

## **Исследование возможности повышения избирательности фильтров нижних частот с линейной фазовой характеристикой**

**Тихомиров А.В.\*, Омелянчук Е.В.\*\*, Семенова А.Ю.\*\*\***

*Национальный исследовательский университет «МИЭТ»,  
площадь Шокина, 1, Москва, Зеленоград, 124498, Россия*

*\*e-mail: [tcs@miee.ru](mailto:tcs@miee.ru)*

*\*\*e-mail: [omelia81@gmail.com](mailto:omelia81@gmail.com)*

*\*\*\*e-mail: [semenova.anastasia.y@gmail.com](mailto:semenova.anastasia.y@gmail.com)*

### **Аннотация**

В статье рассмотрена возможность повышения частотной избирательности фильтров нижних частот без ухудшения линейности фазовой характеристики. Фильтры с аппроксимацией группового времени замедления имеют худшую избирательность, чем фильтры с аппроксимацией амплитудно-частотной характеристики, что приводит к необходимости использования дополнительных фильтров нижних частот, ухудшающих равномерность группового времени замедления в полосе пропускания фильтра. Предложено решение, заключающееся в комбинации фильтра нижних частот с линейной фазовой характеристикой с режекторными звеньями, нули которых располагаются вне полосы пропускания. На примере фильтра Бесселя пятого порядка при использовании его для фильтрации компонент спектра импульсных сигналов показано, что предлагаемое решение позволяет обеспечить выигрыш в подавлении неосновных лепестков спектра

импульсного сигнала при сохранении равномерности группового времени замедления.

**Ключевые слова:** частотная избирательность, линейная фазовая характеристика, фильтры нижних частот, режекторные фильтры.

## Введение

В настоящее время передача больших объемов информации в спутниковых системах связи, в частности в системах дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ), возможна только с применением сложных сигнально-кодовых конструкций, основанных на применении многопозиционной модуляции при максимальном использовании рабочей полосы частот [1,2]. При этом модулированный сигнал, ограниченный фильтром Найквиста, должен быть согласован по уровню внеполосных и побочных излучений с соответствующими требованиями Регламента радиосвязи [3], что неизбежно приводит к снижению эффективности использования полосы частот. Таким образом, необходимость повышения скорости передачи информации в радиоканале (и соответственно эффективности использования радиочастотного спектра) определяет необходимость формирования модулированного сигнала фильтром с максимальной крутизной амплитудно-частотной характеристики (АЧХ).

Приемопередающая система включает в себя цифровую и аналоговую части, связанные между собой аналого-цифровым (АЦП) и цифро-аналоговым (ЦАП)

преобразователями. Передающая часть высокоскоростной системы связи может состоять из цифровых блоков, отвечающих за шифрование, помехоустойчивое кодирование и цифровую модуляцию на нулевой частоте. Если тактовая частота процессора позволяет, цифровая часть может быть дополнена цифровым фильтром-формирователем. Эти операции требуют передискретизации относительно скорости следования символов. [4] В настоящее время для сверхвысокоскоростных радиолиний передачи информации [5] перспективных частотных диапазонов (например, К-диапазона) не существуют цифровых способов реализации фильтрации радиосигнала, удовлетворяющих требованиям Регламента радиосвязи.

Эти соображения определяют необходимость введения в радиотракт дополнительного аналогового фильтра, вносящего межсимвольную интерференцию (нарушающего условие Найквиста). Таким образом, возникают межсимвольные искажения сигнала, которые вызываются нелинейностью фазо-частотных характеристик (ФЧХ) применяемых фильтров. Нелинейность ФЧХ характеризуется групповым временем запаздывания (ГВЗ) и определяется по формуле:

$$\tau = -\frac{d\varphi(\omega)}{d\omega} \quad (1)$$

Можно заключить, что при расчете фильтров возникает необходимость нахождения компромисса между крутизной АЧХ фильтра вне полосы пропускания и постоянством ГВЗ в полосе пропускания фильтра.

