

Труды МАИ. 2022. № 123  
Trudy MAI, 2022, no. 123

Научная статья  
УДК 004.942:621.452.322  
DOI: DOI: [10.34759/trd-2022-123-23](https://doi.org/10.34759/trd-2022-123-23)

## **ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ В ПОЛЕТЕ СТЕПЕНИ УХУДШЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК УЗЛОВ ГАЗОТУРБИННОГО ДВИГАТЕЛЯ**

**Юрий Александрович Эзрохи<sup>1</sup>✉, Сергей Мирославович Каленский<sup>2</sup>**

<sup>1,2</sup>Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И. Баранова, ЦИАМ,  
Москва, Россия

<sup>1</sup>Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),

Москва, Россия

<sup>1</sup>[yaezrokhi@ciam.ru](mailto:yaezrokhi@ciam.ru)✉

<sup>2</sup>[30105@ciam.ru](mailto:30105@ciam.ru)

**Аннотация.** В статье приведен анализ актуальности задачи определения степени ухудшений характеристик узлов авиационного газотурбинного двигателя в полете. Даны основные положения рассматриваемого способа диагностики, основанного на допущении о том, что влияние изменения показателя эффективности каждого узла двигателя на его тягу независимы между собой и носят линейный характер. Проведен анализ методик определения тяги турбореактивного двигателя в полете как ключевой составляющей рассматриваемого способа диагностики.

В заключение рассмотрен пример определения величин изменения коэффициентов полезного действия узлов двигателя для варианта двухвального турбореактивного двухконтурного двигателя с типовым уровнем параметров, соответствующим 4 поколению.

**Ключевые слова:** Математическая модель, ухудшение характеристик узлов, газотурбинный двигатель, экспериментальные данные, параметр влияния, определение тяги в полете.

**Для цитирования:** Эзрохи Ю.А., Каленский С.М. Применение методов математического моделирования для определения в полете степени ухудшения характеристик узлов газотурбинного двигателя // Труды МАИ. 2022. № 123. DOI: [10.34759/trd-2022-123-23](https://doi.org/10.34759/trd-2022-123-23)

## **THE MATHEMATICAL MODELLING METHODS FOR IN-FLIGHT DEFINITION OF THE DEGRADATION OF THE GAS TURBINE ENGINE COMPONENTS PERFORMANCE**

**Yuri A. Ezrokhi<sup>1</sup>✉, Sergey M. Kalenskii<sup>2</sup>**

<sup>1,2</sup>Central Institute of Aviation Motors named after P.I. Baranov,  
Moscow, Russia

<sup>2</sup>Moscow Aviation Institute (National Research University), 4, Volokolamskoe shosse,  
Moscow, A-80, GSP-3, 125993, Russia

<sup>1</sup>[yaezrokhi@ciam.ru](mailto:yaezrokhi@ciam.ru)✉

<sup>2</sup>[30105@ciam.ru](mailto:30105@ciam.ru)

**Abstract.** During the operation of the aviation gas turbine engine (GTE) its component technical state worsens continuously. It leads to degradation of the GTE main parameters, first of all, the engine trust and the specific fuel consumption.

Therefore the problem of the diagnostics of the gas turbine engine and its components during their operation is very actually, and its decision makes it possible to define authentically enough "critical" degree of deterioration of GTE components when their repair or replacement is necessary.

This problem is especially claimed, if there is a possibility to carry out engine components diagnostics not only during special separate ground tests, but in-flight operation in engine system.

The offered diagnostics way is based on an assumption that influence of efficiency change  $\delta\eta_i$  of each taken separately turbojet components on its trust are independent among themselves and has linear character.

In this case it is possible to present the relative change of the engine trust  $\delta R$  as the sum of products of relative deviations  $\delta\eta_i$  on the influence parameter  $B_i$  of the engine components efficiency on the trust change.

The numerical indicators of deterioration of separate engine components efficiency received according to a presented method can be used for the analysis of the reasons of engine trust loss during its operation and for to work out losses indemnification methods.

Also these methods can be used for definition of the engine components state necessary at transition to modern strategy of management by a GTE resource - operation according to a state.

The example of definition of the change of engine components efficiency for a two shaft turbofan engine with the typical level of parameters corresponding to 4 generation is considered.

**Keywords:** Mathematical model, the degradation of components performance, the gas turbine engine, experimental data, the influence parameter, the trust in-flight definition

**For citation:** Ezrokhi Yu.A, Kalenskii S.M. The mathematical modelling methods for in-flight definition of the degradation of the gas turbine engine components performance.

*Trudy MAI*, 2022, no. 123. DOI: [10.34759/trd-2022-123-23](https://doi.org/10.34759/trd-2022-123-23)

### ***Введение.***

В процессе эксплуатации авиационного газотурбинного двигателя (ГТД) техническое состояние его основных узлов постоянно ухудшается, что приводит к снижению основных параметров ГТД, в первую очередь, его тяги и удельного расхода топлива. Воздействие факторов эксплуатации проявляется в увеличении радиальных зазоров в лопаточных машинах, эрозионном изменении формы профилей лопаток компрессоров и турбин, в износе сопряжённых элементов уплотнений и, соответственно, возрастании утечек и перетеканий рабочего тела из проточного тракта двигателя, загрязнении элементов проточной части и каналов охлаждения горячих элементов двигателя и, в первую очередь, турбинных лопаток, появлении люфтов в приводе управления направляющими аппаратами компрессора и других изменений.

