

Научная статья  
УДК 629.787

## УГЛОВОЕ ДВИЖЕНИЕ СПУСКАЕМОГО АППАРАТА ПРИ УПРАВЛЕНИИ МЕТОДОМ ПОВОРОТА ПОЛЕЗНОЙ НАГРУЗКИ

Андрей Сергеевич Кухаренко<sup>1</sup>, Всеволод Владимирович Корянов<sup>2</sup> ✉

<sup>1, 2</sup> Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,  
Москва, Россия

<sup>1</sup> kuharenko-as@mail.ru

<sup>2</sup> vkoryanov@bmstu.ru ✉

**Аннотация.** Проведено исследование углового движения спускаемого аппарата (СА) при управлении им с использованием метода поворота полезной нагрузки. СА оснащен надувным тормозным устройством. Управление движением СА осуществляется за счет смещения центра масс. Для исследования углового движения СА составлена математическая модель, которая учитывает особенности рассматриваемого способа управления. Анализ результатов решения позволил сделать вывод об устойчивости углового движения СА, а также выявить направления дальнейших исследований рассматриваемого способа управления.

**Ключевые слова:** надувное тормозное устройство, угловое положение полезной нагрузки, управление смещением центра масс, годограф вектора угловой скорости, зависимости между проекциями угловых скоростей, инерционные свойства спускаемого аппарата, угловое движение спускаемого аппарата

**Для цитирования:** Кухаренко А.С., Корянов В.В. Угловое движение спускаемого аппарата при управлении методом поворота полезной нагрузки // Вестник Московского авиационного института. 2023. Т. 30. № 3. С. 174–186.

Original article

## ANGULAR MOTION OF A DESCENT VEHICLE UNDER CONTROL BY THE PAYLOAD ROTATION METHOD

Andrei S. Kukharenko<sup>1</sup>, Vsevolod V. Koryanov<sup>2</sup> ✉

<sup>1, 2</sup> Bauman Moscow State Technical University (BMSTU),  
Moscow, Russia

<sup>1</sup> kuharenko-as@mail.ru

<sup>2</sup> vkoryanov@bmstu.ru ✉

### Abstract

The article is reviewing the history of emergence and development of descent vehicles with inflatable structural elements. Descent vehicles equipped with inflatable braking devices possess the following advantages:

1. The payload volume fraction increase under the launch vehicle fairing.
2. The diameter of the inflatable braking systems is not limited by the size of the launch vehicle fairing.
3. The folded inflatable braking system does not block access to the payload.

The article presents also specifics of the descent vehicles with inflatable braking devices. These specifics are entailed by the inflatable braking devices deformation occurring while their motion in the atmosphere. They are:

1. The descent vehicle aerodynamic characteristics changing.
2. The descent vehicle the dynamic stability changing.

The authors studied the ongoing research relevance, which was confirmed by works of Russian and foreign scientists.

The object of the research is a descent vehicle with a conical inflatable braking device, which control is being perpetrated by the center of mass shifting. The hypothesis in the ongoing work is the control method, namely, the center of mass displacement on account of the payload rotation.

A study of the angular motion that occurs during the descent vehicle control was conducted to confirm the said hypothesis.

A mathematical model, accounting for the considered control method specifics, was developed to study the angular motion of the descent vehicle. Solution of the equations of the mathematical model was performed for several cases of initial conditions of motion. Simulation results are presented in the form of graphical dependencies, reflecting the points' movement trajectories on the descent vehicle surface, as well as angular velocities changing in the process of movement. Inference was drawn for each of the considered cases of the initial conditions of motion.

Solution of the mathematical model equations was performed by the 4th-order Runge-Kutta method.

Analysis of the results allowed drawing the inference on the descent vehicle angular motion stability, as well as revealing further trends of studying the control method being considered.

**Keywords:** inflatable braking device, payload angular position, displacement control of the center of mass, angular velocity vector hodograph, dependencies between the angular velocities projections, descent vehicle inertial properties, descent vehicle angular motion

**For citation:** Kukharensko A.S. Koryanov V.V. Angular Motion of a Descent Vehicle under Control by the Payload Rotation Method. *Aerospace MAI Journal*, 2023, vol. 30, no. 3, pp. 174-186.

---

---

## Введение

В 1960-х годах в США велись разработки надувных спускаемых аппаратов (СА). К данным СА относятся: FIRST, MOOSE. До практической реализации разработка проектов не дошла. Однако идея надувных СА получила свое развитие в конце того же столетия [1].

Первым в истории космонавтики аппаратом с надувным тормозным устройством (НТУ) был Российский исследовательский зонд «Пенетратор» автоматической межпланетной станции «Марс-96», спроектированный в НПО им. С.А. Лавочкина. Данный аппарат был запущен в 1996 году, однако из-за сбоев в работе ракетносителя космический аппарат (КА) не вышел на заданную орбиту и потерпел крушение [2].

Публикации, связанные с КА «Марс-96» [3, 4, 5], вызвали интерес у фирм и организаций Европейского космического агентства, что объясняется перспективными возможностями НТУ.

Далее в НПО им С.А. Лавочкина велись работы по созданию спускаемых аппаратов, оснащенных НТУ серии «Демонстратор» [6] и «MetNet» [7].

В начале 2000-х к разработке СА с НТУ приступили и в США. Данные разработки ведутся в научно-исследовательском центре Лэнгли [8]. Специалисты центра провели испытания СА «LOFTID», оснащенного НТУ, в ноябре 2022 года. Испытания заключались в возвращении с орбиты

СА, оснащенного НТУ. На текущий момент проводится анализ летных испытаний [9].

Все вышесказанное свидетельствует о высоком интересе к СА данного типа как в России, так и за рубежом, ввиду ряда преимуществ у СА, оснащенных НТУ, перед СА с жестким тормозным экраном. К этим преимуществам относятся [10]:

1. Увеличение объемной доли полезной нагрузки (ПН) под головным обтекателем ракетносителя (РН) благодаря вариативности укладки надувной конструкции, что позволяет более эффективно использовать объем под головным обтекателем РН.

2. Диаметр надувных тормозных систем не ограничен размером обтекателя РН. Таким образом, возможен больший диаметр миделева сечения СА. Это позволит достичь скорости, приемлемой для более ранней посадки, и осуществить спуск на возвышенности, что представляет особый научный интерес.

3. Сложенная надувная тормозная система не закрывает доступ к полезной нагрузке. Данное преимущество позволяет использовать датчики, а также энергосистему ПН космического аппарата при межпланетном полете и избежать дублирования этих систем.

Анализ вышеперечисленных преимуществ приводит к выводу о перспективности разработки и применения НТУ.

Однако НТУ имеют недостатки из-за их деформаций в процессе движения в атмосфере. Эти деформации изменяют аэродинамические характеристики, а также динамическую устойчивость СА [1]. Данные особенности создают возмущения траектории движения СА, что приводит к отклонению точки посадки от расчетной либо к разрушению СА в процессе спуска [11, 12, 13, 14].

С целью компенсации возмущений, вызванных деформацией НТУ, а также возмущений траекторных параметров необходимо управлять движением СА. В статье рассмотрен метод управления за счет смещения центра масс (ц. м.) СА.

Смещение ц. м. при управлении движением СА происходит следующим образом: внутри надувного тормозного устройства расположен КА, выполняющий роль полезной нагрузки (рис. 1). С тормозным устройством КА соединен с помощью механизма, предназначенного для поворота КА относительно точки их сопряжения. Изменение углового положения полезной нагрузки (КА) приводит к смещению центра масс СА относительно продольной оси надувного тормозного устройства [15].