Для используемых в настоящее время в системах связи фильтров между указанными величинами существует однозначная связь. Желательно обеспечивать значение неравномерности ГВЗ не более 10% длительности информационного

символа исходя из того, что допустимая величина межсимвольных искажений при этом не должна приводить к энергетическим потерям, превышающим 0,5 дБ. Это соображение определяет общие требования к ГВЗ радиотракта высокоскоростных радиолиний.

### **Предлагаемое решение**

Решение поставленной задачи возможно путем объединения ФНЧ с линейной фазовой характеристикой (например, фильтры Бесселя, Гаусса, Папулиса и др.) и звеньев режекции с нулями коэффициента передачи вне полосы пропускания ФНЧ с целью получения АЧХ с большей крутизной вне полосы пропускания без существенного влияния на фазовую характеристику и, соответственно, ГВЗ. Наиболее перспективным кажется применение режекторных звеньев с независимым выбором частоты режекции от частоты среза фильтра.

Для исследования возможности повышения избирательности фильтров нижних частот при сохранении постоянства ГВЗ было проведено математическое моделирование. Был выбран фильтр Бесселя как обладающий наиболее линейной фазовой характеристикой. Фильтры Баттерворта и Чебышева обладают лучшей частотной избирательностью, но они могут использоваться только для дополнительной частотной селекции с полосой пропускания значительно превышающей спектр сигнала, т.к. не обеспечивают минимизацию межсимвольных искажений. Моделирование проводится для фильтра 5 порядка.

Передаточную функцию (полином) фильтра пятого порядка можно представить в виде произведения полиномов первого и второго порядков следующим образом [6]:

$$K(f) = \frac{1}{(1+a_1 i \cdot 2\pi f)[1+b_1 i \cdot 2\pi f+b_2(i \cdot 2\pi f)^2][1+c_1 i \cdot 2\pi f+c_2(i \cdot 2\pi f)^2]}, \quad (2)$$

где  $a_1, b_1, b_2, c_1, c_2$  – коэффициенты полинома, определяющиеся выбранным типом фильтра.

Тогда модифицированный фильтр пятого порядка, состоящий из звеньев фильтра Бесселя нижних частот пятого порядка и добавленных режекторных звеньев второго порядка, будет иметь передаточную характеристику следующего вида:

$$K'(f) = \frac{[1+k_1(i \cdot 2\pi f)^2][1+k_2(i \cdot 2\pi f)^2]}{(1+a_1 i \cdot 2\pi f)[1+b_1 i \cdot 2\pi f+b_2(i \cdot 2\pi f)^2][1+c_1 i \cdot 2\pi f+c_2(i \cdot 2\pi f)^2]}, \quad (3)$$

где  $k_1, k_2$  – коэффициенты звеньев режекции.

Определение возможного выигрыша, обеспечиваемого за счет введения звеньев режекции, как предложено в выражении (3), осуществляется путем построения значимых характеристик фильтров, полученных для частного варианта фильтра с выбранными значениями коэффициентов.

## Моделирование

Производя объединение фильтра нижних частот с подключенными последовательно звеньями режекции в соответствии с выражениями (2) и (3), предполагалось получить устройство, которое имеет достаточно крутую

амплитудно-частотную характеристику, но при этом минимально измененную фазово-частотную характеристику.

Моделирование проводилось с использованием программной среды Matlab. Анализ характеристик производился для фильтров, нормированных для граничной частоты 1 рад/с и входного и выходного сопротивления 1 Ом.

Коэффициенты фильтра выбраны для необходимой частоты режекции (в нормированных частотах 1,5 и 2,5 радиана, что соответствует серединам второго и третьего лепестков спектра импульсного сигнала) [7,8].

