

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ЖИДКОСТНОГО РАКЕТНОГО ДВИГАТЕЛЯ МАЛОЙ ТЯГИ

Воробьев А.Г.* , Воробьева С.С.**

*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия*

** e-mail: formula1_av@mail.ru*

*** e-mail: Kinder-Svetiks@yandex.ru*

Проведено численное исследование пограничного слоя на стенке камеры сгорания и сопла жидкостного ракетного двигателя малой тяги (ЖРДМТ). ЖРДМТ обладают малыми диаметральными размерами; при схожести характера течения в пограничном слое с двигателями больших тяг толщина вытеснения оказывает большее влияние на реальную площадь проходного сечения сопла. Представлен расчет пограничного слоя, основанный на применении численного метода интегрирования системы дифференциальных уравнений пограничного слоя. Исходными данными для расчета послужили параметры ЖРД малой тяги, разработанного в МАИ, работающего на компонентах топлива азотный тетроксид и несимметричный диметилгидразин, тягой 200 Н. Представлены результаты расчетов параметров пограничного слоя: толщина вытеснения, профиль относительной скорости, коэффициент трения, коэффициент расхода сопла.

Ключевые слова: ЖРДМТ, пограничный слой, толщина вытеснения, профиль относительной скорости, коэффициент трения, коэффициент расхода сопла.

Введение

Отличительной особенностью вязкого течения является возникновение касательных напряжений в потоке с неоднородным полем скорости и на обтекаемой поверхности. Следствие вязкости — возникновение гидравлического сопротивления трения при движении газа в проточной части канала. Гидравлическое сопротивление обуславливает энергетические затраты, необходимые для его преодоления, и приводит к потерям полного давления при внутреннем течении [3].

Наличие пограничного слоя оказывает на поток действие, эквивалентное уменьшению поперечных размеров проточной части на некоторую величину — толщину вытеснения. Для двигателей малых тяг учет уменьшения площади проточной части особенно важен, так как толщина вытеснения относительно диаметра критического сечения составляет большую часть, чем у маршевых двигателей. Это обуславливает различие геометрической степени расширения сопла и реальной степени расширения потока газа и ведет к дополнительным потерям удельного импульса тяги двигателя.

Наличие пограничного слоя в сопле двигателя из-за сужения эффективной площади течения приводит к увеличению скорости в дозвуковой части сопла и уменьшению скорости в сверхзвуковой части сопла. Скорость в ядре потока в дозвуковой части получается больше, а в сверхзвуковой — меньше по сравнению с идеальным невязким течением. В соответствии с этим статическое давление в любом сечении сопла при дозвуковом потоке понижается, а при сверхзвуковом потоке повышается по сравнению с давлением в таком же сечении идеального сопла.

На пути применения теории турбулентных течений для камер ракетных двигателей встречаются значительные трудности, они обусловлены неоднородностью параметров потока, его свойств и состава по поперечному сечению камеры, возможной химической неравновесностью в пограничном слое, большой ролью диффузионных процессов. В случае двухфазных продуктов сгорания дополнительные особенности вносит присутствие конденсированных жидких частиц, взаимодействующих с газовой фазой и стенкой.

Численный метод расчета параметров пограничного слоя

Расчет пограничного слоя в соплах — достаточно сложная задача. Движение потока в пограничном слое сопел в большинстве случаев является турбулентным, оно осложняется большими скоростями движения, сжимаемостью потока, существенным влиянием продольного отрицательного градиента давления на осредненные параметры турбулентного течения и на интенсивность турбулентного переноса. Достаточно полный и строгий учет влияния этих особенностей возможен лишь при использовании дифференциальных методов расчета пограничного слоя, основанных на применении численных методов интегрирования системы его дифференциальных уравнений и компьютерной техники.

