УДК: 539.123.17

Поглощение луча круговой поляризации. Критика статьи Лоудона

Р.И.Храпко

*Мы проверили результат расчета передачи момента импульса от света к диэлектрику, который получил Лоудон [1] (Phys. Rev. A**68**, 013806). Для этого в рамках классической электродинамики было рассмотрено поглощение луча круговой поляризации без азимутальной фазовой структуры в диэлектрике. Найдено, что момент силы, действующий на диэлектрик, делится на поверхностную и объемную части иначе, чем это было получено в [1]. Кроме того, полный момент силы вдвое превышает результат [1], который, в свою очередь, соответствует современной теории. Другими словами, результат, полученный нами в рамках классической электродинамики, противоречит классической электродинамике. На этом основании был сделан вывод о неполноте классической электродинамики в ее современной форме.*

Для объяснения удвоенного значения момента силы мы используем классический спин, введенный нами ранее в электродинамику, и обсуждаем причину отсутствия этого понятия в современной классической электродинамике.

1. Введение. Результат Лоудона

В статье [1] рассматривались выражения для электромагнитного луча (L.2.3), (L.2.17), (L.2.18) при использовании квантовомеханических операторов. В том случае, когда луч не имеет азимутальной фазовой структуры $(l=0)$ и поляризован по кругу $(\alpha=-i/\sqrt{2}, \beta=1/\sqrt{2}, \sigma=1)$, эти выражения принимают вид:

$$u(x,y,z)\propto \exp\left[-\frac{x^2+y^2}{w_0^2}+\frac{iz(x^2+y^2)}{\breve{k}w_0^4}-\frac{2iz}{\breve{k}w_0^2}\right], \tag{1}$$

$$\breve{\mathbf{E}}=\exp[i(\breve{k}z-t)][\mathbf{x}+i\mathbf{y}+\frac{\mathbf{z}}{\breve{k}}(i\partial_x-\partial_y)]u, \quad \breve{\mathbf{B}}=-i\breve{k}\breve{\mathbf{E}} \tag{2}$$

Обозначения типа (L.2.3) означают ссылку на соответствующую формулу работы [1]. w_0 - это (постоянный) диаметр луча. Для сокращения записи мы положили скорость света, $c=1$, и частоту, $\omega=1$. Символ `breve' отмечает комплексные вектора и числа. $\breve{k}=\eta+i\kappa$ - это комплексное волновое число (L.6.1).

Если луч типа (2) при $\breve{k}=1$ для $z<0$,

$$\breve{\mathbf{E}}_1=\exp[i(z-t)][\mathbf{x}+i\mathbf{y}+\mathbf{z}(i\partial_x-\partial_y)]u, \quad \breve{\mathbf{B}}_1=-i\breve{\mathbf{E}}_1, \tag{3}$$

падает нормально на поверхность диэлектрика, характеризующегося волновым числом $\breve{k}$, то этот луч разделится на отраженную часть (для $z<0$)

$$\breve{\mathbf{E}}_2=\frac{1-\breve{k}}{1+\breve{k}}\exp[i(-z-t)][\mathbf{x}+i\mathbf{y}-\mathbf{z}(i\partial_x-\partial_y)]u, \quad \breve{\mathbf{B}}_2=i\breve{\mathbf{E}}_2 \tag{4}$$

и прошедшую часть (для $z > 0$)

$$\breve{\mathbf{E}}_3 = \frac{2}{1+\breve{k}} \exp[i(\breve{k}z - t)][\mathbf{x} + i\mathbf{y} + \frac{\mathbf{z}}{\breve{k}}(i\partial_x - \partial_y)]u, \quad \breve{\mathbf{B}}_3 = -i\breve{k}\breve{\mathbf{E}}_3 \tag{5}$$

в соответствии с коэффициентами отражения (L.6.6) и прохождения (L.6.9)

$$\breve{R} = \frac{1-\breve{k}}{1+\breve{k}}, \quad \breve{T} = \frac{2}{1+\breve{k}}.$$

В работе [1] было найдено, что, если положить

$$\int |u|^2 \, dxdy = 1, \tag{6}$$

то усредненная мощность, входящая в диэлектрик, равна (L.6.10), (L.6.14) (cf. (29))

$$\mathcal{P} = \eta \left|\breve{T}\right|^2 = \frac{4\eta}{(1+\eta)^2 + \kappa^2}, \tag{7}$$