Передаточную функцию исходного фильтра Бесселя пятого порядка можно представить в соответствии с выражением (2) таким образом:

$$K(f) = \frac{1}{(1+0,6633i \cdot 2\pi f)[1+1,1362i \cdot 2\pi f+0,4099(i \cdot 2\pi f)^2][1+0,6194i \cdot 2\pi f+0,3223(i \cdot 2\pi f)^2]} \quad (4)$$

Модифицированный фильтр Бесселя пятого порядка тогда будет иметь такую передаточную характеристику, рассчитанную согласно выбранным характеристикам второго и третьего лепестков:

$$K'(f) = \frac{[1+0,4475(i \cdot 2\pi f)^2][1+0,1630(i \cdot 2\pi f)^2]}{(1+0,6633i \cdot 2\pi f)[1+1,1362i \cdot 2\pi f+0,4099(i \cdot 2\pi f)^2][1+0,6194i \cdot 2\pi f+0,3223(i \cdot 2\pi f)^2]} \quad (5)$$

Построенные в соответствии с выражениями (4) и (5) АЧХ фильтров для нормированных значений частоты представлены на рисунке 1. На рисунке 2 представлены соответствующие графики ФЧХ фильтров.

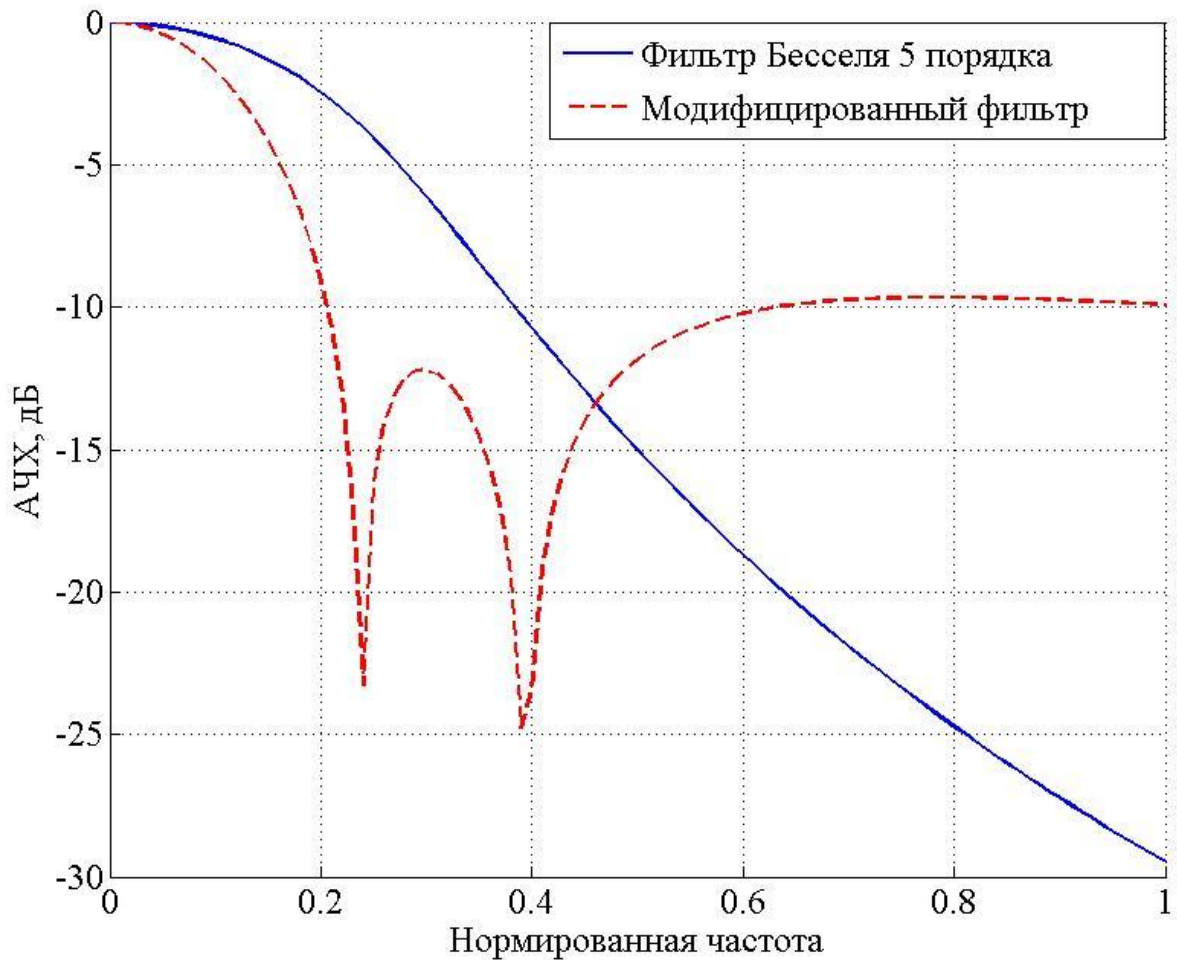


Рисунок 1 – АЧХ фильтра Бесселя 5 порядка и модифицированного фильтра с режекторными звеньями