Отклонение параметров от исходных (проектных) значений возрастает при увеличении времени эксплуатации двигателя (с наработкой) и в наибольшей

степени проявляется у двигателей с высокими рабочими параметрами, то есть у современных ГТД с газогенераторами относительно небольшой размерности.

В соответствии с современными требованиями нормативной документации по мере ухудшения параметров эффективности основных узлов двигателя в эксплуатации для поддержания уровня тяги двигателя на основных режимах его работы необходимо специальное регулирование, направленное на компенсацию этого ухудшения. Такое регулирование, прежде всего, связано с повышением температуры газа перед турбиной и потенциально может привести к более быстрой выработке ресурса горячих частей двигателя.

Отмеченное выше проявление факторов эксплуатации в конкретных двигателях, приводящее к ухудшению технического состояния их основных узлов и носит в основном случайный характер. Степень их воздействия на характеристики зависит не только от расчетных параметров ГТД и размерности газогенератора [1], но и от конкретных условий эксплуатации (ее интенсивности, климатических условий, особенностей технического обслуживания, продолжительности межремонтных сроков и т.п.), а также от принятого закона управления двигателем [2].

По этим причинам установление общих закономерностей для дальнейшего прогнозирования степени изменения параметров и характеристик ГТД и его узлов в эксплуатации крайне затруднительно. На практике анализ изменения параметров по наработке осуществляется применительно к конкретным типам ГТД по результатам испытаний двигателей, прошедших эксплуатацию или длительные циклические

испытания, и по оценке технического состояния их деталей. На основании данного анализа вырабатываются конкретные конструктивно-технологические мероприятия по повышению стабильности параметров по наработке [3].

В связи с этим задача диагностики газотурбинного двигателя в процессе его эксплуатации является актуальной, и ее решение может позволить достаточно достоверно определить «критическую» степень ухудшения узлов ГТД, когда необходим их ремонт или замена. Эта задача тем более востребована, если появляется возможность проводить диагностику узлов не только в ходе специальных проверок и испытаний, но в процессе их работы в системе двигателя при полете летательного аппарата.

### ***Основные положения рассматриваемого способа диагностики узлов авиационного двигателя в полете***

Предлагаемый способ диагностики основан на допущении о том, что влияние изменения показателя эффективности по отдельности каждого узла турбореактивного двигателя на его тягу независимы между собой и носят линейный характер. В этом случае относительное изменение тяги двигателя  $R$  от его эталонного значения  $R_{\text{эт}}$  вследствие отклонения КПД узлов двигателя  $\delta\eta_i$  можно представить как сумму произведений относительных отклонений  $\delta\eta_i$  на параметр влияния этого КПД  $B_i$  на изменение тяги  $\delta R$ .

$$\delta R = (R - R_{\text{эт}}) / R_{\text{эт}} = \sum_i \delta\eta_i B_i \quad (1)$$

Если в качестве примера рассмотреть двухвальный турбореактивный двигатель, то для него относительное изменение тяги  $\delta R$  вследствие ухудшения коэффициентов полезного действия всех лопаточных машин (компрессора низкого давления КНД  $\delta\eta_{\text{кнд}}$ , компрессора высокого давления КВД  $\delta\eta_{\text{квд}}$ , турбины низкого давления ТНД  $\delta\eta_{\text{тнд}}$ , турбины высокого давления ТВД  $\delta\eta_{\text{твд}}$ ), а также коэффициента полного давления в камере сгорания  $\delta\sigma_{\text{кс}}$  можно записать в следующем виде:

$$\delta R = (R - R_{\text{эт}}) / R_{\text{эт}} = \delta\eta_{\text{кнд}} \cdot V_{\text{кнд}} + \delta\eta_{\text{квд}} \cdot V_{\text{квд}} + \delta\sigma_{\text{кс}} \cdot V_{\text{кс}} + \delta\eta_{\text{тнд}} \cdot V_{\text{тнд}} + \delta\eta_{\text{твд}} \cdot V_{\text{твд}}, \quad (2)$$

где

$R$  - тяга двигателя на рассматриваемом режиме его работы,

$R_{\text{эт}}$  - эталонное значение тяги на этом же режиме,

$\delta\eta = (\eta - \eta_{\text{эт}}) / \eta_{\text{эт}}$  - относительное изменение кпд узла,

$\eta$  - значение кпд узла на рассматриваемом режиме,

$\eta_{\text{эт}}$  - эталонное значение кпд узла на этом режиме,

$V_{\text{кнд}}, V_{\text{квд}}, V_{\text{тнд}}, V_{\text{твд}}$  – параметры влияния величины относительного снижения коэффициента полезного действия КНД, КВД, ТНД, ТВД, соответственно, на относительное отклонение тяги двигателя  $\delta R$  согласно выражению (3),