а усредненный момент импульса, переданный диэлектрику в единицу времени, то есть крутящий момент силы, равен (L.7.2),

$$\tau = \frac{4\eta}{(1+\eta)^2 + \kappa^2}, \tag{8}$$

и этот момент силы делится на поверхностную и объемную части (L.7.24):

$$\tau = \frac{4\eta}{(1+\eta)^2 + \kappa^2} = \overbrace{\frac{4\eta(k^2-1)}{[(1+\eta)^2+\kappa^2]k^2}}^{surface} + \overbrace{\frac{4\eta}{[(1+\eta)^2+\kappa^2]k^2}}^{bulk}, \qquad (k^2 = |\breve{k}|^2). \tag{9}$$

Мы представим свой расчет этой мощности и момента силы при использовании классической электродинамики [2], но сначала заметим, что ввиду параксиального приближения, $|\partial_z u| << |\breve{k}|$ (L.2.7), или $|\breve{k}| >> 1/w_0$ (L.2.8), можно пренебречь двумя последними членами в (1) в сравнении с $i\breve{k}z$. Таким образом, можно рассматривать

$$u(x,y) \propto \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{w_0^2}\right)$$

в качестве $u(x,y,z)$, и, значит, луч (2) эквивалентен лучу Джексона [3].

$$\breve{\mathbf{E}}(x,y,z,t) = \exp[i(\breve{k}z - t)][\mathbf{x} + i\mathbf{y} + \frac{\mathbf{z}}{\breve{k}}(i\partial_x - \partial_y)]E_0(x,y), \quad \breve{\mathbf{B}} = -i\breve{k}\breve{\mathbf{E}}. \tag{10}$$

2. Цилиндрические координаты

Ввиду цилиндрической симметрии луча, мы используем цилиндрические координаты ρ, ϕ, z,

$$x = \rho\cos\phi, \quad y = \rho\sin\phi,$$

с метрикой $dl^2 = d\rho^2 + \rho^2 d\phi^2 + dz^2, \quad g_{\rho\rho} = 1, \quad g_{\phi\phi} = \rho^2, \quad g_{zz} = 1, \quad \sqrt{g}_{\wedge} = \rho, \quad g^{\phi\phi} = 1/\rho^2.$

Корень из определителя метрического тензора является скалярной плотностью веса +1. Это отмечено символом `wedge' на уровне нижних индексов. Элемент объема является плотностью веса $-1$ и отмечается символом `wedge' на уровне верхних индексов, $dV^{\wedge} = d\rho d\phi dz$, так же, как абсолютно антисимметричная плотность $e_{\hat{ijk}}$, равная ± 1, или 0.

Преобразование *ковариантных* компонентов векторов $\mathbf{E}, \mathbf{B}$ в (3), (4), (5), например,

$$E_\phi = \partial_\phi^x E_x + \partial_\phi^y E_y + \partial_\phi^z E_z = (-\rho\sin\phi + i\rho\cos\phi)\exp[i(\breve{k}z - t)]u = \exp[i(\breve{k}z - t + \phi)]i\rho u(\rho),$$

дает

$$\underset{\to}{\breve{E}}_1 = \exp[i(z - t + \phi)](\underset{\to}{\rho} + i\rho\underset{\to}{\phi} + \underset{\to}{z}\, i\partial_\rho)u(\rho), \qquad \underset{\to}{\breve{B}}_1 = -i\underset{\to}{\breve{E}}_1. \tag{11}$$

$$\underset{\to}{\breve{E}}_2 = \frac{1-\breve{k}}{1+\breve{k}}\exp[i(-z - t + \phi)](\underset{\to}{\rho} + i\rho\underset{\to}{\phi} - \underset{\to}{z}\, i\partial_\rho)u(\rho), \qquad \underset{\to}{\breve{B}}_2 = i\underset{\to}{\breve{E}}_2. \tag{12}$$

$$\underset{\to}{\breve{E}}_3 = \frac{2}{1+\breve{k}}\exp[i(\breve{k}z - t + \phi)](\underset{\to}{\rho} + i\rho\underset{\to}{\phi} + \underset{\to}{z}\frac{i}{\breve{k}}\partial_\rho)u(\rho), \qquad \underset{\to}{\breve{B}}_3 = -i\breve{k}\underset{\to}{\breve{E}}_3. \tag{13}$$

Стрелка, расположенная под символом обозначает ковариантный вектор или ковариантный координатный вектор,

