# Автономное инерциально-магнитометрическое устройство определения углов ориентации летательного аппарата

Туктарёв Н.А.<sup>1\*</sup>, Гришин Д.В.<sup>2\*\*</sup>, Бусурин В.И.<sup>2\*\*\*</sup>, Ахмедова С.К.<sup>1\*\*\*\*</sup>

<sup>1</sup>Московский научно-производственный комплекс «Авионика» им. О.В. Успенского, ул. Образцова, 7, Москва, 127055, Россия

<sup>2</sup>Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия \*e-mail: nit@mnpk.ru \*\*e-mail: mai@dgri.ru \*\*\*e-mail: busurin@mai.ru

\*\*\*e-mail: ms.akhmedova@gmail.com

# Аннотация

Данная работа посвящена разработке автономного инерциальномагнитометрического устройства для определения углов ориентации летательного аппарата, анализу ожидаемой точности, а также формулированию основных требований для его создания. Разрабатываемое устройство предназначено для определения крена, тангажа и магнитного курса, как в статическом положении летательного аппарата, так и в процессе его движения.

**Ключевые слова:** автономное устройство, инерциально-магнитометрическое, магнитометр, геомагнитное поле, алгоритм ориентации

## Введение

Для решения задач ориентации подвижных объектов, в том числе летательных аппаратов (ЛА) актуальным является использование магнитометрических датчиков,

поскольку они обладают следующими достоинствами: автономностью, малым временем готовности, скрытностью работы и отсутствием накопления ошибок во времени [1, 2, 3]. Однако, в случае измерения геомагнитного поля одним трёхкомпонентным магнитометром задача определения пространственной ориентации становится вырожденной [4].

Для устранения неопределённости предлагается использовать несколько трёхкомпонентных магнитометров, развёрнутых относительно друг друга на определённые углы. При этом объединение магнитометров с блоком датчиков угловых скоростей (ДУС) приводит к созданию инерциально-магнитометрического устройства определения углов ориентации, которое позволяет связывать множество измерений геомагнитного поля во времени, отфильтровывать ошибки измерений и повысить точность ориентации [3].

## Постановка задачи

Рассмотрим такое инерциально-магнитометрическое устройство ориентации, в котором использованы два трёхкомпонентных магнитометра, расположенных горизонтально и повёрнутых на угол 90° относительно вертикальной связанной оси, три ДУС, цифровой вычислитель, а также соответствующие контроллеры и интерфейсы, необходимые для сбора и передачи информации [5]. Предположим что устройство предназначено для определения углов ориентации ЛА самолётного типа, для которых характерен горизонтальный полёт с небольшими углами тангажа. Далее под понятием «магнитное» рыскание  $\psi \in 0...2\pi$  понимается угол поворота ЛА в горизонтальной плоскости, отсчитываемый от текущего положения плоскости

магнитного меридиана против часовой стрелки. Тогда магнитный курс определяется как  $\psi_m = 2\pi - \psi$ .

Плоскость магнитного меридиана, которая является вертикальной плоскостью проходящей через точку текущего местоположения ЛА, содержит в себе вектор напряжённости геомагнитного поля  $t_n^{\rm T} = [d_1 \ d_2 \ d_3]$ , где  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$  – горизонтальная, вертикальная и поперечная составляющая соответственно. При этом поперечная составляющая перпендикулярна плоскости текущего направления магнитного меридиана и равна нулю  $d_3 = 0$ , то есть  $t_n^{\rm T} = [d_1 \ d_2 \ 0]$ .

Ориентацию ЛА будем определять относительно текущей плановой земной системы координат, повёрнутой в горизонте в направлении магнитного меридиана. Тогда трёхкомпонентные магнитометры будут измерять проекции вектора  $t_n$  на оси чувствительности магнитометров, которые, предполагаем, совпадают со строительными осями ЛА.

