

Научная статья
УДК 532.135
DOI: [10.34759/trd-2022-127-06](https://doi.org/10.34759/trd-2022-127-06)

ПОСТУПАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ЦИЛИНДРА ВДОЛЬ СВОЕЙ ОСИ В ПРОСТРАНСТВЕ, ЗАПОЛНЕННОМ НЕЛИНЕЙНОЙ ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТЬЮ

Владимир Николаевич Колодежнов¹,
Александр Сергеевич Веретенников²✉

^{1,2}Военный учебно-научный центр военно-воздушных сил «Военно-Воздушная Академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина»,
Воронеж, Россия

¹kvn117@mail.ru

²vas3141@gmail.com✉

Аннотация. Рассмотрена задача об установившемся, одномерном, осесимметричном, ламинарном течении жидкости в окрестности неограниченного цилиндра, который совершает поступательное движение вдоль своей оси под действием заданной силы в пространстве, заполненном этой же жидкостью. Предполагается, что реологические свойства жидкости таковы, что она демонстрирует немонотонную зависимость вязкости от скорости сдвига. Такая модель на трех различных диапазонах изменения скорости сдвига описывает три варианта механического поведения жидкости. На первом диапазоне реализуется

течение с постоянным значением вязкости жидкости. Второму диапазону соответствует дилатантное поведение среды, для которого имеет место увеличение вязкости по мере нарастания скорости сдвига. Для третьего диапазона характерно псевдопластическое поведение, когда вязкость, наоборот, снижается при нарастании скорости сдвига. Решение поставленной задачи проводилось посредством разбиения исходной области на отдельные зоны с различным характером реологического поведения жидкости. При этом на границах раздела отдельных зон течения ставились дополнительные условия сопряжения полей скорости и касательного напряжения. Предполагалось, что за пределами внешней границы крайней по радиальной координате зоны сдвигового течения формируется “застойная” зона, заполненная неподвижной жидкостью. Показано, что в зависимости от уровня прикладываемой силы могут быть реализованы три схемы течения с различным набором зон механического поведения. Для каждой из этих схем получены выражения для распределения скорости жидкости в зависимости от радиальной координаты. Получены также выражения для определения границ раздела основных зон течения, а также выражения для расчета скорости установившегося движения цилиндра и объемного расхода жидкости, которая приводится в движение этим цилиндром. Проведен анализ влияния некоторых параметров реологической модели на характер зависимости скорости установившегося движения цилиндра и объемного расхода жидкости от прикладываемой силы.

Ключевые слова: реологическая модель, вязкопластическая жидкость, скорость сдвига, касательное напряжение, вязкость

Для цитирования: Колодежнов В.Н., Веретенников А.С. Поступательное движение цилиндра вдоль своей оси в пространстве, заполненном нелинейной вязкопластической жидкостью // Труды МАИ. 2022. № 127. DOI: [10.34759/trd-2022-127-06](https://doi.org/10.34759/trd-2022-127-06)

Original article

THE TRANSLATIONAL MOTION OF A CYLINDER ALONG ITS AXIS IN A SPACE FILLED WITH A NON-LINEAR VISCOPLASTIC FLUID

Vladimir N. Kolodezhnov¹, Alexander S. Veretennikov²✉

^{1,2}MESC Air Force «Air Force Academy named after professor N.E. Zhukovskii and Yu.A. Gagarin»,
Voronezh, Russia

¹kvn117@mail.ru

²vas3141@gmail.com✉

Abstract. The article considers the problem of the steady, one-dimensional, axisymmetric, laminar fluid flow near an unbounded cylinder, which performs translational movement along its axis under the impact of the given force in the space filled with the same fluid. It is assumed that the rheological properties of the liquid are such that it demonstrates non-monotonous viscosity dependence on the shear rate. This model describes the three options of the fluid mechanical behavior at the three different shear rate variation ranges. The first range realizes the flow with constant fluid viscosity value. The second range corresponds to

the medium dilatant behavior, for which the viscosity increase is true with the shear rate increasing.

The third range is being characterized by the pseudo-plastic behavior, where viscosity, on the contrary, decreases with shear rate increasing. The set problem solution was being performed by dividing the initial region into the zones with different rheological fluid behavior. At the boundary lines of the individual flow zones, additional conditions were set herewith for the velocity and shear stress fields coupling. It was assumed that outside the outer boundary of the shear flow zone, outermost by the radial coordinate of the shear flow zone, a stagnant zone, filled with a stationary fluid, is formed. The article demonstrates that three flow patterns with different set of mechanical behavior zones may be realized depending on the level of applied force. For each scheme, expressions for liquid velocity distribution as a function of radial coordinate are obtained. The expressions for the boundaries determining of the flow zones and computing the cylinder steady-state speed as well as the volume flow rate of the fluid driven by the cylinder, are derived as well. The author performed the analysis of some rheological model parameters impact on the nature of the dependence of the steady-state cylinder movement and fluid volume flow rate on the applied force.

Keywords: rheological model, viscoplastic fluid, shear rate, shear stress, viscosity

For citation: Kolodezhnov V.N., Veretennikov A.S. The translational motion of a cylinder along its axis in a space filled with a non-linear viscoplastic fluid. *Trudy MAI*, 2022, no. 127. DOI: [10.34759/trd-2022-127-06](https://doi.org/10.34759/trd-2022-127-06)

Введение

В гидродинамике механическое поведение жидких рабочих сред описывается посредством постулирования функциональной зависимости компонент тензора напряжений от компонент тензора скоростей деформаций [1 – 4]. В этом смысле наиболее известным является случай, когда такая зависимость носит линейный характер [1]. При этом в такой зависимости коэффициент пропорциональности – динамическая вязкость – принимает постоянное значение. Эта реологическая модель так называемой ньютоновской жидкости во многих случаях приводит к вполне приемлемым результатам с точки зрения адекватного описания гидродинамических процессов в самых различных технических системах [5, 6]. Жидкости с более сложным физико-химическим составом могут демонстрировать и более сложное механическое поведение, для описания которого постулируемая зависимость принимается уже в форме степенной функции, показатель которой характеризует изменение вязкости от второго инварианта тензора скоростей деформаций или скорости сдвига [4, 7, 8]. Такой вид функциональной зависимости предполагает монотонное изменение вязкости на всем диапазоне возможного варьирования скорости сдвига. При этом снижение вязкости по мере возрастания скорости сдвига характерно для псевдопластических жидкостей, а, соответственно, увеличение вязкости – для дилатантных жидкостей.

Еще более сложное механическое поведение, которое заключается уже в последовательном чередовании участков возрастания и убывания вязкости на различных диапазонах изменения скорости сдвига, демонстрируют рабочие среды на основе концентрированных суспензий мелкодисперсных твердых частиц. [9 – 14].

Такие суспензии при соответствующем подборе вида жидкой полимерной основы, а также значений объемной концентрации и размеров твердых частиц из диапазона порядка $10^2 \div 10^3$ нм могут на некоторых режимах течения демонстрировать проявление эффекта “отвердевания”. Этот эффект заключается в значительном возрастании вязкости при приближении скорости сдвига к некоторому своему характерному значению. Отметим, что для отдельных видов суспензий значение вязкости может возрастать в десять и более раз. Эффект “отвердевания” представляет определенный интерес с точки зрения его использования в материалах, применяемых при изготовлении защитных противоударных покрытий, а также в других технических приложениях [15 – 20].

Вопросы моделирования механического поведения различных нелинейно-вязких рабочих сред такого рода нашли свое отражение в работах [21 – 29].

Для некоторых видов суспензий мелкодисперсных частиц экспериментальные данные зависимости касательного напряжения от скорости сдвига указывают на наличие трех характерных диапазонов изменения скорости сдвига, для каждого из которых ставится в соответствие вполне определенный вариант механического поведения [9].