3. Диэлектрик

Когда электромагнитная волна проходит сквозь диэлектрик, электрическое поле поляризует его. Вектор поляризации, его производная по времени, являющаяся током смещения, и плотность силы Лоренца, действующая на этот ток, даются выражениями:

$$\mathbf{P} = (\varepsilon - 1)\mathbf{E}, \quad \mathbf{j} = \partial_t\mathbf{P}, \quad \mathbf{f} = [\mathbf{jB}], \quad \breve{\varepsilon} = \breve{k}^2 \tag{14}$$

Кроме того, круговая поляризация волны вызывает объемную плотность крутящего момента [4]

$$\mathbf{I} = [\mathbf{PE}]. \tag{15}$$

Обратимся сначала к величине (14), вернее, к интересующей нас z-компоненте векторного произведения $[\mathbf{rf}]_\mathbf{z}$. Крутящий момент $\underset{f}{\tau}{}_z$, вызываемый силой **f,** мы интерпретируем как объемный орбитальный крутящий момент, действующий в районе поверхности луча. Он получается интегрированием величины

$$d\underset{f}{\tau}{}_z = \rho f_{z\rho}\sqrt{g}_{\wedge}dV^{\wedge} \tag{16}$$

по всему объему диэлектрика ($z > 0$) с усреднением по времени.

Мы должны подставить теперь комплексные значения

$$\breve{E}_{3\rho} = \frac{2}{1+\breve{k}}\exp[i(\breve{k}z - t + \phi)]u(\rho), \qquad \breve{E}_{3z} = \frac{2i}{(1+\breve{k})\breve{k}}\exp[i(\breve{k}z - t + \varphi)]\partial_\rho u(\rho)$$

$$\breve{B}_{3\rho} = -i\breve{k}\breve{E}_{3\rho}, \qquad \breve{B}_{3z} = -i\breve{k}\breve{E}_{3z}$$

из (13) в (16). Интегрирование по ϕ, z и усреднение по времени дают

$$\underset{f}{\tau}{}_z = \pi\int\rho^2\Re[(\breve{\varepsilon}-1)(\partial_t\breve{E}_{3z}\overline{B}_{3\rho} - \partial_t\breve{E}_{3\rho}\overline{B}_{3z})]d\rho dz = \frac{2\pi}{\kappa[(1+\eta)^2 + \kappa^2]}\int\rho^2\Re\left[i(\breve{\varepsilon}-1)\left(\frac{\overline{k}}{\breve{k}}+1\right)\right]\partial_\rho(\frac{u^2}{2})d\rho.$$

Черта означает комплексное сопряжение комплексных чисел. Интегрирование последнего выражения при учете (6) и усреднение по времени дают объемный момент силы, действующий на диэлектрик

$$\underset{f}{\tau}{}_z = -\Re\left[i(\breve{\varepsilon}-1)\left(\frac{\bar{k}}{\breve{k}}+1\right)\right]\frac{1}{\kappa[(1+\eta)^2+\kappa^2]} = \frac{2\eta(k^2+1)}{k^2[(1+\eta)^2+\kappa^2]}. \qquad (17)$$

Мы интерпретируем этот момент силы как объемную часть орбитального момента импульса, поглощенного диэлектриком в единицу времени.

Теперь мы вычислим интеграл от плотности (15), используя (13), получаем

$$\tau^z = \int \Re(\breve{P}_\rho \bar{E}_{3\phi} - \breve{P}_\phi \bar{E}_{3\rho}) e^{\rho\phi z}_{\wedge} (d\rho d\phi dz)^\wedge / 2 = \frac{4\eta}{(1+\eta)^2+\kappa^2}. \qquad (18)$$

Мы интерпретируем этот момент силы как спин, поглощенный в единицу времени.

4. Пространство перед диэлектриком. Полный момент силы

На границе диэлектрика, $z=0$, согласно (3), (4), (5), все компоненты **B** и касательные компоненты **E** непрерывны, однако E_z уменьшается в $\breve{\varepsilon}$ раз при переходе через границу диэлектрика. Согласно (11), (12), (13), плотность этого заряда равна

$$\breve{\sigma} = [\breve{E}_{3z} - \breve{E}_{1z} - \breve{E}_{2z}]_{z=0} = \frac{2i(1-\breve{k}^2)}{(1+\breve{k})\breve{k}} \exp[i(-t+\phi)]\partial_\rho u(\rho).$$

