УДК 681.516.7

Программный модуль приближенного исследования раскрытия купола парашюта

В.М. Чуркин

Описывается построение программного модуля приближенного исследования динамики раскрытия купола парашюта. Процесс раскрытия моделируется движением упругой абсолютно гибкой нити – каркасной ленты, переходящей в стропу. Уравнения движения такой нити заменяются дискретными аналогами. На начальном этапе раскрытия, когда купол еще не имеет выполненной части, применяется «принудительный наддув» - по куполу задается постоянный перепад давления, действующий до тех пор, пока в полюсе не образуется выполненная область. После этого перепад на невыполненной части купола принимается равным нулю, а на выполненной части – постоянным по куполу с добавлением расчетной динамической составляющей. Предлагаемый программный модуль позволяет рассчитывать основные зависимости, характеризующие процесс раскрытия купола, определять значения перегрузок в коуше, в полюсе и на кромках купола. Предусмотрена возможность модификации модуля для решения задач динамики раскрытия парашюта с рифованным куполом или куполом произвольной формы.

Ключевые слова: раскрытие купола; гибкая нить; каркасная лента; перепад давления; обобщенная стропа; механизм псевдовязкозти; программный модуль.

Как известно процесс раскрытия купола парашюта является важнейшим этапом функционирования любой парашютной системы. При раскрытии купола элементы его конструкции испытывают наибольшие нагрузки, а по окончании этого этапа купол принимает форму, обеспечивающую последующее движение спускаемого груза с заданной скоростью. Исследованию процесса раскрытия посвящено большое количество публикаций как отечественных, так и зарубежных авторов. Ниже приводится описание построения программного модуля, в основу которого заложена упрощенная математическая модель процесса раскрытия купола парашюта, предложенная В. Н. Хведченей, [1].

Рассматривается процесс раскрытия парашюта с куполом круглой формы. Предполагается, что участок траектории, на котором происходит раскрытие, можно принять прямолинейным, Процесс раскрытия моделируется движением упругой абсолютно гибкой нити – каркасной ленты, переходящей в стропу. Для элемента такой нити в проекциях на оси системы координат, связанной с куполом, записываются следующие уравнения движения

$$\mu\frac{\partial^2 Z}{\partial t^2}=\frac{\partial}{\partial\sigma_0}\left(\frac{ET}{E+T}\frac{\partial Z}{\partial\sigma_0}\right)+\left(Q_1-Q_n\right)\frac{\partial R}{\partial\sigma_0}+Q_2\frac{\partial Z}{\partial\sigma_0};$$

$$\mu\frac{\partial^2 R}{\partial t^2}=\frac{\partial}{\partial\sigma_0}\left(\frac{ET}{E+T}\frac{\partial R}{\partial\sigma_0}\right)+\left(Q_1-Q_n\right)\frac{\partial Z}{\partial\sigma_0}+Q_2\frac{\partial R}{\partial\sigma_0}, \qquad (1)$$

где μ - погонная масса нити; Z, R – декартовы координаты элемента нити; σ_0 - лагранжева координата элемента недеформированной нити, отсчитываемая от коуша к полюсу купола; T – натяжение нити

$$T=E\left\{\left[\left(\frac{\partial R}{\partial\sigma_0}\right)^2+\left(\frac{\partial Z}{\partial\sigma_0}\right)^2\right]^{1/2}-1\right\}; \qquad (2)$$

E – модуль упругости нити; Q_n, Q_1, Q_2 – составляющие нагрузки, возникающей в результате воздействия ткани купола на каркасную ленту.

