{bx}$.

Деградационные отклонения описывает функция

$$\varphi_5(x) = a_0e^{bx} - a_0 = a_0(e^{bx} - 1).$$

По МНК нужно определить один параметр b, для чего сформируем уравнение

$$\sum_{i=1}^{n}(\varphi(x_i) - a_0(e^{bx_i} - 1))a_0be^{bx_i} = 0.$$

Данное уравнение нелинейно относительно неизвестного b, преобразуем его: $\varphi(x_i) + a_0 = y(x_i)$.

Прологарифмируем функцию $y_5 = a_0e^{bx}$:

$$\ln y_5(x) = bx + \ln a_0.$$

Введём обозначения

$$z_i = \ln y_5(x_i);\ A = \ln a_0;\ z_i = A + bx_i;\ \frac{\partial z}{\partial A} = 1;\ \frac{\partial z}{\partial b} = x.$$

Теперь преобразуем уравнение:

$$\sum_{i=1}^{n}(z_i - (A + bx_i))\,x_i = 0.$$

В этом уравнении обозначим

$$T_1 = \sum_{i=1}^{n} z_ix_i;\ S_1 = \sum_{i=1}^{n} x_i;\ S_2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2$$

и преобразуем его к следующему виду:

$$S_2b = T_1 - AS_1,$$

откуда

$$b = (T_1 - AS_1)/S_2.$$

Прогноз достижения предельного состояния

Независимым аргументом x в функциях деградационного изменения характеристических параметров могут быть продолжительность исправной работы (в единицах времени) и объем работы (в единицах произведенной продукции). Для электротехнических изделий, и особенно для электромеханических преобразователей, объем работы может исчисляться количеством запусков.

В прогнозе момента наступления предельного режима, фактически момента отказа, нужно решить уравнение

$$\varphi(x_i) - \Delta = 0.$$

Здесь $\varphi(x)$ — функция деградационного отклонения характеристического параметра; Δ — нормативно допустимое отклонение характеристического параметра. В решении уравнения должно быть определено предельное значение аргумента $x_{\text{пред}}$ — момент отказа. По моменту отказа можно оценить остаточный ресурс устройства $x_{\text{ос}}$:

$$x_{\text{ос}} = x_{\text{пред}} - x_{\text{пос}},$$

где $x_{\text{пос}}$ — момент последнего наблюдения устройства.

Прогноз предельного состояния при полиномиальном характере деградационных изменений

1) В случае линейного изменения процесса с рассмотренной аппроксимирующей функцией вида $P_1(x) = a_1 x,$ где

$$a_1 = T_1 / S_2,\ T_1 = \sum_{i=1}^{n} x_i \varphi(x_i),\ S_2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2,$$

нужно решить уравнение

$$a_1 x - \Delta = 0,$$

откуда

$$x = x_{\text{пред}} = \frac{\Delta}{a_1} = \frac{\Delta \cdot S_2}{T_1}.$$

2) В случае квадратичного изменения процесса с аппроксимирующей функцией вида

$$P_2(x) = a_1 x + a_2 x^2,$$

где по формулам Крамера

$$a_1 = \frac{T_1 S_4 - T_2 S_3}{S_2 S_4 - S_3^2},\quad a_2 = \frac{T_2 S_2 - T_1 S_3}{S_2 S_4 - S_3^2},$$

нужно решить квадратное уравнение:

$$a_2 x^2 + a_1 x - \Delta = 0.$$

Предельное состояние определит его минимальный корень :

$$x = x_{\text{пред}} = \min(x_1, x_2).$$

3) В случае изменения процесса с аппроксимирующей функцией вида $P_3(x) = a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3,$ нужно решить кубическое уравнение

$$a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 - \Delta = 0.$$

Предельное состояние определит его минимальный корень:

$$x = x_{\text{пред}} = \min(x_1, x_2, x_3).$$

Прогноз предельного состояния при лавинном характере деградационного износа

В случае лавинного характера деградационного износа, моделируемого дробно-линейной функцией для определения момента предельного режима, нужно решить уравнение

$$\frac{x}{px - q} - \Delta = 0$$

или, для предельного состояния,

$$x = x_{\text{пред}} = \frac{\Delta \cdot q}{\Delta \cdot p - 1}.$$

Прогноз предельного состояния при экспоненциальном характере деградационного износа

В случае экспоненциального характера деградационного износа для определения момента предельного режима нужно решить уравнение

$$a_0(e^{bx} - 1) - \Delta = 0,$$

откуда для предельного режима

$$x = x_{\text{пред}} = \frac{1}{b} \ln\left(1 + \frac{\Delta}{a_0}\right).$$

Достоинство представленного метода состоит в следующем: по МНК все экспериментальные данные используются для расчёта параметров. При этом на каждом этапе наблюдения параметры аналитической зависимости можно уточнять за счёт сглаживания и получения дополнительных точек зависимости и, таким образом, вернее прогнозировать последующий ход процесса. Последнее особенно важно при определении моментов отказа технических устройств и при определении сроков их безотказной работы. Таким образом, эффективность решения задач в значительной мере зависит от точности идентификации деградационных процессов рассматриваемых объектов при их эксплуатации.

Выводы

Выполнен анализ закономерностей деградационного изменения параметров электротехнических устройств. Установлены основные типы нелинейных функций деградационного изменения характеристических параметров.

Предложено выполнять анализ деградационного изменения характеристического параметра по деградационному отклонению его от начальных уровней, соответствующих моменту начала исследования, что позволяет намного упростить разработку моделей.

Осуществлено моделирование всех типов функций деградационного отклонения характеристических параметров регрессионным методом наименьших квадратов, и выполнена оценка адекватности моделей по величине среднего квадратического отклонения.

