

УДК 629.78

АНАЛИЗ СЛОЖНЫХ СХЕМ ПОЛЕТА К САТУРНУ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГРАВИТАЦИОННЫХ МАНЕВРОВ И ИМПУЛЬСОВ СКОРОСТИ В ГЛУБОКОМ КОСМОСЕ

М.С. Константинов, Мин Тейн

Аннотация

Данная работа посвящена анализу сложных схем полета к Сатурну для ближайших окон запуска с использованием гравитационных маневров и дополнительных импульсов скорости в глубоком космосе. Идея гравитационного маневра реализована уже давно. Но использование только этой идеи во многих случаях не позволяет выполнить энергетически сложные межпланетные космические маневры. По этой причине в настоящее время активно анализируется возможность использования дополнительных импульсов скорости в глубоком космосе совместно с использованием активных гравитационных маневров. Заметим, что в проекте *«Кассини»* использовались импульсы скорости в глубоком космосе.

Ключевые слова:

межпланетный перелет, межпланетный космический аппарат, оптимальная траектория; гравитационный маневр; импульс скорости в глубоком космосе; оптимизация схемы полета

Введение

В данной работе анализируются несколько маршрутов полета к Сатурну КА с химической двигательной установкой для дат старта периода 2016...2021 годов. Предполагается, что КА находится на низкой околоземной орбите высотой 300 км. Химическая двигательная установка обеспечивает старт КА с этой орбиты и выход на гиперболическую траекторию отлета от Земли. После выхода на гиперболическую траекторию отлета от Земли химическая двигательная установка отделяется от КА.

КА оснащен собственной химической двигательной установкой. Предполагается, что эта двигательная установка может включаться многократно. Она может обеспечивать импульсные приращения скорости на всей траектории полета КА. В частности, она может обеспечивать маневры в глубоком космосе (вдали от каких-либо небесных тел), может обеспечивать активные гравитационные маневры и, наконец, она обеспечивает торможение

КА в окрестности планеты назначения - Сатурна. Маневр торможения в окрестности Сатурна реализуется тормозным импульсом в перицентральной точке гиперболы подлета к Сатурну. В условиях, когда задачи, которые решает КА в окрестности Сатурна не известны, мы решили, что затраты топлива на торможение в окрестности Сатурна можно оценить, как затраты на тормозной импульс скорости, переводящий КА с гиперболической траектории на параболическую траекторию.

При этом исследуемую транспортную задачу удалось свести к задаче безусловной минимизации функции большого числа переменных. Минимизируемым функционалом задачи рассматривается суммарный импульс скорости, обеспечивающий отлет КА от Земли, все активные маневры, как в глубоком космосе, так и в окрестности планеты назначения и при гравитационных маневрах. Дата старта, время перелета от планеты к планете, моменты времени осуществления импульсов скорости в глубоком космосе и, наконец, компоненты векторов гиперболических избытков скорости отлета от планет рассматриваются выбираемыми параметрами оптимизируемой схемы полета.

В данной работе оптимизированы четыре схемы (маршрута) полета к Сатурну:

- Земля – Юпитер – Сатурн;
- Земля – Марс – Юпитер – Сатурн;
- Земля – Венера – Земля – Юпитер – Сатурн;
- Земля – Венера – Венера – Земля – Юпитер – Сатурн.

Выбрана наилучшая схема и представлены основные характеристики траектории для этой схемы.

1. Математические модели при анализе сложных схем полета к Сатурну с использованием гравитационных маневров и импульсов скорости в глубоком космосе

Вся исследуемая и оптимизируемая траектория описывается в терминах элементарных блоков:

1. Чисто баллистическая дуга (участок кеплеровской орбиты, исследование которой ведется с использованием решения уравнения Ламберта);
2. Совокупность двух кеплеровских орбит с одним дополнительным импульсом скорости в промежуточной своей точке (в глубоком космосе);
3. Гравитационный маневр (в общем случае активный гравитационный маневр, то есть гравитационный маневр с импульсом скорости);
4. Отдельными блоками анализируются условия отправления КА от Земли и прибытия КА к планете назначения.

Использование перечисленных блоков организуется так, что задача оптимизации схемы полета КА формулируется как задача безусловной минимизации функции большого числа переменных.

1.1 Чисто баллистическая дуга (решение задачи Ламберта)

При проектировании межпланетной траектории космических аппаратов важным элементом является решение задачи Ламберта. В работе используется решение этой задачи. Задача Ламберта формулируется следующим образом:

Дано:

fM - гравитационный параметр;

r_0, r_k - начальный и конечный радиусы ($r_0 > 0; r_k > 0$);

φ - угловая дальность перелета ($\varphi \geq 0$);

t_p - время перелета ($t_p > 0$).

Найти: орбиту перелета (фокальный параметр, эксцентриситет, истинную аномалию начальной точки перелетной траектории и другие характеристики траектории перелета).

К сожалению, уравнение Ламберта (к его решению сводится задача Ламберта) является достаточно сложным трансцендентным уравнением. Многие исследователи реализовывали свои методики решения уравнения Ламберта. Основной целью этих методик является построение регулярного алгоритма решения уравнения Ламберта для всех возможных диапазонов входных параметров. Многие исследователи используют рекомендации из работы [1], в которой подробно обсуждается решение задачи Ламберта. В работе [2] разработан регулярный метод определения траекторий пассивного перелета между двумя точками окрестности гравитационного центра за заданное время и разработаны алгоритм и программный продукт. В данной работе используется программный продукт, разработанный в работе [3], который оказался наиболее эффективным с точки зрения требуемого времени расчета.