Поскольку силовые линии геомагнитного поля представляют собой сложные кривые, подверженные искривлению, то рассмотрение ориентации ЛА относительно изменяющегося направления плоскости магнитного меридиана содержит угловые движения. При дополнительные ЭТОМ также изменяются модуль геомагнитного поля и магнитное наклонение. В условиях отсутствия резкого обусловленного изменения геомагнитного поля, влиянием искусственных магнитных аномалий, эти повороты являются медленными и соответствуют малым дополнительным угловым скоростям, которые предлагается учитывать совместно с

дрейфами ДУС, определяемыми в процессе решения алгоритма ориентации. Тогда для описания углового движения ЛА относительно текущего вектора геомагнитного поля могут быть использованы традиционные математические модели [6], в которых указанные дополнительные угловые скорости учитываются в виде добавок к дрейфам ДУС.

Учитывая наличие ошибок датчиков, а также априорную неопределённость, рассматриваемая задача определения углов ориентации представляется в стохастической постановке и основывается на формировании уравнений объекта и наблюдений.

## Формирование модели

С учётом сделанных замечаний вектор состояния принимается в виде:

$$x^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \Delta \psi & \Delta \mathcal{P} & \Delta \gamma & \omega_{x}^{\partial p} & \omega_{y}^{\partial p} & \omega_{z}^{\partial p} & \Delta d_{1} & \Delta d_{2} \end{bmatrix}, (1)$$

где  $\Delta \psi$  - изменение магнитного рыскания;  $\Delta \mathcal{G}$  – изменение тангажа;  $\Delta \gamma$  – изменение крена;  $\omega_{\chi}^{\partial p}, \omega_{\chi}^{\partial p}, \omega_{z}^{\partial p}$  – переменные величины, учитывающие совместно дрейфы ДУС и указанные дополнительные угловые скорости,  $\Delta d_{1}, \Delta d_{2}$  – погрешности измерения горизонтальной и вертикальной составляющих геомагнитного поля.

Уравнения объекта являются непрерывными и имеют вид:

$$\dot{\psi} = \cos^{-1} \mathcal{G}(\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma),$$
  
$$\dot{\mathcal{G}} = \omega_y \sin\gamma + \omega_z \cos\gamma,$$
  
$$\dot{\gamma} = \omega_x - tg \mathcal{G}(\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma), (2)$$

$$\begin{split} \dot{\omega}_x^{\partial p} &= -\frac{1}{T_x} \omega_x^{\partial p} + v_x, \ \dot{\omega}_y^{\partial p} = -\frac{1}{T_y} \omega_y^{\partial p} + v_y, \ \dot{\omega}_z^{\partial p} = -\frac{1}{T_z} \omega_z^{\partial p} + v_z, \\ \Delta \dot{d}_1 &= -\frac{1}{T_1} \Delta d_1 + u_1, \ \Delta \dot{d}_2 = -\frac{1}{T_2} \Delta d_2 + u_2, \end{split}$$

где  $\omega_x$ ,  $\omega_y$ ,  $\omega_z$  – измерения угловых скоростей ДУС;  $T_x$ ,  $T_y$ ,  $T_z$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  – постоянные времени корреляции;  $v_x$ ,  $v_y$ ,  $v_z$  и  $u_1$ ,  $u_2$  – возмущения, учитывающие нестабильность дрейфов ДУС и параметров геомагнитного поля соответственно. Все возмущения принимаются нормальными процессами белого шума.

Уравнения (2) являются нелинейными относительно координат состояния, но линейными относительно вектора возмущений *w* и могут быть записаны в векторном виде:

$$\dot{x} = A \cdot x + w, \ w^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & v_{x} & v_{y} & v_{z} & u_{1} & u_{2} \end{bmatrix}, (3)$$

где A – матрица, компоненты которой определяются правыми частями дифференциальных уравнений (2) в линеаризованном виде. Измерения вектора состояния являются дискретными с малым шагом дискретизации по времени  $\Delta t = t_i - t_{i-1}$ .