Этот заряд испытывает касательные силы σE_ϕ со стороны электрического поля; момент этих сил есть поверхностный крутящий момент, действующий на диэлектрик. Интегрирование по частям и усреднение по времени дают

$$\underset{\sigma}{\tau} = \int \rho \Re(\breve{\sigma}\bar{E}_{3\phi}) d\rho d\phi / 2 = \frac{4\pi}{(1+\eta)^2+\kappa^2}\int \rho^2 \partial_\rho (u^2/2) \Re[(1-\breve{k}^2)/\breve{k}] d\rho = \frac{2\eta(k^2-1)}{k^2[(1+\eta)^2+\kappa^2]} \qquad (19)$$

Мы интерпретируем этот вращающий момент как поверхностную часть орбитального момента импульса, поглощенного в единицу времени. Замечательно, что сумма поверхностной части (19) и объемной части (17) вращающего момента равна спиновой компоненте вращающего момента (18).

$$\underset{\sigma}{\tau} + \underset{f}{\tau} = \overset{surface\ \ orbital}{\frac{2\eta(k^2-1)}{[(1+\eta)^2+\kappa^2]k^2}} + \overset{bulk\ \ orbital}{\frac{2\eta(k^2+1)}{[(1+\eta)^2+\kappa^2]k^2}} = \overset{bulk\ \ spin}{\frac{4\eta}{(1+\eta)^2+\kappa^2}} = \tau \qquad (20)$$

Таким образом, полный вращающий момент, испытываемый нашим диэлектриком равен удвоенной величине

$$\underset{tot}{\tau} = \underset{\sigma}{\tau} + \underset{f}{\tau} + \tau = \frac{8\eta}{(1+\eta)^2+\kappa^2} \qquad (21)$$

5. Поток момента импульса и энергии в пространстве

В настоящее время все специалисты разделяют мнение [5 – 10], что полный момент импульса светового луча круговой поляризации без азимутальной фазовой структуры дается формулой

$$J = U / \omega, \quad \mathbf{J} = \int [\mathbf{r}[\mathbf{EB}]] dV \tag{22}$$

где U - энергия этого луча

Мы критиковали эту концепцию многократно [11 – 16]. Мы объясняли, что (22) является орбитальным моментом импульса, *L,* а не спином. Спин отсутствует в современной электродинамике.

Здесь мы подсчитываем поток момента импульса (22) в пространстве перед нашим диэлектриком. Для этого используется $\underset{\wedge}{T}^{\phi z}$ компонента максвелловского тензора энергии-импульса, а не вектор Пойнтинга $\underset{\wedge}{T}^{i0} = [\mathbf{EB}]$:

$$\underset{\wedge}{T}^{\phi z} = -\Re[(\breve{E}_{1\phi} + \breve{E}_{2\phi})(\overline{E}_{1z} + \overline{E}_{2z}) + (\breve{B}_{1\phi} + \breve{B}_{2\phi})(\overline{B}_{1z} + \overline{B}_{2z})] g^{\phi\phi} \underset{\wedge}{\sqrt{g}} / 2 = \frac{-4\eta}{(1+\eta)^2 + \kappa^2} \partial_\rho u^2 / 2$$

Момент силы, соответствующий (22), равен

$$\underset{L}{\tau}{}_z = \int \rho \underset{\wedge}{T}^{\phi z} d\underset{z}{\hat{a}} \hat{e}_{\rho\phi z} \underset{\wedge}{\sqrt{g}} = \int \rho^2 \underset{\wedge}{T}^{\phi z} d\rho d\phi = \frac{4\eta}{(1+\eta)^2 + \kappa^2}. \tag{23}$$

Мы интерпретируем этот момент как сумму поверхностной части (19) и объемной части (17),

$$\underset{L}{\tau} = \underset{\sigma}{\tau} + \underset{f}{\tau}. \tag{24}$$

Естественно, для обеспечения спинового крутящего момента (18), в пространстве должен присутствовать поток спина по направлению к диэлектрику. Мы рассчитаем этот поток, используя компоненту тензора спина из статьи, направленной в «ЖЭТФ» 27 января 1999 года,

$$\Upsilon_{\rho\phi z} = A_{[\rho} \partial_{|z|} A_{\phi]} + \Pi_{[\rho} \partial_{|z|} \Pi_{\phi]}, \tag{25}$$

где A_i и Π_i - это магнитный и электрический векторные потенциалы [11 – 16].