$V_{\text{кс}}$  – параметр влияния величины относительного снижения коэффициента полного давления в камере сгорания  $\delta\sigma_{\text{кс}}$  на относительное отклонение тяги двигателя  $\delta R_{\text{кс}}$ ,

$$V_{\text{кнд}} = \delta R_{\text{кнд}} / \delta\eta_{\text{кнд}},$$

$$V_{\text{квд}} = \delta R_{\text{квд}} / \delta\eta_{\text{квд}},$$

$$V_{\text{КС}} = \delta R_{\text{КС}} / \delta \sigma_{\text{КС}}, \quad (3)$$

$$V_{\text{ТНД}} = \delta R_{\text{ТНД}} / \delta \eta_{\text{ТНД}},$$

$$V_{\text{ТВД}} = \delta R_{\text{ТВД}} / \delta \eta_{\text{ТВД}}.$$

Значения параметров влияния  $V_i$  соответствуют определенному режиму работы двигателя, считаются известными и определяются либо по математической модели двигателя (ММД), либо по таблицам, представленным, например, в [4]. Значения относительного изменения тяги двигателя  $\delta R$  также считаются известными и вычисляются по определенным в полете значениям тяги двигателя  $R$  и эталонному значению тяги на этом режиме  $R_{\text{эт}}$ , полученному либо экспериментально, либо по математической модели. Таким образом, суть предлагаемого способа сводится к решению системы из уравнений, аналогичных (2), написанных для каждого из установившихся режимов работы двигателя в полете. Неизвестными в этих уравнениях являются значения относительного изменения КПД узлов  $\delta \eta_{\text{кнд}}$ ,  $\delta \eta_{\text{квд}}$ ,  $\delta \sigma_{\text{КС}}$ ,  $\delta \eta_{\text{ТНД}}$ ,  $\delta \eta_{\text{ТВД}}$ .

### ***Определение тяги двигателя в полете***

Ключевой составляющей рассматриваемого способа является методика определения тяги турбореактивного двигателя в полете. Как известно, определить значение этого параметра путем прямого измерения в полетных условиях не представляется возможным, поэтому оценка этого параметра может производиться только косвенно.



В настоящее время известны различные методы определения тяги турбореактивного двигателя в полете, которые можно условно разделить на несколько групп.

К первой группе относятся методы, основанные на определении тяги двигателя в составе летательного аппарата (ЛА) через оценку ее составляющих, а также аэродинамического сопротивления, в частности, с помощью внесенных в поток специальных зондов [5] или, например, методом, в котором для определения параметров в алгоритме расчетов используется большое количество измеряемых параметров, в том числе и ускорение самолета, также измеряемое в полете [6].

Такие подходы требуют применения частичных изменений в конструкции самолета и его силовой установки, что может внести дополнительные потери при обтекании всего летательного аппарата. Кроме того, при использовании этих подходов может возникнуть довольно значительная погрешность, которая накапливается при измерениях в полете большого количества параметров. В связи с этим, такие методы не обладают необходимой точностью определения тяги и для диагностики узлов двигателя применяться не могут.

Вторая группа методов основана на проведении специальных вычислительных операций по соотношениям, известным из теории воздушно-реактивных двигателей, с использованием измеряемых в полете режимных параметров (давления и температуры рабочего тела в характерных сечениях проточного тракта), например, [7 - 9]. Недостатком этих методов является то, что они ограничивают возможность расчетной оценки тяги двигателя режимом полного расширения в сопле (то есть идеальным истечением при расширении газа до атмосферного давления). Поэтому

данные методы могут быть использованы только для приблизительной и качественной диагностики всего двигателя в целом, в то время как истинное значение тяги двигателя (с учетом реального режима истечения из сопла) остается неопределенным.

К третьей группе методов определения тяги двигателя в полете относятся методы, основанные на использовании бортовой ММД (то есть математической модели двигателя, размещенной в ЭВМ на борту самолета), причем эта модель изначально строится исходя из результатов испытания «нового» двигателя при его приемо-сдаточных испытаниях, а затем постоянно корректируется по результатам измерения режимных параметров в процессе его эксплуатации [10 - 12]. Особенность данных методов связана с решением по сути задачи идентификации ММД путем нахождения поправок к характеристикам узлов двигателя с целью наилучшего совпадения измеренных и расчетных значений одноименных параметров [13].

Такого рода подходы могут позволить наиболее точно расчетным путем определить значение тяги двигателя на том или ином режиме работы турбореактивного двигателя в полете.

### ***Определение эталонного значения тяги двигателя***

Входящее в выше отмеченные формулы (2) эталонное значение тяги двигателя  $R_{эт}$  относится к условно «новому» двигателю с соответствующим уровнем показателей эффективности узлов и, по сути, является тем базовым значением, по

сравнению с которым и рассматривается ухудшение параметров двигателя в процессе эксплуатации  $\delta R = (R - R_{эт}) / R_{эт}$ .