Перераспределение масс СА вызывает изменение его инерционных свойств. Это изменение влияет на угловое движение СА. Целью данной статьи является рассмотрение углового движения СА при управлении вышеуказанным методом.

В процессе исследования углового движения СА решались следующие задачи:

1. Разработка математической модели углового движения СА, учитывающей поворот ПН.
2. Исследование движения СА с использованием разработанной модели.
3. Анализ движения СА, с целью выявления возможности управления предложенным методом.

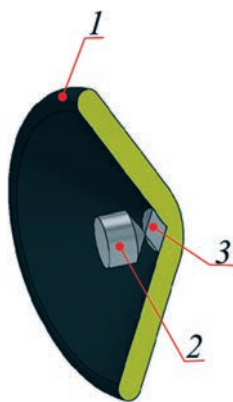


Рис. 1. Схема спускаемого аппарата:  
 1 – надувное тормозное устройство;  
 2 – космический аппарат;  
 3 – поворотное устройство

### Алгоритм расчета углового движения СА

Угловое движение СА описано с применением четырех систем координат. Одна из них является инерциальной ( $x_{ин}y_{ин}z_{ин}$  на рис. 2) и связана с вектором набегающего потока. Относительно инерциальной системы координат рассматривается угловое положение связанной системы координат ( $x_{уз}y_{уз}z_{уз}$  на рис. 2).

Использована также система координат  $x_{св.пн}y_{св.пн}z_{св.пн}$ , связанная с поворотом ПН (рис. 3). Поворот полезной нагрузки происходит в плоскости  $x_{св.пн}y_{св.пн}$  относительно вектора, совпадающего с осью  $z_{св.пн}$ . Данная система координат связана со связанной системой координат при помощи поворота на угол  $\sigma$  относительно оси  $x$  связанной СК. Система координат, связанная с поворотом ПН, использована для расчета в ней инерционных характеристик СА. Также в этой системе координат записаны динамические уравнения углового движения, что позволило рассчитать в ней вектор угловой скорости.

Для расчета аэродинамических сил и моментов, действующих на СА, введена система координат, связанная с пространственным углом атаки,  $x_{п}y_{п}z_{п}$ .

Таким образом, реализован следующий алгоритм расчета углового движения СА:

1. Рассчитываются векторы аэродинамической силы и аэродинамического момента, действующих на СА, после чего эти векторы пересчитываются в систему координат, связанную с плоскостью поворота ПН.
2. Далее в СК, связанной с плоскостью поворота ПН, рассчитывается вектор угловой скорости, по-

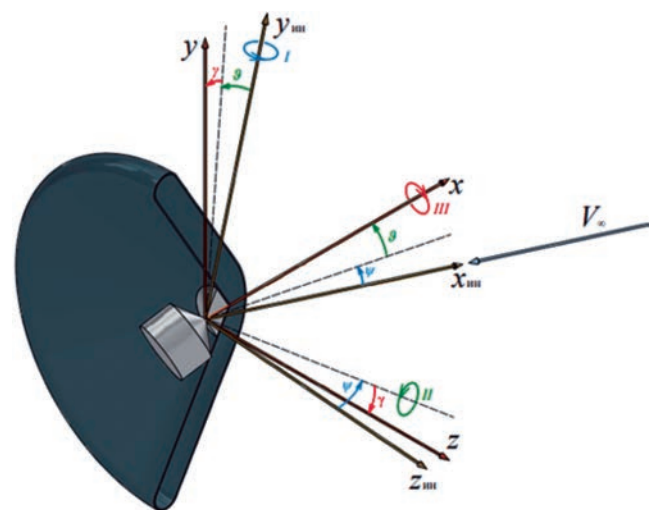


Рис. 2. Системы координат, используемые в математической модели:  
 $\vec{V}_{\infty}$  – вектор скорости набегающего потока;  
 $\psi$  – угол рыскания;  $\vartheta$  – угол тангажа;  
 $\gamma$  – угол крена

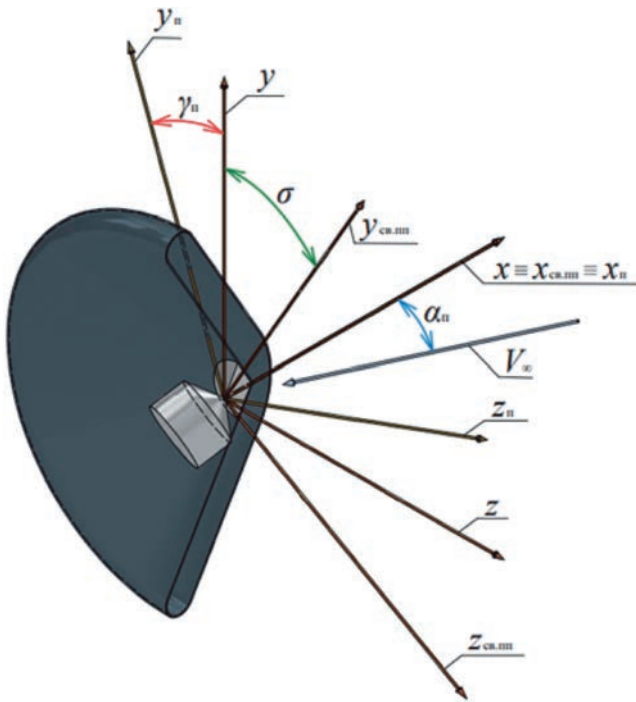


Рис. 3. Системы координат, используемые в математической модели:  
 $\alpha_n$  – пространственный угол атаки;  
 $\gamma_n$  – аэродинамический угол крена;  
 $\sigma$  – угол между плоскостью  $xu$  связанной системы координат и плоскостью поворота ПН

сле чего этот вектор пересчитывается в связанную систему координат.

3. По известному вектору угловой скорости в связанной системе координат рассчитывается угловое положение спускаемого аппарата относительно инерциальной системы координат.

**Уравнения математической модели углового движения СА, составленные согласно алгоритму**

Система дифференциальных уравнений [16, 17, 18] углового движения представлена в виде выражений:

$$\begin{cases} \frac{d\bar{K}}{dt} + \bar{\omega} \times \bar{K} = \bar{M}_{св.пп}; \\ \frac{dA}{dt} = \Omega \cdot A. \end{cases} \quad (1)$$

В выражениях (1) введены следующие обозначения:  
 – динамическое уравнение вращательного движения летательного аппарата, основывающееся на теореме об изменении кинетического момента, данное уравнение записано в системе координат  $x_{св.пп}y_{св.пп}z_{св.пп}$ , связанной с плоскостью поворота полезной нагрузки:

$$\frac{d\bar{K}}{dt} + \bar{\omega} \times \bar{K} = M_{св.пп}, \quad (2)$$

где  $\frac{d\bar{K}}{dt}$  – производная от вектора кинетического момента в подвижной системе координат  $x_{св.пп}y_{св.пп}z_{св.пп}$ ;  
 – вектор кинетического момента:

$$\bar{K} = J \cdot \bar{\omega}, \quad (3)$$

где  $J$  – тензор инерции исследуемого в работе СА в системе координат  $x_{св.пп}y_{св.пп}z_{св.пп}$ ;  
 – вектор угловой скорости:

$$\bar{\omega} = \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix}; \quad (4)$$