Система уравнений стационарного пограничного слоя для рассматриваемых условий может быть представлена в следующем виде [4, 6]:

— уравнение движения:

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial y} \left[r (\mu + \mu_T) \frac{\partial u}{\partial y} \right] - \frac{dp}{dx}; \quad (1)$$

— уравнение энергии:

$$\rho c_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial y} \left[r (\lambda + \lambda_T) \frac{\partial T}{\partial y} \right] + (\mu + \mu_T) \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + u \frac{dp}{dx}; \quad (2)$$

— уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial(\rho ur)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho vr)}{\partial y} = 0; \quad (3)$$

— уравнение состояния:

$$\rho = p/RT. \quad (4)$$

Здесь x, y — координаты, направленные вдоль поверхности, обтекаемой потоком (вдоль криволинейной образующей сопла), и по нормали к ней; r — расстояние от рассматриваемой точки до оси сопла; ρ, μ, λ, c_p — плотность, динамический коэффициент вязкости, коэффициент теплопроводности и удельная изобарная теплоемкость потока соответственно; μ_T, λ_T — коэффициент турбулентного переноса количества движения и теплоты соответ-

ственно; u, v — проекции вектора скорости потока на координатные оси x и y соответственно; p — давление; T — температура.

Уравнения (1)–(4) имеют одинаковый вид для турбулентного и ламинарного режима течения. Величины u, v, ρ, T, p , входящие в уравнения для турбулентного режима течения, полагаются осредненными за период времени $\Delta\tau$. Период осреднения $\Delta\tau$ выбирается достаточно большим по сравнению с периодом турбулентных пульсаций.

Система (1)–(4), включающая четыре уравнения, содержит при турбулентном режиме течения шесть неизвестных величин: $u, v, T, \rho, \mu_T, \lambda_T$ и является незамкнутой. Для её замыкания нужно определить величину μ_T и установить связь между μ_T и λ_T . Используя гипотезу Прандтля о пути смешения l или масштаба турбулентности [8], получим

$$\mu_T = \rho l^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|. \quad (5)$$

Длина пути смешения в пограничном слое может быть рассчитана согласно модели взаимодействия процессов турбулентного и молекулярного переноса по выражению, предложенному Прандтлем, с поправкой Ван-Дрийдта:

$$l = \alpha y [1 - \exp(-\eta/26)]. \quad (6)$$

Здесь безразмерная координата η определяется соотношением

$$\eta = \rho v_* y / \mu, \quad (7)$$

где v_* — динамическая скорость ($v_* = \sqrt{\tau/\rho}$, τ — касательное напряжение трения в рассматриваемой точке).

Для определения коэффициента турбулентного переноса α в стационарном пограничном слое в соплах можно воспользоваться формулой [3]

$$\alpha = \frac{0,4}{1 - 21,4 \frac{dp/dx}{\rho_\infty u_{0\infty} (\partial u/\partial y)_{y=0}}}. \quad (8)$$

Здесь индекс ∞ характеризует параметры за пределами пограничного слоя в анализируемом сечении; 0∞ — параметры за пределами пограничного слоя в исходном сечении (на входе в канал).

Связь между коэффициентами турбулентного переноса μ_T и λ_T можно выразить зависимостью

$$\lambda_T = \mu_T c_p / Pr_T, \quad (9)$$

где Pr_T — турбулентное число Прандтля. При расчетах стационарного пограничного слоя можно принять $Pr_T = 0,9$.

Анализ различных разностных схем для решения системы уравнений пограничного слоя показывает, что наиболее удобны неявные шеститочечные схемы.

Алгоритм и методика расчета представлены в [5]. Используя метод разностной аппроксимации производных применительно к уравнениям (1)–(3), получают их разностную схему. Так, например, разностный аналог (разностная схема) уравнения (1) имеет вид

