

ДИНАМИКА, БАЛЛИСТИКА, УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

УДК 681.516.7

К ОЦЕНКЕ ВЛИЯНИЯ АЭРОДИНАМИКИ ГРУЗА НА СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПАРАШЮТНОЙ СИСТЕМЫ С ШАРНИРНО ПОДВЕШЕННЫМ ГРУЗОМ

Чуркин В.М.

*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия
e-mail: churandr@mail.ru*

Рассматривается движение в вертикальной плоскости парашютной системы (ПС) с шарнирно подвешенным грузом. При записи уравнений движения ПС представляется механической системой, составленной из двух связанных идеальным шарниром (коушем) твердых тел парашюта и груза. Записываются упрощенные нелинейные уравнения возмущенного движения системы, в которых учитываются нелинейные зависимости нормальных составляющих аэродинамических сил купола парашюта и груза от их углов атаки. Методом гармонической линеаризации находятся выражения, определяющие границы областей устойчивости и основные параметры колебательных режимов, возникающих при движении системы. Приводится численный пример, поясняющий применение предлагаемой методики.

Ключевые слова: парашютная система, шарнирно подвешенный груз, аэродинамика груза, нелинейный анализ, гармоническая линеаризация, свободные колебания, устойчивость.

В [1] на примере движения геометрически неизменяемой модели парашютной системы (ПС) в нелинейной постановке описана приближенная методика расчета свободных колебаний ПС с учетом аэродинамики груза. В настоящей работе эта методика распространяется на анализ свободных колебаний ПС с шарнирно подвешенным грузом. Рассматриваемая модель ПС представляется механической системой, составленной из двух связанных идеальным шарниром (коушем) твердых тел парашюта и груза (рис. 1). Движение такой ПС в вертикальной плоскости можно описать следу-

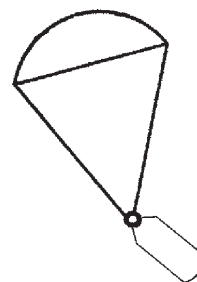


Рис. 1. Схема ПС с шарнирно подвешенным грузом
ющей системой безразмерных дифференциальных уравнений [2—5]:

$$\begin{aligned}
 & \gamma_1(\dot{u} - vr) - \gamma_2 r^2 = \\
 & = -\frac{C_T}{2k} u_D^2 + \frac{(1-\mu)}{2k} (C_{T0} + fC_{TT0}) \cos \theta + R_x; \\
 & \gamma_1(\dot{v} + ur) + \gamma_2 \dot{r} = \\
 & = -\frac{C_N}{2k} u_D^2 - \frac{(1-\mu)}{2k} (C_{T0} + fC_{TT0}) \sin \theta + R_y; \\
 & \dot{r} + \gamma_3(\dot{v} + ur) = \\
 & = \frac{C_N}{2i} u_D^2 + \frac{(1-\mu)}{2i} (C_{T0} + fC_{TT0}) \delta_C \sin \theta; \\
 & \left(\frac{\mu}{1+\mu_1} \right) (\dot{u}_1 - v_1 r_1) = -\frac{fC_{TF}}{2k} u_B^2 + \\
 & + \frac{\mu}{2k} (C_{T0} + fC_{TT0}) \cos(\theta + \theta_1) - R_x \cos \theta_1 - R_y \sin \theta_1; \\
 & \left(\frac{\mu}{1+\mu_1} \right) (\dot{v}_1 + u_1 r_1) = -\frac{fC_{NF}}{2k} u_B^2 - \\
 & - \frac{\mu}{2k} (C_{T0} + fC_{TT0}) \sin(\theta + \theta_1) + R_x \sin \theta_1 - R_y \cos \theta_1; \\
 & \dot{r}_1 = \eta_1 \left[\frac{fC_{NF}}{2k_1} u_B^2 \delta_B + \delta_O (R_y \cos \theta_1 - R_x \sin \theta_1) \right]; \\
 & \dot{\theta} = r; \\
 & \dot{\theta}_1 + \dot{\theta} = r_1.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$u = \frac{V_{Ox}}{v_{00}}; v = \frac{V_{Oy}}{v_{00}}; u_D = \frac{v_D}{v_{00}}; u_1 = \frac{V_{1x}}{v_{00}}; v_1 = \frac{V_{1y}}{v_{00}}; r = \frac{\omega l_D}{v_{00}};$$

$$r_1 = \frac{\omega_1 l_D}{v_{00}}; i^* = \frac{iv_{00}}{l_D}; \mu = \frac{m_\Gamma}{m}; \mu_1 = \frac{\lambda_{11}}{m}; \delta_C = \frac{l_C}{l_D};$$

