

УДК 519.6

Комплекс программных средств «Генетические алгоритмы условной оптимизации с бинарным и вещественным кодированием»

А.В. Пантелеев, Д.В. Метлицкая

Аннотация

В данной статье рассматривается проблема создания программных средств для решения разнообразных задач параметрической оптимизации сложных систем управления, являющихся важной составной частью ракетно-космических комплексов. Описывается стратегия поиска решения задач на основе генетических алгоритмов условной оптимизации. Приведен анализ эффективности предложенных алгоритмов и сформированного на их основе программного обеспечения.

Ключевые слова

Генетические алгоритмы, бинарное кодирование, вещественное кодирование, популяция, селекция, скрещивание, мутация, целевая функция.

Введение

В современной практике создания сложных ракетно-космических комплексов актуальными задачами являются синтез непрерывных, дискретных, непрерывно-дискретных оптимальных систем управления летательными аппаратами различных классов и параметрическая оптимизация их конструкций [1-4]. Применение классических методов [5,6] для решения сформулированных проблем, как правило, требует существенного упрощения математических постановок задач. Поэтому важно развитие прямых методов оптимизации, позволяющих получить наилучшие инженерные решения без введения обременительных

допущений. Среди них все более широкую популярность приобретают метаэвристические алгоритмы [7], в частности, генетические.

Генетические алгоритмы (ГА) являются представителями эволюционных методов поиска. В основе их работы лежит моделирование процессов природной эволюции. Основные принципы работы ГА изложены в [8-10]. Подобно другим методам эволюционных вычислений, ГА не гарантируют обнаружение глобального решения. Но они успешно работают, когда требуется найти достаточно «хорошее» решение за приемлемое время. В основе ГА лежат принципы, заимствованные из биологии и генетики. Основная идея состоит в создании популяции особей (индивидов), каждая из которых представляется в виде хромосомы. В задаче оптимизации множество допустимых решений кодируется так, чтобы каждая хромосома соответствовала одному из возможных решений. Для поиска наилучшего решения используется значение целевой функции или связанной с ней функции приспособленности. Значение функции приспособленности показывает, насколько хорошо подходит особь, описываемая хромосомой, в качестве решения задачи. Хромосома состоит из конечного числа генов, представляя генотип объекта. Поиск экстремума ведется на уровне генотипов. Для обеспечения процесса эволюционного поиска к текущей популяции применяются основные генетические операции: селекция, скрещивание, мутация, в результате которых генерируется новая популяция при помощи добавления новых особей с лучшей функцией приспособленности и удаления старых. Генетические алгоритмы делятся на две группы: генетические алгоритмы с бинарным кодированием и генетические алгоритмы с вещественным кодированием.

Первая группа использует двоичный алфавит для кодирования либо точек, либо элементарных “площадок” на множестве допустимых решений (иногда применяется смешанное кодирование). Однако двоичное представление хромосом влечет за собой трудности при поиске экстремума в непрерывных пространствах, поскольку дискретизация множества допустимых решений приводит к потере точности.

Вторая группа возникла в результате отказа от идеи кодирования. Тогда решение в хромосоме представляется в виде набора вещественных чисел. При этом реализация генетических операторов изменяется, а операции кодирования и декодирования отсутствуют. Генетические алгоритмы с вещественным кодированием были предложены в [11-13] и интенсивно развиваются [7].

1. Постановка задачи

Дана целевая функция $f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, определенная на множестве допустимых решений $D \subseteq R^n$. Требуется найти глобальный условный максимум функции $f(x)$ на множестве D , то есть такую точку $x^* \in D$, что $f(x^*) = \max_{x \in D} f(x)$, где $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$, $D = \{x \mid x_i \in [a_i, b_i], i = 1, 2, \dots, n\}$.

2. Стратегия поиска решения

Генетический алгоритм имитирует эволюцию начальной популяции как циклический итерационный процесс, во время которого к популяции применяются основные биологические операторы: селекция, скрещивание, мутация. В результате происходит ее смена на новую, к которой, если решение не найдено, опять применяются биологические операторы, и так далее, до выполнения условия окончания. В качестве приближенного решения задачи из последней популяции выбирается особь с наибольшим значением функции приспособленности. Детальные алгоритмы поиска глобального условного экстремума с бинарным и вещественным кодированием приведены в [7].