Можно видеть, что выигрыш в коэффициенте подавления в точках режекции достигает 20 дБ. Величина подавления во втором лепестке АЧХ модифицированного фильтра составляет около 5 дБ. Можно видеть, что фильтр, передаточная характеристика которого соответствует выражению (5), обеспечивает увеличение крутизны АЧХ при одновременном уменьшении частоты среза относительно фильтра Бесселя 5 порядка. Сравнивая ФЧХ двух фильтров, можно видеть скачки фазы на  $180^\circ$  в точках режекции, что подтверждает корректность результатов проводимого моделирования.

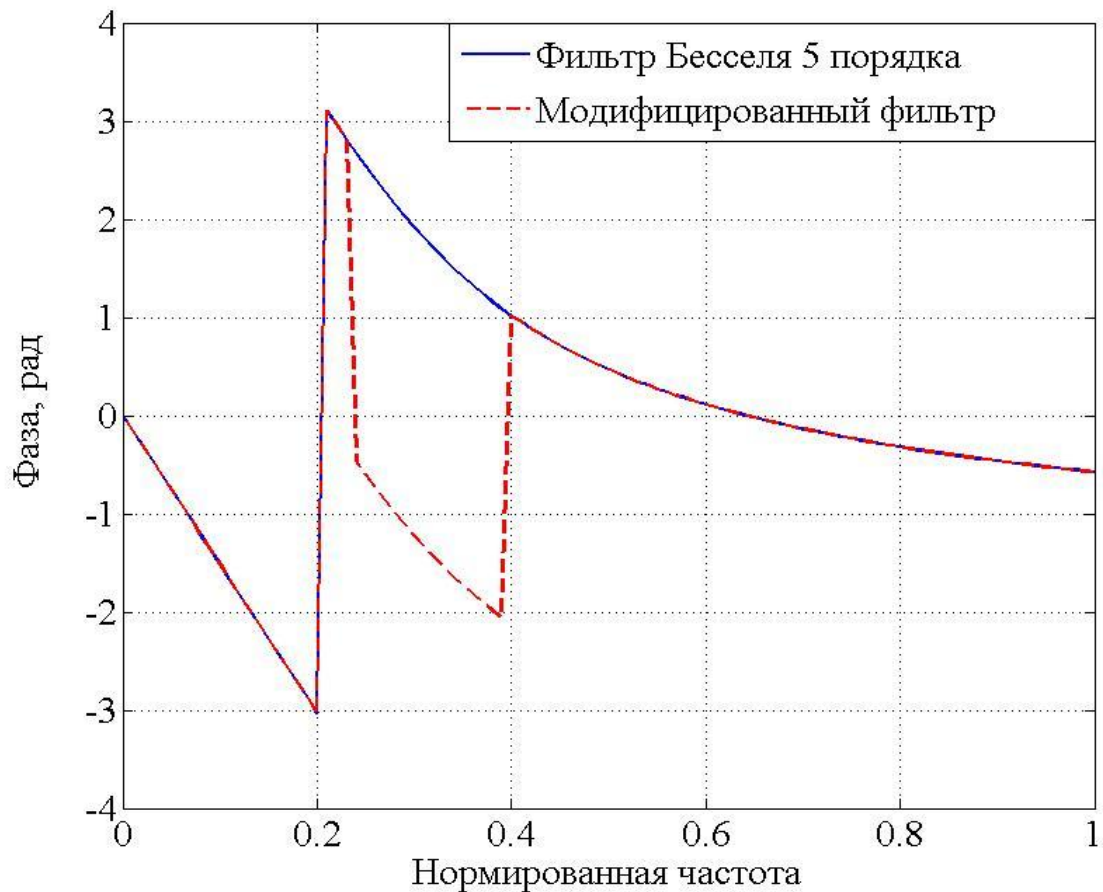


Рисунок 2 – ФЧХ фильтра Бесселя 5 порядка и модифицированного фильтра с режекторными звеньями