$$\delta_O = \frac{l_O}{l_D}; \delta_B = \frac{l_B}{l_D}; k = \frac{m + \lambda_{11}}{\rho s l_D}; i = \frac{J_{II} + \lambda_{66}}{\rho s l_D^3};$$

$$\eta = \frac{m l_D^2}{J_{II} + \lambda_{66}}; \mu_{26} = \frac{\lambda_{26}}{l_D(m + \lambda_{11})}; \eta_{26} = \frac{l_D \lambda_{26}}{J_{II} + \lambda_{66}};$$

$$\eta_1 = \frac{m l_D^2}{J_\Gamma}; k_1 = \frac{m}{\rho s l_D}; f = \frac{s_\Gamma}{s}; R_{x,y} = \frac{\mu l_D F_{x,y}}{m_\Gamma v_{00}^2};$$

$$\gamma_1 = \frac{1 + \mu_1 - \mu}{1 + \mu_1}; \gamma_2 = \mu_{26} - \delta_C \frac{1 - \mu}{1 + \mu_1};$$

$$\gamma_3 = \eta_{26} - \eta \delta_C (1 - \mu); u_D^2 = u^2 + (v - r)^2;$$

$$u_B^2 = u_1^2 + (v_1 - \delta_B r_1)^2; u = u_1 \cos \theta_1 - (v_1 - \delta_O r_1) \sin \theta_1;$$

$$v = u_1 \sin \theta_1 + (v_1 - \delta_O r_1) \cos \theta_1;$$

V_{Ox}, V_{Oy} — проекции вектора скорости коуша парашюта (шарнира O) на оси системы xOy , связанной с парашютом (рис. 2); v_{00} — скорость коуша парашюта в режиме установившегося спуска; v_D — скорость центра давления D купола парашюта; ω — угловая скорость вращения парашюта; θ — угол тангажа парашюта; V_{1x}, V_{1y} — проекции

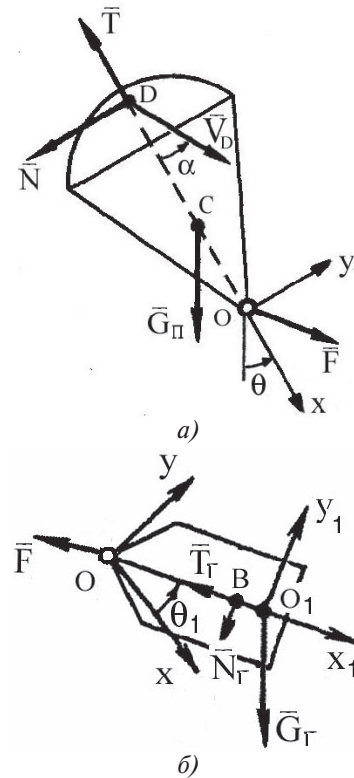


Рис. 2. Схемы сил, действующих на парашют (а) и груз (б)

вектора скорости центра масс груза на оси системы $x_1 O_1 y_1$, связанной с грузом и с началом в центре масс груза; v_B — скорость центра давления груза; ω_1 — абсолютная угловая скорость вращения груза; θ_1 — угол между продольными осями парашюта и груза; C_T, C_N — коэффициенты касательной и нормальной составляющих аэродинамической силы купола,

$$C_T = C_T(\alpha); C_N = C_N(\alpha);$$

α — угол атаки купола,

$$\alpha = \arctg\left(\frac{v-r}{u}\right);$$

C_{TT}, C_{NT} — коэффициенты касательной и нормальной составляющих аэродинамической силы груза,

$$C_{TT} = C_{TT}(\alpha_G); C_{NT} = C_{NT}(\alpha_G);$$

α_G — угол атаки груза,

$$\alpha_G = \arctg\left(\frac{v_1 - \delta_B r}{u_1}\right);$$

C_{T0}, C_{TT0} — значения коэффициентов C_T и C_{TT} при $\alpha=0$ и $\alpha_G=0$ соответственно; G_{Π}, G_G — вес парашюта и груза; F_x, F_y — проекции на оси системы xOy силы реакции в коуше; m_{Π}, m_G — массы парашюта и груза; J_{Π}, J_G — моменты инерции парашюта и груза относительно осей, проходящих через точки O и O_1 соответственно; $\lambda_{11}, \lambda_{26}, \lambda_{66}$ — коэффициенты присоединенных масс купола; l_C, l_D — расстояния от начала O системы координат xOy до центра тяжести C и центра давления D парашюта; l_O, l_B — расстояния от начала O_1 системы координат $x_1O_1y_1$ до коуша O и центра давления B груза; s, s_G — характерные площади купола и груза; ρ — плотность воздуха.