В нашем случае потенциалы являются комплексными векторами

$$\underset{\rightarrow}{\breve{A}} = -\int (\underset{\rightarrow}{\breve{E}_1} + \underset{\rightarrow}{\breve{E}_2}) dt = -i(\underset{\rightarrow}{\breve{E}_1} + \underset{\rightarrow}{\breve{E}_2}), \quad \underset{\rightarrow}{\breve{\Pi}} = \int (\underset{\rightarrow}{\breve{B}_1} + \underset{\rightarrow}{\breve{B}_2}) dt = i(\underset{\rightarrow}{\breve{B}_1} + \underset{\rightarrow}{\breve{B}_2}). \tag{26}$$

Поток спина перед диэлектриком, то есть крутящий момент, подсчитывается интегрированием по сечению луча,

$$\underset{S}{\tau}{}_z = \int \underset{\wedge}{\Upsilon}^{\rho\phi z} d\underset{z}{\hat{a}} \hat{e}_{\rho\phi z} \underset{\wedge}{\sqrt{g}}, \qquad \underset{\wedge}{\Upsilon}^{\rho\phi z} = \Upsilon_{\rho\phi z} g^{\phi\phi} \underset{\wedge}{\sqrt{g}}. \tag{27}$$

Так что $\underset{S}{\tau}{}_z = \int \Upsilon_{\rho\phi z} d\rho d\phi.$ Подставляя комплексные выражения из (11), (12) в (26) и из (26) в (25), затем, интегрируя и усредняя по времени, получаем

$$\underset{S}{\tau}{}_z = \frac{4\eta}{(1+\eta)^2 + \kappa^2} \tag{28}$$

и, таким образом, прибываем к равенству между полным падающим моментом импульса и полным моментом импульса, действующим на диэлектрик:

$$\underset{L}{\tau}+\underset{S}{\tau}^{space} = \underset{\sigma}{\tau}+\underset{f}{\tau}+\tau^{dielectric} = \frac{8\eta}{(1+\eta)^2+\kappa^2}, \quad \underset{L}{\tau} = \underset{\sigma}{\tau}+\underset{f}{\tau}, \quad \tau = \underset{S}{\tau},$$

при этом орбитальные и спиновые компоненты оказываются равны друг другу попарно.

Поток энергии в луче Джексона (10), то есть мощность, так же как поток момента импульса, то есть вращающий момент, состоит из двух частей, разделенных пространственно. Тело луча содержит z-направленный вектор Пойнтинга. Этот поток энергии сопровождается потоком спина. В то же время в поверхностной области луча вектор Пойнтинга имеет Φ - компоненту. Эта компонента обуславливает орбитальный момент импульса, равный спиновому. Однако, циркулирующая вблизи поверхности масса-энергия невелика и не составляет значительного вклада в мощность луча. Можно подсчитать мощность, передаваемую диэлектрику, интегрируя вектор Пойнтинга по сечению луча и усредняя по времени (cf. (7))

$$\mathcal{P} = \int \Re[(\breve{E}_{1\rho}+\breve{E}_{2\rho})(\overline{B}_{1\phi}+\overline{B}_{2\phi})-(\breve{E}_{1\phi}+\breve{E}_{2\phi})(\overline{B}_{1\rho}+\overline{B}_{2\rho})]d\phi d\rho/2 = \frac{4\eta}{(1+\eta)^2+\kappa^2} \tag{29}$$

Следовательно, равенство

$$\mathcal{P}/\tau = U/S = 1, \quad (\omega = 1),$$

справедливое для фотонов, справедливо и для луча круговой поляризации, Однако, кроме спина, S (18), который фигурирует в этом равенстве, луч содержит орбитальный момент импульса, L (17) + (19), равный спиновому, но не связанный с мощностью (29).

6. Приложение. Классический спин электродинамики

Как хорошо известно, канонический лагранжиан электромагнетизма

$$\Lambda = -F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}/4, \quad F_{\mu\nu} = 2\partial_{[\mu}A_{\nu]}$$

по теореме Нетер дает каноннические тензоры энергии-импульса и спина [17]:

$$\underset{c}{T}^{\mu\alpha} = \partial^\mu A_\sigma \frac{\partial\Lambda}{\partial(\partial_\alpha A_\sigma)} - g^{\mu\alpha}\Lambda = -\partial^\mu A_\sigma F^{\alpha\sigma} + g^{\mu\alpha}F_{\sigma\rho}F^{\sigma\rho}/4, \tag{30}$$

$$\underset{c}{\Upsilon}^{\mu\nu\alpha} = -2A^{[\mu}\delta^{\nu]}_\sigma \frac{\partial\Lambda}{\partial(\partial_\alpha A_\sigma)} = -2A^{[\mu}F^{\nu]\alpha}. \tag{31}$$