$\bar{M}_{св.пп} = A_\sigma \cdot A_{\gamma_n} \cdot \bar{M}$  – вектор аэродинамического момента, пересчитанный из системы координат  $x_ny_nz_n$ , связанной с пространственным углом атаки, в систему координат  $x_{св.пп}y_{св.пп}z_{св.пп}$ , связанную с плоскостью поворота полезной нагрузки;

– вектор момента внешних сил относительно центра инерции в системе координат  $x_ny_nz_n$ , связанной с плоскостью пространственного угла атаки:

$$\bar{M} = \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix}. \quad (5)$$

В рассматриваемом случае внешние силы обусловлены взаимодействием летательного аппарата с набегающим потоком. Данные моменты не учитывают демпфирующие аэродинамические характеристики СА, что относится к одному из допущений, принятых в работе;

– кинематическое уравнение Пуассона [19], использовано для расчета матрицы направляющих косинусов при переходе из инерциальной системы координат в связанную систему координат:

$$\frac{dA}{dt} = \Omega \cdot A; \quad (6)$$

– матрица угловых скоростей, в данной матрице угловые скорости записаны относительно осей связанной системы координат:

$$\Omega = \begin{pmatrix} 0 & \omega_z & -\omega_y \\ -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_y & -\omega_x & 0 \end{pmatrix}; \quad (7)$$

$A = A_\gamma A_\sigma A_\psi$  – матрица направляющих косинусов между связанной и инерциальными системами координат, где:

– матрица направляющих косинусов при осуществлении первого поворота согласно рис. 2:

$$A_\psi = \begin{pmatrix} \cos \psi & 0 & -\sin \psi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \psi & 0 & \cos \psi \end{pmatrix}; \quad (8)$$

– матрица направляющих косинусов при осуществлении второго поворота согласно рис. 2:

$$A_\vartheta = \begin{pmatrix} \cos \vartheta & \sin \vartheta & 0 \\ -\sin \vartheta & \cos \vartheta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad (9)$$

– матрица направляющих косинусов при осуществлении третьего поворота согласно рис. 2:

$$A_\gamma = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & \sin \gamma \\ 0 & -\sin \gamma & \cos \gamma \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Матрицы направляющих косинусов, связывающие между собой подвижные системы координат, имеют следующий вид:

– матрица направляющих косинусов между связанной и связанной с плоскостью поворота ПН системами координат:

$$A_\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \sigma & \sin \sigma \\ 0 & -\sin \sigma & \cos \sigma \end{pmatrix}; \quad (11)$$

– матрица направляющих косинусов между связанной и связанной с плоскостью пространственного угла атаки системами координат:

$$A_{\gamma_n} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma_n & \sin \gamma_n \\ 0 & -\sin \gamma_n & \cos \gamma_n \end{pmatrix}. \quad (12)$$

### Тензор инерции СА с повернутой полезной нагрузкой

Тензор инерции при осуществлении поворота КА в системе координат, связанной с плоскостью поворота полезной нагрузки, меняется следующим образом [20]:

$$J = \begin{pmatrix} J_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & J_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & J_{zz} \end{pmatrix} \text{ – тензор инерции СА до осуществления поворота КА, где } J_{xx} \neq J_{yy} = J_{zz};$$

$$J = \begin{pmatrix} J_{xx} & J_{xy} & 0 \\ J_{xy} & J_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & J_{zz} \end{pmatrix} \text{ – тензор инерции СА после осуществления поворота КА, где } J_{xx} \neq J_{yy} \neq J_{zz}; J_{xy} < 0.$$

Исследуем влияние неравенства главных моментов инерции, а также наличия центробежных моментов инерции на угловое движение СА:

$$\frac{d\bar{K}}{dt} + \bar{\omega} \times \bar{K} = \bar{M};$$

$$\bar{K} = J\bar{\omega};$$

$$J = \begin{pmatrix} J_{xx} & J_{xy} & 0 \\ J_{xy} & J_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & J_{zz} \end{pmatrix} \quad (13)$$

где  $J_{xy} < 0$ , в работе тензор инерции остается постоянным, так как КА находится в заданном угловом положении, которое не меняется в процессе движения. Согласно этому допущению, производную от вектора кинетического момента преобразуем следующим образом:

$$\frac{d\bar{K}}{dt} = \frac{dJ \cdot \bar{\omega}}{dt} = J \frac{d\bar{\omega}}{dt}. \quad (14)$$

Подставив выражение (11) в уравнение (2) и проведя некоторые преобразования, получим:

$$\frac{d\bar{\omega}}{dt} = J^{-1} (\bar{M} - \bar{\omega} \times \bar{K}). \quad (15)$$

Подставив в выражение (3) выражения (4), (13), придем к следующему выражению:

$$\bar{K} = \begin{pmatrix} J_{xx} & J_{xy} & 0 \\ J_{xy} & J_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & J_{zz} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_{xx} \cdot \omega_x + J_{xy} \cdot \omega_y \\ J_{xy} \cdot \omega_x + J_{yy} \cdot \omega_y \\ J_{zz} \cdot \omega_z \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Раскроем векторное произведение  $\bar{\omega} \times \bar{K}$  с учетом выражения (16), получим (17).

Матрица  $J^{-1}$  в выражении (15) является обратной к матрице  $J$ , элементами которой являются моменты инерции СА, и имеет вид (18).

Выражение (15) с учетом выражений (17) и (18) примет вид (19).

Проведем преобразование правого множителя в уравнении (19) и получим (20).

После преобразований, выполненных с учетом выражения (20), уравнение (19) примет вид (21).

Из анализа последних двух выражений можно сделать вывод о том, что управление СА рассматриваемым способом приводит к возникновению зависимостей (взаимосвязей) между проекциями

$$\begin{aligned} \bar{\omega} \times \bar{K} &= \begin{pmatrix} i & j & k \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ J_{xx}\omega_x + J_{xy}\omega_y & J_{xy}\omega_x + J_{yy}\omega_y & J_{zz}\omega_z \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} J_{zz}\omega_z\omega_y - J_{xy}\omega_z\omega_x - J_{yy}\omega_z\omega_y \\ -J_{zz}\omega_z\omega_x + J_{xx}\omega_z\omega_x + J_{xy}\omega_z\omega_y \\ J_{xy}\omega_x^2 + J_{yy}\omega_x\omega_y - J_{xx}\omega_x\omega_y + J_{xy}\omega_y^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (J_{zz} - J_{yy})\omega_z\omega_y - J_{xy}\omega_z\omega_x \\ (J_{xx} - J_{zz})\omega_z\omega_x - J_{xy}\omega_z\omega_y \\ (\omega_x^2 - \omega_y^2)J_{xy} + \omega_x\omega_y(J_{yy} - J_{xx}) \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (17)$$

$$J^{-1} = \frac{1}{J_{xx}J_{yy}J_{zz} - J_{zz}^2J_{xy}} \begin{pmatrix} J_{yy}J_{zz} & -J_{zz}J_{xy} & 0 \\ -J_{zz}J_{xy} & J_{xx}J_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & J_{xx}J_{yy} - J_{xy}^2 \end{pmatrix}. \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{\omega}}{dt} &= \frac{1}{J_{xx}J_{yy}J_{zz} - J_{zz}^2J_{xy}} \cdot \begin{pmatrix} J_{yy}J_{zz} & -J_{zz}J_{xy} & 0 \\ -J_{zz}J_{xy} & J_{xx}J_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & J_{xx}J_{yy} - J_{xy}^2 \end{pmatrix} \cdot \\ &\cdot \left( \bar{M} - \begin{pmatrix} (J_{zz} - J_{yy}) \cdot \omega_z \cdot \omega_y - J_{xy} \cdot \omega_z \cdot \omega_x \\ (J_{xx} - J_{zz}) \cdot \omega_z \cdot \omega_x + J_{xy} \cdot \omega_z \cdot \omega_y \\ (\omega_x^2 - \omega_y^2) \cdot J_{xy} + \omega_x \cdot \omega_y \cdot (J_{yy} - J_{xx}) \end{pmatrix} \right). \end{aligned} \quad (19)$$