С помощью уравнений (1) составим систему упрощенных нелинейных уравнений возмущенного движения ПС, предварительно исключив проекции силы реакции в коуше. В качестве невозмущенного движения выберем поступательное движение ПС с постоянной скоростью \bar{v}_{00} и постоянными углами атаки $\alpha = \alpha_G = \alpha_{\Pi}$. В возмущенном движении будем иметь

$$u = \cos \alpha_{\Pi} + x_1; v = \sin \alpha_{\Pi} + x_2; r = x_3; \theta = x_4;$$

$$\alpha = \alpha_{\Pi} + x_5; u_1 = \cos \alpha_{\Pi} + x_6; v_1 = \sin \alpha_{\Pi} + x_7;$$

$$r_1 = x_8; \theta_1 = x_9; \alpha_G = \alpha_{\Pi} + x_{10},$$

где $x_i (i=1, \dots, 10)$ — возмущения соответствующих переменных.

При построении уравнений упрощенной нелинейной модели движения ПС уравнения системы первого приближения примем за частную математическую модель, а искомую нелинейную модель получим после замены в этих уравнениях линейных зависимостей коэффициентов нормальных составляющих аэродинамических сил купола и груза от углов их атаки нелинейными зависимостями. В результате получим:

$$a_{12}\dot{x}_2 + \dot{x}_3 + b_{13}x_3 + b_{14}x_4 - b_1 C_N = 0;$$

$$a_{21}\dot{x}_1 + b_{21}x_1 + b_{22}x_2 - b_{23}x_3 + a_{26}\dot{x}_6 + b_{26}x_6 + b_{27}x_7 - b_{28}x_8 = 0;$$

$$a_{32}\dot{x}_2 + a_{33}\dot{x}_3 + b_{33}x_3 + b_{34}x_4 + b_2 C_N + a_{37}\dot{x}_7 + b_{38}x_8 + b_{39}x_9 + b_3 C_{NT} = 0;$$

$$a_{42}\dot{x}_2 + a_{43}\dot{x}_3 + b_{43}x_3 + b_{44}x_4 + b_4 C_N - a_{48}\dot{x}_8 + b_{49}x_9 + b_5 C_{NT} = 0;$$

$$\dot{x}_4 - x_3 = 0; \tag{2}$$

$$\dot{x}_4 + \dot{x}_9 - x_8 = 0;$$

$$x_1 = x_6 - x_9 \sin \alpha_{\Pi};$$

$$x_2 = x_7 - \delta_O x_8 + x_9 \cos \alpha_{\Pi};$$

$$x_5 = (x_2 - x_3) \cos \alpha_{\Pi} - x_1 \sin \alpha_{\Pi};$$

$$x_{10} = (x_7 - \delta_B x_8) \cos \alpha_{\Pi} - x_6 \sin \alpha_{\Pi},$$

где

$$a_{12} = \gamma_3; b_{13} = \gamma_3 \cos \alpha_{\Pi}; b_{14} = (1 - \mu) \frac{\delta_C}{2i} (C_{T0} + f C_{TT0});$$

$$b_1 = \frac{1}{2i}; a_{21} = \gamma_1; b_{21} = \frac{C_{T0}}{k} \cos \alpha_{\Pi}; b_{22} = \frac{C_{T0}}{k} \sin \alpha_{\Pi};$$

$$b_{23} = \left(\frac{C_{T0}}{k} + \gamma_1 \right) \sin \alpha_{\Pi}; a_{26} = \frac{\mu}{1 + \mu_1};$$

$$b_{26} = \frac{f C_{TT0}}{k} \cos \alpha_{\Pi}; b_{27} = \frac{f C_{TT0}}{k} \sin \alpha_{\Pi};$$

$$b_{28} = \left[\left(\frac{\mu}{1 + \mu_1} + \delta_B \frac{f C_{TT0}}{k} \right) \right] \sin \alpha_{\Pi}; a_{32} = \gamma_1; a_{33} = \gamma_2;$$

$$b_{33} = \gamma_1 \cos \alpha_{\Pi}; b_{34} = \frac{1}{2k} (C_{T0} + f C_{TT0}); b_2 = b_4 = \frac{1}{2k};$$

$$a_{37} = a_{26}; b_{38} = a_{26} \cos \alpha_{II}; b_{39} = \frac{fC_{TF0}}{2k}; b_3 = \frac{f}{2k};$$

$$a_{42} = a_{21}; a_{43} = a_{33}; b_{43} = b_{33}; b_{44} = \frac{(1-\mu)}{2k} (C_{T0} + fC_{TF0});$$

$$a_{48} = \frac{1}{\eta_1 \delta_0}; b_{49} = \frac{1}{2k} [(1-\mu)fC_{TF0} - \mu C_{T0}]; b_5 = \frac{f\delta_B}{2k_1 \delta_0}.$$