Соответствующая детерминированная модель имеет вид:

 $\dot{x} = A \cdot x$  (4)

Априорная информация о начальном состоянии принимается в виде нормального распределения вектора состояния с нулевыми значениями для начального времени *t*<sub>0</sub>:

$$x(t_0) \in N\{x_0, \overline{P}_0\}, \ x_0^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$
 (5)

Вектор измерений сигналов рассматриваемой пары магнитометров, обозначаемых далее индексами *B* и *D*, для дискретных моментов времени *t<sub>i</sub>*, имеет вид:

$$Z^{\mathrm{T}}(t_i) = \begin{bmatrix} t_{B1} & t_{B2} & t_{B3} & t_{D1} & t_{D2} & t_{D3} \end{bmatrix}.$$
(6)

Для его составляющих имеют место соотношения:

$$\begin{split} t_{B}(t_{i}) &= \begin{bmatrix} t_{B1}(t_{i}) \\ t_{B2}(t_{i}) \\ t_{B3}(t_{i}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_{B1}(t_{i}) \\ r_{B2}(t_{i}) \\ r_{B3}(t_{i}) \end{bmatrix} = B(t_{i})t_{n}(t_{i}) + r_{B}(t_{i}), \\ t_{D}(t_{i}) &= \begin{bmatrix} t_{D1}(t_{i}) \\ t_{D2}(t_{i}) \\ t_{D3}(t_{i}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_{D1}(t_{i}) \\ r_{D2}(t_{i}) \\ r_{D3}(t_{i}) \end{bmatrix} = D(t_{i})t_{n}(t_{i}) + r_{D}(t_{i}), \\ r_{B}(t_{i}) &= \begin{bmatrix} r_{B1}(t_{i}) \\ r_{B2}(t_{i}) \\ r_{B3}(t_{i}) \end{bmatrix}, r_{D}(t_{i}) = \begin{bmatrix} r_{D1}(t_{i}) \\ r_{D2}(t_{i}) \\ r_{D3}(t_{i}) \end{bmatrix}, t_{n} = \begin{bmatrix} d_{1} \\ d_{2} \\ 0 \end{bmatrix}, \\ B(t_{i}) &= B[\psi(t_{i}), \mathcal{G}(t_{i}), \gamma(t_{i})], (7) \end{split}$$

$$D(t_i) = D[\psi(t_i) + \psi_0, \mathcal{G}(t_i), \gamma(t_i)],$$

$$B[\psi(t_i), \mathcal{G}(t_i), \gamma(t_i)] = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{31} \\ B_{21} & B_{22} & B_{32} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{bmatrix},$$

$$D[\psi(t_i) + \psi_0, \mathcal{G}(t_i), \gamma(t_i)] = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{31} \\ D_{21} & D_{22} & D_{32} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix}.$$

где  $\psi_0 = \pi$  – угол разворота магнитометра *D* относительно магнитометра *B*;  $t_B$ ,  $t_D$  – векторы измерений магнитометров;  $B(t_i)$ ,  $D(t_i)$  – матрицы направляющих косинусов, проецирующие вектор  $t_n$  на оси чувствительности магнитометров;  $r_B(t_i)$ и  $r_D(t_i)$  – векторы ошибок измерений магнитометров, которые, при условии предварительного списания девиации [7], принимаются центрированными процессами дискретного белого шума.

С учётом (1) и (7) уравнение наблюдений представляется нелинейным относительно координат состояния, но линейным относительно ошибок измерения и может быть записано в векторном виде:

$$Z(t_i) = h[x(t_i)] + r(t_i), \ M[r(t_i)r^{\mathrm{T}}(t_i)] = R,(8)$$

где  $h[x(t_i)]$  – векторная функция, компоненты которой определяются соотношениями (7); M – символ операции вычисления математического ожидания;  $r(t_i)$  – вектор ошибок измерений магнитометров с заданной ковариационной матрицей R.