$$\begin{aligned} & (\rho u)_{i-\frac{1}{2},j} \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{\Delta x} + \\ & + (\rho u)_{i-\frac{1}{2},j} \frac{(u_{i,j+1} - u_{i,j-1}) + (u_{i-1,j+1} - u_{i-1,j-1})}{2(y_{j+1} - y_{j-1})} = \\ & = (\rho u)_{i-\frac{1}{2},\infty} \frac{u_{i,\infty} - u_{i-1,\infty}}{\Delta x} + \frac{2}{(y_{j+1} - y_{j-1})} r_j^m \times \\ & \times \left[r_{j+\frac{1}{2}}^m \left(\mu_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + \mu_{Ti-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \right) \times \right. \\ & \times \frac{(u_{i,j+1} - u_{i,j}) + (u_{i-1,j+1} - u_{i-1,j})}{2(y_{j+1} - y_j)} - \\ & \left. - r_{j-\frac{1}{2}}^m \left(\mu_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + \mu_{Ti-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} \right) \times \right. \\ & \left. \times \frac{(u_{i,j} - u_{i,j-1}) + (u_{i-1,j} - u_{i-1,j-1})}{2(y_j - y_{j-1})} \right] - \frac{p_i - p_{i-1}}{\Delta x}. \quad (10) \end{aligned}$$

Аналогично получают разностный аналог дифференциального уравнения энергии (2). Разностные уравнения представляется в более компактной форме и решаются методом прогонки.

Расчет структуры пограничного слоя осуществляется последовательно, начиная с сечения $i = 1$, при этом все параметры потока в предыдущем сечении $i = 0$ известны из граничных условий для $x = 0$.

По результатам расчета структуры пограничного слоя в интересующих сечениях потока определяются: толщина вытеснения δ^* , толщина потери импульса δ^{**} пограничного слоя и соответствующие числа Рейнольдса Re^* , Re^{**} :

$$\delta^* = \int_0^\infty \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_\infty u_\infty} \right) dy; \quad (11)$$

$$Re^* = \frac{\rho_\infty u_\infty \delta^*}{\mu_\infty}; \quad (12)$$

$$\delta^{**} = \int_0^\infty \frac{\rho u}{\rho_\infty u_\infty} \left(1 - \frac{u}{u_\infty} \right) dy; \quad (13)$$

$$Re^{**} = \frac{\rho_\infty u_\infty \delta^{**}}{\mu_\infty}; \quad (14)$$

безразмерные скорости ϕ и координаты η :

$$\phi = \frac{u}{v_*}; \quad \eta = \frac{\rho v_* y}{\mu}. \quad (15)$$

По полученным данным о структуре могут быть найдены и другие локальные и интегральные характеристики пограничного слоя. Более подробно численный метод интегрирования дифференциальных уравнений пограничного слоя изложен в [4, 5].

В результате расчета пограничного слоя определяются: сопротивление трения потока на поверхности сопла, толщина вытеснения, необходимая для корректного расчета параметров в ядре потока, а также многие другие локальные и интегральные характеристики.

Параметры течения на внешней границе пограничного слоя находят из расчета невязкого поля течения в сопле, граница которого определяется с учетом толщины вытеснения пограничного слоя δ^* . Необходимые для расчета течения вязкого газа параметры вязкости, газовой постоянной, удельной изобарной теплоемкости в зависимости от температуры определяются из термодинамических расчетов согласно условию замороженного расширения продуктов сгорания [7].

Рассмотренный численный метод расчета пограничного слоя реализован в виде программы с рабочим интерфейсом в среде Excel. Программа оперирует с относительными безразмерными пара-

метрами, поэтому большая часть исходных данных и результатов расчета представляется в безразмерном виде. Приведение параметров к безразмерному виду осуществляется с помощью выражений (безразмерные параметры снабжены верхней чертой):

$$\begin{aligned} \bar{u} &= u/u_0; \quad \bar{v} = v/u_0; \\ \bar{\rho} &= \rho/\rho_0; \quad \bar{\mu} = \mu/\mu_0; \\ \bar{\mu}_T &= \mu_T/\mu_0; \quad \bar{x} = \rho_0 u_0 x/\mu_0; \\ \bar{y} &= \rho_0 u_0 y/\mu_0; \quad \bar{r} = \rho_0 u_0 r/\mu_0. \end{aligned} \quad (16)$$

Здесь нижний индекс относится к масштабным значениям параметров. За масштабные приняты значения параметров в исходном сечении пограничного слоя (на входе в канал).