Ограничиваясь рассмотрением колебательных процессов, будем искать решение системы (2) в виде

$$x_i = x_{i0} + x_{i1}; x_{i1} = A_i \sin(\Omega t^* + \varphi_i), i = 1, \dots, 10. \quad (3)$$

Проведем гармоническую линеаризацию функций

$C_N = C_N(\alpha)$ и $C_{NF} = C_{NF}(\alpha_{\Gamma})$, т.е. представим [6, 7]

$$C_N(\alpha) = C_N(\alpha_{II} + x_5) \cong \Phi_0 + \Phi x_{51}; \quad (4)$$

$$C_{NF}(\alpha_{\Gamma}) = C_{NF}(\alpha_{II\Gamma} + x_{10}) \cong \Phi_{0\Gamma} + \Phi_{\Gamma} x_{101}, \quad (5)$$

где

$$\Phi_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} C_N(\alpha_{II} + x_5) d\Omega t^*;$$

$$\Phi = \frac{1}{\pi A_5} \int_0^{2\pi} C_N(\alpha_{II} + x_5) \sin \Omega t^* d\Omega t^*;$$

$$\Phi_{0\Gamma} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} C_{NF}(\alpha_{II} + x_{10}) d\Omega t^*;$$

$$\Phi_{\Gamma} = \frac{1}{\pi A_{10}} \int_0^{2\pi} C_{NF}(\alpha_{II} + x_{10}) \sin \Omega t^* d\Omega t^*.$$

Подставив выражения (4),(5) в уравнения системы (2) и переписывая полученные уравнения в операторной форме, будем иметь:

$$a_{12}sx_2 + sx_3 + b_{13}x_3 + b_{14}x_4 - b_1(\Phi_0 + \Phi x_{51}) = 0;$$

$$(a_{21}s + b_{21})x_1 + b_{22}x_2 - b_{23}x_3 + (a_{26}s + b_{26})x_6 + b_{27}x_7 - b_{28}x_8 = 0;$$

$$a_{32}sx_2 + (a_{33}s + b_{33})x_3 + b_{34}x_4 + b_2(\Phi_0 + \Phi x_{51}) +$$

$$+ a_{37}sx_7 + b_{38}x_8 + b_{39}x_9 + b_3(\Phi_{0\Gamma} + \Phi_{\Gamma} x_{101}) = 0;$$

$$a_{42}sx_2 + (a_{43}s + b_{43})x_3 + b_{44}x_4 + b_4(\Phi_0 + \Phi x_{51}) - \quad (6)$$

$$- a_{48}sx_8 + b_{49}x_9 + b_5(\Phi_{0\Gamma} + \Phi_{\Gamma} x_{101}) = 0;$$

$$sx_4 - x_3 = 0;$$

$$sx_4 + sx_9 - x_8 = 0;$$

$$x_1 = x_6 - x_9 \sin \alpha_{II};$$

$$x_2 = x_7 - \delta_0 x_8 + x_9 \cos \alpha_{II};$$

$$x_5 = (x_2 - x_3) \cos \alpha_{II} - x_1 \sin \alpha_{II};$$

$$x_{10} = (x_7 - \delta_B x_8) \cos \alpha_{II} - x_6 \sin \alpha_{II}.$$

Уравнения (6) распадаются на две системы, которые соответствуют постоянным

$$b_{14}x_{40} - b_1\Phi_0 = 0;$$

$$b_{21}x_{10} + b_{22}x_{20} + b_{26}x_{60} + b_{27}x_{70} = 0;$$

$$b_{34}x_{40} + b_2\Phi_0 + b_{39}x_{90} + b_3\Phi_{0\Gamma} = 0;$$

$$b_{44}x_{40} + b_4\Phi_0 + b_{49}x_{90} + b_5\Phi_{0\Gamma} = 0;$$

$$x_{10} = x_{60} - x_{90} \sin \alpha_{II};$$

$$x_{20} = x_{70} + x_{90} \cos \alpha_{II};$$

$$x_{50} = x_{20} \cos \alpha_{II} - x_{10} \sin \alpha_{II};$$

$$x_{100} = x_{70} \cos \alpha_{II} - x_{60} \sin \alpha_{II}$$

и переменным составляющим искомого решения (3):

$$a_{12}sx_{21} + sx_{31} + b_{13}x_{31} + b_{14}x_{41} - b_1\Phi x_{51} = 0;$$

$$(a_{21}s + b_{21})x_{11} + b_{22}x_{21} - b_{23}x_{31} + (a_{26}s + b_{26})x_{61} + b_{27}x_{71} - b_{28}x_{81} = 0;$$