Соответствующее детерминированное уравнение наблюдений имеет вид:

$$Z(t_i) = h[x(t_i)].$$
 (9)

Данное уравнение используется для оценивания измерений магнитометров, при вычислении невязок относительно измеренных значений.

#### Алгоритм ориентации

С учётом сделанных замечаний определение текущей ориентации ЛА сводится к задаче нелинейной фильтрации и решается с помощью фильтра первого порядка приближения.

На каждом шаге дискретизации ∆*t* выполняются две вычислительные процедуры: прогноз плотности вектора состояния для очередного момента времени и оценивание апостериорной плотности с учётом вновь поступившего вектора измерений. При этом удерживается две статистики апостериорной плотности вектора состояния: математическое ожидание и ковариационная матрица.

Нелинейность уравнений объекта учитывается при прогнозе математического ожидания вектора состояния, а нелинейность уравнений наблюдения при оценивании измерений магнитометров с учётом прогноза вектора состояния.

Ковариационная матрица апостериорного распределения рассчитывается с помощью линеаризованных уравнений объекта и наблюдений. Для этого уравнения объекта (2) и наблюдений (8) линеаризуются в окрестности текущих значений компонент вектора состояния. Непрерывной модели (2) соответствует дискретная модель, линеаризованная в окрестности текущих значений компонент вектора состояния:

 $x(t_{i+1}) = F(t_i)x_i + Q_i$ , (10)

где  $F = I + A \cdot \Delta t$  – матрица объекта, I – единичная матрица;  $Q_i$  – ковариационная матрица эквивалентных дискретных шумов возмущений.

Линеаризованное уравнение наблюдения имеет вид:

$$\overline{Z}(t_i) = Hx(t_i) + r(t_i), (11)$$

где 
$$H = \left[ \left( \frac{\partial T_A}{\partial x} \right)^{\mathrm{T}} \quad \left( \frac{\partial T_B}{\partial x} \right)^{\mathrm{T}} \right]^{\mathrm{T}}$$
 – матрица наблюдений.

Оценка вектора состояния вычисляется по следующему выражению:

$$\hat{x}(t_{i+1}) = K \cdot \left( Z_i - \overline{Z}_i \right), (12)$$

где К – коэффициент усиления фильтра Калмана [8].

Оценка вектора состояния (12) используется для коррекции углов ориентации, а так же для коррекции сигналов ДУС и магнитометров.

Изменение углов ориентации на шагах дискретизации измерений гироскопов определяется выражением [9]:

$$q_{i+1} = q_i + \dot{q}_i \Delta t \,, (13)$$

$$\dot{q}_i = (q_i \circ q_{\omega i})/2,$$

где  $q_i$  – кватернион ориентации аппарата;  $q_{\omega i}$  – кватернион угловых скоростей; i – номер дискретного момента времени; «•» – операция произведения кватернионов. В начальный момент времени  $q(t_0) = q_0$  определяется начальными углами ориентации [10].

# Результаты моделирования

Моделировались измерения магнитометров и ДУС с учётом их ошибок. При этом использовались процессы изменения углов ориентации, зарегистрированные в реальном полёте ЛА длительностью 30 минут. На рисунке 1 приведена траектория выбранного полёта. Принималось, что используются ДУС микромеханического типа с постоянными дрейфами 300 °/ч и синусоидальными медленно-изменяющимися трендами с амплитудой 60 °/ч.



Рисунок 1 Траектория полёта в плане; ΔЕ - направление на восток, ΔN - направление на север

Исследования по анализу обусловленности задачи пространственной ориентации заключались в следующем. Определялся ранг матрицы Якоби частных производных измерений для одного и двух трёхкомпонентных магнитометров, отображающих их измерения на углы ориентации ЛА (рисунок 2), путём анализа её миноров и вычисления определителя соответствующей матрицы Грама при варьировании углов ориентации. Если определитель Грама равен нулю, значит, задача вырождена, в противном случае ранг матрицы Якоби равен трём и решение существует.