Аналогично, соответствующий этому значению тяги уровень показателей эффективности узлов  $\eta_{эт}$  также принимается за базовый, по отношению к которому рассматривается их ухудшение  $\delta \eta = (\eta - \eta_{эт}) / \eta_{эт}$ .

Следует отметить, что эталонное значение  $R_{эт}$  должно определяться предварительно для каждого режима, на котором в дальнейшем будет фиксироваться тяга и вычисляться снижение коэффициентов полезного действия узлов двигателя. Эти значения эталонной тяги можно получить либо в процессе испытаний двигателя на высотном стенде с полной имитацией условий на входе [14 - 16], либо с помощью ММД [17 - 19], предварительно идентифицированной по результатам испытаний [13].

В качестве режимов, на которых необходимо определить эталонное значение тяги  $R_{эт}$ , выбираются наиболее характерные и часто встречающиеся в полете летательного аппарата режимы работы двигателя. К этим режимам, например, можно отнести взлетный режим, режимы набора высоты и крейсерского полета в различных высотных коридорах, а также режим полетного малого газа, соответствующий заходу самолета на посадку.

Для расчета эталонного значения тяги по ММД на фиксированном режиме работы двигателя необходимо в первую очередь задать значения параметров воздуха на входе: давления  $p_{вх}^*$  и температуры  $T_{вх}^*$ , соответствующие высоте и скорости (числу Маха) полета. После этого (исходя из заложенной в систему

автоматического управления (САУ) программы регулирования двигателя) следует задать значения всех регулируемых параметров, определяющих подачу топлива в основную и форсажную (при ее наличии) камеры сгорания, а также положение створок реактивного сопла [17]. При этом характеристики всех узлов двигателя должны соответствовать исходному виду, характерному для начала эксплуатации данного двигателя. Определенное в этом случае значение тяги будет соответствовать «эталонному» значению  $R_{эт}$ , по отношению к которому в дальнейшем будет оцениваться ее ухудшение по мере эксплуатации двигателя.

***Определение параметров влияния изменения КПД узла на изменение тяги двигателя.***

Определение значений параметра влияния  $V_i$  для каждого  $i$ -того узла двигателя проводится аналогично определению значений  $R_{эт}$ . Разница заключается лишь в том, что на каждом из фиксированных режимов работы двигателя проводится не один, а несколько расчетов, причем количество таких расчетов на единицу больше числа узлов двигателя, влияние ухудшения КПД которых необходимо оценить.

Поэтому сначала для каждого фиксированного режима работы двигателя ( $j$  - номер режима) после задания значений давления  $p_{вх}^*$  и температуры  $T_{вх}^*$  воздуха на входе, а также параметров регулирования определяется эталонное значение тяги  $R_{эт}$ . После этого коэффициенту полезного действия каждого узла поочередно дается небольшое приращение  $\delta\eta_i$  (обычно на уровне  $\sim 1\%$ ) и определяется значение тяги двигателя  $R_i$  и относительное ее изменение  $\delta R_i = (R_i - R_{эт})/R_{эт}$  ( $i$  - номер узла).

После проведения такого рода оценки для каждого узла на выбранном режиме работы двигателя определяются значения параметров влияния согласно приведенным выше выражениям (3).

После этого вся описанная процедура повторяется для следующего режима работы двигателя, после чего формируется матрица параметров влияния  $\{B_{ij}\}$ , в которой каждая строка (4) соответствует определенному режиму работы двигателя, а каждый столбец - определенному его узлу.

$$\begin{matrix}
 V_{кнд1} & V_{квд1} & V_{кс1} & V_{тнд1} & V_{твд1} \\
 V_{кнд2} & V_{квд2} & V_{кс2} & V_{тнд2} & V_{твд2} \\
 V_{кнд3} & V_{квд3} & V_{кс3} & V_{тнд3} & V_{твд3} \\
 V_{кнд4} & V_{квд4} & V_{кс4} & V_{тнд4} & V_{твд4} \\
 V_{кнд5} & V_{квд5} & V_{кс5} & V_{тнд5} & V_{твд5}
 \end{matrix} \quad (4)$$

### ***Определение относительного изменения кнд узлов***

Искомые значения относительного изменения коэффициентов полезного действия узлов двигателя  $\delta\eta_i$  находятся в процессе решения системы уравнений (2), написанных для каждого установившегося режима работы двигателя в полете. При этом, если число таких режимов будет меньше, чем число искомых значений  $\delta\eta_i$ , то в этом случае полученная система уравнений будет считаться неопределенной и иметь бесконечное множество решений.