3. Программное обеспечение. Анализ эффективности метода

На основе изложенного алгоритмов сформирована программа поиска глобального условного максимума методами ГА с бинарным и вещественным кодированием. Среда разработки Microsoft Visual Studio 2005, язык программирования C#. Программа работает в режиме диалога с пользователем. Пользовательский интерфейс включает основное окно с формами для ввода данных и отображения получаемых результатов, кнопочную панель для управления ходом вычислительного процесса (возможно получить решение сразу или по шагам). Работа программы начинается с ввода начальных данных: типа оптимизируемой функции, диапазонов изменения переменных, а также задания параметров алгоритма: характеристик популяции (размера, максимального количества хромосом (особей), длины битовых строк генов), типа операторов селекции, скрещивания, мутации, количества элитных особей.

Анализ полученных результатов свидетельствует о том, что сформированный алгоритм и соответствующее программное обеспечение позволяют найти приемлемое решение задач со сложной овражной структурой линий уровня, а решение достаточно простых задач поиска экстремума функции одной переменной и квадратичной функции не вызывает затруднений.

Пример 1. Рассмотрим решение задачи поиска условного глобального максимума функции Розенброка $f(x) = -c_1(x_2 - x_1^2)^2 - (x_1 - 1)^2$ при помощи генетического алгоритма с бинарным кодированием.

Главное окно программы показано на рис. 1.



Рис. 1. Главное окно программы

Задача решена при следующих параметрах (рис. 2) - множество D : $-2 \leq x_1 \leq 2$, $-2 \leq x_2 \leq 2$; коэффициент целевой функции $c_1 = 100$; метод селекции – панмиксия; количество элитных особей – 1; метод скрещивания – одноточечное скрещивание; метод мутации – обыкновенная с вероятностью инверсии 0,2; размер популяции – 20 особей; количество популяций – 50; длина битовой строки первого гена – 10; длина битовой строки второго гена – 10.

