

УДК 532.529.5

## **Использование частиц-представителей при прямом численном моделировании обтекания преграды запыленным потоком**

В.В. Винников, Д.Л. Ревизников, А.В. Способин

### **Аннотация**

Представлена модификация алгоритма прямого численного моделирования динамики дисперсной примеси в гетерогенных потоках. Особенностью разработанного подхода является сочетание прямого моделирования столкновений частиц на основе аппроксимации траекторий движения, с концепцией частиц-представителей.

**Ключевые слова:** многофазные течения; прямое численное моделирование; дискретно-элементный метод; полномасштабное моделирование; частицы-представители.

### **Введение**

Для решения задач численного моделирования двухфазных течений широкое распространение получили методы, построенные на сочетании эйлера описания несущей среды и лагранжевого описания дисперсной фазы [1-3]. Особенностью задачи математического моделирования обтекания преграды двухфазным потоком является необходимость учета столкновений частиц, которые проявляются даже при относительно низкой концентрации частиц в потоке и существенным образом влияют на параметры интегрального воздействия частиц на обтекаемую поверхность. С ростом концентрации примеси влияние столкновений существенно возрастает.

Наиболее высокая точность решения может быть получена использованием разработанного авторами полномасштабного варианта дискретно-элементного метода [4,5]. Алгоритм построен на однозначном соответствии реальной частицы и моделирующей, решении уравнений движения и теплообмена каждой моделирующей частицы, а также вычислении параметров столкновения частиц на основе аппроксимации траекторий движения. Ввиду этих особенностей использование метода требует значительных вычислительных ресурсов, что ограничивает его использование в трехмерных задачах. В

настоящей работе представлена модификация полномасштабного алгоритма, согласно которой каждая моделирующая частица ставится в соответствие группе реальных частиц. При сохранении высокой точности решения такой подход позволяет существенно снизить требования к вычислительным ресурсам, повысить эффективность распараллеливания алгоритма и перейти к решению задач в трехмерной постановке.

### **Дискретно-элементный метод прямого численного моделирования динамики дисперсной фазы с учетом столкновений**

В работе [5] представлен полномасштабный вариант дискретно-элементного метода, который используется для численного моделирования динамики дисперсной фазы с учетом столкновений. Частицы примеси считаются однородными твердыми шарами, уравнения движения и теплообмена частиц имеют вид:

$$m_p \frac{d\mathbf{v}_p}{dt} = \mathbf{f}_p, \quad I_p \frac{d\boldsymbol{\omega}_p}{dt} = \mathbf{T}_\omega, \quad c_{pm} m_p \frac{dT_p}{dt} = q_c + q_r,$$

где  $m_p$ ,  $I_p$ ,  $T_p$ ,  $\mathbf{v}_p$ ,  $\boldsymbol{\omega}_p$  - масса, момент инерции, температура, скорость и угловая скорость частицы,  $c_{pm}$  - теплоемкость материала частиц,  $\mathbf{T}_\omega$  - вращающий момент.

На каждом шаге расчета  $[t^n, t^{n+1}]$  производится интегрирование уравнений движения и теплообмена всех моделирующих частиц методом Рунге-Кутты. Строится аппроксимация траектории каждой частицы пространственным полиномом второй степени  $\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_2 t^2 + \mathbf{r}_1 t + \mathbf{r}_0$ . Условие столкновения пары частиц  $i$  и  $j$  выражается алгебраическим уравнением четвертой степени  $|\mathbf{r}_i(t) - \mathbf{r}_j(t)|^2 = (r_{pi} + r_{pj})^2$ , где  $r_{pi}$ ,  $r_{pj}$  - радиусы частиц.