Особенность механического поведения таких суспензий на первом диапазоне изменения значений модуля скорости сдвига $|\dot{\gamma}|$ от нулевого до некоторого характерного порогового значения $\dot{\gamma}_0$ заключается в том, что здесь зависимость касательного напряжения τ от скорости сдвига демонстрирует практически линейный вид. Иначе говоря, на этом диапазоне вязкость суспензии принимает

некоторое постоянное значение μ_0 . При этом, учитывая возможность проявления пластических свойств суспензии, предполагается, что модуль касательного напряжения $|\tau|$ превышает предел текучести τ_p .

Однако, превышение значениями $|\dot{\gamma}|$ верхней границы $\dot{\gamma}_0$ для первого диапазона приводит к смене характера механического поведения суспензии. Как показывают экспериментальные данные график зависимости модуля $|\tau|$ от $|\dot{\gamma}|$ принимает уже нелинейный вид. При этом, по мере увеличения модуля скорости сдвига вязкость суспензии возрастает вплоть до некоторого максимального значения μ_{\max} при некотором пороговом значении $\dot{\gamma}_{\max}$ модуля скорости сдвига [9]. Такое поведение наблюдается для дилатантных жидкостей [3].

Дальнейшее возрастание модуля скорости сдвига при $|\dot{\gamma}| > \dot{\gamma}_{\max}$ приводит к реализации еще одного варианта механического поведения суспензии. В частности, вязкость на этом диапазоне изменения скорости сдвига монотонно снижается, что характерно для псевдопластических жидкостей.

Принимая во внимание такие особенности механического поведения, в [29] была рассмотрена соответствующая реологическая модель, в рамках которой зависимость касательного напряжения τ от скорости сдвига $\dot{\gamma}$ предлагается постулировать следующим образом

$$|\tau| = \begin{cases} \tau_p + \mu_0 \cdot |\dot{\gamma}|; & 0 \leq |\dot{\gamma}| \leq \dot{\gamma}_0; \\ \tau_1 - k_1 \cdot (\dot{\gamma}_1 - |\dot{\gamma}|)^{n_1}; & \dot{\gamma}_0 \leq |\dot{\gamma}| \leq \dot{\gamma}_{\max}; \\ \tau_2 + k_2 \cdot (|\dot{\gamma}| - \dot{\gamma}_2)^{n_2}; & |\dot{\gamma}| \geq \dot{\gamma}_{\max}. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь τ_p , τ_1 , τ_2 , μ_0 , k_1 , k_2 , $\dot{\gamma}_0$, $\dot{\gamma}_1$, $\dot{\gamma}_2$, $\dot{\gamma}_{\max}$, n_1 , n_2 представляют собой заданные параметры реологической модели.

Особо отметим следующее обстоятельство. Учитывая смену характера зависимости (1) на отдельных диапазонах изменения скорости сдвига, а также закладываемые в (1) условия непрерывной дифференцируемости на границах раздела отдельных диапазонов изменения $\dot{\gamma}$, на числовые значения параметров реологической модели накладывается целый ряд ограничений. В этой связи, как это показано в [29], независимыми из представленных в (1) являются лишь параметры τ_p , μ_0 , $\dot{\gamma}_0$, $\dot{\gamma}_2$, $\dot{\gamma}_{\max}$, n_1 , n_2 , а также максимальное значение вязкости μ_{\max} , которое в явной форме не присутствует в (1). Что же касается оставшихся параметров τ_1 , τ_2 , k_1 , k_2 , $\dot{\gamma}_1$ реологической модели, то они определяются через набор независимых параметров через соотношения, которые приводятся в [29].

Учет пластических свойств среды в (1) проводится введением порогового значения предела текучести τ_p . При этом предполагается, что в случае, когда $|\tau| < \tau_p$, в области течения возникает “застойная” зона, скорость сдвига в которой удовлетворяет условию $\dot{\gamma} = 0$. Такая реологическая модель (1) позволяет проводить, в том числе, и описание возникновения эффекта “отвердевания”, который заключается в резком возрастании локальной вязкости среды там, где скорость сдвига приближается к некоторому пороговому значению [29].

В [29] также была рассмотрена задача о течении нелинейной вязкопластической жидкости с реологической моделью (1) в цилиндрическом канале.

Данная работа является логическим развитием и продолжением результатов, представленных в [29]. На основе предложенной ранее реологической модели (1), получено решение задачи об установившемся течении нелинейной вязкопластической жидкости в окрестности поверхности цилиндра, который поступательно движется вдоль своей оси в неограниченном пространстве, заполненном той же жидкостью.

1. Постановка задачи о сдвиговом течении в окрестности цилиндра, совершающего поступательное движение вдоль своей оси

Пусть цилиндр радиуса R находится в пространстве, заполненном жидкостью, механическое поведение которой описывается в рамках реологической модели (1). Предполагается, что цилиндр движется поступательно с некоторой постоянной скоростью V_C вдоль своей оси под действием силы F , принимаемой в расчете на единицу длины образующей цилиндра. Рассмотрим возникающее при этом ламинарное, установившееся, одномерное, осесимметричное, сдвиговое течение такой жидкости, в окрестности цилиндра, приводящего ее в движение. Введем цилиндрическую систему координат традиционным образом.

Для перехода к безразмерной форме представления исходных уравнений воспользуемся следующими соотношениями

$$r' = \frac{r}{R}; \quad \tau'_{rz} = \frac{\tau_{rz}}{\tau_0}; \quad \tau'_p = \frac{\tau_p}{\tau_0}; \quad \tau'_1 = \frac{\tau_1}{\tau_0}; \quad \tau'_2 = \frac{\tau_2}{\tau_0}; \quad u' = \frac{u}{v_s};$$

$$\dot{\gamma}' = \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_{\max}}; \quad \dot{\gamma}'_0 = \frac{\dot{\gamma}_0}{\dot{\gamma}_{\max}}; \quad \dot{\gamma}'_1 = \frac{\dot{\gamma}_1}{\dot{\gamma}_{\max}}; \quad \dot{\gamma}'_2 = \frac{\dot{\gamma}_2}{\dot{\gamma}_{\max}}; \quad F' = \frac{F}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot \tau_0}; \quad (2)$$

$$k'_0 = \frac{\mu_0 \cdot \dot{\gamma}_{\max}}{\tau_0}; \quad k'_1 = \frac{k_1 \cdot \dot{\gamma}_{\max}^{n_1}}{\tau_0}; \quad k'_2 = \frac{k_2 \cdot \dot{\gamma}_{\max}^{n_2}}{\tau_0};$$

$$v_s = R \cdot \dot{\gamma}_{\max}; \quad \tau_0 = \tau_p + \mu_0 \cdot \dot{\gamma}_0;$$

где τ_{rz} – тождественно отличная от нуля компонента тензора напряжений; u – скорость жидкости в направлении оси Oz , представляющая собой функцию радиальной координаты r , которая отсчитывается от оси цилиндра; v_s , τ_0 – принимаемые в качестве масштабных значения скорости и касательного напряжения.

В соотношениях (3) и далее все безразмерные функции и параметры отмечены верхним штрихом.