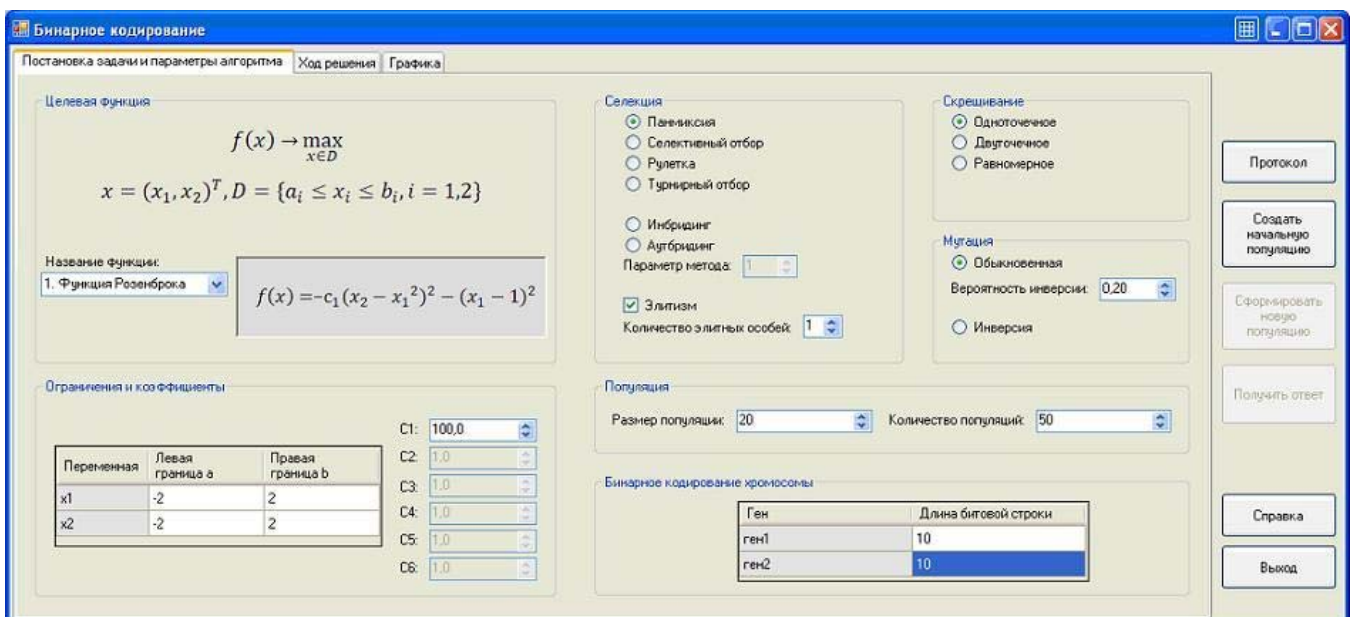


Рис. 2. Задание параметров примера 1 и алгоритма

Создадим начальную популяцию. Результат представлен на рис. 3 и 4.