На основе полученной аппроксимации траекторий производится расчет параметров соударения пар частиц, а также столкновений частиц с поверхностью преграды (см. рис. 1). Все соударения в рамках данного шага расчета моделируются последовательно в хронологическом порядке с использованием очереди столкновений. Расчет параметров пары частиц после столкновения, а также характеристик частицы после отражения от поверхности преграды производится согласно модели твердых сфер (напр., [1,6]). Моделирование столкновения приводит к исключению из очереди последующих столкновений, в которых принимала участие данная частица. После расчета изменения параметров частицы в результате столкновения, произошедшего в момент времени  $\tau \in [t^n, t^{n+1}]$ , выполняется интегрирование уравнений её движения и теплообмена на интервале  $(\tau, t^{n+1}]$ , строится аппроксимация траекторий, вычисляются параметры новых столкновений. Вновь найденные

столкновения помещаются в общую очередь и обрабатываются в едином хронологическом порядке. В очередь помещаются все столкновения, а не только первое, поскольку некоторые из них, в том числе ранние, могут быть исключены в результате еще не произошедших событий. Расчет выполняется до опустошения очереди событий на данном временном шаге.

Такой подход позволяет с максимальной точностью учесть сложный характер движения примеси, в том числе неоднократные столкновения частиц и их отражение от поверхности преграды. Реализация данного метода связана со значительными вычислительными затратами, а распараллеливание вычислений возможно лишь на этапе решения уравнений движения и теплообмена частиц. Обработка столкновений в очереди производится последовательно.

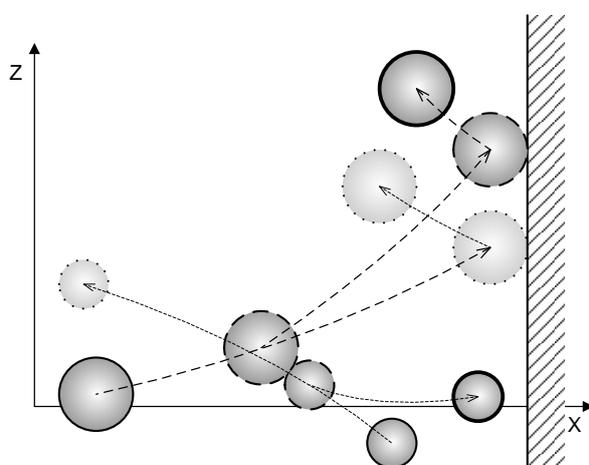


Рис. 1. Моделирование столкновительной примеси

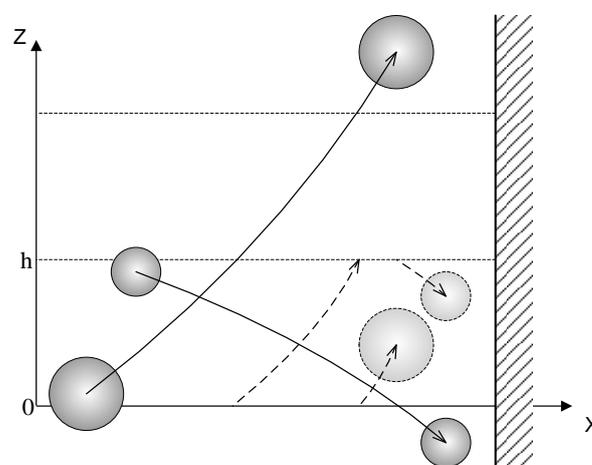


Рис. 2. Квазитрехмерная модель столкновительной примеси.

Следует отметить, что даже при двумерном характере течения несущей фазы динамика частиц столкновительной примеси должна рассматриваться в трехмерной постановке. Это приводит к резкому повышению вычислительных затрат, что в значительной мере ограничивает возможность проведения широкомасштабного вычислительного эксперимента. В работах [3-5] авторами показано, что применительно к задачам поперечного обтекания тел цилиндрической формы (плоская область) высокая точность может быть достигнута с использованием квазитрехмерной модели. При этом рассматривается ограниченная расчетная область вдоль оси  $Oz$ , параллельной направляющим цилиндра (см. рис. 2). По оси  $Oz$  накладываются периодические граничные условия, а хорошая точность достигается уже при толщине слоя  $z_{\max} - z_{\min} = 4 \cdot \max_i(r_{pi})$ , здесь  $r_{pi}$  - радиус частицы. Однако, распространение такого подхода на задачи осесимметричного и пространственного обтекания тел гетерогенными потоками затруднительно. В этой связи необходим поиск

более эффективных алгоритмов моделирования столкновительной динамики частиц, о чем пойдет речь в следующем разделе.