Полагая, что гидродинамический процесс реализуется при постоянном значении давления, уравнение динамики жидкости и реологическая модель (1) в безразмерной форме записи принимают вид

$$\frac{\partial}{\partial r'}(r' \cdot \tau'_{rz}) = 0; \quad (3)$$

$$\tau'_{rz} = \begin{cases} -\tau'_p + k'_0 \cdot \dot{\gamma}'; & 0 \leq -\dot{\gamma}' \leq \dot{\gamma}'_0; \\ -\tau'_1 + k'_1 \cdot (\dot{\gamma}'_1 + \dot{\gamma}')^{n_1}; & \dot{\gamma}'_0 \leq -\dot{\gamma}' \leq 1; \\ -\tau'_2 - k'_2 \cdot (-\dot{\gamma}' - \dot{\gamma}'_2)^{n_2}; & -\dot{\gamma}' \geq 1. \end{cases} \quad (4)$$

В данном случае скорость сдвига в (4) определяется посредством соотношения

$$\dot{\gamma}' = \frac{du'}{dr'} < 0. \quad (5)$$

Из (4) следует, что каждому отдельному диапазону изменения скорости сдвига соответствует свой конкретный вид функциональной зависимости для касательного напряжения. В этой связи можно предположить, что вся область течения в

окрестности движущегося цилиндра должна быть разделена на отдельные зоны в соответствии с заложенными в модель (4) вариантами механического поведения. В самом общем случае речь может идти о четырех зонах течения, каждая из которых с точки зрения геометрии будет представлять собой цилиндрический слой. По мере удаления от движущегося цилиндра и снижения уровня модуля скорости сдвига последовательно будут располагаться зоны псевдопластичекого и дилатантного поведения, зона сдвигового течения с постоянным значением вязкости μ_0 , а также зона, заполненная неподвижной жидкостью. Естественно, что в более простых частных случаях количество зон может быть меньше. Их общее количество, должно определяться наибольшим значением модуля скорости сдвига, которое достигается на стенке цилиндра, что, в свою очередь, существенным образом зависит от уровня прикладываемой силы F .

Нетрудно видеть, что для рассматриваемой задачи в зависимости от количества формируемых в окрестности движущегося цилиндра зон могут быть реализованы три различные схемы течения.

Заметим, что предложенное выше представление структуры течения по своей сути подобно рассмотренной ранее в задаче о поступательном течении нелинейной жидкости в зазоре между двумя коаксиальными цилиндрами, но для случая более простой реологической модели [30].

Прежде чем приступить к рассмотрению каждой из этих схем течения сделаем следующее замечание, обусловленное учетом фактора пластичности.

Если прикладываемая к цилиндру сила F не превышает некоторого порогового значения F_{\min} , его поступательное движение, а, следовательно, и течение жидкости оказываются невозможными. При этом, естественно, касательное напряжение в жидкости на поверхности цилиндра не будет превышать предела текучести τ_p . В такой ситуации будет иметь место условие

$$F \leq F_{\min} = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot \tau_p,$$

которое в безразмерной форме записи может быть представлено следующим образом

$$F' \leq F'_{\min} = \tau'_p.$$

2. Определение поля скоростей для течения нелинейной вязкопластической жидкости

Принимая во внимание характер реологической модели (1), априори, можно в зависимости от значения прикладываемой силы ожидать реализацию трех различных схем течения. Рассмотрим последовательно каждую из этих схем.

2.1. Первая схема течения

Пусть выполняется условие

$$F' > F'_{\min}.$$

При этом, будем предполагать, что модуль скорости сдвига жидкости в области течения не превышает заложенного в реологическую модель (1) порогового уровня

$$|\dot{\gamma}'| < \dot{\gamma}'_0.$$

Последнее условие с учетом (1) фактически предполагает, что течение описывается в рамках хорошо известной реологической модели Бингама [1].

В такой ситуации в пространстве, окружающем цилиндр, можно ожидать формирование двух зон. В непосредственной окрестности движущегося цилиндра будет располагаться зона сдвигового течения, внутри которой жидкость демонстрирует постоянное значение вязкости μ_0 . Вся оставшаяся часть пространства будет представлять собой “застойную” зону неподвижной жидкости. Граница раздела между этими зонами будет представлять собой цилиндрическую поверхность некоторого радиуса $R_p > R$. Значение этого радиуса, как дополнительного параметра задачи, не известно заранее и должно определяться в ходе ее решения.

Для такой схемы течения, представленной на рис. 1, граничные условия принимают вид

$$\begin{aligned} r' = 1; \quad \tau'_{rz}{}^{(0)} = -F'; \\ r' = R'_p; \quad \tau'_{rz}{}^{(0)} = -\tau'_p; \quad u'^{(0)} = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

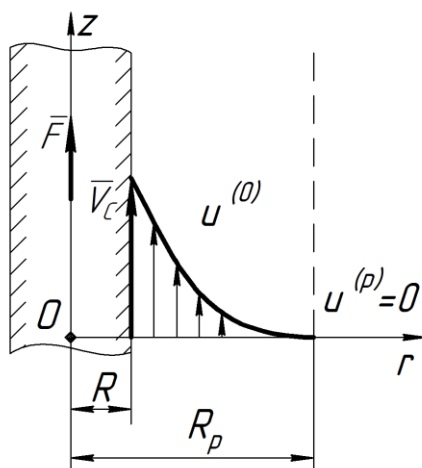


Рис.1. Первая схема течения

При записи граничных условий (6) и далее для определенности соответствующие характеристики течения (скорость жидкости, касательное напряжение, скорость сдвига) будут отмечаться следующими верхними индексами в круглых скобках (p) , (0) , (1) , (2) , указывая тем самым на их принадлежность к “застойной” зоне или зонам сдвигового течения с соответствующими диапазонами изменения скорости сдвига.

Интегрируя теперь (3) с учетом (4), (5) и удовлетворяя граничным условиям (6), приходим после некоторых преобразований к выражению для распределения скорости

$$u'(r') = \begin{cases} u'^{(0)}(r'); & 1 \leq r' \leq R'_p; \\ 0; & r' > R'_p; \end{cases}$$

где

$$u'^{(0)}(r') = -\frac{1}{k'_0} \left\{ \tau'_p \cdot (R'_p - r') + F' \cdot \ln \left(\frac{r'}{R'_p} \right) \right\}; \quad 1 \leq r' \leq R'_p;$$

$$R'_p = \frac{F'}{\tau'_p}.$$

Принимая во внимание очевидное допущение о “прилипанию” жидкости к поверхности движущегося цилиндра, скорость его установившегося поступательного движения определяется следующим образом

$$V'_C(F') = u'^{(0)}(1) = \frac{1}{k'_0} \left\{ \tau'_p - F' \cdot \left[1 - \ln \left(\frac{F'}{\tau'_p} \right) \right] \right\}. \quad (7)$$

При этом объемный расход $Q^{(I)}$ жидкости, “увлекаемой” в движение цилиндром, для рассматриваемой первой схемы течения в безразмерной форме записи будет определяться из выражения

$$Q^{(I)} = \frac{Q^{(I)}}{\pi \cdot (R_p^2 - R^2) \cdot v_s} = \frac{2}{R_p'^2 - 1} \cdot \int_1^{R_p'} r' \cdot u^{(0)}(r') \cdot dr'. \quad (8)$$

По мере повышения значения прикладываемой к цилиндру силы F' , первая схема течения будет сохраняться до тех пор, пока модуль скорости сдвига в жидкости на границе с цилиндром не достигнет значения $\dot{\gamma}'_0$. Соответствующее этому моменту значение силы F'_1 , при котором завершится реализация первой схемы течения определяется из условий

$$r' = 1; \quad F' = F'_1; \quad \dot{\gamma}'^{(0)} = -\dot{\gamma}'_0.$$

Тогда с учетом полученных выше результатов для распределения скорости находим

$$F'_1 = \tau'_p + k'_0 \cdot \dot{\gamma}'_0.$$

Таким образом, первая схема течения может существовать для следующего диапазона изменения прикладываемой к цилиндру силы

$$F'_{\min} < F' < F'_1.$$

В случае же превышения прикладываемой силой критического уровня и выполнения условия

$$F' > F'_1; \quad (9)$$

реализуется вторая схема течения. При этом следует полагать, что модуль скорости сдвига в такой ситуации (в рамках второй схемы течения) удовлетворяет условию

$$0 < |\dot{\gamma}'| < 1. \quad (10)$$

2.2. Вторая схема течения

Пусть выполняются условия (9), (10). Тогда в пространстве, заполненном жидкостью рассматриваемого типа, будут сформированы уже три зоны. При этом, наряду с “застойной” зоной и зоной, в которой реализуется течение с постоянной вязкостью μ_0 , в окрестности движущегося цилиндра возникает еще одна зона, где жидкость демонстрирует дилатантное поведение. Две последние зоны сдвигового течения в поперечном сечении имеют форму концентрических колец с внешними радиусами, которые не известны заранее и удовлетворяют условию $1 < R'_1 < R'_p$. Структура такого течения схематично представлена на рис. 2.