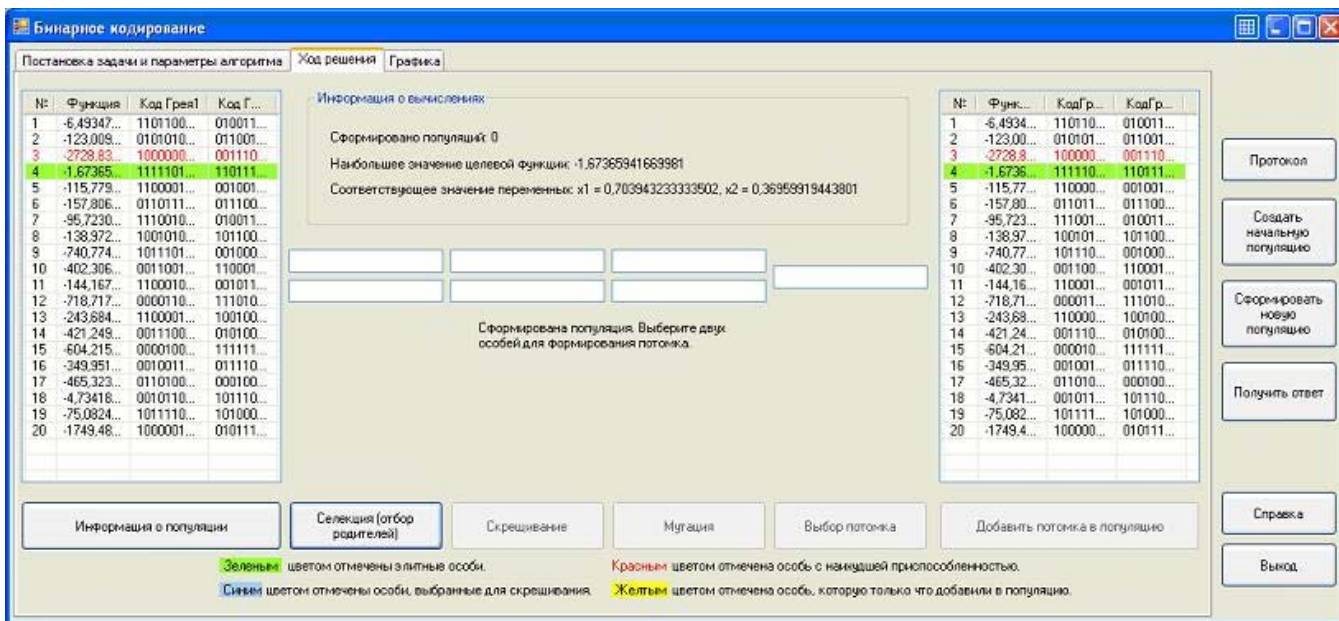


Рис. 3. Анализ начальной популяции

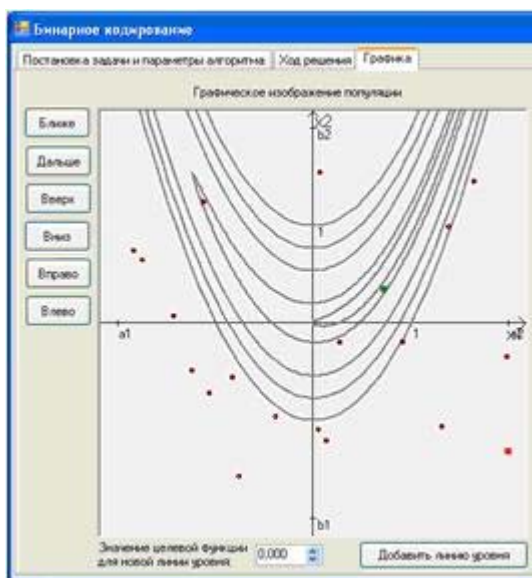


Рис. 4. Графическая иллюстрация начальной популяции

Конечная популяция имеет вид, представленный на рис. 5 и 6. На рис. 6. справа показан график изменения наибольшего значения целевой функции при переходе от одной популяции к другой.

№	x1	x2	Функция приспособо...	интер...	интер...	двоичный1	грэй1	двоичный2	грэй2
1	0,54207...	0,30332...	-0,218667088567611	650	589	1010001010	1111001111	1001001101	1101101011
2	0,53424...	0,29941...	-0,236508092030008	648	598	1010001000	1111001100	1001001100	1101101010
3	1,23483...	1,55577...	-0,150991747751249	827	909	1100111011	1010100110	1110001101	1001001011
4	1,09393...	1,19569...	-0,0089226388580352	791	817	1100010111	1010011100	1100110001	1010101001
5	1,10958...	1,27788...	-0,230085213970171	795	838	1100011011	1010010110	1101000110	1011100101
6	0,54207...	0,29549...	-0,209963593845492	650	587	1010001010	1111001111	1001001011	1101101011
7	1,28962...	1,70058...	-0,224106582154008	841	946	1101001001	1011101101	1110110010	1001101011
8	1,94324...	0,29158...	-1,215,15415404141	1008	586	1111110000	1000001000	1001001010	1101101111
9	1,09001...	1,19960...	-0,0212503209304635	790	818	1100010110	1010011101	1100110010	1010101011
10	0,62035...	0,35420...	-0,237948907727138	670	602	1010011110	1111010001	1001011010	1101110111
11	1,09001...	1,19960...	-0,0212503209304635	790	818	1100010110	1010011101	1100110010	1010101011
12	1,08610...	1,19960...	-0,0473465078708324	789	818	1100010101	1010011111	1100110010	1010101011
13	1,14481...	1,35225...	-0,194453271259806	804	857	1100100100	1010110110	1101011001	1011110101
14	1,09001...	1,19960...	-0,0212503209304635	790	818	1100010110	1010011101	1100110010	1010101011
15	0,57729...	0,31115...	-0,227605285280632	659	591	1010010011	1111011010	1001001111	1101101000
16	1,16046...	1,30528...	-0,197196954871092	908	845	1100101000	1010111100	1101001101	1011101011
17	1,09784...	1,19960...	-0,0127779045362313	792	818	1100011000	1010010100	1100110010	1010101011
18	1,16046...	1,31311...	-0,138500755882386	808	847	1100101000	1010111100	1101001111	1101101000
19	0,57729...	0,32681...	-0,18285467963696	659	595	1010010011	1111011010	1001010011	1101110101
20	1,27788...	1,63796...	-0,0796918656451558	838	930	1101000110	1011100101	1110100010	1001110011

Зеленым цветом отмечена особь с наилучшей приспособленностью. Красным цветом отмечена особь с наихудшей приспособленностью.