Формирование начальных данных и последовательность исследования

Исходными данными для расчета послужили параметры двигателя ЖРД малой тяги, разработанного в МАИ, работающего на компонентах топлива азотный тетроксид и несимметричный диметилгидразин, тягой 200 Н. Двигатели такой размерности и на данных компонентах топлива наиболее часто используются в качестве исполнительных органов управления реактивной системы управления космического аппарата. Параметры двигателя МАИ-200-1: тяга — 200 Н; рабочее давление в камере сгорания — 0,94 МПа; соотношение компонентов — 2,6; завеса — горючим; относительный расход на завесное охлаждение — 20% от общего расхода.

В ЖРДМТ используется завесное охлаждение для обеспечения работоспособности стенки камеры сгорания (КС) на всем сроке эксплуатации двигателя.

По мере осевого продвижения завесы будет происходить подмешивание и перемешивание завесного компонента с пристеночным слоем. Получаемый слой смешения представляет собой смесь вещества, поданного через пояс завесы, и вещества, внесенного в завесу из набегающего потока.

Вследствие большой разницы температур на границах слоя (стенка — ядро потока) турбулентное перемещение газовых объемов из области высоких температур в область низких температур вблизи стенок приводит не только к переносу кинетической энергии, но и к переносу тепла химической реакции [2]. Это тепло выделяется при реакциях рекомбинации в зоне пониженной температуры.

Таким образом, химический состав и свойства рабочего тела будут переменными как вдоль, так и поперек пограничного слоя. Учет переменного состава и термодинамических свойств газов внутри пристеночного и пограничного слоев достаточно затруднителен и связан с необходимостью моделирования реальных внутрикамерных процессов в ЖРДМТ [9].

Пристеночный слой имеет определенную исходную толщину в сечении возле смесительной головки, которая определяется исходя из расположения и конструкции смесительных элементов на периферии головки. Слои ядра потока, пристеночного слоя и завесы не успевают перемешиваться друг с другом при движении вдоль камеры сгорания. Можно сказать, что в области стенки сохраняется постоянное соотношение компонентов, которое и будет определять состояние пограничного слоя. Завеса не будет подвергаться интенсивному размытию, крупномасштабная турбулентность основного потока будет гаситься возле стенки, и пограничный слой будет достаточно устойчивым. Поэтому для решения текущей задачи свойства газов будем считать постоянными, замороженными, неменяющимися ни вдоль, ни поперек пограничного слоя.

Для начала требуется определить соотношение компонентов «на стенке», по которому, в свою очередь, определяются необходимые для расчета параметры: T_r^* , R_r , μ , I^* .

Расчеты турбулентного перемешивания завесы (рис. 1 и 2) показывают, что, несмотря на перемешивание пристеночного слоя с завесным слоем и изменение соотношения компонентов «на стенке», температура продуктов сгорания находится в диа-

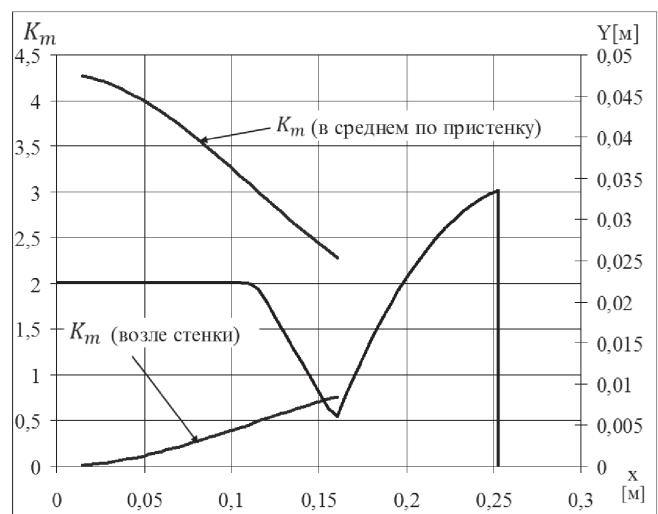


Рис. 1. Изменение соотношения компонентов возле стенки и в среднем по пристеночному слою вдоль КС для двигателя 200 Н