На рисунке 3 представлены графики ГВЗ для исходного и модифицированного фильтров, полученные в соответствии с выражениями (1), (4) и (5). Рассчитав производную от аргумента передаточной функции для каждого из двух фильтров, можно определить равномерность вносимых фильтрами задержек.



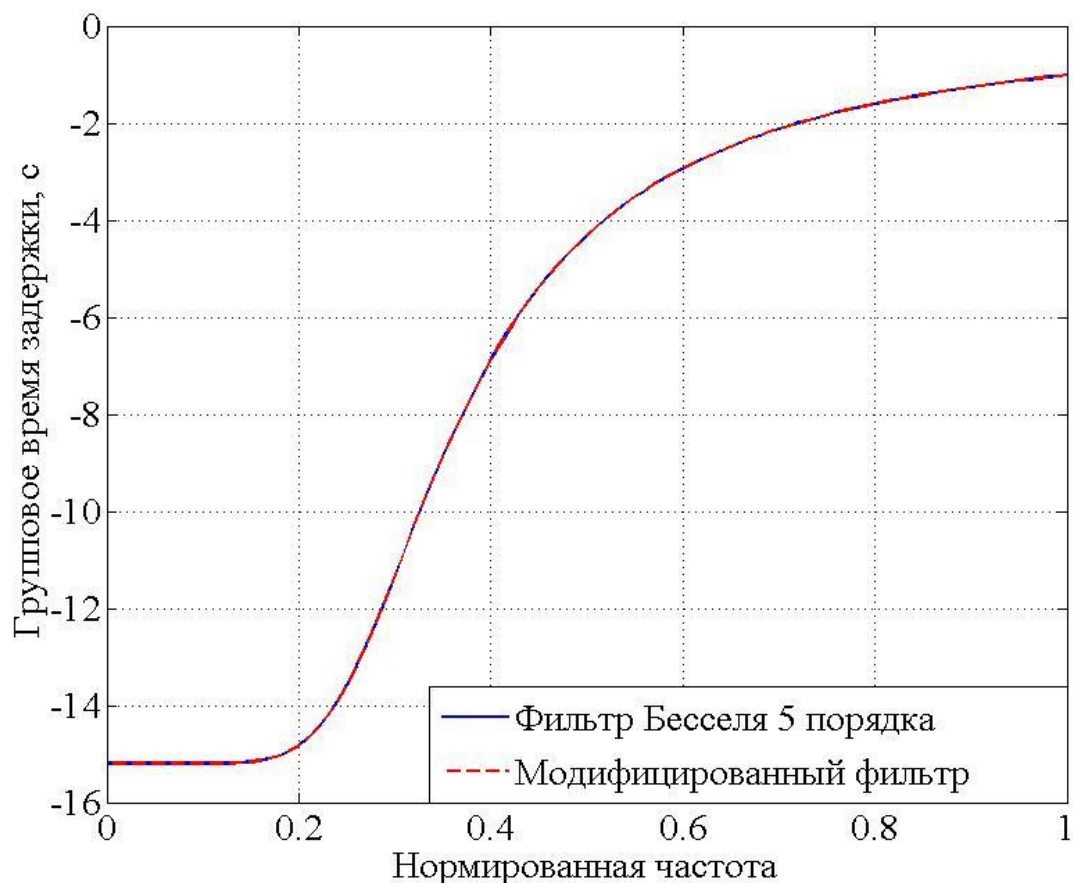


Рисунок 3 – ГВЗ фильтра Бесселя 5 порядка и модифицированного фильтра с режекторными звеньями

Из рисунка 3 можно видеть, что форма ГВЗ фильтра Бесселя 5 порядка и модифицированного фильтра с введенными режекторными звеньями полностью совпадают. Из этого можно заключить, что введение режекторных звеньев в фильтр позволяет увеличить крутизну АЧХ без искажения ГВЗ. Фильтр Бесселя, имеющий достаточно равномерную ГВЗ в полосе пропускания, таким образом, может быть использован в предложенной модификации, как описано в выражении (3) для повышения эффективности использования частотного ресурса без значительного уменьшения межсимвольной интерференции.