$$a_{32}sx_{21} + (a_{33}s + b_{33})x_{31} + b_{34}x_{41} + b_2\Phi x_{51} +$$

$$+ a_{37}sx_{71} + b_{38}x_{81} + b_{39}x_{91} + b_3\Phi_{\Gamma} x_{101} = 0;$$

$$a_{42}sx_{21} + (a_{43}s + b_{43})x_{31} + b_{44}x_{41} + b_4\Phi x_{51} -$$

$$- a_{48}sx_{81} + b_{49}x_{91} + b_5\Phi_{\Gamma} x_{101} = 0;$$

$$sx_{41} - x_{31} = 0;$$

$$sx_{41} + sx_{91} - x_{81} = 0;$$

$$x_{11} = x_{61} - x_{91} \sin \alpha_{II};$$

$$x_{21} = x_{71} - \delta_0 x_{81} + x_{91} \cos \alpha_{II};$$

$$x_{51} = (x_{21} - x_{31}) \cos \alpha_{II} - x_{11} \sin \alpha_{II};$$

$$x_{101} = (x_{71} - \delta_B x_{81}) \cos \alpha_{II} - x_{61} \sin \alpha_{II}.$$

Из уравнений с постоянными составляющими определяются выражения, которые связывают амплитуды и смещения центров искомым колебаний, а из уравнений с переменными составляющими — выражения, связывающие амплитуды и частоты колебаний. По уравнениям с переменными составляющими определяются и условия устойчивости искомым колебаний. Допустим, например, что зависимость $C_N = C_N(\alpha)$ имеет вид, характерный для купола, тангенса которого имеет малую проницаемость, а аэродинамика груза описывается линейной функцией $C_{NI}(\alpha_I)$

$$C_N = c_1 \alpha + c_2 \alpha^3; \quad C_{NI} = c_3 \alpha_I; \quad c_1 < 0; \quad c_2 > 0; \quad c_3 > 0.$$

Тогда

$$\Phi_0 = c_2 \left[2\alpha_{II}^2 x_{50} + 3\alpha_{II} x_{50}^2 + x_{50}^3 + \frac{3}{2}(\alpha_{II} + x_{50}) A_5^2 \right];$$

$$\Phi = c_2 \left[2(\alpha_{II}^2 + 3\alpha_{II} x_{50} + \frac{3}{2} x_{50}^2) + \frac{3}{4} A_5^2 \right], \quad (7)$$

и из системы для постоянных составляющих находим

$$\Phi_0 = 0$$

или

$$(\alpha_{II} + x_{50})(x_{50}^2 + 2\alpha_{II} x_{50} + \frac{3}{2} A_5^2) = 0.$$

Отсюда определяем смещение центра колебаний

$$(x_{50})_1 = -\alpha_{II}; \quad (x_{50})_{2,3} = -\alpha_{II} \pm \sqrt{\alpha_{II}^2 - \frac{3}{2} A_5^2}. \quad (8)$$

Системе для переменных составляющих соответствует характеристическое уравнение

$$B(s) + \Phi G(s) = 0, \quad (9)$$

где

$$B(s) = \sum_{v=0}^6 B_v s^{6-v}; \quad G(s) = \sum_{v=0}^5 G_v s^{5-v}.$$

Подстановка $s = j\Omega$ в уравнение (9) приводит к системе, устанавливающей связь между значениями параметров $\Omega = \Omega_*$ и $\Phi = \Phi_*$ искомым периодических колебаний

$$B_0 \Omega_*^6 - (B_2 + G_1 \Phi_*) \Omega_*^4 + (B_4 + G_3 \Phi_*) \Omega_*^2 - G_5 \Phi_* = 0;$$

$$(B_1 + G_0 \Phi_*) \Omega_*^4 - (B_3 + G_2 \Phi_*) \Omega_*^2 + B_5 + G_4 \Phi_* = 0. \quad (10)$$

Систему (10) дополняют выражения, которые записываются с помощью равенств (7) и (8):

$$(A_5)_1 = \sqrt{\frac{4}{3c_2} (\Phi_* + c_2 \alpha_{II}^2)};$$

$$(A_5)_{2,3} = \sqrt{\frac{4}{15c_2} (2c_2 \alpha_{II}^2 - \Phi_*)}. \quad (11)$$

Как известно, для устойчивости периодического решения системы с характеристическим уравнением 6-го порядка, кроме положительности всех коэффициентов уравнения, требуется выполнение следующих неравенств:

$$N_1 > 0; \quad N_2 \left(\frac{\partial \Phi}{\partial A_5} \right)_* > 0. \quad (12)$$