1.2 Совокупность двух кеплеровских орбит (баллистических дуг) с одним дополнительным импульсом скорости в промежуточной точке (в глубоком космосе)

На рисунке 1 показана схема траектории гелиоцентрического перелета между двумя планетами (начальной и конечной для рассматриваемого участка) с одним дополнительным импульсом скорости в глубоком космосе. Этот импульс скорости разбивает рассматриваемый траекторию на два сегмента. Использование дополнительного импульса в глубоком космосе, определяемого с использованием решения уравнения Ламберта для второго сегмента, дает возможность обеспечить попадание в окрестность конечной (для рассматриваемого участка) планеты при любых траекториях КА на первом

сегменте. Именно это обеспечивает возможность сведения рассматриваемой оптимизационной проблемы к задаче безусловной минимизации, что существенно упрощает исследование и оптимизацию сложной схемы перелета с использованием гравитационных маневров у промежуточных планет.

Задача перелета между двумя планетами формулируется следующим образом:

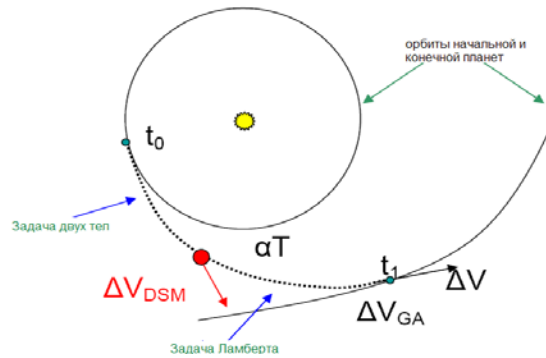


Рисунок. 1.- Схема траектории перелета с одним дополнительным импульсом скорости в глубоком космосе

Дано:

t_0 – Дата старта от начальной (для рассматриваемого участка) планеты;

T – Время перелета между начальной и конечной (для рассматриваемого участка) планетами;

$V_{0\infty}^+$ – Гиперболический избыток скорости при отлете от начальной планеты.

Найти:

- 1) α – коэффициент, определяющий положение промежуточной точки траектории, в которой осуществляется дополнительный импульс скорости. Исследуемый диапазон коэффициента - $0 \leq \alpha \leq 1$. Момент времени приложения этого импульса скорости t_{dsm} определяется полным временем перелета между планетами T , умноженному на этот коэффициент:

$$t_{dsm} = t_0 + \alpha * T \quad (1)$$

Здесь t_0 – время пролета начальной для рассматриваемого перелета планеты.

- 2) ΔV_{DSM} – требуемый дополнительный импульс.

При такой формулировке задачи, траектория перелета между двумя планетами состоит из двух сегментов:

- от начальной планеты до точки, в которой осуществляется дополнительный импульс и
- от точки, при которой осуществляется дополнительный импульс, до конечной планеты.

Анализ первого сегмента траектории обеспечивается использованием простых соотношений задачи двух тел. Анализ второй дуги связан с решением задачи Ламберта.

1.3 Гравитационный маневр, импульс скорости при гравитационном маневре (активный гравитационный маневр)

1.3.1 Гравитационный маневр

Идею о возможности использования гравитационного маневра при проектировании межпланетной траектории для уменьшения требуемой характеристической скорости выдвинули Фридрих Артурович Цандер и Юрий Васильевич Кондратюк еще в 1920—1930-х годах.

При осуществлении гравитационного маневра траекторию космического аппарата относительно планеты можно рассматривать как гиперболическую с некоторым радиусом перицентра. Модуль вектора гиперболического избытка скорости относительно планеты не меняется при пассивном гравитационном маневре. Но меняется направление этого вектора.

$$|\mathbf{V}_{\infty}^{in}| = |\mathbf{V}_{\infty}^{out}|. \quad (2)$$

Угол между векторами гиперболического избытка скорости подлета к планете и отлета от неё (угол поворота асимптоты гиперболы, обозначим его 2δ) можно рассчитать, используя следующее соотношение:

$$\sin \delta = \frac{\mu}{\mu + rV_{\infty}^2}. \quad (3)$$

Здесь μ - гравитационный параметр планеты;

r – радиус перигея гиперболы пролета.

Максимальный угол поворота асимптоты гиперболы может определяться с использованием соотношения:

$$\sin \delta_{max} = \frac{\mu}{\mu + r p_{min} V_{\infty}^2}. \quad (4)$$

Здесь $r p_{min}$ – минимальный радиус перигея гиперболы пролета (радиус планеты с учетом атмосферы и безопасной высоты пролета над планетой).

Итак, угол поворота асимптоты гиперболы определяется с использованием соотношения:

$$\varphi = 2\delta \quad (5)$$

1.3.2 Импульс скорости при гравитационном маневре (активный гравитационный маневр)

Используемые при анализе перелета гиперболические избытки скорости подлета и отлета от планеты, у которой совершается гравитационный маневр, в общем случае не

равны. Поэтому приходится допускать использование активного гравитационного маневра. Характеристики активного гравитационного маневра выбираются так, чтобы

- обеспечить нужное изменение величины гиперболического избытка скорости;
- обеспечить требуемое изменение направления гиперболического избытка скорости;
- обеспечить пролет КА на достаточно большой высоте относительно планеты.