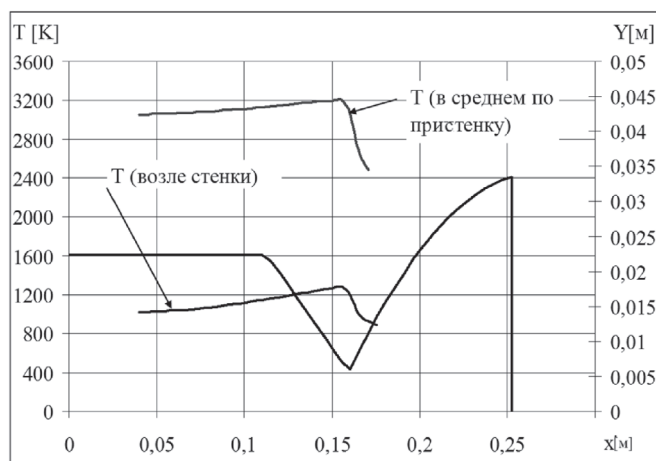


Рис. 2. Изменение температуры рабочего тела в пристеночном слое и «на стенке» вдоль КС для двигателя 200 Н

пазоне 1000—1200К, что удовлетворяет требованиям по материалу стенки КС. Поэтому начальная температура газа принята равной 1200 К, параметры рабочего тела взяты из термодинамического расчета.

Последовательность проводимых расчетных исследований выглядит следующим образом:

1) задаются параметры двигателя, по которым определяются общие характеристики двигателя и внутренний профиль, по которому рассчитываются координаты расчетных сечений КС и сопла;

2) проводится газодинамический расчет;

3) рассчитываются параметры продуктов сгорания «на стенке» с учетом смесеобразования: соотношение компонентов, масштабное значение скорости, давление и температуры заторможенного потока, масштабное значение динамического коэффициента вязкости, масштабное значение изобарной удельной теплоемкости потока;

4) полученные параметры рабочего тела являются исходными данными для расчета пограничного слоя, алгоритм расчета которого приведен выше;

5) в итоговом расчете определяется сопротивление трения потока на поверхности сопла, толщина вытеснения, толщина потери импульса и другие локальные и интегральные характеристики пограничного слоя.

В итоге полученные данные могут быть использованы для корректировки значения удельного импульса тяги двигателя с учетом потерь в вязком слое.

Для решения задачи введены некоторые допущения: не учитывается химическое взаимодействие непрореагировавших частей газов пристеночного и пограничного слоев; стенка КС считается адиабатной; не учитывается разность в теплофизических и

термодинамических свойствах газов в пограничном и пристеночном слоях.

Результаты расчетов

На рис. 3 представлена полученная расчетным путем зависимость толщины вытеснения пограничного слоя вдоль камеры сгорания и сопла объектового двигателя. Изменение δ^* вдоль КС и сопла обусловлено профилем течения потока и соответствующими изменениями его скорости.

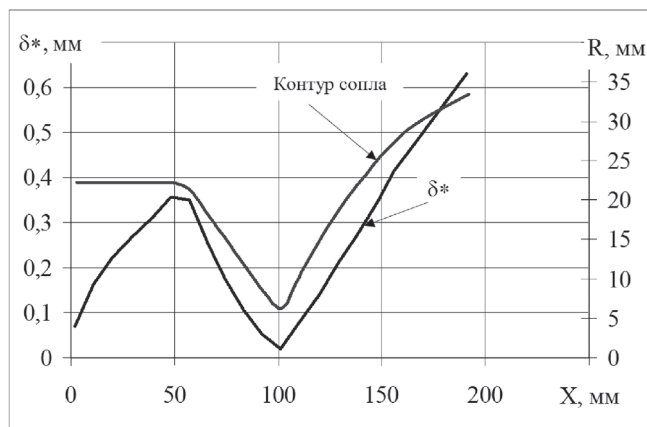


Рис. 3. Изменение толщины пограничного слоя по длине сопла ($p_k = 1$ МПа)

Анализ толщины вытеснения по отношению к радиусу в текущем сечении для объектового двигателя и двигателей с рабочим давлением 2 и 3 МПа показывает (рис. 4), что относительная толщина вытеснения возрастает по осевой координате и при увеличении давления в КС.