Поэтому для однозначного решения задачи необходимо определить изменение тяги двигателя на числе установившихся режимов, равном числу неизвестных  $\delta\eta_i$ . Для двухвального турбореактивного двигателя, как было показано выше, это число равно пяти (см. выражения (5)).

$$\begin{aligned}
\delta R_1 &= \delta\eta_{\text{кнд}} \cdot V_{\text{кнд}1} + \delta\eta_{\text{квд}} \cdot V_{\text{квд}1} + \delta\sigma_{\text{кс}} \cdot V_{\text{кс}1} + \delta\eta_{\text{тнд}} \cdot V_{\text{тнд}1} + \delta\eta_{\text{твд}} \cdot V_{\text{твд}1}, \\
\delta R_2 &= \delta\eta_{\text{кнд}} \cdot V_{\text{кнд}2} + \delta\eta_{\text{квд}} \cdot V_{\text{квд}2} + \delta\sigma_{\text{кс}} \cdot V_{\text{кс}2} + \delta\eta_{\text{тнд}} \cdot V_{\text{тнд}2} + \delta\eta_{\text{твд}} \cdot V_{\text{твд}2}, \\
\delta R_3 &= \delta\eta_{\text{кнд}} \cdot V_{\text{кнд}3} + \delta\eta_{\text{квд}} \cdot V_{\text{квд}3} + \delta\sigma_{\text{кс}} \cdot V_{\text{кс}3} + \delta\eta_{\text{тнд}} \cdot V_{\text{тнд}3} + \delta\eta_{\text{твд}} \cdot V_{\text{твд}3}, \\
\delta R_4 &= \delta\eta_{\text{кнд}} \cdot V_{\text{кнд}4} + \delta\eta_{\text{квд}} \cdot V_{\text{квд}4} + \delta\sigma_{\text{кс}} \cdot V_{\text{кс}4} + \delta\eta_{\text{тнд}} \cdot V_{\text{тнд}4} + \delta\eta_{\text{твд}} \cdot V_{\text{твд}4}, \\
\delta R_5 &= \delta\eta_{\text{кнд}} \cdot V_{\text{кнд}5} + \delta\eta_{\text{квд}} \cdot V_{\text{квд}5} + \delta\sigma_{\text{кс}} \cdot V_{\text{кс}5} + \delta\eta_{\text{тнд}} \cdot V_{\text{тнд}5} + \delta\eta_{\text{твд}} \cdot V_{\text{твд}5}.
\end{aligned} \tag{5}$$

Следует иметь в виду, что режимы, которые будут использованы для определения значений  $\delta\eta_i$  в полете, должны быть заранее выбраны, так как именно на этих режимах необходимо предварительно определить эталонные значения тяги  $R_{\text{эт}}$  и значения параметров влияния  $V_i$  искомым значений  $\delta\eta_i$  на тягу двигателя.

Процесс определения отклонения коэффициента полезного действия узлов двигателя  $\delta\eta_{\text{кнд}}$ ,  $\delta\eta_{\text{квд}}$ ,  $\delta\sigma_{\text{кс}}$ ,  $\delta\eta_{\text{тнд}}$ ,  $\delta\eta_{\text{твд}}$ , представляющих собой одномерную строку - матрицу  $\{\delta\eta_i\}$ , сводится к следующему.

На каждом из заранее выбранных режимов работы двигателя в полете определяется его тяга  $R_j$  ( $j$  - номер режима), исходя из заранее определенного эталонного значения тяги на этом режиме  $R_{\text{эт}j}$  вычисляется относительное изменение  $\delta R_j = (R_j - R_{\text{эт}j}) / R_{\text{эт}j}$  и из этих значений составляется одномерная столбец - матрица  $\{\delta R_j\}$ .

После этого решается [20] система линейных уравнений (5), которая в матричной форме выглядит следующим образом  $\{\delta R_j\} = \{B_{ij}\} \{\delta\eta_i\}$ :

- формируется главный определитель системы  $D$ , состоящий из параметров влияния (4)

$$\mathbf{D} = \begin{matrix} B_{кнд1} & B_{квд1} & B_{ксл1} & B_{тнд1} & B_{твд1} \\ B_{кнд2} & B_{квд2} & B_{ксл2} & B_{тнд2} & B_{твд2} \\ B_{кнд3} & B_{квд3} & B_{ксл3} & B_{тнд3} & B_{твд3} \\ B_{кнд4} & B_{квд4} & B_{ксл4} & B_{тнд4} & B_{твд4} \\ B_{кнд5} & B_{квд5} & B_{ксл5} & B_{тнд5} & B_{твд5} \end{matrix} ; \quad (6)$$