Требуемое изменение направления гиперболического избытка скорости определяется с использованием соотношения:

$$\varphi_{req} = \arccos\left(\frac{\bar{v}_{\infty}^{in} \cdot \bar{v}_{\infty}^{out}}{|\bar{v}_{\infty}^{in}| \cdot |\bar{v}_{\infty}^{out}|}\right) \quad (6)$$

Известно, что реализация активного гравитационного маневра возможна двумя принципиально отличными способами. Первый из них предполагает включение двигателя КА (для сообщения КА импульса скорости) в бесконечности подлетной или отлетной ветви гиперболы. Второй способ предполагает включение двигателя в перицентре гиперболы пролета. Мы рассматриваем обе такие возможности и выбираем наиболее эффективный способ. То есть тот способ, который требует минимального импульса скорости.

Алгоритм анализа активного гравитационного маневра с импульсом скорости в бесконечности сводится к следующему:

- Сравниваются величины гиперболических избытков скорости подлета V_{∞}^{in} и отлета V_{∞}^{out} от планеты, и выбирается минимальный из них. Обозначим его $V_{\infty min}$;
- Определяется максимальный угол поворота асимптоты гиперболы φ с гиперболическим избытком скорости $V_{\infty min}$ (с использованием соотношений (4) и (5));
- Определяется требуемый угол поворота на бесконечности асимптоты гиперболы η . Он равен нулю, если $\varphi_{req} \leq \varphi$, В противном случае он равен

$$\eta = \varphi_{req} - \varphi ;$$

- Определяется требуемый импульс скорости:

$$\Delta V = \sqrt{V_{\infty}^{in^2} + V_{\infty}^{out^2} - 2V_{\infty}^{in}V_{\infty}^{out} \cos(\eta)} \quad (7)$$

На рисунке 2 показана схема активного гравитационного маневра с импульсом скорости в перицентре гиперболы пролета.

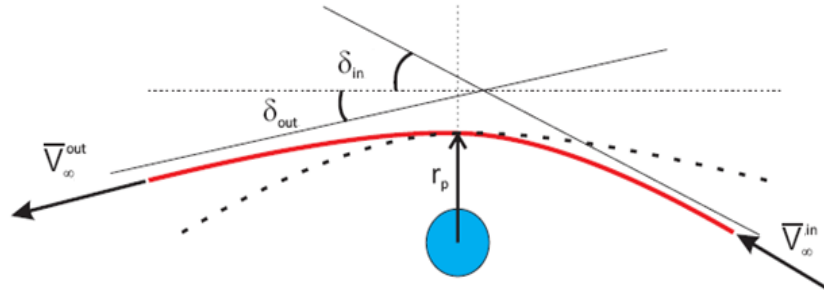


Рисунок 2. - Схема активного гравитационного маневра с импульсом скорости в перицентре гиперболы пролета

Алгоритм анализа активного гравитационного маневра с трансверсальным импульсом скорости в перицентре гиперболы пролета сводится к следующему.

Угол поворота асимптоты гиперболы при чисто трансверсальном импульсе скорости в перицентре гиперболы пролета планеты является функцией радиуса перицентра r_p , которая может быть записана в виде:

$$\varphi_{req} = \delta_{in} + \delta_{out} = \arcsin\left(\frac{\mu}{\mu + r_p v_{\infty}^{in2}}\right) + \arcsin\left(\frac{\mu}{\mu + r_p v_{\infty}^{out2}}\right) \quad (8)$$

Зная требуемый угол поворота асимптоты гиперболы δ_{req} , последнее равенство можно рассматривать как уравнение относительно неизвестного значения радиуса перицентра. Это уравнение всегда имеет решение, но оно может не принадлежать допустимой области радиусов перицентра (радиус перицентра должен быть больше минимального радиуса гиперболы пролета планеты).

Таким образом, анализ активного гравитационного маневра с импульсом скорости в перицентре сводится к:

- решению описанного уравнения,
- сравнению полученного из решения уравнения радиуса перицентра r_p с допустимым минимальным радиусом r_{pmin} ; Если радиус перицентра находится в недопустимой области, то рассматриваемый маневр не выполним, и следует использовать импульс скорости на бесконечности гиперболы пролета планеты.
- Если же радиус перицентра находится в допустимой области, то следует найти величину импульса скорости в перицентре пролетной орбиты. Для этого можно использовать соотношение:

$$\Delta V = |V_{pout} - V_{pin}|, \quad (9)$$

Где

$$Vp_{out} = \sqrt{\frac{2\mu}{r_p} + V_{\infty}^{out2}} \text{ и } Vp_{in} = \sqrt{\frac{2\mu}{r_p} + V_{\infty}^{in2}}$$

В заключении проводится сравнение требуемых импульсов скорости в варианте импульса в перигеуме пролетной гиперболы и в варианте импульса в бесконечности гиперболы. Выбирается тот вариант, в котором величина импульса скорости минимальна.

2. Математическая формулировка задачи оптимизации

После разработки моделей исследования отдельных участков рассматриваемого маршрута, используя метод грависфер нулевой протяженности [4], задача проектирования сложной схемы межпланетного перелета формулируется как задача безусловной минимизации функции большого числа переменных. Объясним формулировку задачи на примере анализа схемы полета к Сатурну, использующую один гравитационный маневр у Юпитера. На рисунке 5 показана схема полета к Сатурну с одним гравитационным маневром у Юпитера. Точками M1 и M2 обозначены точки траектории, в которых осуществляются дополнительные импульсы скорости в глубоком космосе.