На рис. 5 приведены результаты расчетного определения профиля относительной скорости $\bar{u} = u_i/u_0$ в характерных участках камеры сгорания и сопла для объектового двигателя.

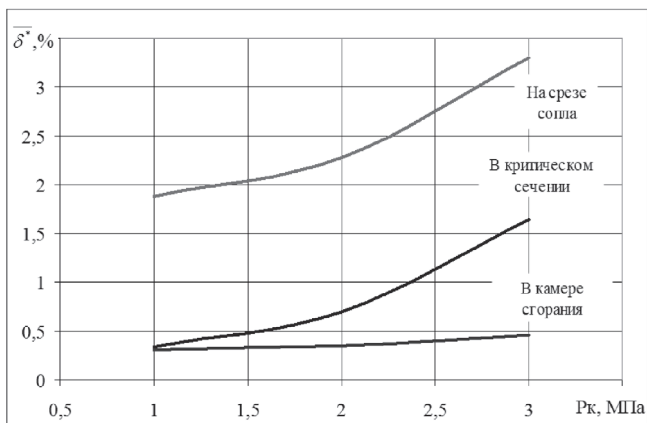


Рис. 4. Изменение относительной толщины вытеснения для различных сечений в зависимости от давления в КС

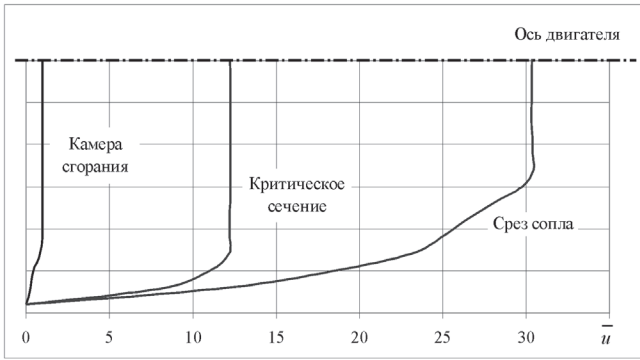


Рис. 5. Изменение относительной скорости в характерных сечениях КС ($p_k = 1$ МПа)

Известно, что для расчета коэффициента трения в сопле можно пользоваться приближенной формулой из [1]:

$$c_f = 0,003 \cdot \left[1 + 0,72 \frac{k-1}{k} M^2 \right]^{-0,578} \quad (17)$$

Использование данной формулы для разных типов и размеров сопел означает идентичность структуры, состава и свойств вязкого пограничного слоя. Очевидно, что это не всегда выполняется для сопел со специфичной геометрией и условиями рабочего процесса. При расчете структуры пограничного слоя в данной работе коэффициент трения c_f в интересующих сечениях потока определяется как

$$c_f = \frac{\mu}{\rho_\infty u_\infty^2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (18)$$

На рис. 6 показаны расчетные значения коэффициента c_f , вычисленные по формуле (17) и по формуле (18). Разница обусловлена особенностями

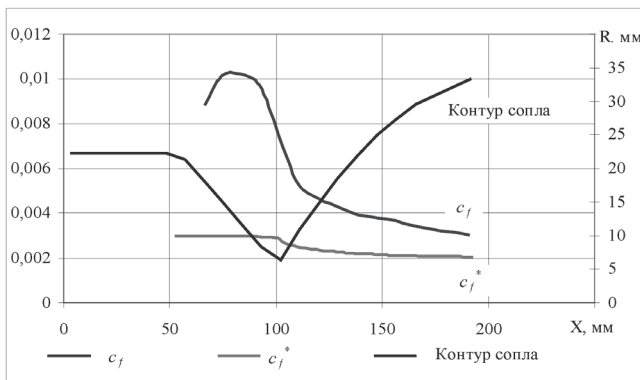


Рис. 6. Изменение коэффициента трения вдоль контура сопла ($p_k = 1$ МПа): c_f^* — коэффициент трения, рассчитанный по формуле (17); c_f — по формуле (18)

течения вязкого подслоя для данного сопла ЖРДМТ по сравнению с условиями, принятыми в [1].