– формируется частные определители  $D_i$ , которые получаются из  $D$  заменой  $i$ -того столбца столбцом  $\{\delta R_j\}$ :

$$\begin{aligned}
D_{1кнд} &= \begin{matrix} \delta R_1 & B_{квд1} & B_{ксл1} & B_{тнд1} & B_{твд1} \\ \delta R_2 & B_{квд2} & B_{ксл2} & B_{тнд2} & B_{твд2} \\ \delta R_3 & B_{квд3} & B_{ксл3} & B_{тнд3} & B_{твд3} \\ \delta R_4 & B_{квд4} & B_{ксл4} & B_{тнд4} & B_{твд4} \\ \delta R_5 & B_{квд5} & B_{ксл5} & B_{тнд5} & B_{твд5} \end{matrix} ; \\
D_{2квд} &= \begin{matrix} B_{кнд1} & \delta R_1 & B_{ксл1} & B_{тнд1} & B_{твд1} \\ B_{кнд2} & \delta R_2 & B_{ксл2} & B_{тнд2} & B_{твд2} \\ B_{кнд3} & \delta R_3 & B_{ксл3} & B_{тнд3} & B_{твд3} \\ B_{кнд4} & \delta R_4 & B_{ксл4} & B_{тнд4} & B_{твд4} \\ B_{кнд5} & \delta R_5 & B_{ксл5} & B_{тнд5} & B_{твд5} \end{matrix} ; \\
D_{3ксл} &= \begin{matrix} B_{кнд1} & B_{квд1} & \delta R_1 & B_{тнд1} & B_{твд1} \\ B_{кнд2} & B_{квд2} & \delta R_2 & B_{тнд2} & B_{твд2} \\ B_{кнд3} & B_{квд3} & \delta R_3 & B_{тнд3} & B_{твд3} \\ B_{кнд4} & B_{квд4} & \delta R_4 & B_{тнд4} & B_{твд4} \\ B_{кнд5} & B_{квд5} & \delta R_5 & B_{тнд5} & B_{твд5} \end{matrix} ; \quad (7) \\
D_{4тнд} &= \begin{matrix} B_{кнд1} & B_{квд1} & B_{ксл1} & \delta R_1 & B_{твд1} \\ B_{кнд2} & B_{квд2} & B_{ксл2} & \delta R_2 & B_{твд2} \\ B_{кнд3} & B_{квд3} & B_{ксл3} & \delta R_3 & B_{твд3} \\ B_{кнд4} & B_{квд4} & B_{ксл4} & \delta R_4 & B_{твд4} \\ B_{кнд5} & B_{квд5} & B_{ксл5} & \delta R_5 & B_{твд5} \end{matrix} ; \\
D_{5твд} &= \begin{matrix} B_{кнд1} & B_{квд1} & B_{ксл1} & B_{тнд1} & \delta R_1 \\ B_{кнд2} & B_{квд2} & B_{ксл2} & B_{тнд2} & \delta R_2 \\ B_{кнд3} & B_{квд3} & B_{ксл3} & B_{тнд3} & \delta R_3 \\ B_{кнд4} & B_{квд4} & B_{ксл4} & B_{тнд4} & \delta R_4 \\ B_{кнд5} & B_{квд5} & B_{ксл5} & B_{тнд5} & \delta R_5 \end{matrix} ;
\end{aligned}$$

– искомые значения неизвестных  $\delta\eta_{кнд}$ ,  $\delta\eta_{квд}$ ,  $\delta\sigma_{кс}$ ,  $\delta\eta_{тнд}$ ,  $\delta\eta_{твд}$  находятся (см. выражения (8)) путем деления соответствующих частных определителей  $D_i$  (7) на главный определитель  $D$  (6), то есть

$$\begin{aligned}\delta\eta_{кнд} &= D_{1кнд}/D \\ \delta\eta_{квд} &= D_{2квд}/D \\ \delta\sigma_{кс} &= D_{3кс}/D \\ \delta\eta_{тнд} &= D_{4тнд}/D \\ \delta\eta_{твд} &= D_{5твд}/D.\end{aligned}\tag{8}$$

### *Пример применения рассмотренного метода*

В качестве примера рассмотрим типовой двухвальный турбореактивный двухконтурный двигатель с уровнем параметров, соответствующим ТРДД 4 поколения, на пяти режимах работы, из которых первый и четвертый - соответствуют максимальным режимам работы двигателя, а 2, 3 и 5 - пониженным.

Ниже представлена матрица  $\{B_{ij}\}$  параметров влияния изменения коэффициентов полезного действия узлов двигателя на его тягу, значения которых выбраны аналогичными данным работы [4].

0,41	0,85	0,62	0,41	1,15
-0,82	-0,81	-0,63	-0,75	-0,95
-1,05	-0,72	-0,85	-1,05	-0,85
0,94	1,95	0,65	0,52	1,95
-0,45	-0,25	-0,73	-0,53	-0,32

Пусть изменение тяги двигателя на каждом из выбранных режимов  $\{\delta R_j\}$  составляет:



$$\delta R_1 = -3,2\%$$

$$\delta R_2 = 3,44\%$$

$$\delta R_3 = 3,84\%$$

$$\delta R_4 = -5,33\%$$

$$\delta R_5 = 1,91\%$$

Решая систему линейных уравнений (5) с подстановкой в нее значений соответствующих параметров влияния  $B_{ij}$  и значений изменения тяги  $\delta R_j$ , получим следующие изменения коэффициентов полезного действия узлов двигателя:  $\delta\eta_{кнд} = -0,4\%$ ,  $\delta\eta_{квд} = -0,6\%$ ,  $\delta\eta_{тнд} = -1,1\%$ ,  $\delta\eta_{твд} = -1,4\%$  и коэффициента полного давления в камере сгорания  $\delta\sigma_{кс} = -0,75\%$ .