Однако канонический тензор энергии-импульса несимметричен и имеет неправильную дивергенцию $\partial_\alpha \underset{c}{T}^{\mu\alpha} = -\partial^\mu A_\nu j^\nu$. Дивергенция истинного тензора энергии-импульса равна

$$\partial_\alpha T^\alpha_\mu = -F_{\mu\nu}j^\nu.$$

Для симметризации канонического тензора энергии-импульса и превращения его в истинный тензор Максвелла

$$T^\alpha_\mu = -F_{\mu\nu}F^{\alpha\nu} + \delta^\alpha_\mu F_{\sigma\rho}F^{\sigma\rho}/4, \tag{32}$$

теоретики вынуждены прибавить член

$$\partial_\beta A_\mu F^{\alpha\beta} \qquad (33)$$

к каноническому тензору энергии-импульса (30). Этот член состоит из двух частей

$$T^\alpha_\mu = \underset{c}{T}{}^\alpha_\mu + \partial_\beta A_\mu F^{\alpha\beta} = \underset{c}{T}{}^\alpha_\mu + \partial_\beta (A_\mu F^{\alpha\beta}) + A_\mu j^\alpha .$$

Вторая часть,

$$A_\mu j^\alpha , \qquad (34)$$

исправляет дивергенцию канонического тензора, а первая часть,

$$\partial_\beta (A_\mu F^{\alpha\beta}) , \qquad (35)$$

симметризует контравариантную форму тензора.

Единственной причиной добавления члена (33) к каноническому тензору (30) является желание получить тензор Максвелла, который известен заранее. Член (33) даже не является дивергенцией!

Теоретики игнорируют вторую часть (34) члена (33). Они просто не видят его. Однако Белинфанте и Розенфельда [18, 19] тщательно исследовали первую часть (35). Они указали, что антисимметризация этой первой части приводит к дивергенции канонического тензора спина (31) со знаком минус,

$$2\partial_\beta (A^{[\mu} F^{\nu]\beta}) = -\partial_\beta \underset{c}{\Upsilon}{}^{\mu\nu\beta} . \qquad (36)$$

Мы используем этот факт ниже, а здесь мы подчеркнем, что часть (35) сама по себе превращает канонический тензор энергии-импульса (30) не в тензор Максвелла (32) в то, что можно назвать тензором Белинфанте, который не имеет смысла:

$$\underset{B}{T}{}^{\mu\alpha} = \underset{c}{T}{}^{\mu\alpha} + \partial_\beta (A^\mu F^{\alpha\beta}) = T^{\mu\alpha} - A^\mu j^\alpha .$$

Тем не менее, теоретики верят, что они получают тензор Максвелла (32) прибавляя Белинфантову дивергенцию (35) к каноническому тензору (30). Больше того, опираясь на (36), теоретики одновременно добавляют $(-\underset{c}{\Upsilon}{}^{\mu\nu\beta})$ к каноническому тензору спина (31) и получают ноль в качестве тензора спина электродинамики (сопровождающего максвелловский тензор энергии-импульса). Таким образом, процедура Белинфанте не ведет к тензору Максвелла (32), но элиминирует тензор спина. Вот почему классический спин отсутствует в максвелловской электродинамике. Спин в классической электродинамике считается равным нулю! Вот почему теоретики считают, что плоская волна круговой поляризации не имеет момента импульса.

Здесь возникает интересная проблема. Каков же истинный тензор спина электродинамики? Что надо прибавить к каноническому тензору спина, чтобы получить истинный тензор спина?

Наш ответ заключается в следующем. Искомая спиновая добавка, $\underset{c}{\Delta\Upsilon}^{\mu\nu\alpha}$, и добавка к тензору энергии-импульса (33) должны удовлетворять уравнению типа (36), в котором используется (33) вместо (35),

$$2\partial_\beta A^{[\mu}F^{\nu]\beta} = -\partial_\beta \underset{c}{\Delta\Upsilon}^{\mu\nu\beta}. \qquad (37)$$

Уравнению (37) удовлетворяет простое выражение

$$\underset{c}{\Delta\Upsilon}^{\mu\nu\alpha} = 2A^{[\mu}\partial^{\nu]}A^{\alpha}.$$

Так что мы получаем

$$\Upsilon^{\mu\nu\alpha} = \underset{c}{\Upsilon}^{\mu\nu\alpha} + \underset{c}{\Delta\Upsilon}^{\mu\nu\alpha} = 2A^{[\mu}\partial^{|\alpha|}A^{\nu]}. \qquad (38)$$

Этот результат был направлен в журнал «Письма в ЖЭТФ» 14 мая 1998 года.
Тензор спина (38) является функцией векторного потенциала A_μ и калибровочно не инвариантен.