### **Модификация алгоритма прямого численного моделирования, основанная на использовании частиц-представителей**

С целью сокращения требований к вычислительным ресурсам каждые  $F$  реальных частиц могут быть представлены одной моделирующей частицей. При решении уравнений движения и реализации взаимодействия с другими частицами частица-представитель обладает физическими характеристиками одиночной частицы. Для расчета интегральных показателей, например, воздействия примеси на несущую среду или поверхность преграды, рассеяния кинетической энергии вследствие неупругих столкновений, следует учесть множитель  $F$ . Для сохранения характеристик дисперсной фазы необходимо обеспечить частице-представителю вдоль траектории движения такую же интенсивность столкновений с другими частицами, которой обладает одиночная частица в полномасштабной модели. Поэтому уравнение, определяющее условия столкновения пары частиц-представителей приобретает вид  $|\mathbf{r}_i(t) - \mathbf{r}_j(t)|^2 = (r_{pi}\sqrt{F} + r_{pj}\sqrt{F})^2$ . Результатом решения уравнения будут моменты времени, в которые центры масс частиц-представителей удалены на расстояние  $r_{pi}\sqrt{F} + r_{pj}\sqrt{F}$ . В модели столкновения пары частиц для расчета их параметров после взаимодействия используется нормированный вектор, определяющий относительное расположение частиц в момент столкновения  $\tau$ :

$$\mathbf{n}_{ij} = (r_{pi} + r_{pj}) \frac{\mathbf{r}_j(\tau) - \mathbf{r}_i(\tau)}{|\mathbf{r}_j(\tau) - \mathbf{r}_i(\tau)|},$$

При этом в модели взаимодействия используются физические параметры реальных частиц.

В качестве тестовой рассмотрим задачу моделирования поперечного обтекания кругового цилиндра потоком газа с примесью твердых частиц. Ранее эта задача решалась с использованием полномасштабного дискретно-элементного метода в трехмерном (для динамики частиц) и квазитрехмерном вариантах. Отметим, что при использовании частиц-представителей в квазитрехмерной модели расчетная область должна быть расширена  $z_{\max} - z_{\min} = 4\sqrt{F} \cdot \max_i(r_{pi})$ . В результате использование частиц-представителей при сохранении концентрации примеси в потоке позволяет сократить число моделирующих частиц, находящихся в расчетной области в  $\sqrt{F}$  раз.

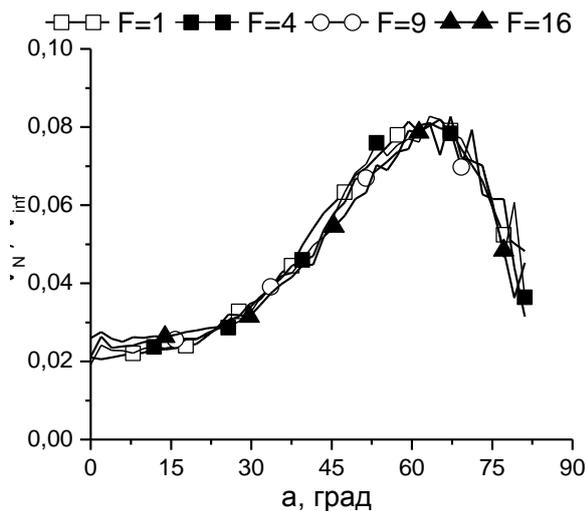


Рис. 3. Среднее значение нормальной компоненты скорости частицы в момент удара о поверхность преграды.

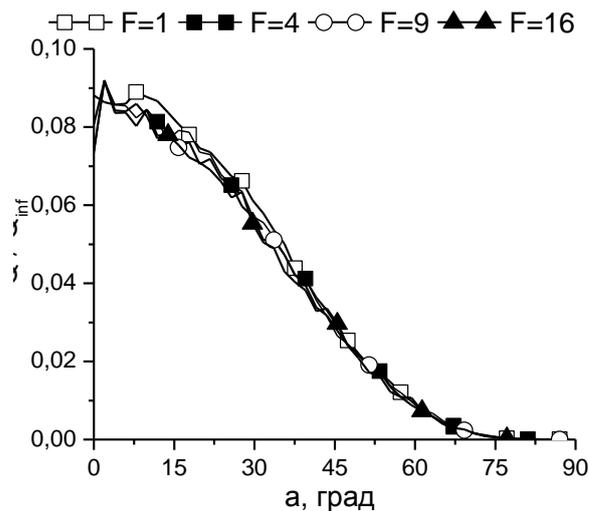


Рис. 4. Плотность потока энергии от примеси к поверхности преграды.