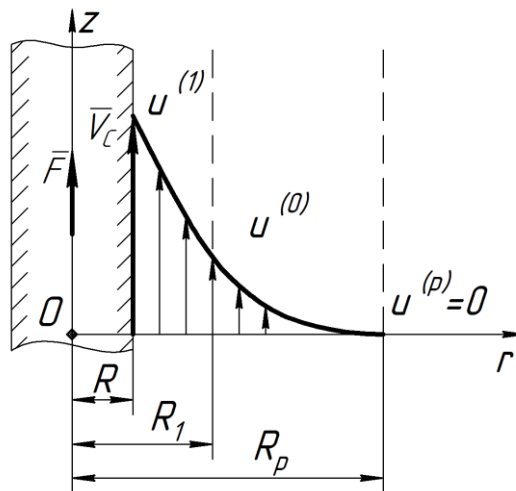


Рис.2. Вторая схема течения

Граничные условия задачи для второй схемы течения имеют вид

$$r' = 1; \quad \tau'_{rz} = -F';$$

$$r' = R'_1; \quad \dot{\gamma}'^{(0)} = \dot{\gamma}'^{(1)} = -\dot{\gamma}'_0; \quad u'^{(0)} = u'^{(1)}; \quad (11)$$

$$r' = R'_p; \quad \tau'_{rz}{}^{(0)} = -\tau'_p; \quad u'^{(0)} = 0.$$

Решая тогда с учетом (11) соответствующую систему уравнений, вытекающую из (3) – (5), приходим к следующему выражению для определения распределения скорости жидкости в окрестности движущегося цилиндра

$$u'(r') = \begin{cases} u'^{(1)}(r'); & 1 \leq r' \leq R'_1; \\ u'^{(0)}(r'); & R'_1 \leq r' \leq R'_p; \\ 0; & r' \geq R'_p; \end{cases}$$

где

$$u'^{(0)}(r') = \frac{\tau'_p}{k'_0} \left\{ (r' - R'_p) - R'_p \cdot \ln \left(\frac{r'}{R'_p} \right) \right\};$$

$$u'^{(1)}(r') = \dot{\gamma}'_1 \cdot (R'_1 - r') + \frac{\tau'_p}{k'_0} \left\{ R'_1 - R'_p \cdot \left[1 - \ln \left(\frac{R'_p}{R'_1} \right) \right] \right\} - \int_{r'}^{R'_1} \left\{ \frac{1}{k'_1} \cdot \left(\tau'_1 - \frac{F'}{r'} \right) \right\}^{\frac{1}{n_1}} dr';$$

$$R'_1 = \frac{F'}{\tau'_1 - k'_1 \cdot (\dot{\gamma}'_1 - \dot{\gamma}'_0)^{n_1}}; \quad R'_p = \frac{F' \cdot (\tau'_p + k'_0 \cdot \dot{\gamma}'_0)}{\tau'_p \cdot [\tau'_1 - k'_1 \cdot (\dot{\gamma}'_1 - \dot{\gamma}'_0)^{n_1}]}.$$

Скорость равномерного движения цилиндра, соответствующая данному значению прикладываемой силы, находится из соотношения вида

$$V_C^{(II)}(F') = u'^{(1)}(1). \quad (12)$$

Объемный расход жидкости, порождаемый движением цилиндра, определяется следующим образом

$$Q^{(II)} = \frac{2}{R_p'^2 - 1} \cdot \left\{ \int_1^{R'_1} r' \cdot u'^{(1)}(r') \cdot dr' + \int_{R'_1}^{R'_p} r' \cdot u'^{(0)}(r') \cdot dr' \right\}. \quad (13)$$

Существование второй схемы течения, оценивая его по значениям прикладываемой силы, должно быть ограничено сверху некоторым критическим значением $F' = F'_2$, при котором скорость сдвига в жидкости на поверхности цилиндра $r' = 1$ достигает значения $\dot{\gamma}'^{(1)} = -1$. Тогда пороговый уровень F'_2 , при достижении которого завершается реализация второй схемы течения определяется из выражения

$$F'_2 = \tau'_1 - k'_1 \cdot (\dot{\gamma}'_1 - 1)^{n_1}.$$

Найденное пороговое значение F'_2 определяет диапазон $F'_1 \leq F' \leq F'_2$ изменения прикладываемой к цилиндру силы, при котором имеет место реализация второй схемы течения. Если же выполняется условие

$$F' > F'_2, \quad (14)$$

то в окрестности движущегося цилиндра реализуется уже третья схема течения

2.3. Третья схема течения.

Пусть выполняется условие (14). В этом случае основная часть пространства при $r' > R'_p$ будет представлять собой “застойную” зону неподвижной жидкости. Внутри “застойной” зоны в диапазоне изменения радиальной координаты $R'_1 \leq r' \leq R'_p$ будет сформирована зона, в которой скорость сдвига удовлетворяет условию $0 \leq |\dot{\gamma}'| \leq \dot{\gamma}'_0$, а вязкость принимает постоянное значение μ_0 . Еще одна зона, также в форме цилиндрического слоя, соответствует диапазону изменения радиальной координаты $R'_1 \leq r' \leq R'_2$ и жидкость здесь демонстрирует дилатантное поведение. При этом модуль скорости сдвига принимает, согласно реологической

модели (4), значения из диапазона $\dot{\gamma}'_0 \leq |\dot{\gamma}'| \leq 1$. И, наконец, в окрестности движущегося цилиндра формируется четвертая зона, в которой скорость сдвига удовлетворяет условию $|\dot{\gamma}'| > 1$, а радиальная координата принимает значения из диапазона $1 \leq r' \leq R'_2$. В этой зоне жидкость демонстрирует псевдопластическое поведение.

Структура такого течения жидкости схематично представлена на рис. 3.

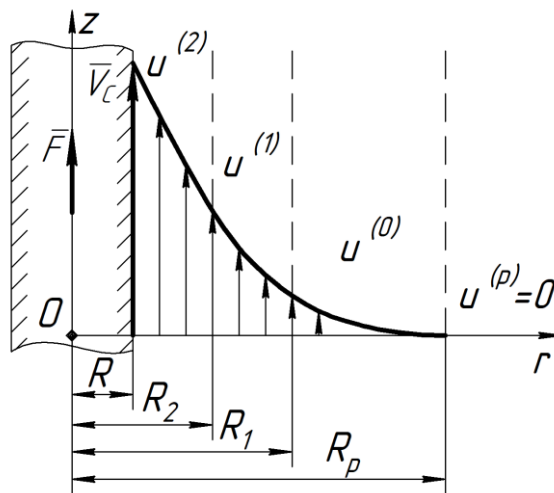


Рис. 3. Третья схема течения

Естественно, что значения параметров R'_p , R'_1 , R'_2 , задающих границы раздела отдельных зон течения, не известны заранее, а, следовательно, должны определяться в ходе решения.