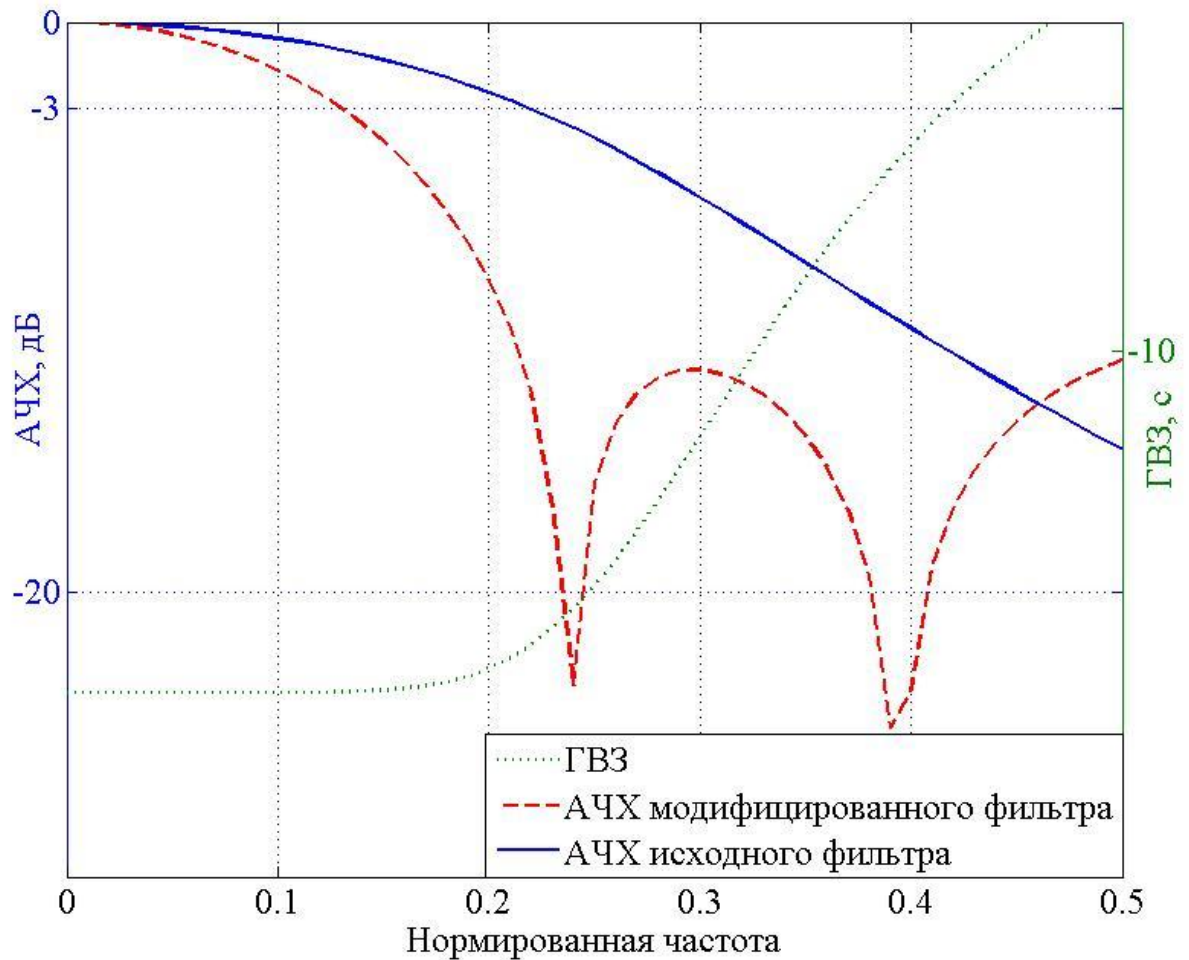


Рисунок 4 – Сравнение полос пропускания для исходного и модифицированного фильтров с областью равномерной ГВЗ