Рис. 5. Конечная популяция

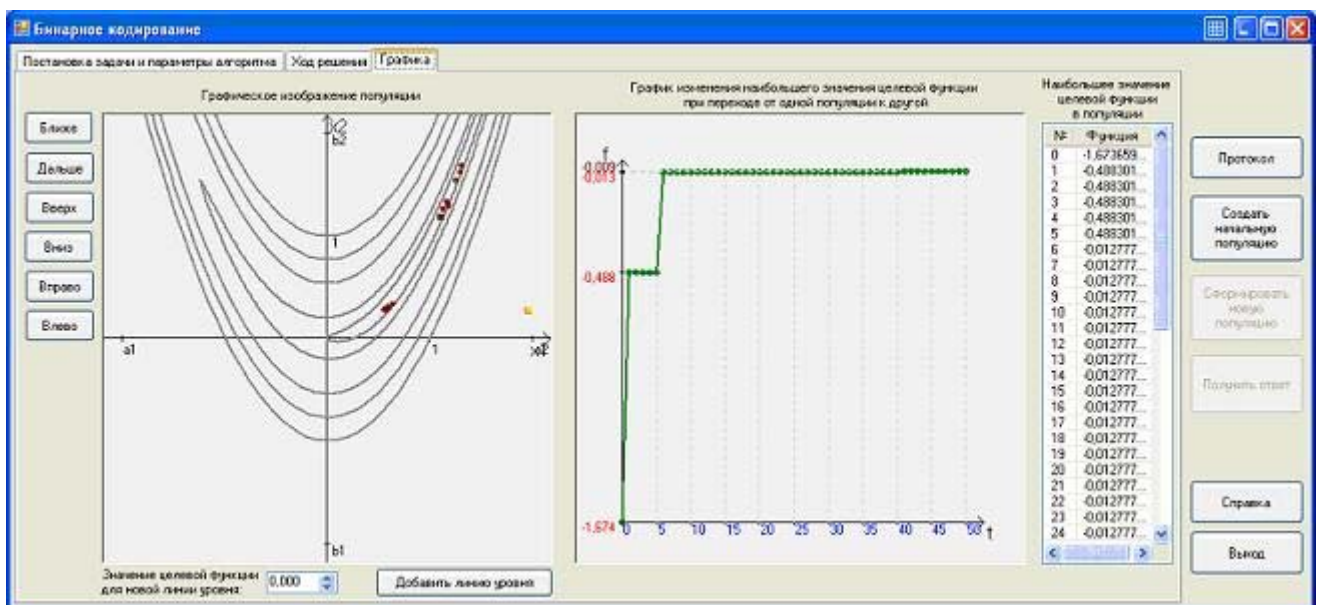


Рис. 6. График изменения наибольшего значения целевой функции в популяции

Таким образом, получен ответ: значение функции приспособленности (целевой функции) $f = -0,008923$, значения координат $x_1 = 1,093933$, $x_2 = 1,195695$. Точное решение задачи имеет вид $f^* = 0, x_1 = 1, x_2 = 1$.

Пример 2. Рассмотрим работу программы на примере поиска условного глобального максимума функции Розенброка $f(x) = -c_1(x_2 - x_1^2)^2 - (x_1 - 1)^2$ при помощи генетического алгоритма с вещественным кодированием.

Задача решена при следующих параметрах (рис. 7): множество допустимых решений: $-2 \leq x_1 \leq 2, -2 \leq x_2 \leq 2$; коэффициент целевой функции $c_1 = 100$; метод селекции –

панмиксия; количество элитных особей – 1; метод скрещивания – плоский кроссовер; метод мутации – случайная; размер популяции – 20 особей; количество популяций – 50.