Граничные условия для третьей схемы течения должны быть поставлены следующим образом

$$\begin{aligned}
 r' = 1; \quad \tau'_{rz}{}^{(2)} = -F; \\
 r' = R'_2; \quad \dot{\gamma}'^{(2)} = \dot{\gamma}'^{(1)} = -1; \quad u'^{(2)} = u'^{(1)};
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

$$r' = R'_1; \quad \dot{\gamma}'^{(1)} = \dot{\gamma}'^{(0)} = -\dot{\gamma}'_0; \quad u'^{(1)} = u'^{(0)};$$

$$r' = R'_p; \quad \tau'_{rz}{}^{(0)} = -\tau'_p; \quad u'^{(0)} = 0.$$

Проводя тогда интегрирование (3) с учетом (4), (5) в основных зонах течения и удовлетворяя граничным условиям (15), находим выражение для распределения скорости жидкости в окрестности движущегося цилиндра

$$u'(r') = \begin{cases} u'^{(2)}(r'); & 1 \leq r' \leq R'_2; \\ u'^{(1)}(r'); & R'_2 \leq r' \leq R'_1; \\ u'^{(0)}(r'); & R'_1 \leq r' \leq R'_p; \\ 0; & r' \geq R'_p; \end{cases} \quad (16)$$

Здесь

$$u'^{(0)}(r') = -\frac{\tau'_p}{k'_0} \left\{ (R'_p - r') + R'_p \cdot \ln \left(\frac{r'}{R'_p} \right) \right\};$$

$$u'^{(1)}(r') = \dot{\gamma}'_1 \cdot (R'_1 - r') - \frac{\tau'_p}{k'_0} \left\{ (R'_p - R'_1) + R'_p \cdot \ln \left(\frac{R'_1}{R'_p} \right) \right\} - \int_{r'}^{R'_1} \left\{ \frac{1}{k'_1} \cdot \left(\tau'_1 + \frac{C}{r'} \right) \right\}^{\frac{1}{n_1}} dr';$$

$$u'^{(2)}(r') = \dot{\gamma}'_2 \cdot (R'_2 - r') - \dot{\gamma}'_1 \cdot (R'_2 - R'_1) - \frac{\tau'_p}{k'_0} \left\{ (R'_p - R'_1) + R'_p \cdot \ln \left(\frac{R'_1}{R'_p} \right) \right\} - \\ - \int_{R'_2}^{R'_1} \left\{ \frac{1}{k'_1} \cdot \left(\tau'_1 + \frac{C}{r'} \right) \right\}^{\frac{1}{n_1}} dr' + \int_{r'}^{R'_2} \left\{ \frac{1}{k'_2} \cdot \left(\frac{F'}{r'} - \tau'_2 \right) \right\}^{\frac{1}{n_2}} dr';$$

$$R'_2 = \frac{F'}{\tau'_2 + k'_2 \cdot (1 - \dot{\gamma}'_2)^{n_2}}; \quad R'_1 = \frac{F' \cdot [k'_1 \cdot (\dot{\gamma}'_1 - 1)^{n_1} - \tau'_1]}{[k'_1 \cdot (\dot{\gamma}'_1 - \dot{\gamma}'_0)^{n_1} - \tau'_1] \cdot [\tau'_2 + k'_2 \cdot (1 - \dot{\gamma}'_2)^{n_2}]};$$

$$R'_p = \frac{F' \cdot (\tau'_p + k'_0 \cdot \dot{\gamma}'_0) \cdot [k'_1 \cdot (\dot{\gamma}'_1 - 1)^{n_1} - \tau'_1]}{\tau'_p \cdot [k'_1 \cdot (\dot{\gamma}'_1 - \dot{\gamma}'_0)^{n_1} - \tau'_1] \cdot [\tau'_2 + k'_2 \cdot (1 - \dot{\gamma}'_2)^{n_2}]}; \quad C = \frac{F' \cdot [k'_1 \cdot (\dot{\gamma}'_1 - 1)^{n_1} - \tau'_1]}{\tau'_2 + k'_2 \cdot (1 - \dot{\gamma}'_2)^{n_2}}.$$

Выражение для расчета скорости установившегося поступательного движения цилиндра определяется соотношением вида

$$V_c^{(III)} = u'^{(2)}(1). \quad (17)$$

По аналогии с двумя предыдущими схемами течения, объемный расход жидкости, которая “увлекается” в движение цилиндром, определяется в безразмерной форме записи из выражения

$$Q^{(III)} = \frac{2}{R_p'^2 - 1} \cdot \left\{ \int_1^{R_2'} r' \cdot u'^{(2)}(r') \cdot dr' + \int_{R_2'}^{R_1'} r' \cdot u'^{(1)}(r') \cdot dr' + \int_{R_1'}^{R_p'} r' \cdot u'^{(0)}(r') \cdot dr' \right\}. \quad (18)$$

Представление о характере распределения скорости в окрестности движущегося цилиндра дают зависимости, построенные с учетом (16) для некоторых характерных значений прикладываемой силы F' и изображенные на рис. 4. На этом же рисунке соответствующими символами на графиках отмечены положения границ раздела основных зон течения.

При проведении расчета принимались следующие значения основных независимых параметров реологической модели: $\tau_p = 70 \text{ Па}$; $\mu_0 = 0,25 \text{ Па} \cdot \text{с}$; $\mu_{\max} = 3,6 \text{ Па} \cdot \text{с}$; $\dot{\gamma}_0 = 400 \text{ с}^{-1}$; $\dot{\gamma}_{\max} = 900 \text{ с}^{-1}$; $\dot{\gamma}_2 = 450 \text{ с}^{-1}$; $n_1 = 0,15$; $n_2 = 0,4$. Такой набор числовых значений параметров по своим величинам близок к значениям параметров некоторых суспензий такого рода [9].

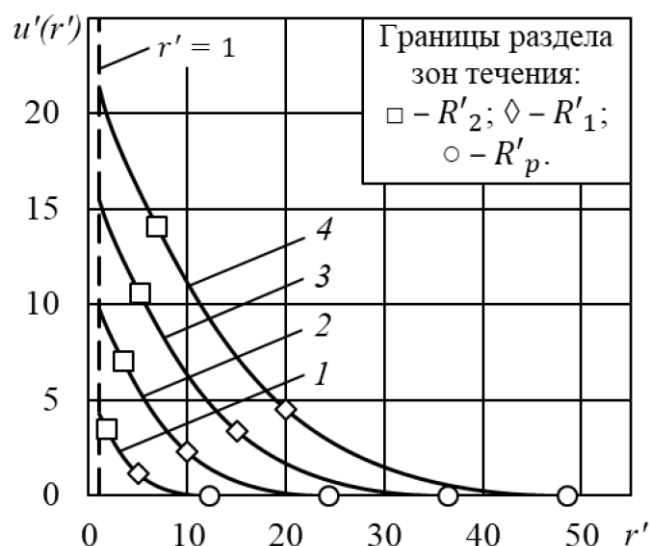


Рис. 4. Распределения скорости в окрестности цилиндра, совершающего поступательное движение вдоль своей оси симметрии, при следующих безразмерных значениях прикладываемой силы: $F' = 5$ (1); 10 (2); 15 (3); 20 (4)

Как следует из представленных зависимостей, увеличение прикладываемой силы приводит к расширению всех зон сдвигового течения.

3. Анализ влияния прикладываемой силы на характеристики процесса

В предыдущих разделах для каждой схемы течения были получены выражения, для нахождения величины скорости равномерного поступательного движения цилиндра, которая достигается в установившемся режиме для данного конкретного значения прикладываемой силы. При этом для каждой схемы течения существует свой конкретный диапазон изменения F' . Тогда с учетом полученных выше соотношений (8), (13), (17) приходим к следующему выражению, определяющему зависимость скорости движения цилиндра от прикладываемой силы

$$V'_c(F') = \begin{cases} 0; & F' < F'_{\min}; \\ V'_c{}^{(I)}(F'); & F'_{\min} < F' < F'_1; \\ V'_c{}^{(II)}(F'); & F'_1 < F' < F'_2; \\ V'_c{}^{(III)}(F'); & F' > F'_2. \end{cases} \quad (19)$$

Представление о характере этой зависимости дают графики, приведенные на рис. 5, которые построены с учетом (19) для некоторых характерных значений параметра $\dot{\gamma}_{\max}$ реологической модели. Все остальные независимые параметры реологической модели принимали значения, при которых были построены распределения скорости на рис. 4.