Рисунок 2 Зависимость определителей Грама матриц Якоби отображения сигналов магнитометров на параметры ориентации; 1 – наблюдение одним магнитометром; 2 – наблюдение двумя магнитометрами

Из рисунка 2 видно, что при использовании измерений одного магнитометра определитель Грама равен нулю, а значит задача совместного определения всех трёх углов – крена, тангажа и магнитного курса решения не имеет [4]. При использовании двух магнитометров обусловленность задачи ориентации, в смысле её не вырожденности, стабильна и значительно выше.

Далее показано оценивание горизонтальной (рисунок 3) и вертикальной (рисунок 4) составляющих геомагнитного поля в плоскости магнитного меридиана при остаточной полукруговой девиации 1° и намеренно завышенной интенсивности изменения геомагнитного поля.



Рисунок 3 Модельная зависимость горизонтальной составляющей напряжённости геомагнитного поля – тонкая линия, и его оценка – толстая линия



Рисунок 4 Модельная зависимость вертикальной составляющей напряжённости геомагнитного поля – тонкая линия, и его оценка – толстая линия

Горизонтальная составляющая оценивается с меньшей точностью, нежели вертикальная, что соответствует ожиданиям.

Помимо плавного изменения параметров геомагнитного поля, обусловленных изменением местоположения ЛА, дополнительно имитировалось влияние искусственных аномалий (рисунки 5 и 6) путём задания ступенчатого изменения модуля магнитного поля на 20%, изменения угла магнитного наклонения на 5° и одновременного изменения местного направления магнитного меридиана на 3-5°.



Рисунок 5 Модельная зависимость горизонтальной составляющей напряжённости геомагнитного поля – тонкая линия, и его оценка – толстая линия



Рисунок 6 Модельная зависимость вертикальной составляющей напряжённости геомагнитного поля – тонкая линия, и его оценка – толстая линия

Вектор напряжённости геомагнитного поля оценивается по измерениям двух магнитометров достаточно точно, в том числе при резком изменении его модуля и магнитного наклонения.

На графиках рисунка 7 приведены результаты оценивания дрейфов ДУС по сигналам двух магнитометров при полностью списанной девиации и их точной



Рисунок 7 Оценки (2) и фактические дрейфы ДУС (1)

установке.

Аналогичные графики при угловой ошибке взаимной установки магнитометров 1° и полёте над магнитными аномалиями приведены на рисунке 8.



Рисунок 8 Оценки (2) и фактические дрейфы ДУС (1) при ошибке взаимной установки 1° и полёте над магнитными аномалиями

В оценке дрейфа ДУС по оси Y имеют место значительные ошибки в моменты времени начала и конца действия ступенчатых магнитных аномалий, что объясняется резким изменением магнитного курса за счёт поворота текущего направления плоскости магнитного меридиана.

На графике рисунка 9 показано оценивание крена по сигналам двух магнитометров при наличии остаточной девиации 1°, ошибках взаимной угловой установки магнитометров 0,5° и 1° в полёте над магнитными аномалиями. Аналогичные графики для тангажа приведены на рисунке 11, для рыскания на рисунке 13.



# Рисунок 9 Крен и его оценки

Для наглядности, на рисунке 10 приводится рассогласование оценки крена для случая установки магнитометра с ошибкой в 1°.



Рисунок 10 Ошибка оценки крена при ошибке установки магнитометров 1°

Имеет место смещение оценки 0,5° при СКО ошибки 0,2°.



Рисунок 11 Тангаж и его оценки

Влияние магнитных аномалий практически пренебрежимо, ошибка в основном обусловлена влиянием остаточной девиации магнитометров.

Для наглядности, на рисунке 12 приводится рассогласование оценки тангажа для случая установки магнитометра с ошибкой в 1°.



Рисунок 12 Ошибка оценки тангажа при ошибке установки магнитометров 1°

Имеет место смещение оценки 0,5° при СКО ошибки 0,2°.