Здесь

$$N_1 = D_1(D_2 D_3 + B_0 D_5 - D_1 D_4) - B_0 D_3^2;$$

$$N_2 = D_3 D_4 D_5 (G_0 D_2 + G_1 D_1 D_3 D_4 D_5) +$$

$$+ D_1 D_2 D_5 (G_2 D_1 + G_3 D_3) + 2D_3 [G_0 D_1 D_4 D_6 -$$

$$- G_2 (D_0 D_4 D_5 + D_1 D_2 D_6) + G_4 D_0 D_2 D_5] -$$

$$- 3D_0 [D_5 D_6 (G_0 D_3 + G_2 D_1) + D_1 D_3 (G_4 D_6 + G_5 D_5)] +$$

$$+ 2D_6 D_1^2 (G_1 D_5 + D_4 D_2) - 3G_0 D_1^2 D_6^2 - 2G_4 (D_1 D_5 D_2^2 +$$

$$+ D_1^2 D_4^2) + [G_2 D_4 D_6 + G_3 (D_3 D_6 - 2D_4 D_5) + G_5 (D_3 D_4 +$$

$$+ 2D_2 D_5)] D_1^2 - [D_1 (G_1 D_6 + G_5 D_2) + D_6 (G_0 D_2 + 3G_2 D_0) +$$

$$+ D_0 (G_3 D_5 + G_4 D_4)] D_3^2 - 2G_0 D_1 D_5 D_4^2 + [D_0 (2G_0 D_4 +$$

$$+ G_2 D_2 + 2G_3 D_1 - 3G_4) + G_1 (D_0 D_3 - 2D_1 D_2)] D_5^2 -$$

$$- G_5 (2D_6 D_1^3 + D_0 D_3^3) + G_4 D_1 D_2 D_3 D_4 +$$

$$+ 4D_1 D_5 (G_0 D_2 D_6 + G_4 D_0 D_4);$$

$$D_0 = B_0;$$

$$D_i = B_i + J_* G_{i-1}, \quad i = 1, \dots, 5;$$

$$D_6 = J_* G_5.$$

Полученное решение описывает либо периодические колебания, соответствующие устойчивому предельному циклу, который охватывает особые точки типа «обобщенное седло» и особые точки типа «фокус», либо периодические колебания, соответствующие неустойчивому предельному циклу, ограничивающему область устойчивости особой точки типа «фокус». Поясним применение представленных выражений на численном примере.

Пример. Требуется исследовать свободные колебания ПС с шарнирно подвешенным грузом при следующих значениях ее параметров:

$$C_N = c_1\alpha + c_2\alpha^3; \quad c_1 = -0,2; \quad c_2 = 0,5; \quad C_{NG} = c_3\alpha_G;$$

$$c_3 = -0,2; \quad C_T = 0,7; \quad C_{TG} = 0,1; \quad k = k_1 = 1; \quad i = 0,8;$$

$$f = 0,5; \quad \delta_C = 0,7; \quad \delta_B = 1; \quad \delta_O = 0,25; \quad \mu = 0,999;$$

$$\mu_{26} = \eta_{26} = -0,09; \quad \eta = \eta_1 = 1; \quad \mu_1 = 0,2; \quad \mu_2 = 0,2.$$

Начинаем исследование с проверки выполнения условий устойчивости невозмущенного движения по первому приближению [1]. Находим, что $\alpha_{II} = 0,632$, и подсчитываем значения коэффициентов характеристического уравнения (7):

$$B_0 = 3,44; \quad B_1 = 2,11; \quad B_2 = 0,53; \quad B_3 = 0,28;$$

$$B_4 = 0,01; \quad B_5 = 0,006; \quad B_6 = 0,06;$$

$$G_0 = 3,49; \quad G_1 = 4,88; \quad G_2 = 2,03; \quad G_3 = 1,12;$$

$$G_4 = 0,08; \quad G_5 = 0,061.$$

Устанавливаем, что при заданных значениях параметров ПС ее установившийся спуск устойчив по первому приближению. Затем из системы (10) определяем

$$(\Omega_*)_1 = 0,373; \quad (\Phi_*)_1 = 1,04; \quad (\Omega_*)_2 = 0,315; \quad (\Phi_*)_2 = 0,6;$$

$$(\Omega_*)_3 = 0,106; \quad (\Phi_*)_3 = 0,001;$$

$$(\Omega_*)_4 = 0,027; \quad (\Phi_*)_4 = 0,0001.$$

Вычисляя по формулам (8), (11) значения x_{50} , A_5 и проверяя выполнение неравенств (12), приходим к выводу о том, что если начальные значения угла атаки купола $\alpha(0)$ при нулевых значениях возмущений остальных переменных удовлетворяют условию

$$0,02 < \alpha(0) < 0,98, \quad (13)$$

то колебания ПС относительно установившегося спуска с углом атаки $\alpha_{II} = 0,632$ будут затухающими.