Для характеристики потерь в сопле используется коэффициент расхода α , это отношение действительного расхода \dot{m}_d к теоретическому \dot{m}_T . Массовый расход рабочего тела рассчитывается по формуле

$$\dot{m}_T = \frac{A \cdot F_T \cdot p^* \cdot q(\lambda)}{\sqrt{T^*}},$$

где F_T — площадь проходного сечения, $F_T = \pi d^2/4$;

A — коэффициент, $A = \sqrt{\frac{k}{R} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}}$.

Для случая действительного расхода примем $F_d = \pi (d - 2\delta^*)^2/4$. Тогда коэффициент расхода со-

пла можно представить в виде $\alpha = \left(1 - \frac{2\delta_{кр}^*}{d_{кр}} \right)^2$, где

$\delta_{кр}^*$ — толщина вытеснения в критическом сечении сопла.

Рассчитано изменение коэффициента расхода сопла для объектового двигателя и двигателей, рабочее давление у которых составляет 2 и 3 МПа. Результаты показаны на рис. 7. Из-за повышения давления в КС разница в скорости газа в ядре потока и возле стенки растет, что ведет к увеличению толщины вытеснения, а следовательно, и к уменьшению коэффициента расхода сопла.

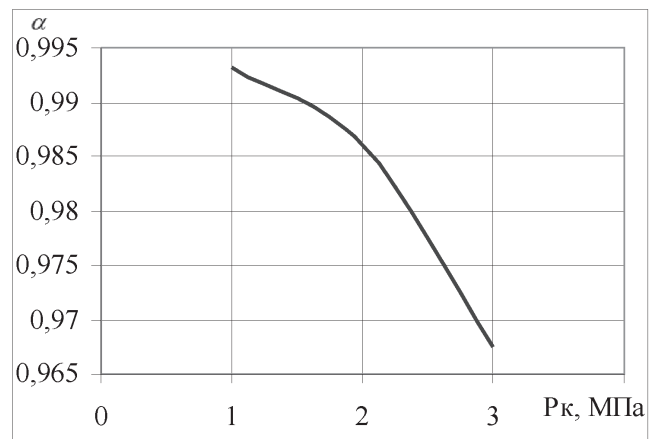


Рис. 7. Изменение коэффициента расхода сопла в зависимости от давления в КС

Выводы

Проведено численное исследование пограничного слоя на стенке камеры сгорания и сопла жидкостного ракетного двигателя малой тяги. Представлен расчет пограничного слоя, основанный на применении численного метода интегрирования системы дифференциальных уравнений пограничного слоя.

По результатам расчетов получено распределение параметров пограничного слоя для объектового двигателя МАИ-200-1. Показано, что с увеличением давления в КС ЖРДМТ растет относительная толщина пограничного слоя, коэффициент расхода сопла при этом падает.

Библиографический список

1. *Абрамович Г.Г.* Прикладная газовая динамика. — М.: Наука, 1969. — 824 с.
2. *Алемасов В.Е., Дрегалин А.Ф., Тишин А.П.* и др. Теория ракетных двигателей: Учебник для студентов машиностроительных специальностей вузов / Под ред. В.П. Глушко. — М.: Машиностроение, 1980. — 533 с.
3. *Дорофеев А.А.* Основы теории тепловых ракетных двигателей. Теория, расчёт и проектирование: Учебник. — М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. — 463 с.
4. *Ковальногов Н.Н.* Прикладная механика жидкости и газа. — Ульяновск: Изд-во УлГТУ, 2010. — 219 с.
5. *Ковальногов Н.Н., Ртищева А.С.* Расчет течения и сопротивления трения потока в соплах Лавалья. — Ульяновск: Изд-во УлГТУ, 2007. — 35 с.
6. *Лапин Ю.В.* Турбулентный пограничный слой в сверхзвуковых потоках газа. — М.: Наука, 1982. — 312 с.
7. *Лебединский Е.В., Калмыков Г.П., Мосолов С.В.* и др. Рабочие процессы в жидкостном ракетном двигателе и их моделирование / Под ред. академика РАН А.С. Коротева. — М.: Машиностроение, 2008. — 512 с.
8. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. — М.: Наука, 1974. — 711 с.
9. *Шустов С.А.* Численное моделирование термогазодинамических процессов в ЖРДМТ с учетом их неидеального проектирования // Вестник Московского авиационного института. 2009. Т.16. № 2. С. 146-153.