Мы приветствуем этот факт. Как было показано [12], A^μ должен удовлетворять условию Лоренца, $\partial_\mu A^\mu = 0$.

Выражение (38) не окончательное. Дело в том, что электродинамика несимметрична. Магнитная индукция замкнута, а напряженность магнитного поля имеет в виде источника электрический ток:

$$\partial_{[\alpha}F_{\beta\gamma]} = 0, \quad \partial_\nu F^{\mu\nu} j^\mu.$$

Поэтому магнитный векторный потенциал существует, но, вообще говоря, электрический векторный потенциал не существует. Однако когда токи отсутствуют, симметрия восстанавливается, и появляется возможность ввести электрический мультивекторный потенциал $\Pi^{\mu\nu\sigma}$. Электрический мультивекторный потенциал удовлетворяет равенству

$$\partial_\sigma \Pi^{\mu\nu\sigma} = F^{\mu\nu}.$$

Ковариантный вектор, дуальный к мультивекторному потенциалу,

$$\Pi_\alpha = \varepsilon_{\alpha\mu\nu\sigma}\Pi^{\mu\nu\sigma},$$

является аналогом магнитного векторного потенциала A_α. Мы называем его электрическим векторным потенциалом. При использовании векторных обозначений он может быть введен следующим образом

Если div**D** = 0, то **D** = rot**Π**. Если при этом rot**H** = ∂**D**/∂*t*, то ∂**Π**/∂*t* = **H**.

Эта процедура аналогична получению магнитного векторного потенциала:

Если div**B** = 0, то **B** = rot**A**. Если при этом rot**E** = - ∂**B**/∂*t*, то ∂**A**/∂*t* = - **E**.

В обоих случаях могут участвовать еще скалярные потенциалы, но мы можем считать их равными нулю.

При использовании электрического векторного потенциала, тензор спина разбивается на электрическую и магнитную части и приобретает симметричный вид:

$$\Upsilon^{\mu\nu\alpha} = {}_e\Upsilon^{\mu\nu\alpha} + {}_m\Upsilon^{\mu\nu\alpha} = A^{[\mu}\partial^{|\alpha|}A^{\nu]} + \Pi^{[\mu}\partial^{|\alpha|}\Pi^{\nu]}. \qquad (39)$$

Существование тензора спина предполагает, что действие электромагнитного поля на свою границу описывается не только тензором напряжений Максвелла T^{ji}, но также тензором крутильных напряжений Υ^{jki} (на самом деле они являются тензорными плотностями). Тензор напряжений дает силу, а тензор крутильных напряжений обеспечивает крутящий момент силы, действующие на элемент поверхности da_i,

$$d\mathcal{F}^j = T^{ji}da_i, \quad d\tau^{jk} = \Upsilon^{jki}da_i.$$

В пространстве Минковского имеем

$$dP^\mu = T^{\mu\alpha}dV_\alpha, \quad dS^{\mu\nu} = \Upsilon^{\mu\nu\alpha}dV_\alpha.$$

Это значит, что если поле ограничено локально инфинитезимальным элементом dV_α, этот элемент получает инфинитезимальный 4-спин $dS^{\mu\nu}$, а пространственно подобный инфинитезимальный объем dV_0 содержит импульс и спиновый момент импульса

$$dP^j = T^{j0}dV_0, \quad dS^{ik} = \Upsilon^{ik0}dV_0.$$

Заключение

Мы ввели спин в классическую электродинамику и показали, что в действительности световой луч круговой поляризации без азимутальной фазовой структуры несет двойной момент импульса по сравнению с предсказанием стандартной максвелловской электродинамики

Момент импульса (22) является орбитальным моментом импульса луча L. Передача этого момента импульса диэлектрику в нашем случае определяется формулой (23). Этот момент импульса при поглощении его диэлектриком делится на поверхностную (19) и объемную (17) части (см. (24)). Кроме того, луч круговой поляризации несет поток спина (27), который равен орбитальному моменту импульса. Так что спин, переданный диэлектрику, (18), равен переданному орбитальному моменту импульса (20).