На рис. 3 представлены графики зависимостей $\alpha(t^*)$, полученные в результате численного интегрирования системы (1) при значениях параметров ПС из данного примера. Как видно, при на-

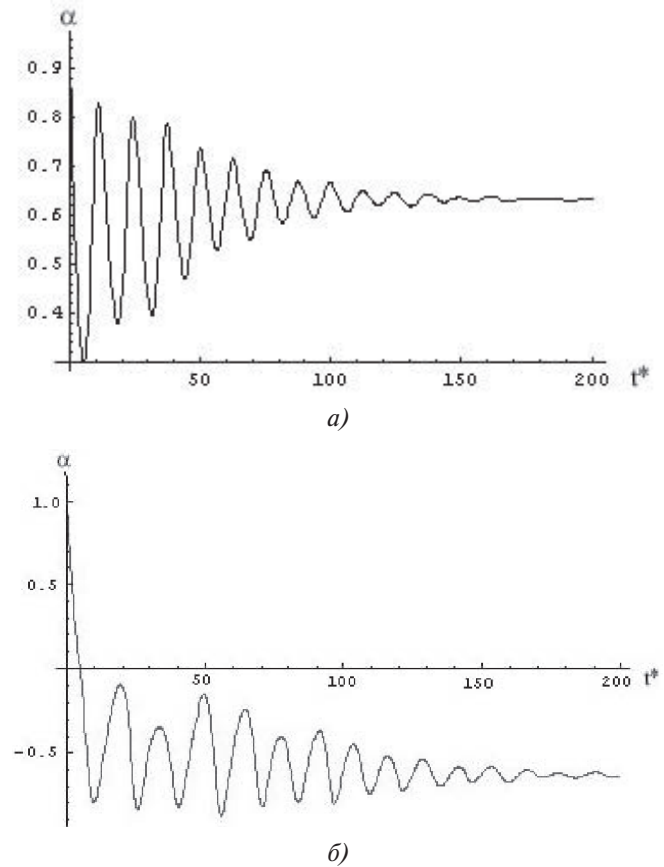


Рис. 3. Графики зависимостей $\alpha(t^*)$, построенные по результатам численного интегрирования системы (1) при $a - \alpha(0) = 0,96$; $b - \alpha(0) = 1,1$

чальном значении угла атаки купола $\alpha(0) = 0,96$, удовлетворяющем условию (13), купол ПС совершает затухающие колебания относительно устойчивой в линейном приближении особой точки типа «фокус» (установившегося спуска ПС с углом атаки $\alpha_{II} = 0,632$), а при нарушении условия (13) (при $\alpha(0) = 1,1$) установившийся спуск ПС с углом атаки $\alpha_{II} = 0,632$ становится неустойчивым и купол ПС совершает колебания относительно другой особой точки типа «фокус» (установившегося спуска с углом атаки $\alpha_{II} = -0,632$).

Иначе выглядит реакция ПС, если не учитывать аэродинамику груза. На рис. 4 показана зависимость $\alpha(t^*)$, полученная в результате численного интегрирования системы (1) при $\alpha(0) = 0,96$, $c_3 = C_{TG} =$

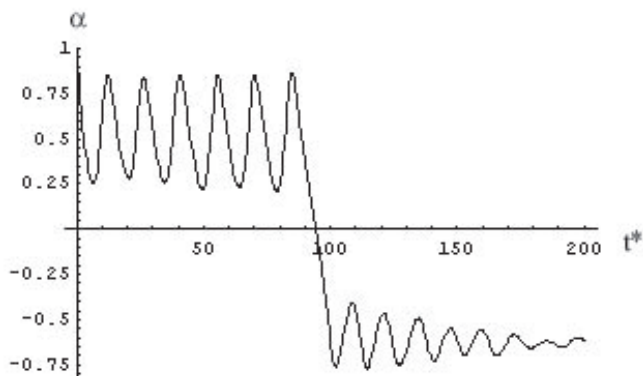


Рис. 4. График зависимости $\alpha(t^*)$, построенный по результатам численного интегрирования системы (1) при $\alpha(0) = 0,96$; $c_3 = C_{TT} = 0$

$= 0$. В этом случае происходит смена колебаний ПС относительно установившегося спуска с углом атаки $\alpha_{II} = 0,632$ затухающими колебаниями ПС относительно установившегося спуска с углом атаки $\alpha_{II} = -0,632$. Такое поведение ПС соответствует условию

$$0,281 < \alpha(0) < 0,807,$$

которое, подобно условию (13), определяет границы начальных значений угла атаки купола $\alpha(0)$,

обеспечивающие режим затухающих колебаний рассматриваемой ПС без учета аэродинамики груза [2, 3].