Рисунок 13 Рыскание и оценки магнитного рыскания

Для наглядности, на рисунке 14 приводится рассогласование оценки рыскания для случая установки магнитометра с ошибкой в 1°.



Рисунок 14 Рассогласование между рысканием и оценкой «магнитного» рыскания при ошибке установки магнитометров 1°

Имеет место смещение 0,5° при СКО ошибки 0,6°.

Несмотря на ухудшение оценок дрейфов ДУС при увеличении угловой ошибки установки магнитометров, оценки углов сохраняют приемлемую точность.

Малые рассогласования обусловлены влиянием остаточной девиации магнитометров. Большие ступенчатые рассогласования обусловлены изменением текущего направления плоскости магнитного меридиана за счёт местного искривления силовых линий геомагнитного поля.

Таким образом, при использовании двух магнитометров, расположенных горизонтально и повёрнутых на угол 90° относительно вертикальной связанной оси, определяются все три угла.

## Выводы

Предлагаемое устройство коррекции параметров ориентации обеспечивает оценивание углов без накопления ошибок со следующей точностью: СКО крена и тангажа порядка 0,2°, СКО магнитного курса порядка 0,6°. При этом влияние магнитных аномалий практически не ухудшает точность оценок крена и тангажа.

Устройство является полностью автономным и допускает использование микромеханических ДУС с дрейфами порядка 300 °/с, что значительно снижает требования к их калибровке.

Устройство является самовосстанавливающимся, то есть после сбоя автоматически начинает правильную работу.

Время готовности устройства определяется временем оценки дрейфов ДУС и составляет порядка 10 секунд.

# Библиографический список

1. Погорелов М.Г. Информационно-измерительные системы магнитометрического типа для стационарных и подвижных объектов: Дис. ... канд. техн. наук. Тула: 2009 с.

2. Малютин Д.М., Погорелов М.Г., Шведов А.П. Система для определения параметров ориентации подвижного объекта по показаниям магнитных датчиков // Датчики и системы. 2009. №5. С. 51-55.

3. Алёшин Б.С., Антонов Д.А., Веремеенко К.К., Жарков М.В., Зимин Р.Ю., Кузнецов И.М., Пронькин А.Н. Малогабаритный интегрированный навигационнопосадочный комплекс // Труды МАИ, 2012, №54: <u>http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=29692</u>

4. Силкин А.А. Синтез и анализ алгоритмов определения пространственной ориентации беспилотной аэродинамической платформы по измерениям магнитного поля Земли: дисс. ... канд. техн. наук. М: 2002.

 Устройство для определения углов пространственной ориентации подвижного объекта. Патент РФ 2555496 / ОАО МНПК «Авионика» / Б.О. Качанов,
 В.Ф. Заец, Д.В. Гришин, Н.А. Туктарев, В.С. Кулабухов. Бюл. № 19, 10.07.2015.

6. Алёшин Б.С., Антонов Д.А., Веремеенко К.К., Жарков M.B. Сильносвязанная интегрированная инерциально-спутниковая многоантенная // 2012, Труды МАИ, <u>№</u>54: навигационная система http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=29692

7. Гришин Д.В., Качанов Б.О., Калабухов В.С., Туктарев Н.А. Материалы 9-й Всероссийской научно-практической конференции «Перспективные системы и задачи управления» и 4-й Молодежной школы-семинара «Управление и обработка информации в технических системах», Москва, 2014, С. 451-459

8. Salychev O. Applied Inertial Navigation: Problems and Solutions / O. Salychev. –
M.: BMSYU Press, 2004. – 304 c.

9. Августов Л.И. Навигация летательных аппаратов в околоземном пространстве – М.: Научтехлитиздат, 2015, 592 с.

Челноков Ю.Н. Кватернионные и бикватернионные модели и методы механики твердого тела и их приложения. Геометрия и кинематика движения. – М.:
 ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 512 с.