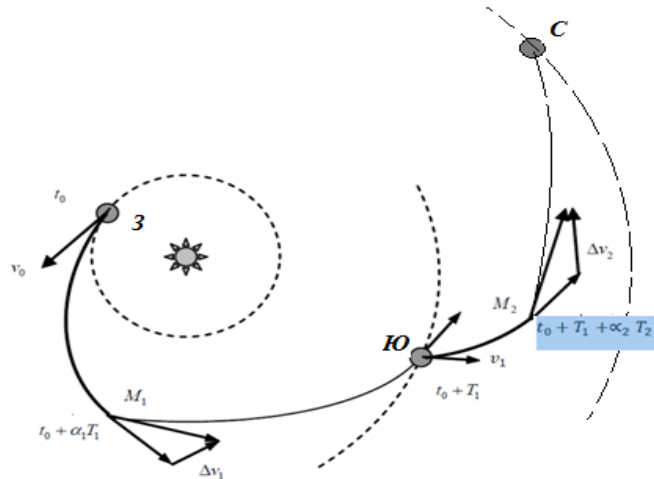


Рисунок. 3. Схема полета с использованием дополнительного импульса и гравитационного маневра

При этом задача оптимизации формулируется:

$$\min J(\mathbf{X}) \quad (14)$$

где,

$$J(\mathbf{X}) = \Delta V_0 + \Delta V_1 + \Delta V_{gr} + \Delta V_2 + \Delta V_f$$

$$\mathbf{X} = [t_0 \quad T_1 \quad T_2 \quad \alpha_1 \quad \alpha_2 \quad v_0 \quad v_1]$$

ΔV_0 – импульс скорости при старте с промежуточной круговой орбиты у Земли;

ΔV_1 – импульс скорости в точке M1;

ΔV_{gr} – импульс скорости при гравитационном маневре у Юпитера;

ΔV_2 – импульс скорости в точке M_2 ;

ΔV_f – импульс скорости при торможении КА в окрестности Сатурна (для перехода КА с гиперболы пролета Сатурна на параболическую траекторию);

X – вектор выбираемых характеристик схемы полета. Он включает:

t_o – дата старта;

T_1 – время перелета от Земли к Юпитеру ($T_1 > 0$);

T_2 – время перелета от Юпитера к Сатурну ($T_2 > 0$);

α_1 – коэффициент, определяющий положение промежуточной точки траектории между Землей и Юпитером, в которой осуществляется дополнительный импульс скорости ($0 < \alpha_1 < 1$);

α_2 – коэффициент, определяющий положение промежуточной точки траектории между Юпитером и Сатурном, в которой осуществляется дополнительный импульс скорости ($0 < \alpha_2 < 1$);

v_0 – вектор гиперболического избытка скорости при отлете Земли;

v_1 – вектор гиперболического избытка скорости при отлете Юпитера.

Аналогично можно формулировать задачу оптимизации сложной схемы полета к Сатурну с использованием несколько гравитационных маневров у промежуточных планет следующим образом:

$$\min J(\mathbf{X}) = \Delta V_o + \sum_{i=1}^n \Delta V ds m_i + \sum_{i=1}^n \Delta V g r_i + \Delta V_f \quad (15)$$

где,

$\mathbf{X} = [t_o, \mathbf{T}, \boldsymbol{\alpha}, \mathbf{v}]$;

J – функционал оптимизации;

n – количество промежуточных планет;

t_o – дата старта;

\mathbf{T} – вектор времен перелета от планеты к планете;

$\boldsymbol{\alpha}$ – строка доли времени полета между планетами, при которой осуществляется DSM (диапазон от 0 до 1);

\mathbf{v} – строка компонент векторов гиперболических избытков скорости отлета от планеты (км/с). Строка записана так, чтобы первые ее три элемента были компонентами вектора гиперболического избытка скорости отлета от первой планеты. Следующие три элемента строки – это компоненты гиперболического избытка скорости отлета от второй планеты и т.д.

3. Методы решения формулированной задачи оптимизации

3.1 Применение метода роя частиц для получения начального приближения выбираемых характеристик маршрута

Поскольку, поставленная минимизируемая функция зависит от большого числа переменных, можно было ожидать что, существует много локальных минимумов (это, к сожалению, подтверждено численным анализом). Нахождение глобального минимума является очень сложной задачей, которая в настоящее время не решена. Авторы ряда публикаций пытаются использовать следующие подходы для нахождения глобального минимума:

- Генетические алгоритмы (genetic algorithms);
- Алгоритмы прямого поиска (direct search algorithms);
- Алгоритм имитации отжига (*Simulated annealing*);
- Метод роя частиц (Particle swarm optimization);

В данной работе используется метод роя частиц [5, 6]. Метод роя частиц относится к задаче безусловной оптимизации с помощью барьерных функций. Он был предложен в работе [7] и привлекателен простотой реализации и тем, что является методом нулевого порядка (он не использует градиенты функций). Метод является стохастическим, и позволяет использовать в случаях, где вычисление градиента невозможно, либо имеет высокую вычислительную сложность.

Однако, метод роя частиц, конечно, не гарантирует нахождение глобального минимума. Кроме того, скорость сходимости в общем случае относительно невелика. Используя этот метод, приходится ограничивать количество используемых итераций. Полученное этим методом решение используется как первое приближение для нахождения локального минимума.

3.2 Использование программных средств MATLAB для решения задачи безусловной минимизации функции (локальная оптимизация)

Для нахождения локального минимума рассматриваемой функции используется функция 'fmincon' программного комплекса MATLAB [8]. 'fmincon' находит минимум для скалярной функции нескольких переменных с использованием задаваемого начального приближения [9]. В данной работе использовали алгоритм «active-set – активный набор» или «sqp – последовательное квадратичное программирование». Проведен качественный анализ нескольких сложных схем полета к Сатурну с использованием гравитационных маневров и импульсов скорости в глубоком космосе. В следующем разделе представлены основные результаты этого анализа.