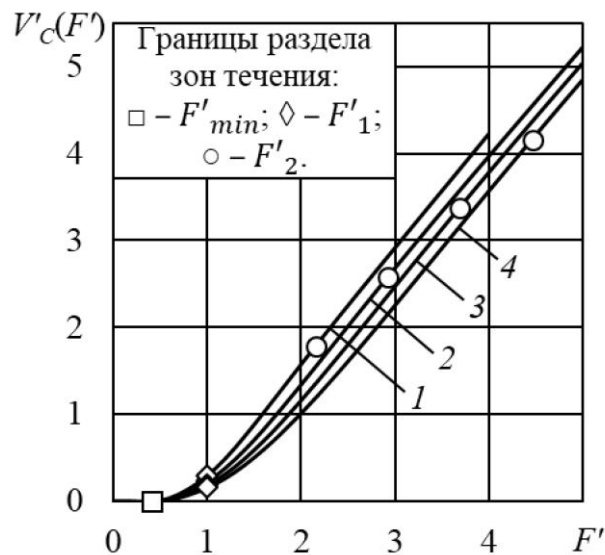


Рис.5. Зависимость скорости установившегося поступательного движения цилиндра от величины прикладываемой силы для $\dot{\gamma}_{\max} = 700 \text{ c}^{-1}$ (1); 900 c^{-1} (2); 1100 c^{-1} (3); 1300 c^{-1} (4)

Заметим, что согласно (1) параметр $\dot{\gamma}_{\max}$ определяет ширину диапазона изменения скорости сдвига, на котором жидкость демонстрирует дилатантное

поведение (возрастание вязких свойств по мере увеличения скорости сдвига). Из представленных на этом рисунке зависимостей следует, что увеличение значений параметра $\dot{\gamma}_{\max}$, расширяя зону дилатантного поведения, приводит к снижению при прочих равных параметрах скорости установившегося движения цилиндра.

В процессе своего движения цилиндр с учетом допущения о “прилипании” жидкости к его поверхности увлекает примыкающий слой жидкости. При этом в непосредственной окрестности цилиндра возникает течение.

Выше для каждой из рассмотренных схем были представлены выражения, определяющие объемный расход жидкости для такого течения через сечение, перпендикулярное оси цилиндра. Объединяя тогда (7), (12), (18) и принимая во внимание диапазоны изменения F' для существования каждой из схем течения, приходим к следующему выражению для расчета объемного расхода в зависимости от величины прикладываемой силы

$$Q'(F') = \begin{cases} 0; & F' < F'_{\min}; \\ Q^{(I)}(F'); & F'_{\min} < F' < F'_1; \\ Q^{(II)}(F'); & F'_1 < F' < F'_2; \\ Q^{(III)}(F'); & F' > F'_2. \end{cases} \quad (20)$$

В качестве примера на рис. 6 на основе соотношения (20) построены зависимости объемного расхода от значения прикладываемой силы, для того же набора параметров реологической модели, что и при построении графиков на рис. 5.

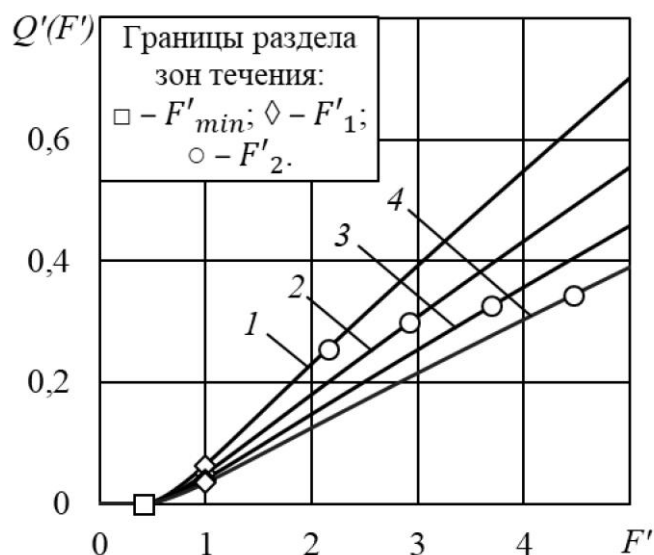


Рис. 6. Влияние параметра $\dot{\gamma}_{max}$ на характер зависимости объемного расхода жидкости от прикладываемой к цилиндру силы. $\dot{\gamma}_{max} = 700 \text{ c}^{-1}$ (1); 900 c^{-1} (2); 1100 c^{-1} (3); 1300 c^{-1} (4)

Из рассмотрения представленных на этом рисунке данных видно, что возрастание значений параметра реологической модели $\dot{\gamma}_{max}$, связанное с расширением зоны дилатантного поведения, приводит к снижению объемного расхода движущейся вместе с цилиндром жидкости.

Заключение

Рассмотрена задача о течении нелинейной вязкопластической жидкости в окрестности цилиндра, который под действием заданной силы движется поступательно вдоль своей оси в пространстве, заполненном этой жидкостью.

Предполагалось, что реологическая модель жидкости учитывает немонотонное изменение вязких свойств от скорости сдвига. В частности, такая модель на трех различных диапазонах изменения скорости сдвига описывает три

варианта механического поведения жидкости. На первом диапазоне реализуется течение с постоянным значением вязкости. Второму диапазону соответствует дилатантное поведение среды. На этом диапазоне вязкость увеличивается по мере нарастания скорости сдвига. Для третьего диапазона характерно псевдопластическое поведение, когда вязкость, наоборот, снижается при нарастании скорости сдвига.

Для решения поставленной задачи была использована методика разбиения исходной области течения на отдельные зоны с различным характером реологического поведения. При этом ставились дополнительные условия сопряжения полей скорости и касательного напряжения на границах раздела отдельных зон течения. Показано, что в зависимости от уровня прикладываемой силы могут быть реализованы три схемы течения с различным набором зон механического поведения. Для каждой из этих схем получены выражения для распределения скорости жидкости.

Проведен анализ влияния основных параметров реологической модели на характер зависимости скорости установившегося движения цилиндра и объемного расхода от прикладываемой силы.

Апробированная методика решения поставленной задачи может быть рекомендована для решения и других задач механики жидкостей, реологические модели которых предполагают различный характер их механического поведения на различных диапазонах изменения скорости сдвига.