$$\left( \bar{M} - \begin{pmatrix} (J_{zz} - J_{yy}) \cdot \omega_z \cdot \omega_y - J_{xy} \cdot \omega_z \cdot \omega_x \\ (J_{xx} - J_{zz}) \cdot \omega_z \cdot \omega_x + J_{xy} \cdot \omega_z \cdot \omega_y \\ (\omega_x^2 - \omega_y^2) \cdot J_{xy} + \omega_x \cdot \omega_y \cdot (J_{yy} - J_{xx}) \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} M_x - ((J_{zz} - J_{yy})\omega_y\omega_z - J_{xy}\omega_z\omega_x) \\ M_y - ((J_{xx} - J_{zz})\omega_x\omega_z + J_{xy}\omega_y\omega_z) \\ M_z - J_{xy}(\omega_x^2 - \omega_y^2) - (J_{yy} - J_{xx})\omega_x\omega_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M'_x(M_x, \omega_x, \omega_y, \omega_z) \\ M'_y(M_y, \omega_y, \omega_z) \\ M'_z(M_z, \omega_x, \omega_y) \end{pmatrix}. \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{\omega}}{dt} &= \frac{1}{J_{xx}J_{yy}J_{zz} - J_{zz}^2J_{xy}} \begin{pmatrix} J_{yy}J_{zz} & -J_{zz}J_{xy} & 0 \\ -J_{zz}J_{xy} & J_{xx}J_{zz} & 0 \\ 0 & 0 & J_{xx}J_{yy} - J_{xy}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M'_x(M_x, \omega_x, \omega_y, \omega_z) \\ M'_y(M_y, \omega_y, \omega_z) \\ M'_z(M_z, \omega_x, \omega_y) \end{pmatrix} = \\ &= \frac{1}{J_{xx}J_{yy}J_{zz} - J_{zz}^2J_{xy}} \begin{pmatrix} J_{yy}J_{zz} \cdot M'_x(M_x, \omega_x, \omega_y, \omega_z) - J_{zz}J_{xy} \cdot M'_y(M_y, \omega_y, \omega_z) \\ J_{xx}J_{zz} \cdot M'_y(M_y, \omega_y, \omega_z) - J_{zz}J_{xy} \cdot M'_x(M_x, \omega_x, \omega_y, \omega_z) \\ (J_{xx}J_{yy} - J_{xy}^2) \cdot M'_z(M_z, \omega_x, \omega_y) \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} \frac{1}{J_{xx}J_{yy} - J_{xy}^2} (J_{yy} \cdot M'_x(M_x, \omega_x, \omega_y, \omega_z) - J_{xy} \cdot M'_y(M_y, \omega_y, \omega_z)) \\ \frac{1}{J_{xx}J_{yy} - J_{xy}^2} (J_{xx} \cdot M'_y(M_y, \omega_y, \omega_z) - J_{xy} \cdot M'_x(M_x, \omega_x, \omega_y, \omega_z)) \\ \frac{1}{J_{zz}} \cdot M'_z(M_z, \omega_x, \omega_y) \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (21)$$

угловых скоростей  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ . Далее данные зависимости условимся называть «перекрестными связями». Появление этих взаимосвязей обусловлено изменением инерционных свойств СА при повороте полезной нагрузки. Рассмотрим, как возникающие перекрестные связи влияют на угловое движение СА.

**Результаты решения уравнений математической модели**

Решение уравнений математической модели выполнено для габаритных характеристик СА, приведенных на рис. 4.

Расстояния от носка конуса до указанных на рис. 4 точек СА:

- $l_{СИСТ} = 700$  мм;
- $l_{КА} = 800$  мм;
- $l_{ЦД} = 770$  мм.

Массовые характеристики СА:

- $m_{СА} = 700$  кг – масса СА, включающая в себя массу НТУ, поворотного устройства и КА;
- $m_{КА} = 300$  кг – масса КА.

Исследования углового движения СА выполнены при параметрах набегающего потока, соответствующих высоте полета  $H = 3000$  м и числу Маха набегающего потока  $M = 1,5$ .

Уравнения математической модели решались

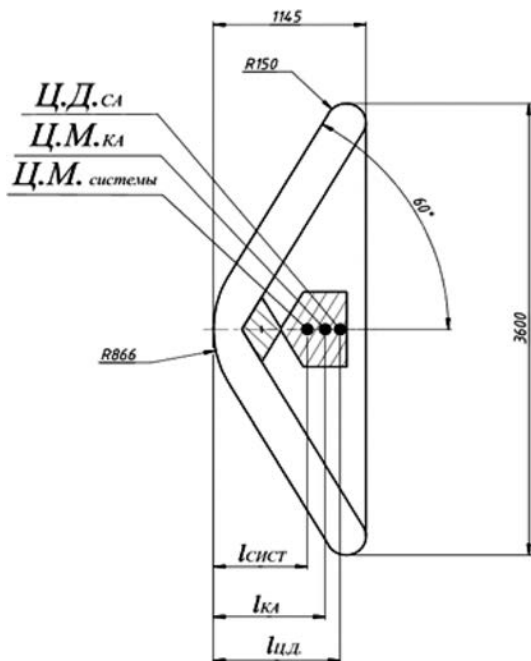


Рис. 4. Габаритные характеристики СА:  
 Ц.Д.<sub>СА</sub> – центр давления СА;  
 Ц.М.<sub>КА</sub> – центр масс КА;  
 Ц.М.<sub>системы</sub> – центр масс НТУ и совмещенного с ним поворотного механизма

при следующих начальных условиях движения:

- 1)  $\sigma = 90^\circ; \lambda = 3^\circ; \alpha_0 = 0^\circ; \gamma_{ПН} = 0^\circ;$
- 2)  $\sigma = 90^\circ; \lambda = 3^\circ; \alpha_0 = 20^\circ; \gamma_{ПН} = 0^\circ;$
- 3)  $\sigma = 45^\circ; \lambda = 3^\circ; \alpha_0 = 20^\circ; \gamma_{ПН} = 0^\circ.$

При начальных условиях 1 плоскость пространственного угла атаки совпадает с плоскостью поворота полезной нагрузки, при двух других начальных условиях такое совпадение отсутствует. Второй и третий случаи различаются по величине угла между плоскостями  $x_{св.пп}y_{св.пп}$  и  $x_{ПН}y_{ПН}$  соответствующих им систем координат. Такие значения выбраны исходя из условий возникновения или отсутствия «перекрестных связей».

Рассмотрим результаты решения уравнений математической модели для каждого из трех случаев начальных условий движения.

Результаты решения уравнений математической модели представлены в виде графических зависимостей.