Библиографический список

1. Чуркин В.М., Серпичева Е.В., Силантьев В.М. К оценке влияния аэродинамики груза на свободные колебания парашютной системы // Труды МАИ. 2003. №12. URL: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=34455>
2. Вишняк А.А., Рысев О.В., Чуркин В.М., Юрцев Ю.Н. Динамика связанных тел в задачах движения парашютных систем. — М.: Машиностроение, 1992. — 288 с.
3. Чуркин В.М. Динамика парашютных систем на этапе спуска. — М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2008. — 184 с.
4. Чуркин В.М., Чуркина Т.Ю. К анализу свободных колебаний парашютной системы с упругими стропами // Вестник Московского авиационного института. 2012. Т. 19. № 3. С. 143-148.
5. Чуркин В.М. Устойчивость и колебания парашютных систем. — Saarbrücken: Palmarium Academic Publishing, 2014. — 250 с.
6. Попов Е.П., Пальтов И.П. Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем. — М.: Физматгиз, 1960. — 789 с.
7. Gelb A., Wallace E. Multiple-input Describing Functions and Nonlinear System Design. — New York: McGraw-Hill Book Company, 1968. — 652 p.

ON EVALUATING LOAD AERODYNAMIC EFFECT ON FREE OSCILLATIONS OF PARACHUTE SYSTEM WITH PIVOTALLY SUSPENDED LOAD

Churkin V.M.

Moscow Aviation Institute (National Research University),
MAI, 4, Volokolamskoe shosse, Moscow, A-80, GSP-3, 125993, Russia
e-mail: churandr@mail.ru

Abstract

The paper considers parachute system with pivotally suspended load movement in vertical plane. When deriving the equation of motion the parachute system is presented as a mechanical system consisting of two solid bodies connected by ideal linkage joint (deadeye), i. e. parachute and load. Parachute system free oscillations analysis is carried out with the equations of the simplified disturbed motion model, where translational movement with constant speed and constant parachute canopy and load incidence angles.

As partial movement mathematical model the equations of first approximation system are accepted,

and the sought non-linear model is obtained by substituting in these equations normal components of parachute canopy and load aerodynamic forces coefficients linear dependencies from their incident angles by non-linear dependencies. The dependency of parachute canopy aerodynamic force normal component from its incidence angle herewith takes the form characteristic for the case when canopy fabric has low permeability. After harmonic linearization of these non-linear dependencies the thus obtained system of non-linear equations for simplified non-linear model falls into two systems corresponding to constant and variable

components of the sought solution. Equations linking amplitudes and center displacements of the sought oscillations are derived from the equations containing constant components, while equations linking amplitudes with oscillation frequencies and inequalities, determining stability conditions of the sought oscillations are derived from the equations containing variable components. Implementation of the suggested procedure of parachute system with pivotally suspended load with allowance for aerodynamic load is illustrated by numerical example. The boundaries of canopy incidence angle initial values that provide damping oscillations mode of the considered parachute system near the specified unperturbed motion are determined with or without considering the load aerodynamics. To evaluate the results of theoretical calculations the paper presents the results of numeric integration of the initial equations of the parachute system movement.

Keywords: parachute system, parachute system is pivotally suspended load, aerodynamic load, nonlinear analysis, harmonic linearization, free oscillations, stability.

References

1. Churkin V.M., Serpicheva E.V., Silantyev V.M. *Trudy MAI*, 2003, no. 12, available at: <http://www.mai.ru/science/trudy/eng/published.php?ID=34455>
2. Vishnyak A.A., Rysev O.V., Churkin V.M., Yurtsev Yu.N. *Dinamika svyazannykh tel v zadachakh dvizheniya parashyutnykh sistem* (Dynamics of linked bodies in the problems of parachute systems movement), Moscow, Mashinostroenie, 1992, 288 p.
3. Churkin V.M. *Dinamika parashyutnykh sistem na etape spuska* (Parachute systems dynamics at the landing stage), Moscow, MAI-PRINT, 2008, 184 p.
4. Churkin V.M., Churkina T.Yu. *Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta*, 2012, vol. 19, no. 3, pp. 143-148.
5. Churkin V.M. *Ustoichivost' i kolebaniya parashyutnykh sistem* (Stability and oscillations of parachute systems), Saarbrücken, Palmarium Academic Publishing, 2014, 250 p.
6. Popov E.P., Paltov I.P. *Priblizhennyye metody issledovaniya nelineynykh avtomaticheskikh sistem* (Approximate methods of nonlinear automatic systems studies), Moscow, Fizmatgiz, 1960, 789 p.
7. Gelb A., Wallace E. *Multiple-input Describing Functions and Nonlinear System Design*. New York, McGraw-Hill Book Company, 1968, 652 p.