На рис.3-4 приведены графики, характеризующие динамическое и энергетическое воздействие примеси на поверхность преграды. Исходные данные такие же, как в работе [3]. Цилиндр радиусом 3 см обтекается сверхзвуковым потоком с частицами диоксида алюминия  $Al_2O_3$  диаметром 10 мкм. Числа Маха и Рейнольдса, рассчитанные по параметрам набегающего потока, равны соответственно 6 и  $3 \cdot 10^6$ . Объемная концентрация частиц примеси в области невозмущенного течения  $C_{v0} = 10^{-4}$ . Движение газовой фазы описывается системой модифицированных уравнений Эйлера. Численное интегрирование уравнений газовой динамики осуществляется методом Хартена - Лакса- Ван Лира. Аппроксимация краевых условий на криволинейной границе производится согласно методу погруженной границы с фиктивными ячейками на прямоугольных сетках [7].

Параметр  $F$  варьировался в пределах от 1 (полномасштабное моделирование) до 16. На рис. 3-4 видно хорошее согласование результатов, полученных при различных значениях параметра  $F$ .

Ключевым фактором с точки зрения сокращения времени расчета является нелинейный характер зависимости числа соударений частиц от их концентрации в локальной области. Например, в случае хаотического движения частиц с равномерным распределением направления вектора скорости в пространстве зависимость носит квадратичный характер. При этом сокращение затрат вычислительного времени на этапе моделирования столкновений частиц в квазитрехмерной модели может достигать  $F$  раз.

Особенностью алгоритма прямого численного моделирования является принципиально последовательный характер обработки очереди соударений частиц. Распараллеливание алгоритма легко реализуется лишь на этапе решения уравнений движения и теплообмена частиц для каждого расчетного шага. В то же время нелинейный характер сокращения вычислительных затрат на этап моделирования столкновений приводит к увеличению доли первого этапа в общих затратах вычислительного времени и способствует повышению эффективности распараллеливания решения задачи в целом. На рис. 5 приведены графики затрат машинного времени на решение задачи в квазитрехмерной постановке в зависимости от параметра  $F$ . Применение частиц-представителей в сочетании с распараллеливанием вычислений позволило на порядок сократить время расчета при сохранении точности решения (см. рис. 6). При распараллеливании вычислений использовался компьютер с общим числом ядер  $N = 4$  на базе процессора Intel Xeon.

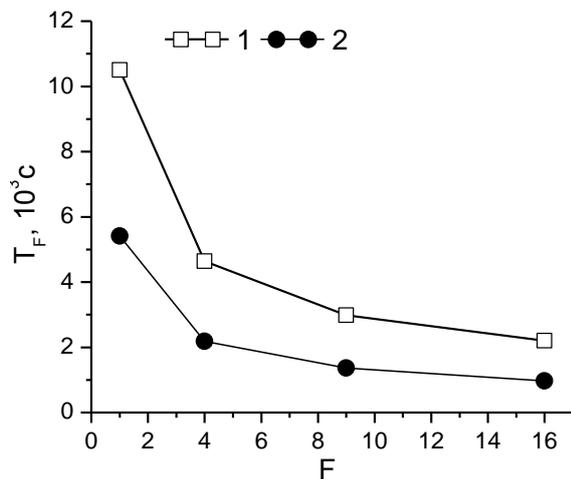


Рис. 5. Затраты машинного времени на решение задачи. 1 – последовательный алгоритм, 2 – параллельный алгоритм.