LIQUID LOW-THRUST ROCKET ENGINE BOUNDARY LAYER NUMERICAL STUDY

Vorob'ev A.G.* , Vorob'eva S.S.**

*Moscow Aviation Institute (National Research University),
MAI, 4, Volokolamskoe shosse, Moscow, A-80, GSP-3, 125993, Russia*

** e-mail: formula1_av@mail.ru*

*** e-mail: Kinder-Svetiks@yandex.ru*

Abstract

The subject of the work consists in numerical study of the boundary layer on the wall of the combustion chamber and nozzle of a liquid rocket thruster. Using numerical integration method of the system of differential equations describing the boundary layer, the boundary layer parameters were computed as a function of the engine operating conditions and the pressure in the combustion chamber. To close the system of boundary layer equations, the values of turbulent moment and heat transfer coefficients are calculated by determining mixing length by the equation suggested by Prandtl with Van Driest correction.

A numerical method for the boundary layer computation was realized as a software with the working interface in Excel. The program operates with relative dimensionless parameters.

Low-thrust LRE, burning such fuel components as nitrogen tetroxide and asymmetrical dimethyl hydrazine with the thrust of 200 N, parameters served as initial data for computation. The working flow parameters were taken according to the results of thermal and gas dynamics computation with average mixture ratio “on the wall” over the length of combustion chamber.

The paper presents computation results of the boundary layer parameters for the MAI-200-1 object engine: the displacement thickness, relative velocity profile, friction coefficient, nozzle flow rate.

The change of boundary layer thickness and flow rate coefficient for the object engine, and engines with working pressure of 2 and 3 MPa were calculated. The paper made clear that an increase in the combustion chamber pressure increases the relative thickness of the boundary layer, while nozzle flow rate falls.

Keywords: liquid low-thrust rocket engine, boundary layer, displacement thickness, relative velocity, friction coefficient, nozzle flow rate.

References

1. Abramovich G.G. *Prikladnaya gazovaya dinamika* (Applied gas dynamics). Moscow, Nauka, 1969, 824 p.
2. Alemasov V.E., Dregalin A.F., Tishin A.P. *Teoriya raketnykh dvigatelei* (Theory of rocket engines). Moscow, Mashinostroenie, 1980, 533 p.
3. Dorofeev A.A. *Osnovy teorii teplovykh raketnykh dvigatelei. Teoriya, raschet i proektirovanie* (Theory of heat rocket engines basics. Theory, calculation and design: teacher book). Moscow, MGTU im. N.E.Baumana, 2010, 463 p.
4. Koval'nogov N.N. *Prikladnaya mekhanika zhidkosti i gaza* (Liquid and gas applied mechanics). Ulyanovsk, UIGTU, 2010, 219 p.
5. Koval'nogov N.N., Rtishcheva A.S. *Raschet techeniya i soprotivleniya treniya potoka v soplakh Lavalya* (Calculation of flow and flow friction in Laval nozzles). Ulyanovsk, UIGTU, 2007, 35 p.
6. Lapin Yu.V. *Turbulentnyi pogranichnyi sloi v sverkhzvukovykh potokakh gaza* (Turbulent boundary layer in supersonic gas flows). Moscow, Nauka, 1982, 312 p.
7. Lebedinskii E.V., Kalmykov G.P., Mosolov S.V. *Rabochie protsessy v zhidkostnom raketnom dvigatele i ikh modelirovanie* (Working processes in liquid rocket engine and their modeling). Moscow, Mashinostroenie, 2008, 512 p.
8. Shlikhting G. *Teoriya pogranichnogo sloya* (The theory of boundary layer). Moscow, Nauka, 1974, 711 p.
9. Shustov S.A. *Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta*, 2009, vol. 16, no. 2, pp. 146-153.