Рассмотрим начальные условия движения, при которых плоскость пространственного угла атаки совпадает с плоскостью поворота полезной нагрузки (начальные условия 1):

$$\sigma = 90^\circ; \lambda = 3^\circ; \alpha_0 = 0^\circ; \gamma_{ПН} = 0^\circ.$$

В данном случае поворот ПН осуществлен в плоскости  $xz$  связанной системы координат. Так как  $\alpha_0 = 0^\circ$ , то аэродинамический момент, возникающий в результате смещения ПН, создается относительно оси  $z$  СК, связанной с плоскостью поворота ПН. В данном случае проекции аэродинамического момента на оси системы координат  $x_{св.пп}y_{св.пп}z_{св.пп}$  будут иметь следующий вид:

$$M_{z_{св.пп}} \neq 0; M_{x_{св.пп}} = M_{y_{св.пп}} = 0.$$

Так как начальные условия движения соответствуют проекциям угловых скоростей  $\omega_{x0} = \omega_{y0} = \omega_{z0} = 0$ , то компоненты вектора (20) в начальный момент времени имеют следующие значения:

$$M'_x (M_{x_{св.пп}}; \omega_x; \omega_y; \omega_z) = 0;$$

$$M'_y (M_{y_{св.пп}}; \omega_y; \omega_z) = 0;$$

$$M'_z (M_{z_{св.пп}}; \omega_y; \omega_z) = M_{z_{св.пп}}.$$

Таким образом,

$$M' = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ M_{z_{св.пп}} \end{pmatrix}. \tag{22}$$

С учетом (22), при  $t = t_0$  выражение (21) примет вид:

$$\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \begin{pmatrix} \frac{1}{J_{xx}J_{yy} - J_{xy}^2} (J_{yy} \cdot 0 - J_{xy} \cdot 0) \\ \frac{1}{J_{xx}J_{yy} - J_{xy}^2} (J_{xx} \cdot 0 - J_{xy} \cdot 0) \\ \frac{1}{J_{zz}} \cdot M'_z (M_z, \omega_x, \omega_y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J_{zz}} \cdot M_{z\text{св.пп.}} \end{pmatrix} \quad (23)$$

Анализ выражения (22) позволяет сделать вывод о том, что при данных начальных условиях движения СА изменяется лишь производная угловой скорости относительно оси  $z_{\text{св.пп.}}$ . Таким образом, при совпадении плоскости поворота ПН с плоскостью пространственного угла атаки угловое движение СА происходит в плоскости поворота ПН, что подтверждают результаты моделирования на рис. 5–7.

Рассмотрим начальные условия движения, при которых угол между плоскостью пространственного угла атаки и плоскостью поворота полезной нагрузки составляет  $90^\circ$  (начальные условия 2):

$$\sigma = 90^\circ; \lambda = 3^\circ; \alpha_0 = 20^\circ; \gamma_{\text{п}} = 0^\circ.$$

В данном случае возникает момент относительно оси  $z_{\text{св.пп.}}$ , обусловленный смещением центра масс. Также возникает момент, обусловленный наличием угла атаки. Данный аэродинамический момент возникает относительно оси  $z_{\text{п}}$ . Так как угол между плоскостями

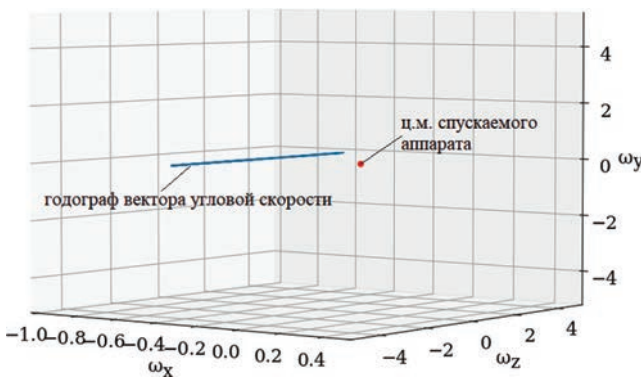


Рис. 5. Годограф вектора угловой скорости в системе координат, связанной с плоскостью поворота полезной нагрузки

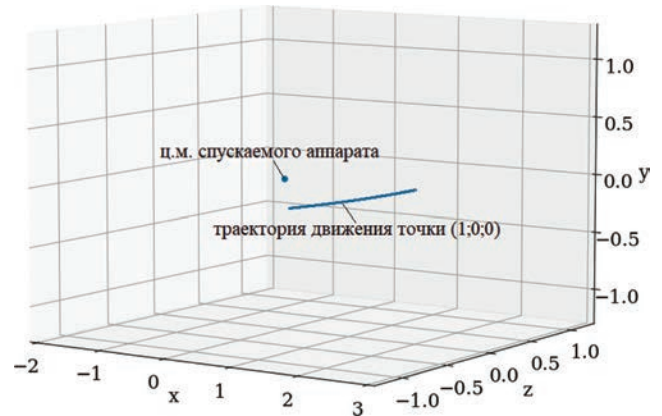


Рис. 7. Траектория движения точки (1;0;0) связанной системы координат

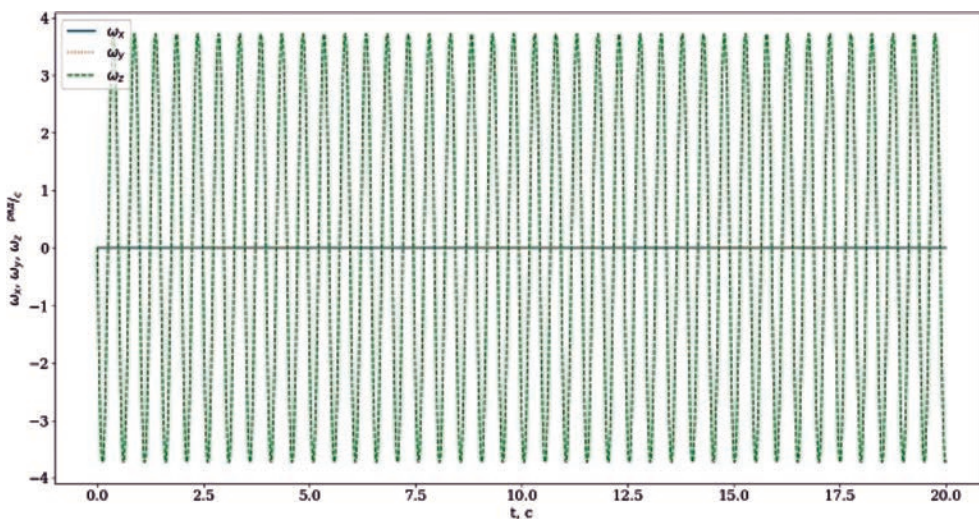


Рис. 6. Проекция угловых скоростей на оси системы координат, связанной с плоскостью поворота полезной нагрузки



$x_{св.пп}y_{св.пп}$  и  $x_{п}y_{п}$  составляет  $90^\circ$ , то между осями  $z_{св.пп}$  и  $z_{п}$ , которые перпендикулярны данным плоскостям, угол составляет также  $90^\circ$ . Таким образом, аэродинамический момент возникающий, в результате наличия начального угла атаки, перпендикулярен моменту, возникающему в результате смещения ц. м. И так, в системе координат  $x_{св.пп}y_{св.пп}z_{св.пп}$  возникают два взаимно перпендикулярных момента ( $M_{y_{св.пп}}$  и  $M_{z_{св.пп}}$ ):

$$M_{x_{св.пп}} = 0; M_{y_{св.пп}} \neq 0; M_{z_{св.пп}} \neq 0.$$

Поскольку начальные условия движения соответствуют проекциям угловых скоростей  $\omega_{x0} = \omega_{y0} = \omega_{z0} = 0$ , то компоненты вектора (20) в начальный момент времени имеют следующие значения:

$$\begin{aligned} M'_x (M_{x_{св.пп}}; \omega_x; \omega_y; \omega_z) &= 0; \\ M'_y (M_{y_{св.пп}}; \omega_y; \omega_z) &= M_{y_{св.пп}}; \\ M'_z (M_{z_{св.пп}}; \omega_y; \omega_z) &= M_{z_{св.пп}}. \end{aligned}$$

Таким образом

$$\bar{M}' = \begin{pmatrix} 0 \\ M_{y_{св.пп}} \\ M_{z_{св.пп}} \end{pmatrix}. \quad (24)$$

С учетом (24), при  $t = t_0$  выражение (21) примет вид (25).