Анализируя рисунок 4, на котором АЧХ двух рассмотренных фильтров представлены совместно с совпадающим для них обоим ГВЗ, можно видеть, что в полосе пропускания модифицированного фильтра ГВЗ практически полностью равномерна, то есть обладает даже лучшими свойствами с точки зрения межсимвольной интерференции, чем исходный фильтр Бесселя 5 порядка. Однако нетрудно заметить, что полоса пропускания фильтра по уровню минус 3 дБ значительно уменьшается, что означает соответственное уменьшение эффективности использования полосы пропускания. Таким образом, для

корректного сравнения характеристик исходного и модифицированного фильтров необходимо провести масштабирование графиков так, чтобы совместить АЧХ фильтров по уровню минус 3 дБ. Соответствующие графики представлены на рисунке 5.

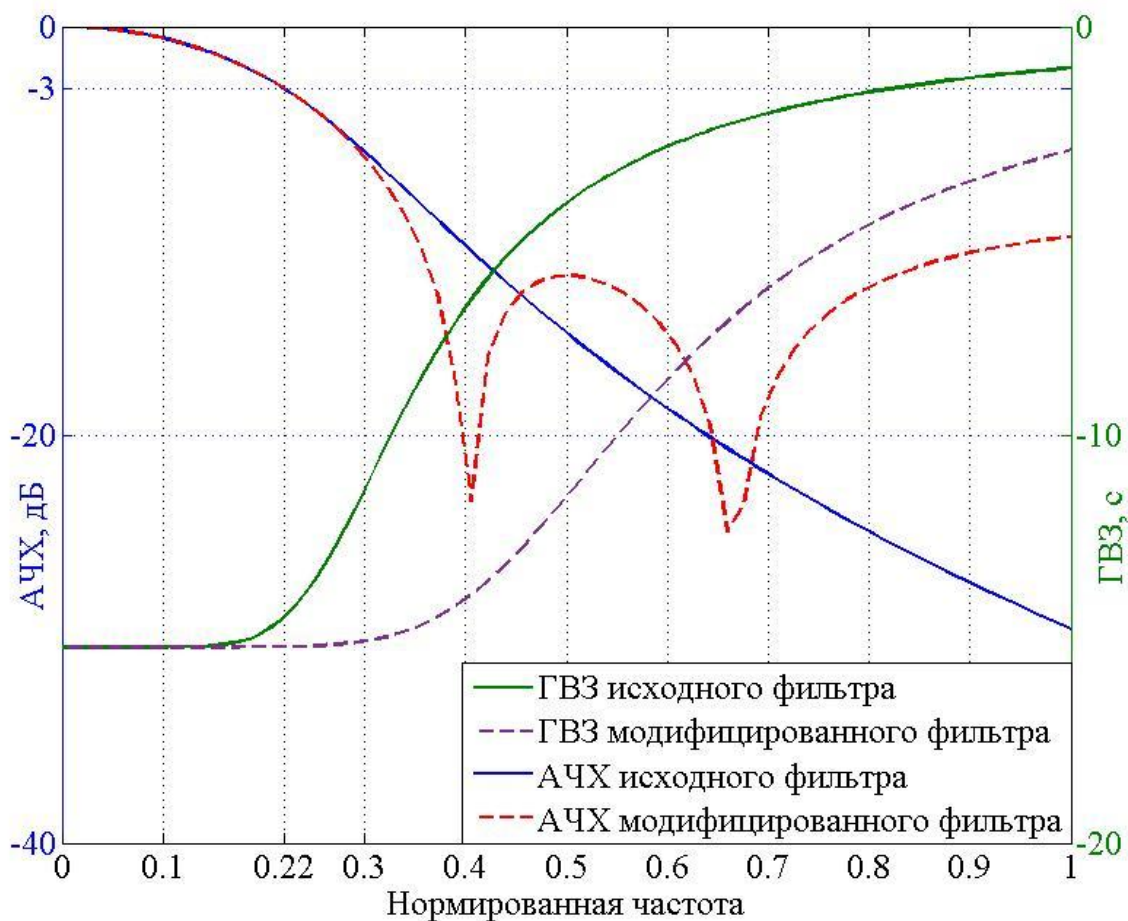


Рисунок 5 – Сравнение АЧХ и ГВЗ для исходного и модифицированного фильтров с учетом масштабирования