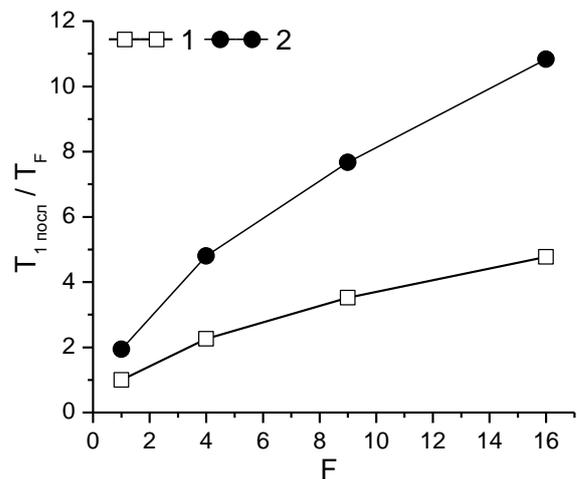


Рис. 6. Сокращение времени расчета. 1 – последовательный алгоритм, 2 – параллельный алгоритм.

Для задач в трехмерной постановке расширение границ расчетной области не требуется, что позволяет сократить число моделирующих частиц в  $F$  раз, в результате значительно снижаются требования к объему машинной памяти. Нелинейный характер зависимости количества столкновений от числа частиц в локальной зоне способствует сокращению временных затрат на этапе моделирования столкновений до  $F^2$  раз, что, в свою очередь, еще больше увеличивает эффективность применения параллельных вычислений.

### Выводы

Использование частиц-представителей в полномасштабном дискретно-элементном методе позволяет существенно расширить границы его применения за счет сокращения требований к памяти компьютера и затратам машинного времени. Применительно к

многопроцессорным вычислительным системам модификация алгоритма способствует повышению эффективности частичного распараллеливания решения задачи. В результате становится возможным использование модифицированного дискретно-элементного метода для решения задач обтекания преграды запыленным потоком в трехмерной постановке.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 09-08-00542).

### **Библиографический список**

1. Crowe C.T., Sommerfeld M., Tsuji Y. Multiphase flows with droplets and particles. CRC Press LLC, 1998, 471 p.
2. Tsirkunov Yu. M. Gas-particle flows around bodies – key problems, modeling and numerical analysis. // Proc. Fourth International Conference on Multiphase Flow (Ed.: E. Michaelides), May 27 – June 1, 2001, New Orleans, LA, USA. – CD ROM Proc. ICMF'2001, paper No. 609, 31 p.
3. Винников В.В., Ревизников Д.Л., Способин А.В. Двухфазный ударный слой при обтекании тел сверхзвуковым запыленным потоком // Математическое моделирование. 2009. Т. 21. № 12. С. 89-103.
4. Ревизников Д.Л., Способин А.В. Численное моделирование воздействия дисперсной фазы на поверхность затупленного тела в сверхзвуковом запыленном потоке. // Математическое Моделирование, т. 19, N11, 2007. - с. 101 – 111.
5. Ревизников Д.Л., Способин А.В. Алгоритмы прямого численного моделирования динамики дисперсной фазы при обтекании тела запыленным потоком. // Электронный журнал «Труды МАИ», 2007, № 26, 13с.
6. Вараксин А.Ю. Столкновения в потоках газа с твердыми частицами. – М.: Физматлит, 2008, 312 С.
7. Винников В.В., Ревизников Д.Л. Метод погруженной границы для расчета сверхзвукового обтекания затупленных тел на прямоугольных сетках. // Электронный журнал «Труды МАИ», 2008, № 27, 13с.

### **Сведения об авторах**

Винников Владимир Владимирович, доцент Московского авиационного института (государственного технического университета), к.ф.-м.н.

МАИ, Волоколамское ш., 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993;

тел.:(499) 158-48-94;

e-mail: vvinnikov@list.ru

Ревизников Дмитрий Леонидович, профессор Московского авиационного института  
(государственного технического университета), д.ф.-м.н.

МАИ, Волоколамское ш., 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993;

тел.:(499) 158-48-94;

e-mail: reviznikov@inbox.ru

Способин Андрей Витальевич, научный сотрудник Московского авиационного института  
(государственного технического университета), к.ф.-м.н.

МАИ, Волоколамское ш., 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993;

тел.:(499) 158-48-94;

e-mail: spise@inbox.ru