В заключение отметим, что полученные в соответствии с представленным методом численные показатели ухудшения параметров эффективности отдельных узлов могут быть использованы для анализа причин потери тяги двигателя в процессе его эксплуатации и разработки методов компенсации этих потерь, а также для определения состояния его узлов, необходимого при переходе на современные стратегии управления ресурсом авиационного ГТД - эксплуатацию по состоянию.

### **Список источников**

1. Ахмедзянов А.М., Дубравский Н.Г., Тунаков А.П. Диагностика состояния ВРД по термогазодинамическим параметрам. - М.: Машиностроение, 1983. - 206 с.
2. Новиков А.С. Контроль и диагностика технического состояния газотурбинных двигателей. - М.: Наука, 2007. - 468 с.

3. Сиротин Н.Н. Конструкция и эксплуатация, повреждаемость и работоспособность газотурбинных двигателей (Основы конструирования авиационных двигателей и энергетических установок). - М.: РИА "ИМИНФОРМ", 2002. - 440 с.
4. Черкез А.Я. Инженерные расчеты газотурбинных двигателей методом малых отклонений. - М.: Машиностроение, 1975. - 380 с.
5. Подколзин В.Г., Полунин И.М., Попов В.В., Кулаков А.Д. Способ измерения тяги газотурбинного двигателя в полете. Патент на изобретение № 2327961. Оpubл. 27.06.2008. Бюл. № 8.
6. Alexander I. Russel. Method & apparatus for real-time measurement of the net thrust of a jet engine. EP 0342970 A2. European Patent Office. 1989.  
[URL:https://patents.google.com/patent/EP0342970A2/zh](https://patents.google.com/patent/EP0342970A2/zh)
7. Боровик В.О., Борщанский В.М., Зозулин В.А. Контроль величины тяги авиационных турбореактивных двигателей в условиях эксплуатации в сб. «Некоторые вопросы расчета и экспериментального исследования высотно-скоростных характеристик ГТД» // Труды ЦИАМ. № 663. 1975. С. 240-254.
8. Эзрохи Ю.А., Кизеев И.С., Хорева Е.А. Определение тяги авиационного газотурбинного двигателя в полете при условии неравномерности полного давления на входе // Вестник Московского авиационного института. 2017. Т. 24. № 4. С. 46-51.
9. Цховребов М.М., Эзрохи Ю.А. Способ управления турбореактивным двухконтурным двигателем с форсажной камерой. Патент на изобретение № 2464437. Оpubл. 20.10.2012 г. Бюл. №29.

10. Гольберг Ф.Д., Гуревич О.С., Петухов А.А. Математическая модель двигателя в САУ ГТД для повышения надежности и качества управления // Труды МАИ. 2012. № 58. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=33278>
11. Гуревич О.С., Гольберг Ф.Д., Зуев С.А., Бусурин В.И. Управление органами механизации компрессора газотурбинного двигателя с использованием его математической модели // Труды МАИ. 2017. № 93. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=80286>
12. Mattias Henriksson, Tomas Grönstedt, Claes Breitholtz. Model-based on-board turbofan thrust estimation // Control Engineering Practice, 2011, no. (19).6, pp. 602-610. URL: <https://www.infona.pl/resource/bwmeta1.element.elsevier-f94cc7c6-ed69-3278-be80-9b1e228ba4a6>
13. Эзрохи Ю.А., Каленский С.М. Идентификация математической модели авиационного ГТД по результатам испытаний // Труды МАИ. 2022. № 122. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=164276>. DOI: [10.34759/trd-2022-122-19](https://doi.org/10.34759/trd-2022-122-19)
14. Григорьев В.А., Кузнецов С.П., Гишваров А.С. Испытания авиационных двигателей. - М.: Машиностроение, 2009. – 504 с.
15. Вовк М.Ю., Кулалаев В.В. Критерии нормальности при обработке экспериментальных исследований параметров газотурбинных двигателей на базе методов прикладной математической статистики // Труды МАИ. 2018. № 101. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=96932>
16. Адгамов Р.И. и др. Обработка и анализ информации при автоматизированных испытаниях ГТД. - М.: Машиностроение, 1987. - 216 с.

17. Эзрохи Ю.А. Моделирование двигателя и его узлов. Машиностроение: энциклопедия. Т. IV-21. Самолеты и вертолеты. Кн. 3. Авиационные двигатели. - М.: Машиностроение, 2010. С. 341-353.
18. Чуян Р.К. Методы математического моделирования двигателей летательных аппаратов. - М.: Машиностроение, 1988. - 288 с.
19. Кузьмичев В.С., Крупенич И.Н., Рыбаков В.Н. и др. Формирование виртуальной модели рабочего процесса газотурбинного двигателя в САЕ системе «АСТРА» // Труды МАИ. 2013. № 67. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=41518>
20. Корн Г.А., Корн Т.М. Справочник по математике (для научных работников и инженеров). - М.: Наука, 1973. - 832 с.