4. Численные результаты

4.1 Схема Земля – Юпитер – Сатурн

4.1.1 Вариант быстрого перелета

На рисунке 4 показана проекция траектории перелета на плоскость эклиптики для варианта быстрого перелета по маршруту Земля – Юпитер – Сатурн. Импульс скорости в глубоком космосе осуществляется только на участке полета Земля – Юпитер. На рисунке красная звездочка показывает точку, в которой осуществляется дополнительный импульс. Интересно и то, что гравитационный маневр у Юпитера оказался пассивным (включение двигателя в процессе его выполнения не требуется). В таблице 1 показаны основные характеристики траектории по такой схеме.

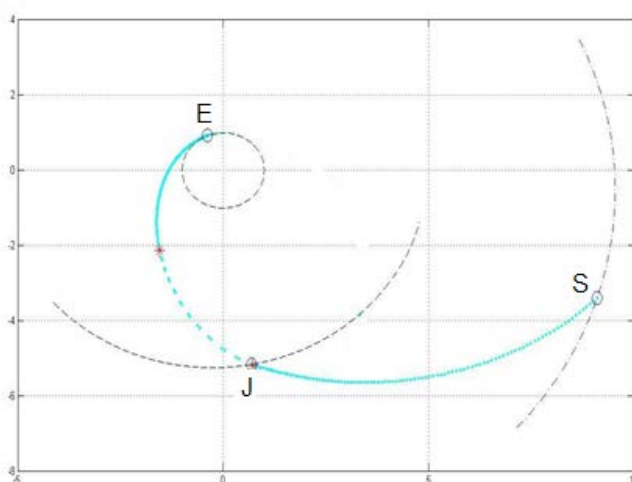


Рисунок. 4. Проекция на плоскость эклиптики гелиоцентрической траектории межпланетного перелета по маршруту Земля – Юпитер – Сатурн. Вариант быстрого перелета

Таблица. 1

Оптимальная дата старта	13.01.2018
Суммарное время полета	2237,8 сутки
Импульс при старте с промежуточной круговой орбиты у Земли высотой 300 км	6,3784 км/сек
Модуль гиперболического избытка скорости отлета от Земли	8,9193 км/сек
Импульс скорости в промежуточной точке на траектории Земля - Юпитер	0,2 м/сек
Модуль гиперболического избытка скорости подлета к Сатурну	4,4798 км/сек
Импульс при торможении у Сатурна	0,2793 км/сек
Требуемый суммарный импульс скорости	6,6579 км/сек

4.1.2 Вариант длительного перелета

На рисунке 5 показана проекция на плоскость эклиптики траектории перелета по маршруту Земля – Юпитер – Сатурн для варианта длительного перелета. На траектории используются два импульса скорости в глубоком космосе. Точки, в которых используются эти импульсы, обозначены красными звездочками. Гравитационный маневр у Юпитера оказывается и в этом случае пассивным. В таблице 2 показаны основные характеристики траектории. Отметим что, при увеличении времени полета удалось уменьшить суммарный импульс скорости и гиперболический избыток скорости при подлете к Сатурну. Разумеется, уменьшился и требуемый импульс скорости для торможения в окрестности Сатурна.

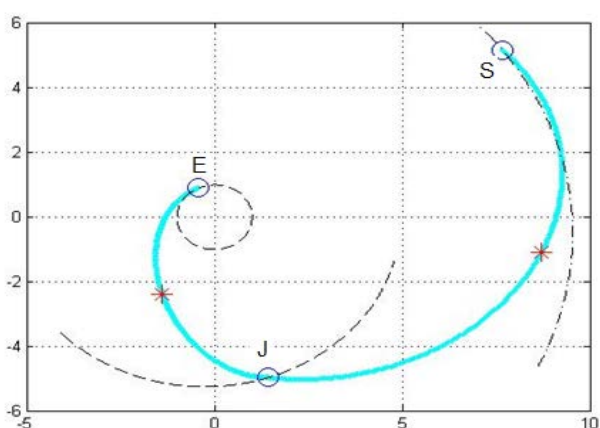


Рисунок. 5. Проекция на плоскость эклиптики гелиоцентрической траектории межпланетного перелета по маршруту Земля – Юпитер – Сатурн. Вариант длительного перелета

Таблица. 2

Оптимальная дата старта	16.01.2018
Суммарное время полета	3838,5 сутки
Импульс при старте с промежуточной круговой орбиты у Земли с высотой 300 км	6,2558 км/сек
Модуль гиперболического избытка скорости отлета от Земли	8,7241 км/сек
Импульс скорости в промежуточной точке на траектории Земля - Юпитер	6,29м/сек
Импульс скорости в промежуточной точке на траектории Юпитер - Сатурн	0,008м/сек
Модуль гиперболического избытка скорости при подлете к Сатурну	2,7234 км/сек
Импульс при торможении в окрестности Сатурна	0,10347 км/сек
Требуемый суммарный импульс скорости	6,36559 км/сек

4.2 Схема Земля – Марс – Юпитер – Сатурн

На рисунке 6 показана проекция на плоскость эклиптики траектории перелета по маршруту Земля – Марс – Юпитер – Сатурн. Все гравитационные маневры являются пассивными. На траектории перелета есть один импульс скорости в глубоком космосе (на траектории Юпитер - Сатурн). Точки, в которых используются эти импульсы, обозначены красными звездочками.

В таблице 3 показаны основные характеристики траектории.