Анализ последнего выражения позволяет сделать вывод о том, что при данных начальных условиях движения СА присутствуют производные от угловой скорости относительно всех трех осей СК  $x_{св.пп}y_{св.пп}z_{св.пп}$ . Вызвано это наличием центробежных моментов инерции.

Результаты численного интегрирования уравнений математической модели представлены на рис. 8 и 9 в виде годографа вектора угловой скорости и зависимостей проекций угловых скоростей от времени. Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод о том, что несовпадение плоскостей  $x_{св.пп}y_{св.пп}$  и  $x_{п}y_{п}$  приводит к возникновению трех взаимно перпендикулярных угловых движений, и точки СА описывают в пространстве сложные кри-

вые, проекции которых на плоскость неподвижной системы координат называются фигурами Лиссажу (рис. 10). Система управления должна компенсировать составляющие угловой скорости, возникающие из-за перекрестных связей. Таким образом, условием работы системы управления является наличие системы стабилизации по углу крена.

Рассмотрим начальные условия движения, при которых угол между плоскостью пространственного угла атаки и плоскостью поворота полезной нагрузки составляет  $45^\circ$  (начальные условия 3):

$$\sigma = 45^\circ; \lambda = 3^\circ; \alpha_0 = 20^\circ; \gamma_{п} = 0^\circ.$$

В данном случае момент от аэродинамических сил, обусловленный смещением центра масс, имеет проекции на оси  $y_{св.пп}$  и  $z_{св.пп}$ :

$$\bar{M}' = \begin{pmatrix} 0 \\ M_{y_{св.пп}} \\ M_{z_{св.пп}} \end{pmatrix}. \quad (26)$$

Таким образом, проекция момента, обусловленного смещением центра масс, на ось  $z_{св.пп}$  суммируется с проекцией на эту ось момента, обусловленного наличием угла атаки.

В результате значение амплитуды колебаний проекции угловой скорости  $\omega_z$  больше, чем в предыдущем случае, при начальных условиях 2 (рис. 11 и 12).

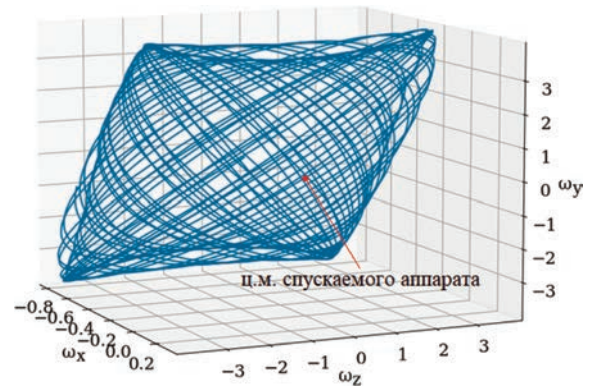


Рис. 8. Годограф вектора угловой скорости в системе координат, связанной с плоскостью поворота полезной нагрузки

$$\frac{d\bar{\omega}}{dt} = \begin{pmatrix} \frac{1}{J_{xx}J_{yy} - J_{xy}^2} (J_{yy} \cdot 0 - J_{xy} \cdot M'_y (M_y, \omega_y, \omega_z)) \\ \frac{1}{J_{xx}J_{yy} - J_{xy}^2} (J_{xx} \cdot M'_y (M_y, \omega_y, \omega_z) - J_{xy} \cdot 0) \\ \frac{1}{J_{zz}} \cdot M'_z (M_z, \omega_x, \omega_y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{J_{xx}J_{yy} - J_{xy}^2} (-J_{xy} \cdot M_{y_{св.пп}}) \\ \frac{1}{J_{xx}J_{yy} - J_{xy}^2} J_{xx} \cdot M_{y_{св.пп}} \\ \frac{1}{J_{zz}} \cdot M_{z_{св.пп}} \end{pmatrix}. \quad (25)$$

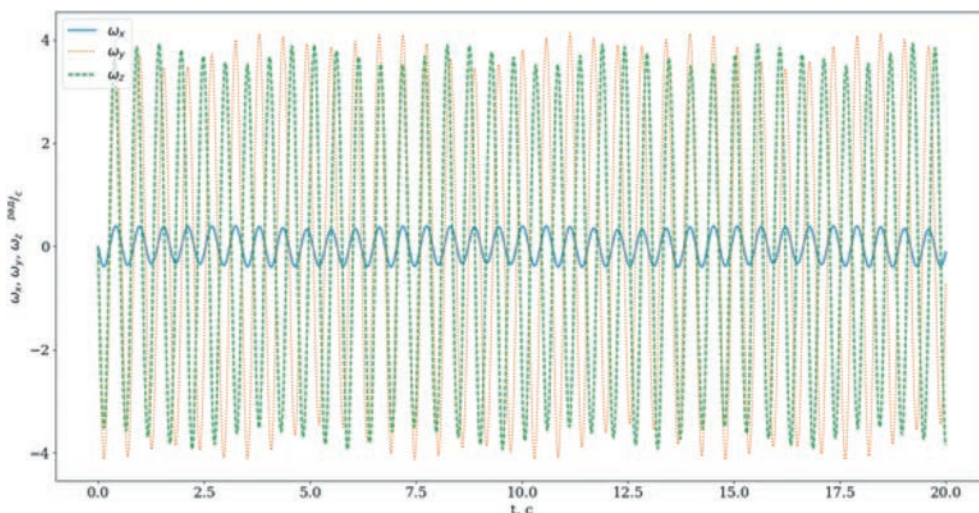


Рис. 9. Проекция угловых скоростей на оси системы координат, связанной с плоскостью поворота полезной нагрузки

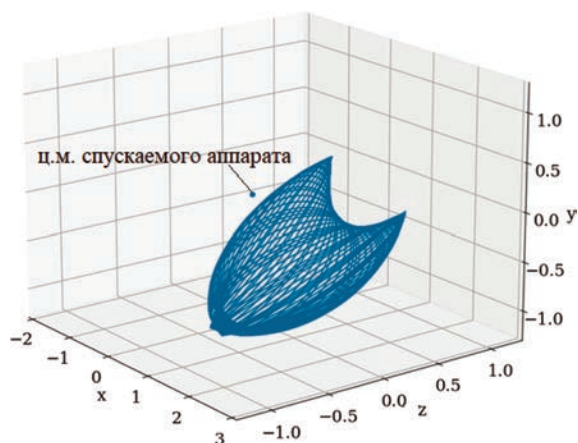


Рис. 10. Траектория движения точки (1;0;0) связанной системы координат

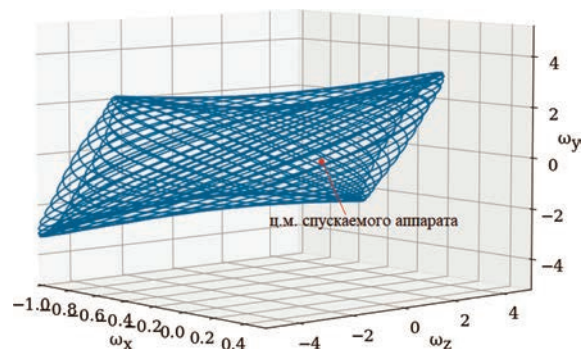


Рис. 11. Голограф вектора угловой скорости в системе координат, связанной с плоскостью поворота полезной нагрузки