## References

1. Akhmedzyanov A.M., Dubravskii N.G., Tunakov A.P. *Diagnostika sostoyaniya VRD po termogazodinamicheskim parametram* (Diagnostic of condition JTE on gas-dynamic properties), Moscow, Mashinostroenie, 1983, 206 p.
2. Novikov A.S. *Kontrol' i diagnostika tekhnicheskogo sostoyaniya gazoturbinnnykh dvigatelei* (The control and diagnostics of a technical condition of gas-turbine engines), Moscow, Nauka, 2007, 468 p.
3. Sirotin N.N. *Konstruktsiya i ekspluatatsiya, povrezhdaemost' i rabotosposobnost' gazoturbinnnykh dvigatelei (Osnovy konstruirovaniya aviatsionnykh dvigatelei i energeticheskikh ustanovok)*. Design and operation, damageability and functionability of gas-turbine engines. (The bases of designing of aero-engines and power installations), Moscow, RIA "IMINFORM", 2002, 440 p.

4. Cherkez A.Ya. *Inzhenernye raschety gazoturbinnnykh dvigatelei metodom malykh otklonenii* (Engineering calculations of gas-turbine engines by a method of small deviations), Mashinostroenie, 1975, 380 p.
5. Podkolzin V.G., Polunin I.M., Popov V.V., Kulakov A.D. *Patent na izobrenie 2327961*, 27.06.2008.
6. Alexander I. Russel. Method & apparatus for real-time measurement of the net thrust of a jet engine. EP 0342970 A2. *European Patent Office*. 1989.  
[URL:https://patents.google.com/patent/EP0342970A2/zh](https://patents.google.com/patent/EP0342970A2/zh)
7. Borovik V.O., Borshchanskii V.M., Zozulin V.A. *Trudy TsIAM*, no. 663, 1975, pp. 240-254.
8. Ezrokhi Yu.A., Kizeev I.S., Khoreva E.A. *Aerospace MAI Journal*, 2017, vol. 24, no. 4, pp. 46-51.
9. Tskhovrebov M.M., Ezrokhi Yu.A. *Patent na izobrenie 2464437*, 20.10.2012.
10. Gol'berg F.D., Gurevich O.S., Petukhov A.A. *Trudy MAI*, 2012, no. 58. URL:  
<http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=33278>
11. Gurevich O.S., Gol'berg F.D., Zuev S.A., Busurin V.I. *Trudy MAI*, 2017, no. 93. URL:  
<http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=80286>
12. Mattias Henriksson, Tomas Grönstedt, Claes Breitholtz. Model-based on-board turbofan thrust estimation, *Control Engineering Practice*, 2011, no. (19).6, pp. 602-610.  
[URL:https://www.infona.pl/resource/bwmeta1.element.elsevier-f94cc7c6-ed69-3278-be80-9b1e228ba4a6](https://www.infona.pl/resource/bwmeta1.element.elsevier-f94cc7c6-ed69-3278-be80-9b1e228ba4a6)
13. Ezrokhi Yu.A., Kalenskii S.M. *Trudy MAI*, 2022, no. 122. URL:  
<https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=164276>. DOI: [10.34759/trd-2022-122-19](https://doi.org/10.34759/trd-2022-122-19)

14. Grigor'ev V.A., Kuznetsov S.P., Gishvarov A.S. *Ispytaniya aviatsionnykh dvigatelei* (Tests of aero-engines), Moscow, Mashinostroenie, 2009, 504 p.
15. Vovk M.Yu., Kulalaev V.V. *Trudy MAI*, 2018, no. 101. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=96932>
16. Adgamov R.I. et al. *Obrabotka i analiz informatsii pri avtomatizirovannykh ispytaniyakh GTD*. (Processing and the analysis of the information at the automated tests of a GTE), Moscow, Mashinostroenie, 1987, 216 p.
17. Ezrokhi Yu.A. *Modelirovanie dvigatelya i ego uzlov. Mashinostroenie: entsiklopediya. T. IV-21. Samolety i vertolety. Kn. 3. Aviatsionnye dvigateli* (Modelling of the engine and its units. Airplanes and helicopters. Book 3. Aircraft engines), Moscow, Mashinostroenie, 2010, pp. 341-353.
18. Chuyan R.K. *Metody matematicheskogo modelirovaniya dvigatelei letatel'nykh apparatov* (Methods of mathematical modelling of engines of flight vehicles), Moscow, Mashinostroenie, 1988, 288 p.
19. Kuz'michev V.S., Krupenich I.N., Rybakov V.N. et al. *Trudy MAI*, 2013, no. 67. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=41518>
20. Korn G.A., Korn T.M. *Spravochnik po matematike* (Mathematical handbook), Moscow, Nauka, 1973. 832 p.

Статья поступила в редакцию 10.01.2022; одобрена после рецензирования 31.01.2022; принята к публикации 20.04.2022.

The article was submitted on 10.01.2022; approved after reviewing on 31.01.2022; accepted for publication on 20.04.2022.