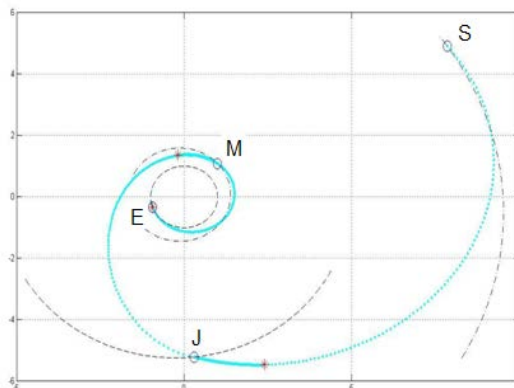


Рисунок. 6. Проекция на плоскость эклиптики гелиоцентрической траектории межпланетного перелета по маршруту Земля – Марс – Юпитер – Сатурн

Таблица. 3

Оптимальная дата старта	12.04.2016
Суммарное время полета	4428,49 сутки
Импульс при старте с промежуточной круговой орбиты у Земли с высотой 300 км	3.5911 км/сек
Модуль гиперболического избытка скорости отлета от Земли	2.949 км/сек
Импульс скорости в промежуточной точке на траектории Юпитер - Сатурн	4,9378км/сек
Модуль гиперболического избытка скорости подлета к Сатурну	2,3132км/сек
Импульс при торможении у Сатурна	0,07467 км/сек
Требуемый суммарный импульс скорости	8.60624 км/сек

Усложнение маршрута, введением гравитационного маневра у Марса в рассматриваемом случае не дало нам возможность улучшить характеристики рассматриваемой миссии полета к Сатурну. Суммарный импульс скорости увеличился, что связано с необходимостью обеспечивать подлет к Марсу. Разумеется, нельзя утверждать что, что не существует траектория реализации рассматриваемого маршрута, которая позволит снизить энергетические затраты на перелет. Представленная траектория

является только локально оптимальной. Лучшего решения нам не удалось найти. Существует ли оно, остается нерешенным вопросом.

4.3 Схема Земля – Венера – Земля – Юпитер – Сатурн

На рисунке 7 показана проекция на плоскость эклиптики траектории перелета по маршруту Земля – Венера - Земля – Юпитер – Сатурн. Все гравитационные маневры являются пассивными. На траектории перелета есть один импульс скорости в глубоком космосе (на траектории Юпитер - Сатурн). Точки, в которых используются эти импульсы, обозначены красными звездочками.

И в этом случае не удалось усложнением схемы полета и увеличением времени выполнения миссии снизить энергетические затраты на перелет.

В таблице 4 показаны основные проектно-баллистические характеристики траектории.

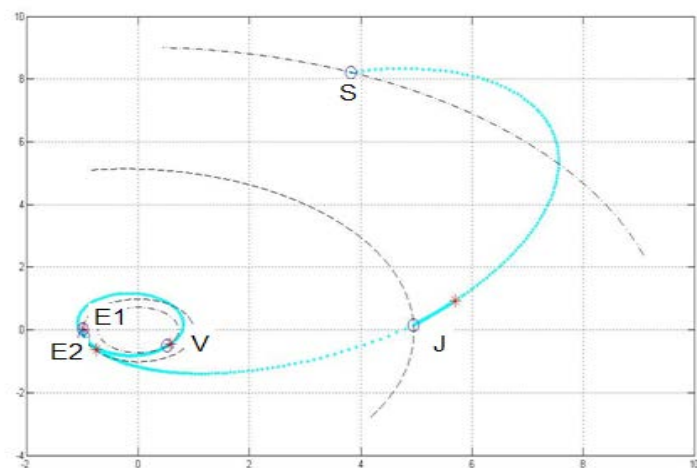


Рисунок. 7. Проекция на плоскость эклиптики гелиоцентрической траектории межпланетного перелета по маршруту Земля – Венера – Земля – Юпитер – Сатурн

Таблица. 4

Оптимальная дата старта	19.03.2020
Суммарное время полета	3906,6 сутки
Импульс при старте с промежуточной круговой орбиты у Земли с высотой 300 км	3.7889 км/сек
Модуль гиперболического избытка скорости отлета от Земли	3.6349 км/сек
Импульс скорости в промежуточной точке на траектории Юпитер - Сатурн	3,4998км/сек
Модуль гиперболического избытка скорости подлета к Сатурну	6.274 км/сек
Импульс при торможении у Сатурна	0,5457 км/сек
Требуемый суммарный импульс скорости	8.0975 км/сек

4.4 Схема Земля – Венера – Венера – Земля – Юпитер – Сатурн

4.4.1 Вариант длительного перелета

На рисунке 8 показана проекция на плоскость эклиптики траектории перелета по маршруту Земля – Венера – Венера – Земля – Юпитер – Сатурн для варианта длительного перелета. Все гравитационные маневры являются пассивными. На траектории перелета есть один импульс скорости в глубоком космосе (на траектории Венера - Венера). Точки, в которых используются эти импульсы, обозначены красными звездочками.

В таблице 5 приведены основные проектно-баллистические характеристики траектории.