Список источников

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Дрофа, 2003. – 840 с.
2. Астарита Дж., Марруччи Дж. Основы гидромеханики неньютоновских жидкостей. – М.: Мир, 1978. – 311 с.
3. Литвинов В.Г. Движение нелинейно вязкой жидкости. – М.: Наука, 1982. – 376 с.
4. Виноградов Г.В., Малкин А.Я. Реология полимеров. – М.: Химия, 1977. – 439 с.
5. Агеев Р.В., Могилевич Л.И., Попов В.С., Попова А.А. Движение вязкой жидкости в плоском канале, образованном вибрирующим штампом и шарнирно опертой пластиной // Труды МАИ. 2014. № 78. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=53466>
6. Винников В.В., Ревизников Д.Л. Неявный метод погруженной границы с фиктивными ячейками для решения задач о течении вязкой несжимаемой жидкости в сложных областях // Труды МАИ. 2004. №17. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=34203>
7. Лебедев Р.В., Лифшиц С.А. Стационарное течение реологически сложной жидкости в бесконечном щелевом канале // Труды МАИ. 2011. № 44. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=25016>
8. Лебедев Р.В., Лифшиц С.А. Исследование критических режимов течения обобщенно-вязких сред в трубчатом реакторе // Труды МАИ. 2011. № 46. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=26013>
9. Wetzel E.D., Lee Y.S., Egres R.G., Kirkwood K.M., Kirkwood J.E., Wagner N.J. The Effect of Rheological Parameters on the Ballistic Properties of Shear Thickening Fluid

- (STF) – Kevlar Composites // AIP Conference Proceedings, 2004, vol. 712, pp. 288-293.
DOI: [10.1063/1.1766538](https://doi.org/10.1063/1.1766538)
10. Egres R.G., Wagner N.J. The rheology and microstructure of acicular precipitated calcium carbonate colloidal suspensions through the shear thickening transition // Journal of Rheology, 2005, vol. 49 (3), pp. 719-746. DOI: [10.1122/1.1895800](https://doi.org/10.1122/1.1895800)
11. Bischoff White E.E., Chellamuthu M., Rothstein J.P. Extensional rheology of shear-thickening cornstarch and water suspension // Rheologica Acta, 2010, vol. 49(2), pp. 119-129. DOI: [10.1007/s00397-009-0415-3](https://doi.org/10.1007/s00397-009-0415-3)
12. Biao Yang, Sheng Wang, Guo Zhi Xu, Fei Xin. Preparation of SiO₂/PEG Shear Thickening System by Centrifugal Dispersion // Advanced Materials Research, 2012, vol. 560-561, pp. 586 – 590. DOI: [10.4028/www.scientific.net/AMR.560-561.586](https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.560-561.586)
13. Brown E., Jaeger H.M. The role of dilation and confining stress in shear thickening of dense suspensions // Journal of Rheology, 2012, vol. 56, pp. 875-923. DOI: [10.48550/arXiv.1010.4921](https://doi.org/10.48550/arXiv.1010.4921)
14. Singh A., Mari R., Denn M.M., Morris J.F. A constitutive model for simple shear of dense frictional suspensions // Journal of Rheology, 2018, vol. 62, pp. 457-468. DOI: [10.1122/1.4999237](https://doi.org/10.1122/1.4999237)
15. Duan Y., Keefe M., Bogetti T., Cheeseman B. Modeling friction effects on the ballistic impact behavior of a single-ply high-strength // International Journal of Impact Engineering, 2005, vol. 31(8), pp. 996-1012. DOI: [10.1016/j.ijimpeng.2004.06.008](https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2004.06.008)
16. Kalman D.P., Schein J.B., Houghton J.M., Laufer C.H.N., Wetzal E.D., Wagner N.J. Polymer dispersion based shear thickening fluid-fabrics for protective applications // Proceedings of SAMPE, Baltimore, MD, 2007, pp. 1-9.

17. Hasanzadeh M., Mottaghitalab V. The Role of Shear-Thickening Fluids (STFs) in Ballistic and Stab-Resistance Improvement of Flexible Armor // Journal of Materials Engineering and Performance, 2014, vol. 23 (4), pp. 1182-1196. DOI: [10.1007/s11665-014-0870-6](https://doi.org/10.1007/s11665-014-0870-6)
18. Nilakantan G., Merrill R.L., Keefe M., Gillespie Jr. E.D., Wetzel E.D. Experimental investigation of the role of frictional yarn pull-out and windowing on the probabilistic impact response of Kevlar fabrics // Composites Part B: Engineering, 2015, vol. 68, pp. 215-229. DOI: [10.1016/j.compositesb.2014.08.033](https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2014.08.033)
19. Khodadadi A., Liaghat Gh., Vahid S., Sabet A.R., Hadavinia H. Ballistic performance of Kevlar fabric impregnated with nanosilica/PEG shear thickening fluid // Composites Part B: Engineering, 2019, vol. 162, pp. 643-652. DOI: [10.1016/j.compositesb.2018.12.121](https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2018.12.121)
20. Ting-Ting Li, Wenna Dai, Liwei Wu, Hao-Kai Peng, Xiayun Zhang, Bing-Chiuan Shiu, Jia-Horng Lin, Ching-Wen Low. Effects of STF and Fiber Characteristics on Quasi-Static Stab Resistant Properties of Shear Thickening Fluid (STF)-Impregnated UHMWPE/Kevlar Composite Fabrics // Fibers and Polymers, 2019, vol. 20(2), pp. 328-336. DOI: [10.1007/s12221-019-8446-6](https://doi.org/10.1007/s12221-019-8446-6)
21. Анистратенко В.А., Кошечая В.Н., Валовой Б.Н. Исследование реологических свойств фильтрационного осадка как объекта транспортирования // Известия вузов. Пищевая технология. 1992. № 1. С. 54-57.
22. Galindo-Rosales F.J., Rubio-Hernandez F.J. Numerical simulation in steady flow of non-Newtonian fluids in pipes with circular cross-section // Numerical Simulations –

Examples and Applications in Computational Fluid Dynamics, 2010, pp. 3-23. DOI: [10.5772/12900](https://doi.org/10.5772/12900)

23. Galindo-Rosales F.J., Rubio-Hernandez F.J. Sevilla A. An apparent viscosity function for shear thickening fluids // Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 2011, vol. 166(5), pp. 321-325. DOI: [10.1016/j.jnnfm.2011.01.001](https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2011.01.001)

24. Колодежнов В.Н. Моделирование вращательного течения между коаксиальными цилиндрами для жидкости с эффектом отвердевания // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2014. № 3. С. 3-14.

25. Vázquez-Quesada A., Wagner N. J., Ellero M. Planar channel flow of a discontinuous shear-thickening model fluid: Theory and simulation // Physics of Fluids, 2017, vol. 29(10), pp. 103-104. DOI: [10.1063/1.4997053](https://doi.org/10.1063/1.4997053)

26. Скульский О.И. Реометрические течения концентрированных суспензий твердых частиц // Вычислительная механика сплошных сред. 2020. Т. 13. № 3. С. 269-278. DOI: [10.7242/1999-6691/2020.13.3.21](https://doi.org/10.7242/1999-6691/2020.13.3.21)

27. Колодежнов В.Н., Веретенников А.С. Моделирование диссипативного разогрева в плоском канале вязкопластической среды, реологическая модель которой учитывает проявление эффекта “отвердевания” // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Техника и Технологии. 2020. № 3. С. 32-44.

28. Колодежнов В.Н., Веретенников А.С. Математическое моделирование конвективного теплопереноса для течения в плоском канале вязкопластической жидкости, реологическая модель которой учитывает проявление эффекта “отвердевания” // Современные наукоемкие технологии. 2021. № 10. С. 53-58. DOI: [10.17513/snt.38854](https://doi.org/10.17513/snt.38854)

29. Колодежнов В.Н., Веретенников А.С. Течение в цилиндрическом канале нелинейной вязкопластической жидкости. // Труды МАИ. 2022. № 125. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=168169>. DOI: [10.34759/trd-2022-125-09](https://doi.org/10.34759/trd-2022-125-09)
30. Колодежнов В.Н. Математическое моделирование сдвигового поступательного течения жидкости, демонстрирующей проявление эффекта “отвердевания”, в зазоре между коаксиальными цилиндрами. // Известия Юго-Западного государственного университета. 2013. № 5 (50). С. 211–215.