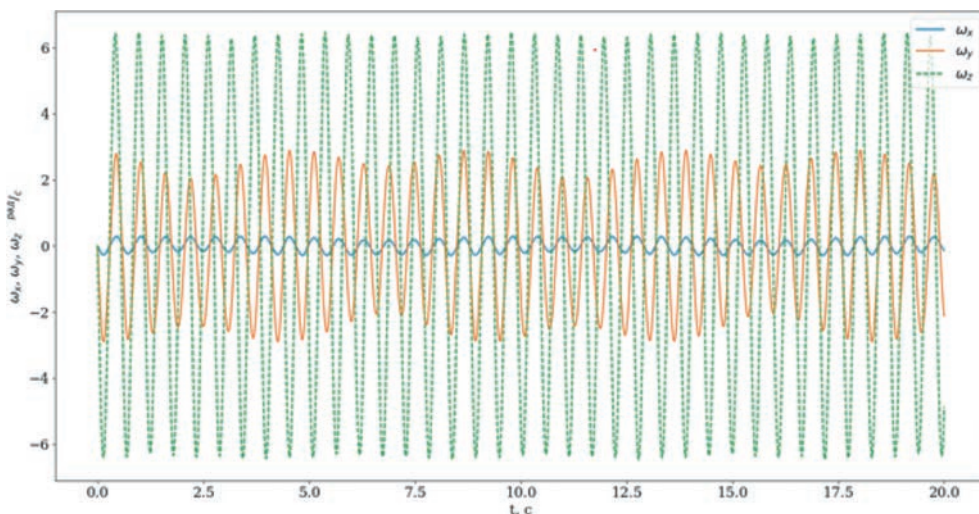


Рис. 12. Проекция угловых скоростей на оси системы координат, связанной с плоскостью поворота полезной нагрузки

Как и при начальных условиях 2, точки СА описывают в пространстве сложные фигуры (рис. 13).

Так как траектории движения точек СА располагаются в пределах «ограниченной области», то угловое движение, для принятых допущений и рассматриваемых начальных условий движения, является устойчивым.

Возникновение перекрестных связей при управлении движением СА рассматриваемым способом требует дополнительных исследований, при которых необходимо учесть в уравнениях углового движения демпфирующие моменты, а также шарнирные моменты, возникающие в результате работы поворотного устройства.

## Выводы

Представлены математическая модель углового движения спускаемого аппарата, учитывающая поворот полезной нагрузки, а также результаты решения уравнений математической модели.

Анализ полученных результатов позволил сделать вывод о том, что во всех рассмотренных случаях угловое движение спускаемого аппарата является колебательным. Несовпадение плоскости пространственного угла атаки с плоскостью поворота полезной нагрузки приводит к появлению угловых скоростей относительно всех трех осей системы координат, связанной с плоскостью поворота ПН. Сложение взаимно перпендикулярных колебаний приводит к движению точки СА по довольно сложным кривым.

Траектория движения произвольной точки СА расположена в пределах ограниченной области, что характеризует устойчивое угловое движение спускаемого аппарата, управляемого рассмотренным методом при принятых в работе допущениях и рассмотренных начальных условиях движения.

Для более точного исследования возникающих в системе колебаний необходимо учесть шарнирный момент, возникающий при осуществлении управления, а также демпфирующие аэродинамические моменты. Учет этих величин позволит сформулировать требования к системе автоматического управления СА предложенным в работе способом.

## Список источников

1. Финченко В.С., Пичхадзе К.М., Ефанов В.В. Надувные элементы в конструкциях космических аппаратов – прорывная технология в ракетно-космической технике. – Химки: НПО им. С.А. Лавочкина, 2019. – 488 с.
2. Краткое описание проекта экспедиции автоматического космического аппарата к Марсу, [http://www.iki.rssi.ru/mars96/01\\_mars.htm](http://www.iki.rssi.ru/mars96/01_mars.htm)

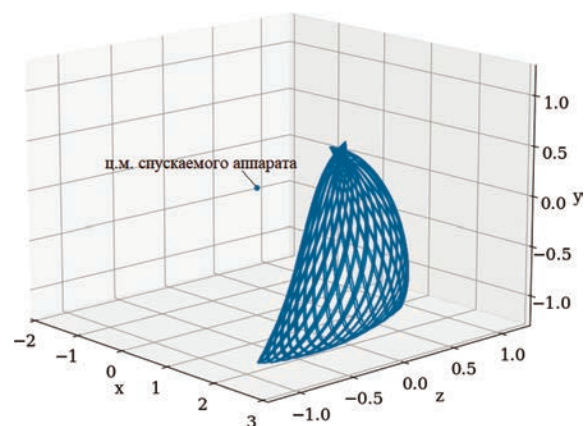


Рис. 13. Траектория движения точки (1;0;0) связанной системы координат

3. Алексеев А.К., Павлов Г.А., Финченко В.С. Аэротермодинамика пенетратора в атмосфере Марса // Космические исследования. 1996. Т. 34. № 1. С. 98–101.
4. Богданов В.П., Козлов И.А., Пичхадзе К.М., Финченко В.С. Объем и результаты экспериментальной отработки аэродинамики «Пенетратор» изд. «Марс-96» // НПО им. С.А. Лавочкина. Сб. научных трудов. 2000. Выпуск 2. С. 236–239.
5. Акатьев О.Б., Акимов А.И., Богданов В.В. и др. Алгоритм и результаты экспериментальной отработки гибкой теплозащиты для надувного тормозного устройства СА «Пенетратор» КА «Марс-96» // НПО им. С.А. Лавочкина. Сб. научных трудов. 2000. Выпуск 2. С. 240–243.
6. Финченко В.С., Пичхадзе К.М., Алексаикин С.Н., Острешко Б.А. Трансформируемые аппараты, спускаемые в атмосферах планет // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2015. № 2(28). С. 4–13.
7. Успенский М.В., Харри А.М., Финченко В.С. и др. Надувной посадочный модуль MetNet доставки научных метеорологических приборов на поверхность Марса // Актуальные вопросы проектирования автоматических космических аппаратов для фундаментальных и прикладных научных исследований: Сборник трудов 2-й научно-технической конференции (4–9 сентября 2017; Анапа, Краснодарский край). Химки: Изд-во НПО им. С. А. Лавочкина, 2015. С. 55–66.
8. Hughes S.J., Dillman R.A., Starr B.R. et al. Inflatable Re-entry Vehicle Experiment (IRVE) Design Overview // 18th AIAA Aerodynamic Decelerator Systems Technology Conference and Seminar (23–26 May 2005; Munich, Germany). DOI: 10.2514/6.2005-1636
9. NASA to Share First Results of Inflatable Heat Shield Technology Test, <https://www.nasa.gov/press-release/nasa-to-share-first-results-of-inflatable-heat-shield-technology-test>
10. Алексаикин С.Н., Пичхадзе К.М., Финченко В.С. Принципы проектирования спускаемых в атмосферах планет