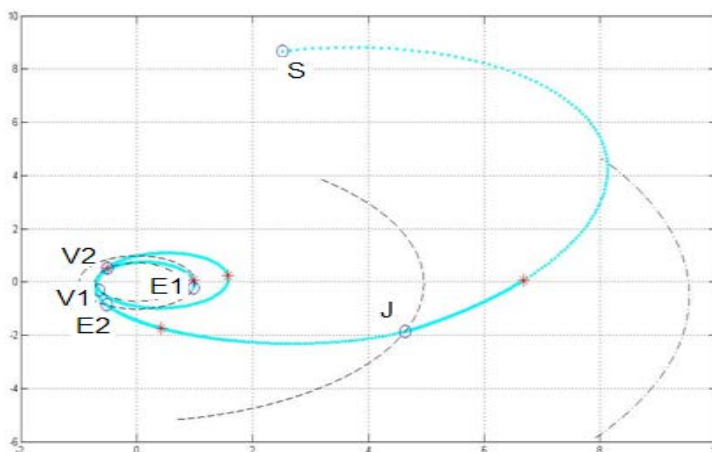


Рисунок. 8. Проекция на плоскость эклиптики гелиоцентрической траектории межпланетного перелета по маршруту Земля – Венера – Венера – Земля – Юпитер – Сатурн для варианта длительного перелета

Таблица .5

Оптимальная дата старта	10.09.2018.
Суммарное время полета	4699.3 сутки
Импульс при старте с промежуточной круговой орбиты у Земли с высотой 300 км	3.8399 км/сек
Модуль гиперболического избытка скорости отлета от Земли	3.7937 км/сек
Импульс скорости в промежуточной точке на траектории Венера - Венера	0,9149км/сек
Модуль гиперболического избытка скорости подлета к Сатурну	4.9272 км/сек
Импульс при торможении у Сатурна	0,3376 км/сек
Требуемый суммарный импульс скорости	5.0928 км/сек

4.4.2 Вариант быстрого перелета

На рисунке 9 показана проекция на плоскость эклиптики траектории перелета по маршруту Земля – Венера – Венера – Земля – Юпитер – Сатурн для варианта быстрого

перелета. Все гравитационные маневры являются пассивными. На траектории перелета есть один значительный импульс скорости в глубоком космосе (на траектории Венера - Венера). На других перелетах между планетами импульсы скорости такие малые (меньше 0.1 м/с), что ими можно пренебречь. На рисунке 9 показаны все точки, в которых используются импульсы скорости, обозначены красными звездочками.

В таблице 6 приведены основные проектно-баллистические характеристики траектории.

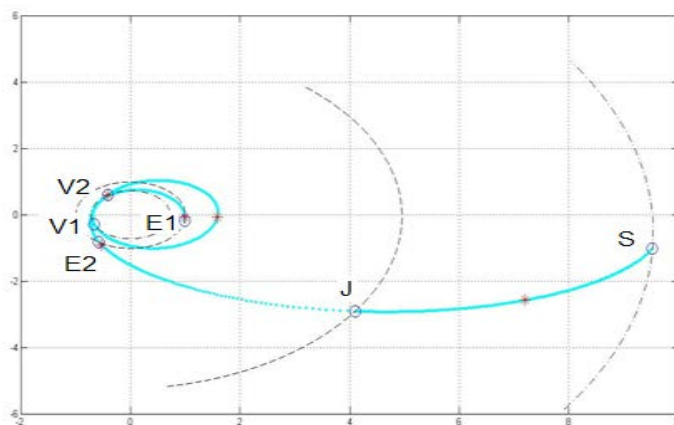


Рисунок.9. Проекция на плоскость эклиптики гелиоцентрической траектории межпланетного перелета по маршруту Земля – Венера – Венера – Земля – Юпитер – Сатурн для варианта быстрого перелета

Таблица. 6

Оптимальная дата старта	12.09.2018.
Суммарное время полета	2436.19 сутки
Импульс при старте с промежуточной круговой орбиты у Земли с высотой 300 км	3.9247 км/сек
Модуль гиперболического избытка скорости отлета от Земли	4.0446 км/сек
Импульс скорости в промежуточной точке на траектории Венера - Венера	1.0758 км/сек
Модуль гиперболического избытка скорости подлета к Сатурну	6.1978 км/сек
Импульс при торможении у Сатурна	0.5327 км/сек
Требуемый суммарный импульс скорости	5.5346 км/сек

Отметим что, требуемый суммарный импульс скорости (5.5346 км/с) для варианта быстрого перелета получается на 441.8 м/с больше, чем требуемый суммарный импульс скорости для варианта длительного перелета (5.0928 км/с). При этом суммарное время полета уменьшилось существенно на 2233,8 суток. Такое сильное уменьшение времени выполнения миссии дает основание считать быстрый перелет интересным для реализации. Хотя по энергетическому критерию (суммарному импульсу скорости) вариант

длительного перелета более предпочтителен. Ниже приведем характеристики рассматриваемого маршрута для варианта быстрого перелета к Сатурну.

В таблице 7 приведена информация о выполняемых на маршруте гравитационных маневрах. Приведены радиусы перицентра пролета каждой планеты (r_p) и, рассчитанные величины импульсов скорости (ΔV_{gr}) при всех четырех гравитационных маневрах. Видно, что радиус перицентра пролетной гиперболы только при втором гравитационном маневре у Венере оказывается равен минимально допустимому радиусу. Высота пролёта над Венерой при этом гравитационном маневре равна 200 км. Во всех остальных случаях радиус перицентра пролетной гиперболы существенно больше минимального радиуса пролета планеты. Таким образом, только при втором гравитационном маневре у Венеры используется максимальный угол поворота асимптоты гиперболы. В остальных случаях гравитационный маневр оказывается «ненапряженным».

Очень важно отметить, что требуемые импульсы скорости при гравитационных маневрах оказались такими малыми (меньше 0.03 м/с). Поэтому можно считать, что все гравитационные маневры являются пассивными.