Приведены уравнения для прогнозирования наступления предельных состояний в эксплуатации электротехнических устройств и оценки остаточных ресурсов при различных закономерностях деградационного изменения показателей.

Библиографический список

1. *Бессонов Л.А.* Нелинейные электрические цепи: Учебное пособие для втузов. — М.: Высшая школа, 1977. — 342 с.
2. *Грузков С.А.* Электрооборудование летательных аппаратов: Учебник для вузов. — М.: Изд-во МЭИ, 2005. Т. 1. Системы электроснабжения летательных аппаратов. — 568 с.
3. *Кацман М.М., Юферов Ф.М.* Электрические машины автоматических систем. — М.: Высшая школа, 1979. — 261 с.
4. *Кириллов В.Ю., Клыков А.В., Томилин М.М.* Моделирование переходных процессов усилителя тока двигателя рулевого привода самолёта // Вестник Московского авиационного института. 2016. Т. 23. № 2. С. 175-184.
5. *Чернова Т.А., Горбунов М.С., Кубрин П.В.* Моделирование лавинных процессов методом наименьших квадратов дробно-рациональными функциями // Труды XI Всероссийской научно-практической конференции «Применение ИПИ-технологий в производстве». — М.: МАТИ, 2013. С. 73-77.
6. *Лисов А.А., Чернова Т.А., Горбунов М.С.* Моделирование нелинейных процессов в электротехнических устройствах методом наименьших квадратов: Учебное пособие. — М.: Инфра-М, 2015. — 120 с.
7. *Махутов Н.А.* Конструкционная прочность, ресурс и техногенная безопасность. — Новосибирск: Наука, 2005. Часть 2. Обоснование ресурса и безопасности. — 610 с.
8. *Демидович Б.П., Марон И.А.* Основы вычислительной математики: Учебное пособие. — СПб.: Лань, 2011. — 664 с.

SIMULATION APPROACH TO THE STUDY AND MODELLING OF ELECTRICAL CONVERTERS DEGRADATION PROCESSES

Lisov A.A.*, Chernova T.A., Gorbunov M.S.*****

Moscow Aviation Institute (National Research University),
MAI, 4, Volokolamskoe shosse, Moscow, A-80, GSP-3, 125993, Russia
** e-mail: 3141220@mail.ru*
*** e-mail: chernova3244@gmail.com*
**** e-mail: sgorbunov@aport.ru*

Abstract

Under real operation conditions of electrical industry products, the degradation variance of their features should be allowed for. The subject of research is various kinds of electrical converters which even slight degradation results in serious technogenic disasters. The paper considers and suggests basic principles for such type of problems solution, and establishes a number of degradation variances regularities.

Characteristic parameters variances analysis allows separate out four most characteristic types of functions for the named regularities description: entire irrational functions or polynomials, fractional rational functions, and functions for processes with description. Evaluation of degradation variances simulation results supposes tabulation of the measured values and selection of such an approximating function which would ensure it the least mean square deviation from the tabular dependence. The OLS method ensures the best results for solving the problems of such type.

Analysis the considered functions, describing the degradation process, allows state the following: all functions have the initial value, known for the unit in use from the its datasheet. Thus, in the course of degradation variance studies it is expedient to examine only the function degradation variations, instead of the whole function. Initial value of the deviations function equals to zero, and its plot passes through the origin of coordinates. While determining the number of parameters of approximation functions, their number would be one less for deviations function. Thus, the order of normal OLS system reduces.

The residual resource prediction was performed based on solving non-linear equation, where degradation deviation function takes the normative allowable values. While solving the equation, the function argument's limit value should be defined as an instant of failure. The evaluation of the residual resource was performed based on the instant of failure.

Keywords: electrical converters degradation processes simulation, types of nonlinear characteristic parameters degradation variance functions, least square modeling method of degradation processes, electrical devices residual resource.

References

1. Bessonov L.A. *Nelineinye elektricheskie tsepi* (Nonlinear electric circuits), Moscow, Vysshaya shkola. 1977, 342 p.
2. Gruzkov S.A. *Elektrooborudovanie letatel'nykh apparatov* (Aircraft electrical equipment), Moscow, MEI, 2001, vol. 1, 568 p.
3. Katsman M.M., Yuferov F.M. *Elektricheskie mashiny avtomaticheskikh system* (Electric motors for automated systems), Moscow, Vysshaya shkola, 1979, 261 p.
4. Kirillov V.Yu., Klykov A.V., Tomilin M.M. *Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta*, 2016, vol. 23, no. 2, pp. 175-184.
5. Chernova T.A., Gorbunov M.S., Kubrin P.V. *Materialy XI Vserossiiskoi nauchno-prakticheskoi konferentsii "Primenenie IPI-tekhnologii v proizvodstve",* Moscow, MATI, 2013, pp. 73-77.
6. Lisov A.A., Chernova T.A., Gorbunov M.S. *Modelirovanie nelineinykh protsessov v elektrotekhnicheskikh ustroistvakh metodom naimen'shikh kvadratov* (Modeling of Nonlinear processes simulation in electrical devices employing least-squares method), Moscow, Infra-M, 2015, 120 p.
7. Makhutov N.A. *Konstruktsionnaya prochnost', resurs i tekhnogennaya bezopasnost'* (Structural strength, resource and technogenic safety), Novosibirsk, Nauka, 2005, part 2, 610 p.
8. Demidovich B.P., Maron I.A. *Osnovy vychislitel'noi matematiki* (Computational mathematics basics), St. Petersburg, Lan', 2011, 664 p.