Материал этой статьи был отклонен или проигнорирован 200 раз 25-ю научными журналами. ArXiv и mp_arc заблокировали мой электронный адрес. Многие журналы отклонили статьи без рецензирования. Приведу типичные ответы.

Письма в ЖЭТФ: «Редколлегия отклонила Вашу статью, так как не нашла достаточно оснований для ее срочной публикации» (22 мая 1998г. Н.И.Калегина)

ЖЭТФ: «Редколлегия признала, что по своему содержанию статьи носят методический характер и потому их публикация в ЖЭТФ нецелесообразна» (16 апреля 1999г. Н.И.Янкелевич).

Известия вузов. Физика: «Согласно правилам журнала, для рассмотрения редколлегией принимаются только те статьи, которые представлены семинарами вузов или НИИ» (28 июня 2000г. Т.С.Портнова)

ТМФ: «Отзыв о заметке "Спин классической электродинамики". Статья не содержит результатов, заслуживающих опубликования в ТМФ» (27 сентября 2002г., редакция ТМФ).

Настоящая статья направлена в Physical Review A.

Я глубоко благодарен профессору Роберту Ромеру за публикацию моего вопроса [20], а также профессору Тимо Ниеминену за плодотворную дискуссию в интернете (Newsgroups: sci.physics.electromag). Я также благодарен редакции журнала «Измерительная техника», которая свободна от номенклатурных физиков, за публикацию [13].

Список литературы

1. Loudon R. Theory of the forces exerted by Laguerre-Gaussian light beams on dielectrics // Physical. Review. – 2003, A**68.** – p.013806.
2. Р.И. Храпко. Световой луч круговой поляризации несет удвоенный момент импульса. // Электронный журнал “Труды МАИ” выпуск 14 – http://www.mai.ru (2003)
3. Джексон Дж. Классическая электродинамика. - М.: Мир, 1965.- 524 с.
4. Beth R.A. Mechanical Detection and Measurement of the Angular Momentum of Light. // Physical. Review. – 1936, **50.** – c.115-125.
5. Darvin C.G. //Proc. Roy. Society. – 1932, A**136.-** p.36.
6. Humblet J. // Physica. – 1943, **10**.- p.585.
7. Allen L., Padgett M.J. Does a plane wave carry spin angular momentum? // American Journal of Physics. – 2002, **70**.- p.567.
8. Гайтлер В. Квантовая теория излучения. – М.: ИЛ, 1956.- 451 с.
9. Ohanian H.C., What is spin? // American Journal of Physics. – 1986, **54**.- p.500.
10. Simmonds J.W. and Gutman M.J. States, Waves and Photons. – Mass.: Addison - Wesiey, Reading, 1970.- 456 p.
11. R.I. Khrapko. True energy-momentum tensor are unique. Electrodynamics spin tensor is not zero. – http://arXiv.org/abs/physics/0102084.
12. R.I. Khrapko. Violation of the gauge equivalence. – http://arXiv.org/abs/physics/0105031.
13. Храпко Р.И. Экспериментальная проверка электродинамики Максвелла.// Измерительная техника. – 2003, № 4.- с.3-5.
14. R.I.Khrapko. The Beth’s experiment is under review. - mp_arc@mail.ma.utexas.edu REQUEST: send papers NUMBER: 03-307

15. R.I.Khrapko. Radiation of spin by a rotator. -
mp_arc@mail.ma.utexas.edu REQUEST: send papers NUMBER: 03-315
16. R.I.Khrapko. A circularly polarized beam carries the double angular momentum. -
mp_arc@mail.ma.utexas.edu REQUEST: send papers NUMBER: 03-311
17. Боголюбов Н.Н. и Ширков Д.В. Введение в теорию квантованных полей. – ГИТТЛ, 1957.- 442с.
18. F.J. Belinfante F.J. // Physica. - 1939, v. 6.- p. 887.
19. Rosenfeld L. Sur le tenseur d'impulsion-energie. // Memoires de l'Academie Royale des Sciences de Belgiques. – 1940, v. 18, No 6.
20. Khrapko R.I. Does plane wave not carry a spin? //Amer. J. of Physics. – 2001, **69.-** p.405.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

Храпко Радий Игоревич, доцент кафедры физики Московского авиационного института (Государственного технического университета), к.ф.-м.н. E-mail: *khrapko_ri@hotmail.com*

121433, Москва, Б. Филевская, 43 – 92, т. 1446312