Таблица.7

	r_p [км]	ΔV_{gr} [м/с]
Венера	8931.4	0.0015
Венера	6251.8	0.013
Земля	8080.1	0.0245
Юпитер	5261245.6	0.0018

В таблице 8 приведены компоненты радиусов векторов КА в момент пролета КА планет (включая первую и последнюю планету, планеты, у которых осуществляется гравитационный маневр) в астрономических единицах:

Таблица. 8

	X (АЕ)	Y (АЕ)	Z (АЕ)
Земля	0.98995132899	-0.181288045	0.0000011279
Венера	-0.6596910766	-0.290961484	0.0340768801
Венера	-0.4069337894	0.591290531	0.0315962421
Земля	-0.5774053070	-0.830009013	0.0000425226
Юпитер	4.1040977722	-2.910261293	-0.079734617
Сатурн	9.5274973107	-1.030745116	-0.361297877

В таблице используется гелиоцентрическая эклиптическая система координат.

В таблице 9 приведены: координаты промежуточных точек, в которых осуществляются импульсы скорости в глубоком космосе; модуль этих импульсов скорости; время перелета между планетами и коэффициенты α , фиксирующие время осуществления импульса скорости в глубоком космосе. Видно, что реализация маршрута практически требует только одного импульса скорости в глубоком космосе (на траектории перелета Венера – Венера). Всеми остальными импульсами скорости в глубоком космосе можно пренебречь (они меньше 0.06 м/с).

Таблица.9

	X (AE)	Y (AE)	Z (AE)	ΔV_{dsm} (м/сек)	Время полета (сут)	α
Земля-Венера	0.994013	-0.072559	-0.0090586	0.06	149.6	0.121
Венера-Венера	1.587031	-0.084562	-0.0973948	1079.9	400.5	0.4793
Венера-Земля	-0.410213	0.5877825	0.0316288	0.02	60.99	0.1733
Земля-Юпитер	-0.531557	0.9076776	-0.0012553	0.04	435.6	0.406
Юпитер-Сатурн	7.201506	-2.578583	-0.2177134	0.02	1388.72	0.2101

На рисунке 10 представлена гелиоцентрическая траектория Земля – Венера – Венера – Земля – Юпитер – Сатурн в пространстве.

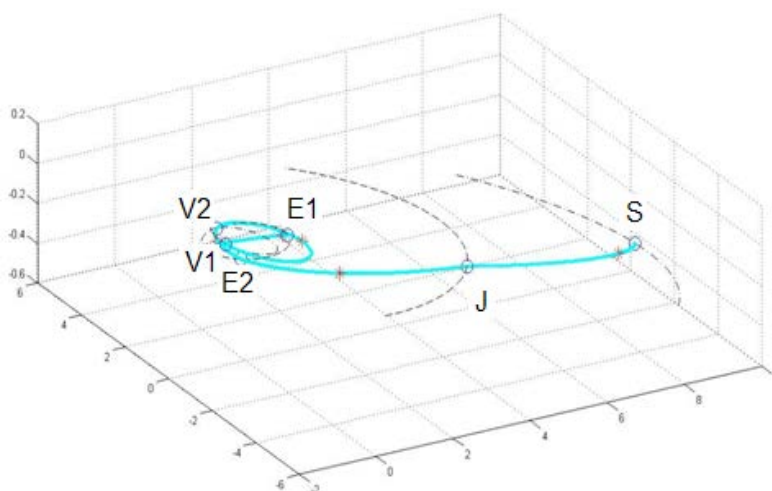


Рисунок.12. Траектория Земля – Венера – Венера – Земля – Юпитер – Сатурн в пространстве

5. Заключение

- В работе разработан алгоритм и программное обеспечение 1) для анализа перелета между двумя планетами с одним дополнительным импульсом скорости в глубоком космосе, 2) для анализа активного гравитационного маневра.
- Задача проектирования сложных схем полета с использованием нескольких гравитационных маневров и дополнительных импульсов скорости (сквозной

оптимизации) сведена к задаче безусловной минимизации функции от характеристик рассматриваемого маршрута.

- Проанализированы возможности использования методов глобальной и локальной оптимизации для решения сформулированной задачи сквозной оптимизации.
- Проанализированы несколько маршрутов при проектировании межпланетной миссии к Сатурну.
- Выбрана наилучшая схема из проанализированных маршрутов полета к Сатурну для ближайших окон запуска и представлены основные характеристики траектории для этой схемы.

Библиографический список

1. Richard H. Battin, An introduction to the mathematics and methods of astrodynamics, revised edition, AIAA education series.
2. М.С. Константинов, Метод определения траектории перелета между двумя точками в окрестности одного гравитационного центра, IX Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике, Нижний Новгород, 22-27 августа 2006.
3. Damon Landau, Impulsive maneuver patched conic trajectories, Purdue University, School of aeronautics and astronautics.
4. М.С. Константинов, Е.Ф. Каменков, Б.П. Перелыгин, В.К. Безвербый; Под. ред. В.П. Мишина, Механика космического полета. М.: Машиностроение, 1989.
5. <http://www.swarmintelligence.org/index.php>
6. <http://www.particleswarm.info/>
7. J. Kennedy, R.C. Eberhart, Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks, volume IV, pages 1942-1948, Perth, Australia, IEEE Service Center, Piscataway, NJ, 1995.
8. <http://www.mathworks.com/products/matlab/>
9. http://www.nsu.ru/matlab/MatLab_RU/optimiz/book2/1/fmincon.asp.htm

Сведения об авторах

КОНСТАНТИНОВ Михаил Сергеевич, профессор Московского авиационного института (национального исследовательского университета), д.т.н., тел.: (499) 158-47-46; e-mail: mkonst@bk.ru

Мин ТЕЙН, стажер Московского авиационного института (национального исследовательского университета), к.т.н., тел.: (906) 039-62-75; e-mail: minntheino@gmail.com