- аппаратов с надувными тормозными устройствами // Вестник НПО им. С. А. Лавочкина. 2012. № 2(13). С. 4–11.
11. Казаковцев В.П., Корянов В.В. Метод исследования динамики углового движения космического спускаемого аппарата с надувным тормозным устройством // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2012. № 3. С. 39–46.
  12. Куркина Е.В., Любимов В.В. Оценка вероятности захвата в резонанс и параметрический анализ при спуске асимметричного космического аппарата в атмосфере // Сибирский журнал индустриальной математики. 2018. Т. 21. № 3(75). С. 74–83. DOI: 10.17377/SIBJIM.2018.21.307
  13. Корянов В.В., Кухаренко А.С. Оценка параметров движения спускаемого аппарата с надувным тормозным устройством путем отклонения элементов конструкции // Инженерный журнал: наука и инновации. 2022. № 4(124). DOI: 10.18698/2308-6033-2022-4-2174
  14. Корянов В.В. Динамика движения спускаемых аппаратов в атмосфере планеты: Учебное пособие. — М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2021. — 108 с.
  15. Дмитриевский А.А., Казаковцев В.П., Устинов В.Ф. и др. Движение ракет: (Введение в теорию полета ракет). — М.: Воениздат, 1968. — 464 с.
  16. Сихарулидзе Ю.Г. Баллистика и наведение летательных аппаратов. — 4-е изд., электрон. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2020. — 410 с.
  17. Челноков Ю.Н. Кватернионные и бикватернионные модели и методы механики твердого тела и их приложения. Геометрия и кинематика движения. — М.: Физматлит. — 512 с.
  18. Лашин В.С. Метод оценки параметров асимметрии при проектировании спускаемого космического аппарата // Вестник Московского авиационного института. 2020. Т. 27. № 1. С. 100–107. DOI: 10.34759/vst-2020-1-100-107
  19. Бакри И. Приближенно-оптимальный дискретный закон управления спуском космического аппарата с асимметрией в атмосфере Марса // Вестник Московского авиационного института. 2022. Т. 29. № 2. С. 179–188. DOI: 10.34759/vst-2022-2-179-188
  20. Дронг В.И., Дубинин В.В., Ильин М.М. и др. Курс теоретической механики: Учебник для вузов. — 5-е изд., испр. — М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2017. — 580 с.

## References

1. Finchenko V.S., Pichkhadze K.M., Efanov V.V. Naduvnye elementy v konstruktsiyakh kosmicheskikh apparatov — proryvnaya tekhnologiya v raketno-kosmicheskoi tekhnike (Inflatable elements in spacecraft structures — a breakthrough technology in rocket and space technology), Khimki, NPO im. S.A. Lavochkina, 2019, 488 p.
2. Kratkoe opisaniye proekta ekspeditsii avtomaticheskogo kosmicheskogo apparata k Marsu, [http://www.iki.rssi.ru/mars96/01\\_mars.htm](http://www.iki.rssi.ru/mars96/01_mars.htm)
3. Alekseev A.K., Pavlov G.A., Finchenko V.S. Kosmicheskii issledovaniya, 1996, vol. 34, no. 1, pp. 98-101.
4. Bogdanov V.P., Kozlov I.A., Pichkhadze K.M., Finchenko V.S. NPO im. S.A. Lavochkina. Sbornik nauchnykh trudov, 2000, no. 2, pp. 236-239.
5. Akat'ev O.B., Akimov A.I., Bogdanov V.V. et al. NPO im. S.A. Lavochkina. Sbornik nauchnykh trudov, 2000, no. 2, pp. 240-243.
6. Finchenko V.S., Pichkhadze K.M., Aleksahkin S.N., Ostreshko B.A. Vestnik NPO im. S.A. Lavochkina, 2015, no. 2(28), pp. 4-13.
7. Uspenskii M.V., Kharri A.M., Finchenko V.S. et al. Materialy II Nauchno-tekhnicheskoi konferentsii "Aktual'nye voprosy proektirovaniya avtomaticheskikh kosmicheskikh apparatov dlya fundamental'nykh i prikladnykh nauchnykh issledovaniy" (4-9 September 2017; Anapa, Krasnodar Krai), Khimki, NPO im. S.A. Lavochkina, 2015, pp. 55-66.
8. Hughes S.J., Dillman R.A., Starr B.R. et al. Inflatable Re-entry Vehicle Experiment (IRVE) Design Overview. 18th AIAA Aerodynamic Decelerator Systems Technology Conference and Seminar (23-26 May 2005; Munich, Germany). DOI: 10.2514/6.2005-1636
9. NASA to Share First Results of Inflatable Heat Shield Technology Test, <https://www.nasa.gov/press-release/nasa-to-share-first-results-of-inflatable-heat-shield-technology-test>
10. Aleksahkin S.N., Pichkhadze K.M., Finchenko V.S. Vestnik NPO im. S.A. Lavochkina, 2012, no. 2(13), pp. 4-11.
11. Kazakovtsev V.P., Koryanov V.V. Vestnik MGTU im. N.E. Bauman. Ser. Mashinostroenie, 2012, no. 3, pp. 39-46.
12. Kurkina E.V., Lyubimov V.V. Sibirskii zhurnal industrial'noi matematiki, 2018, vol. 21, no. 3(75), pp. 74-83. DOI: 10.17377/SIBJIM.2018.21.307
13. Koryanov V.V., Kukharensko A.S. Deflection of structural elements in estimating parameters of the controlled motion of the descent vehicle with an inflatable braking device. Engineering Journal: Science and Innovation, 2022, no. 4(124). DOI: 10.18698/2308-6033-2022-4-2174
14. Koryanov V.V. Dinamika dvizheniya spuskaemykh apparatov v atmosfere planety (Dynamics of descent vehicles in the atmosphere of the planet), Moscow, MGTU im. N. E. Bauman, 2021, 108 p.
15. Dmitrievskii A.A., Kazakovtsev V.P., Ustinov V.F. et al. Dvizhenie raket. Vvedenie v teoriyu poleta raket (Movement of rockets. Introduction to the theory of rocket flight), Moscow, Voensizdat, 1968, 464 p.
16. Sikharulidze Yu.G. Ballistika i navedenie letatel'nykh apparatov (Ballistics and guidance of aircraft), 4th ed., electron. Moscow, BINOM. Laboratoriya znaniy, 2020, 410 p.

17. Chelnokov Yu.N. *Kvaternionnye i bikvaternionnye modeli i metody mekhaniki tverdogo tela i ikh prilozheniya. Geometriya i kinematika dvizheniya* (Quaternionic and biquaternionic models and methods of solid mechanics and their applications. Geometry and kinematics of motion), Moscow, Fizmatlit, 512 p.
18. Lashin V.S. Asymmetry parameters assessment technique while descent spacecraft design. *Aerospace MAI Journal*, 2020, vol. 27, no. 1, pp. 100-107. DOI: 10.34759/vst-2020-1-100-107
19. Bakry I. Approximately optimal discrete law of spacecraft descent control with asymmetry in Mars atmosphere. *Aerospace MAI Journal*, 2022, vol. 29, no. 2, pp. 179-188. DOI: 10.34759/vst-2022-2-179-188
20. Drong V.I., Dubinin V.V., Il'in M.M. et al. *Kurs teoreticheskoi mekhaniki* (Course of theoretical mechanics), 5th ed. Moscow, MGTU im. N.E. Baumana, 2017, 580 p.

Статья поступила в редакцию 29.05.2023; одобрена после рецензирования 26.06.2023; принята к публикации 28.06.2023.

The article was submitted on 29.05.2023; approved after reviewing on 26.06.2023; accepted for publication on 28.06.2023.