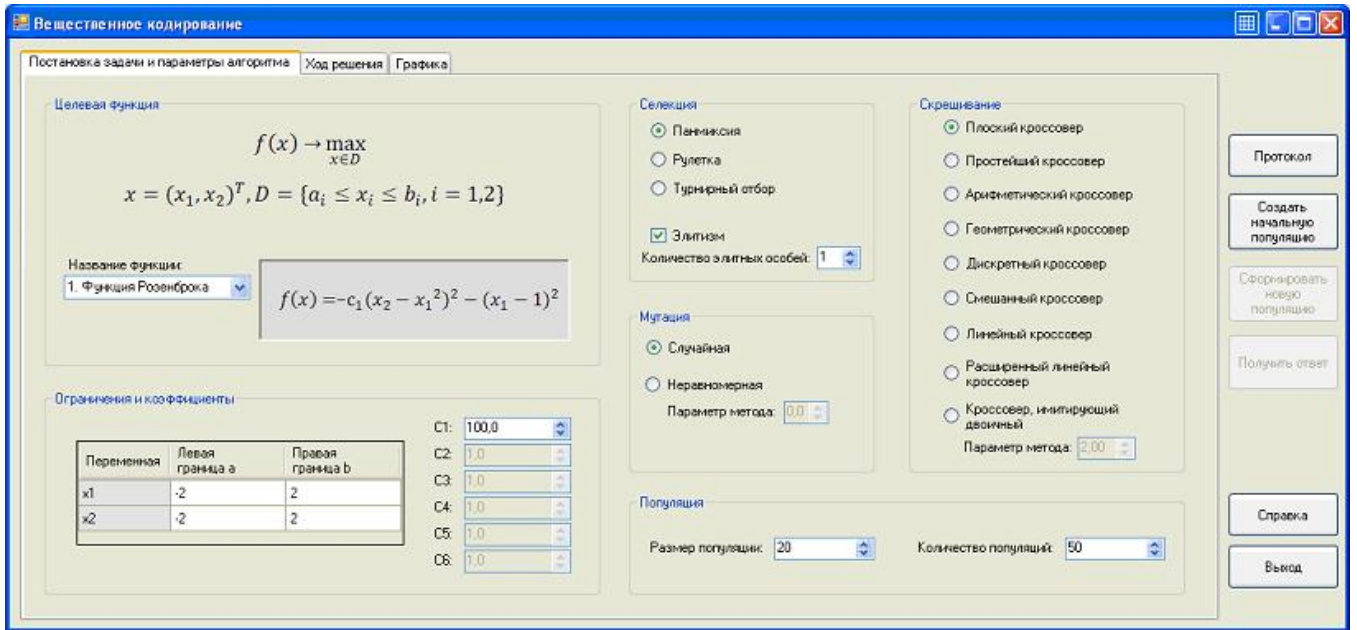


Рис. 7. Задание параметров примера 2 и алгоритма

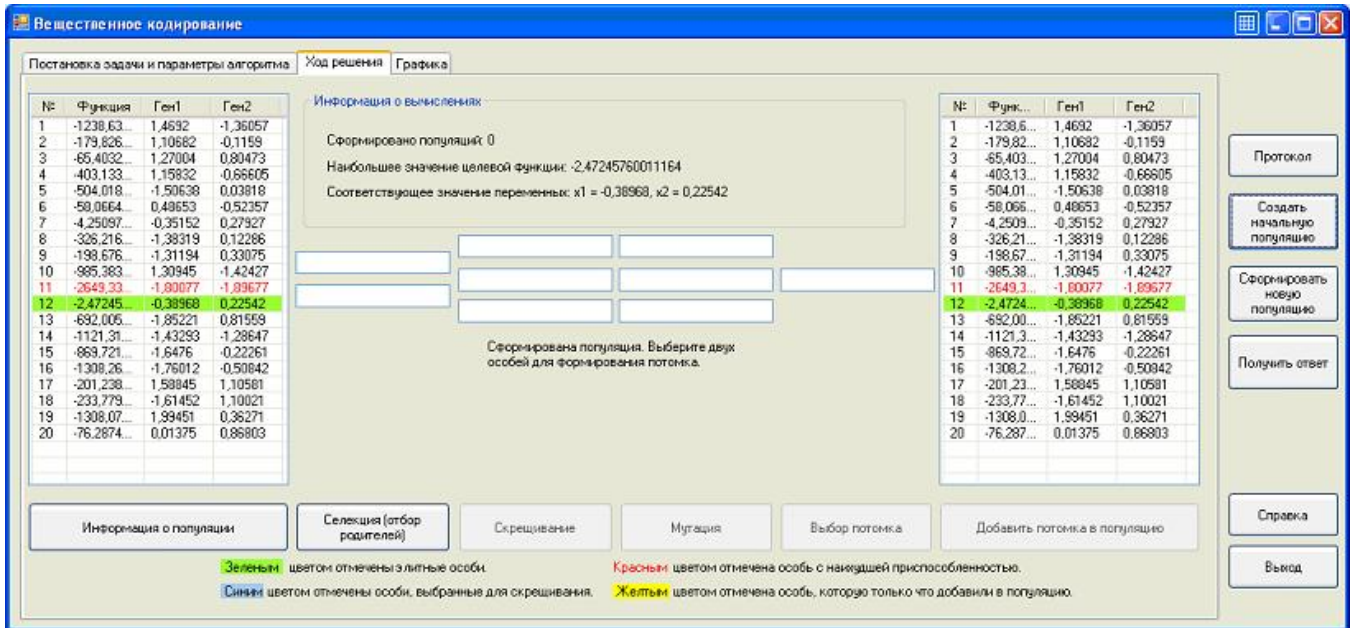


Рис. 8. Анализ начальной популяции

Создадим начальную популяцию (рис. 8). На рис. 9 можно увидеть графическое изображение популяции. Конечная популяция будет иметь вид, представленный на рис. 10.