Из рисунка 5 можно заключить, что модифицированный фильтр при фиксированной величине частоты среза обеспечивает увеличение скорости спада АЧХ, однако выигрыш оказывается довольно умеренным и не превышает 12 дБ в

точках режекции. Уровень подавления во втором лепестке АЧХ модифицированного фильтра при этом не достигает уровня подавления исходного фильтра Бесселя для тех же частот. Это значение приблизительно составляет 3 дБ.

Однако ГВЗ для модифицированного фильтра в полосе пропускания оказывается более равномерным, чем у исходного фильтра, что определяет возможность использования режекторных звеньев для улучшения характеристик фильтров нижних частот, используемых для дополнительного сглаживания цифровых модулированных сигналов в тех случаях, когда фильтры, удовлетворяющие критерию Найквиста, не обеспечивают достаточного подавления.

### **Выводы**

Таким образом, в ходе проведенного математического моделирования было определено, что возможно повышение избирательности фильтров нижних частот при сохранении постоянства ГВЗ путем объединения ФНЧ с линейной фазовой характеристикой и звеньев режекции с нулями коэффициента передачи вне полосы пропускания ФНЧ. Построение амплитудно-частотных характеристик и графиков группового времени задержки фильтра Бесселя 5 порядка и аналогичного модифицированного фильтра с введенными звеньями режекции, выбранных исходя из частоты среза фильтра, показало, что данное решение может использоваться с целью получения АЧХ с большей крутизной вне полосы пропускания без ухудшения равномерности ГВЗ. Отсюда можно заключить, что при проектировании высокоскоростных цифровых систем связи в тех случаях, когда эффективность

использования выделенной полосы частот является наиболее критичным параметром, возможно осуществление дополнительной фильтрации модулированных сигналов с помощью фильтров с наиболее равномерной ГВЗ и дополнительно введенными режекторными звеньями. Дальнейшим необходимым направлением работы в данной области кажется построение фильтров на основе полиномов Баттерворта и Чебышева с увеличенной полосой пропускания относительно необходимого значения и режекторных звеньев, уменьшающих общую полосу пропускания и не оказывающих влияния на ГВЗ.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (ПНИ RFMEFI57514X0056, соглашение 14.575.21.0056).*

### **Библиографический список**

1. Кузнецов В.С., Солодков А. В., Муратчаев С.С. Модуляция ФМ16+АИМ4 // Тезисы докладов Международной научно-технической конференция "Электроника - 2015". Москва, МИЭТ, 2015, С. 109.
2. Филатов В.И. Широкополосная система радиосвязи повышенной скорости передачи информации // Труды МАИ, 2015, № 81: <https://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=57889>
3. Регламент радиосвязи. 2012, URL: <http://www.itu.int/pub/R-REG-RR-2012> (дата обращения 7.10.2016)

4. Муллов К. Д. Воздействие космической радиации на цифровые устройства на базе ПЛИС и методы повышения радиационной стойкости данных систем // Труды МАИ, 2016, № 87: <https://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=69720>
5. Бахтин А.А., Белоусов Е.О., Ломовская К.М., Тимошенко А.Г. Актуальные задачи построения систем связи для напланетных и орбитальных станций // Известия высших учебных заведений. Электроника. 2015. №5. С. 74-81.
6. Ханзел Г.Е. Справочник по расчету фильтров. - М.: Советское радио, 1974. – 288 с.
7. Знаменский А.И, Теплюк И.Н. Активные RC-фильтры. - М.: Связь, 1970. - 280 с.
8. Балабанян Н. Синтез электрических цепей. - М. – Л.: Госэнергоиздат, 1961. - 416 с.