References

1. Loitsyanskii L.G. *Mekhanika zhidkosti i gaza* (Fluid Mechanics), Moscow, Drofa, 2003, 840 p.
2. Astarita Dzh., Marruchchi Dzh. *Osnovy gidromekhaniki nen'yutonovskikh zhidkosteï* (Principles of non-Newtonian Fluid Mechanics), Moscow, Mir, 1978, 311 p.
3. Litvinov V.G. *Dvizhenie nelineino vyazkoi zhidkosti* (Motion of nonlinear viscous fluid), Moscow, Nauka, 1982, 376 p.
4. Vinogradov G.V., Malkin A.Ya. *Reologiya polimerov* (Polymer Rheology), Moscow, Khimiya, 1977, 439 p.
5. Ageev R.V., Mogilevich L.I., Popov V.S., Popova A.A. *Trudy MAI*, 2014, no. 78. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=53466>
6. Vinnikov V.V., Reviznikov D.L. *Trudy MAI*, 2004, no. 17. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=34203>

7. Lebedev R.V., Lifshits S.A. *Trudy MAI*, 2011, no. 44. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=25016>
8. Lebedev R.V., Lifshits S.A. *Trudy MAI*, 2011, no. 46. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=26013>
9. Wetzel E.D., Lee Y.S., Egres R.G., Kirkwood K.M., Kirkwood J.E., Wagner N.J. The Effect of Rheological Parameters on the Ballistic Properties of Shear Thickening Fluid (STF) – Kevlar Composites, *AIP Conference Proceedings*, 2004, vol. 712, pp. 288-293. DOI: [10.1063/1.1766538](https://doi.org/10.1063/1.1766538)
10. Egres R.G., Wagner N.J. The rheology and microstructure of acicular precipitated calcium carbonate colloidal suspensions through the shear thickening transition, *Journal of Rheology*, 2005, vol. 49 (3), pp. 719-746. DOI: [10.1122/1.1895800](https://doi.org/10.1122/1.1895800)
11. Bischoff White E.E., Chellamuthu M., Rothstein J.P. Extensional rheology of shear-thickening cornstarch and water suspension, *Rheologica Acta*, 2010, vol. 49(2), pp. 119-129. DOI: [10.1007/s00397-009-0415-3](https://doi.org/10.1007/s00397-009-0415-3)
12. Biao Yang, Sheng Wang, Guo Zhi Xu, Fei Xin. Preparation of SiO₂/PEG Shear Thickening System by Centrifugal Dispersion, *Advanced Materials Research*, 2012, vol. 560-561, pp. 586 – 590. DOI: [10.4028/www.scientific.net/AMR.560-561.586](https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.560-561.586)
13. Brown E., Jaeger H.M. The role of dilation and confining stress in shear thickening of dense suspensions, *Journal of Rheology*, 2012, vol. 56, pp. 875-923. DOI: [10.48550/arXiv.1010.4921](https://doi.org/10.48550/arXiv.1010.4921)
14. Singh A., Mari R., Denn M.M., Morris J.F. A constitutive model for simple shear of dense frictional suspensions, *Journal of Rheology*, 2018, vol. 62, pp. 457-468. DOI: [10.1122/1.4999237](https://doi.org/10.1122/1.4999237)

15. Duan Y., Keefe M., Bogetti T., Cheeseman B. Modeling friction effects on the ballistic impact behavior of a single-ply high-strength, *International Journal of Impact Engineering*, 2005, vol. 31(8), pp. 996-1012. DOI: [10.1016/j.ijimpeng.2004.06.008](https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2004.06.008)
16. Kalman D.P., Schein J.B., Houghton J.M., Laufer C.H.N., Wetzal E.D., Wagner N.J. Polymer dispersion based shear thickening fluid-fabrics for protective applications, *Proceedings of SAMPE*, Baltimore, MD, 2007, pp. 1-9.
17. Hasanzadeh M., Mottaghitalab V. The Role of Shear-Thickening Fluids (STFs) in Ballistic and Stab-Resistance Improvement of Flexible Armor, *Journal of Materials Engineering and Performance*, 2014, vol. 23 (4), pp. 1182-1196. DOI: [10.1007/s11665-014-0870-6](https://doi.org/10.1007/s11665-014-0870-6)
18. Nilakantan G., Merrill R.L., Keefe M., Gillespie Jr. E.D., Wetzal E.D. Experimental investigation of the role of frictional yarn pull-out and windowing on the probabilistic impact response of Kevlar fabrics, *Composites Part B: Engineering*, 2015, vol. 68, pp. 215-229. DOI: [10.1016/j.compositesb.2014.08.033](https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2014.08.033)
19. Khodadadi A., Liaghat Gh., Vahid S., Sabet A.R., Hadavinia H. Ballistic performance of Kevlar fabric impregnated with nanosilica/PEG shear thickening fluid, *Composites Part B: Engineering*, 2019, vol. 162, pp. 643-652. DOI: [10.1016/j.compositesb.2018.12.121](https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2018.12.121)
20. Ting-Ting Li, Wenna Dai, Liwei Wu, Hao-Kai Peng, Xiayun Zhang, Bing-Chiuan Shiu, Jia-Horng Lin, Ching-Wen Low. Effects of STF and Fiber Characteristics on Quasi-Static Stab Resistant Properties of Shear Thickening Fluid (STF)-Impregnated UHMWPE/Kevlar Composite Fabrics, *Fibers and Polymers*, 2019, vol. 20(2), pp. 328-336. DOI: [10.1007/s12221-019-8446-6](https://doi.org/10.1007/s12221-019-8446-6)

21. Anistratenko V.A., Koshevaya V.N., Valovoi B.N. *Izvestiya vuzov. Pishchevaya tekhnologiya*, 1992, no. 1, pp. 54-57.
22. Galindo-Rosales F.J., Rubio-Hernandez F.J. Numerical simulation in steady flow of non-Newtonian fluids in pipes with circular cross-section, *Numerical Simulations – Examples and Applications in Computational Fluid Dynamics*, 2010, pp. 3-23. DOI: [10.5772/12900](https://doi.org/10.5772/12900)
23. Galindo-Rosales F.J., Rubio-Hernandez F.J. Sevilla A. An apparent viscosity function for shear thickening fluids, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 2011, vol. 166(5), pp. 321-325. DOI: [10.1016/j.jnnfm.2011.01.001](https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2011.01.001)
24. Kolodezhnov V.N. *Izvestiya RAN. Mekhanika zhidkosti i gaza*, 2014, no. 3, pp. 3-14.
25. Vázquez-Quesada A., Wagner N. J., Ellero M. Planar channel flow of a discontinuous shear-thickening model fluid: Theory and simulation, *Physics of Fluids*, 2017, vol. 29(10), pp. 103-104. DOI: [10.1063/1.4997053](https://doi.org/10.1063/1.4997053)
26. Skul'skii O.I. *Vychislitel'naya mekhanika sploshnykh sred*, 2020, vol. 13, no. 3, pp. 269-278. DOI: [10.7242/1999-6691/2020.13.3.21](https://doi.org/10.7242/1999-6691/2020.13.3.21)
27. Kolodezhnov V.N., Veretennikov A.S. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Tekhnika i Tekhnologii*, 2020, no. 3, pp. 32-44.
28. Kolodezhnov V.N., Veretennikov A.S. 2021, no. 10, pp. 53-58. DOI: [10.17513/snt.38854](https://doi.org/10.17513/snt.38854)
29. Kolodezhnov V.N., Veretennikov A.S. *Trudy MAI*, 2022, no. 125. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=168169>. DOI: [10.34759/trd-2022-125-09](https://doi.org/10.34759/trd-2022-125-09)
30. Kolodezhnov V.N. *Izvestiya Yugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta*, 2013, no. 5 (50), pp. 211–215.

Статья поступила в редакцию 03.10.2022

Статья после доработки 05.10.2022

Одобрена после рецензирования 15.10.2022

Принята к публикации 26.12.2022

The article was submitted on 03.10.2022; approved after reviewing on 15.10.2022;
accepted for publication on 26.12.2022