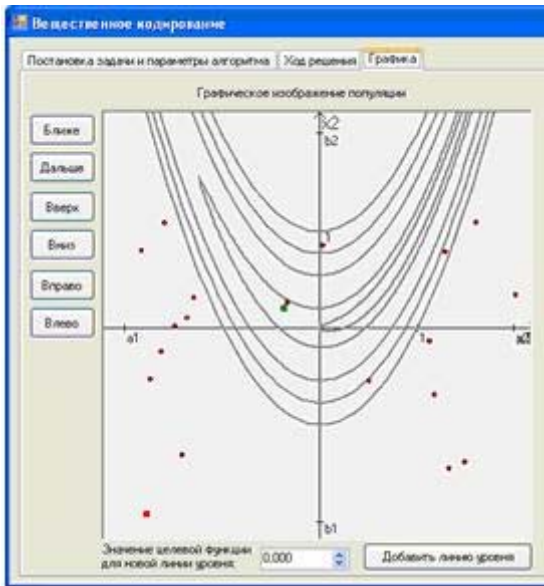


Рис. 9. Графическая иллюстрация начальной популяции

№	x1	x2	Функция приспособленности
1	0,48744	0,25074	-0,279889617643831
2	0,65909	0,39678	-0,25774326993823
3	0,58388	0,33357	-0,1785520120866
4	0,55861	0,33171	-0,233495835052445
5	0,47132	0,24853	-0,34913233425918
6	0,5137	0,30933	-0,442988043813609
7	0,59692	0,32136	-0,284648107551499
8	0,60537	0,31234	-0,4487692399842
9	0,41889	0,19497	-0,376607028735812
10	0,47437	0,2545	-0,363153277534323
11	0,43561	0,22371	-0,43382299408384
12	0,5729	0,33164	-0,18358787668481
13	0,63957	0,41759	-0,137203312295427
14	0,56229	0,33036	-0,211725528944395
15	0,45002	-1,82593	-411,762607033076
16	0,64143	0,35603	-0,435515534989753
17	0,775	0,60539	-0,052895522499999
18	0,51382	0,29662	-0,342705730065686
19	0,44663	0,21804	-0,340671816357178
20	0,39353	0,12932	-0,433064961812215

Рис. 10. Конечная популяция

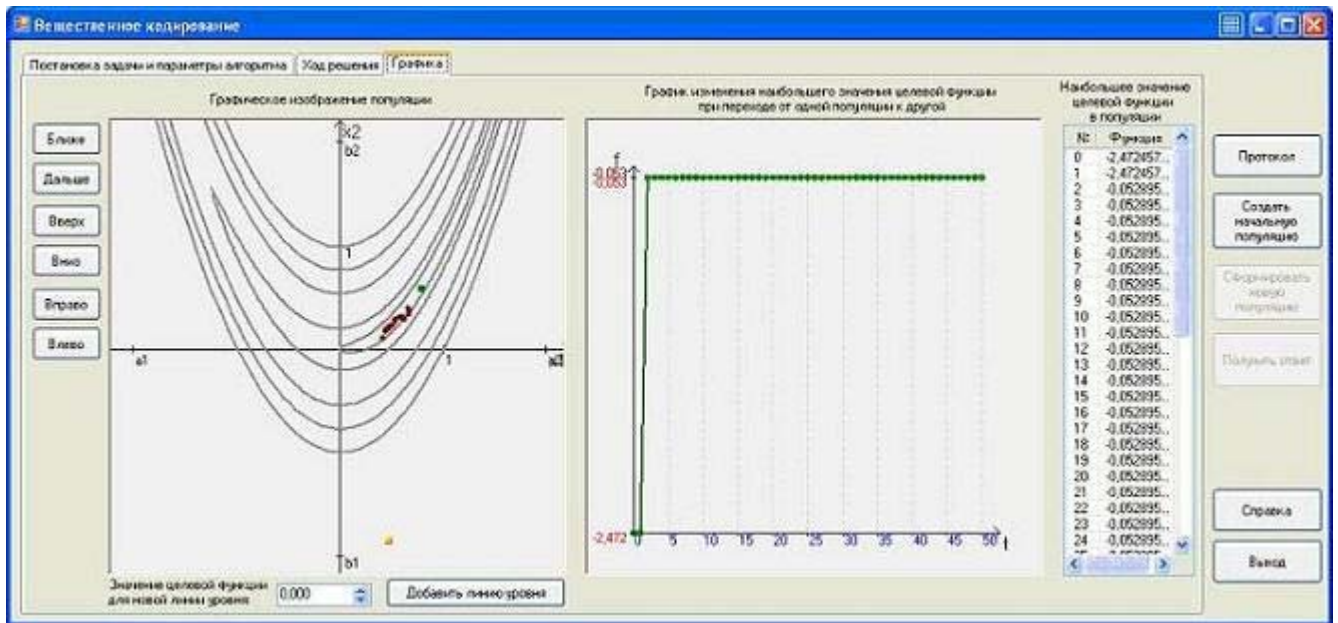


Рис. 11. График изменения наибольшего значения целевой функции в популяции

Таким образом, получен ответ: значение функции приспособленности $f = -0,052896$, значения координат $x_1 = 0,775$, $x_2 = 0,60539$.

Работа выполнена в научно-образовательном центре "Математические методы оптимизации и идентификации аэрокосмических систем и летательных аппаратов", как часть работ по Государственному контракту 02.740.11.0471 в рамках Мероприятия 1.1 Федеральной целевой программы "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009-2013 гг.

Выводы

На основе генетических алгоритмов поиска условного экстремума с бинарным и вещественным кодированием разработан комплекс программных средств, позволяющий найти приемлемое решение задач со сложной овражной структурой линий уровня целевых функций.

Библиографический список

1. Черноруцкий И.Г. Методы оптимизации в теории управления. – СПб.: Лань, 2001.
2. Хог Э.Д., Арора Я.С. Прикладное оптимальное проектирование: механические системы и конструкции.- М.: Мир, 1983.
3. Пиявский С.А., Брусов В.С., Хвилон Е.А. Оптимизация параметров многоцелевых летательных аппаратов. — М.: Машиностроение, 1974.
4. Парафесь С.Г. Проектирование тонкостенных конструкций летательных аппаратов на основе методов идентификации и оптимизации.- М.: Издательство МАИ-ПРИНТ, 2008.
5. Пантелеев А.В., Бортакровский А.С. Теория управления в примерах и задачах.- М.: Высш. шк., 2003.
6. Пантелеев А.В., Летова Т.А. Методы оптимизации в примерах и задачах.- М.: Высш. шк., 2008.
7. Пантелеев А.В. Метаэвристические алгоритмы поиска глобального экстремума.– М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2009.
8. Holland J.N. Adaptation in Natural and Artificial Systems. Ann Arbor, Michigan: Univ. of Michigan Press, 1975.
9. Goldberg D. Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine learning. Addison-Wesley, 1989.
10. Mitchell M. An introduction to Genetic Algorithm. MIT Press, 1996.
11. Herrera F., Lozano M., Verdegay J.L. Tackling real-coded genetic algorithms: operators and tools for the behavior analysis// Artificial Intelligence Review, V. 12, № 4, 265–319, 1998.
12. Michalewicz Z. Genetic algorithms, Numerical optimization and constraints// Proceedings of the 6th International conference on genetic algorithms, 151–158, 1995.
13. Wright A. Genetic algorithms for real parameter optimization// Foundations of Genetic Algorithms, V. 1, P. 205–218, 1991.

Информация об авторах

Пантелеев Андрей Владимирович, заведующий кафедрой Московского авиационного института (государственного технического университета), доктор физико-математических наук, профессор. E-mail: dep805@mai.ru

Метлицкая Дарья Вадимовна, студентка Московского авиационного института (государственного технического университета). E-mail: dashametlickaja@rambler.ru