При определении усилий Q_n, Q_1, Q_2 предполагается, что перепад давления по куполу в плоскости сечения, нормальной к продольной оси парашюта, постоянен; сечение ткани, лежащее в плоскости, проведенной через главные нормали к двум соседним каркасным лентам, образовано дугой окружности; продольные натяжения в ткани, направленные от полюса купола к его кромке, пренебрежимо малы. С учетом перечисленных допущений будем иметь

$$Q_n=2\Delta pRM;$$

$$Q_1=2\Delta pR\sin^2\varphi\left(\mathrm{ctg}\psi+M\cos\theta\right)\cos\theta; \qquad (3)$$

$$Q_2 = Q_1 \operatorname{tg}\theta,$$

где Δp - перепад давления на выполненной части купола;

$$M = \frac{\sin\varphi}{\left(1 - \sin^2\varphi\cos^2\theta\right)^{1/2}}; \qquad (4)$$

ψ - угол, соответствующий половине дуги сечения ткани купола

$$\psi = \sigma_0\varphi\left(\frac{\Delta p}{E} + \frac{\sin\theta}{R\sin\varphi}\right); \quad \varphi = \frac{2\pi}{n}; \qquad (5)$$

n – число строп; θ - угол между стропой и осью симметрии парашюта.

Перепад давления Δp приближенно представим следующим равенством

$$\Delta p = \frac{1}{F_m}\left[\frac{\rho F_n}{2} C_n \left(U_0 - U_{вх}\right)^2\right], \qquad (6)$$

где F_m - площадь миделевого сечения купола; F_n - площадь поверхности выполненной части купола; C_n – аэродинамический коэффициент купола; U_0 – скорость начала связанной с куполом системы координат; $U_{вх}$ – скорость потока в районе кромки купола.

Скорость $U_{вх}$ найдем из уравнения баланса объемов воздуха, поступающего в купол

$$U_{вх}\frac{dZ_{вх}}{dt} + \frac{1}{F_{вх}}\frac{dW}{dt} + \frac{F_n U_{ист}}{F_{вх}}, \qquad (7)$$

где $Z_{вх}$ – координата кромки купола; $F_{вх}$ – площадь входного отверстия; W – объем воздуха, находящегося под куполом; $U_{ист}$ – скорость истечения воздуха через ткань купола

$$U_{ист} = K_W\left(\frac{2\Delta p}{W}\right)^{1/2}; \qquad (8)$$

K_W – коэффициент истечения воздуха через ткань.

Скорость U_0 рассчитываем из баллистических уравнений

$$m_{гр}\frac{dU_0}{dt} = -m_{гр}\sin\gamma - \frac{\rho U_0^2}{2}C_{гр}F_{гр} - nET_0\cos\theta;$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \left(\frac{U_0}{R_з + H} - \frac{g}{U_0}\right)\cos\gamma;$$

$$\frac{dH}{dt} = U_0\sin\gamma. \tag{9}$$

Здесь $m_{гр}$ – масса груза; $C_{гр}$ – аэродинамический коэффициент груза; $F_{гр}$ – характерная площадь груза; T_0 – натяжение стропы в коуше; γ - угол наклона траектории; $R_з$ – радиус Земли; H – высота раскрытия.

Система (1) должна решаться при следующих начальных и граничных условиях

при t = 0:

$$R = R(\sigma_0, 0);\ \ Z = Z(\sigma_0, 0);\ \ \frac{\partial R}{\partial t} = U;\ \ \frac{\partial Z}{\partial t} = V;$$

при t $\geq$ 0:

в полюсе купола $\frac{\partial Z(\sigma_0, t)}{\partial \sigma_0} = 0;\ \ R = R(\sigma_0, t) = 0;$

в коуше $R = R(0, t) = 0;\ \ Z = Z(0, t) = 0.$

Уравнения (1) – (9) образуют замкнутую систему уравнений, характеризующих процесс раскрытия парашюта с осесимметричным круглым куполом. При программной реализации эти уравнения заменяются их дискретными аналогами. Для этого нить, моделирующая каркасную ленту купола и стропу, разбивается на конечное число невесомых элементов с массами μ_i в узлах. Распределенная нагрузка, действующая на каркасную ленту со стороны ткани купола, приводится к равнодействующим N_i и Q_{ri}, приложенным в середине каждого элемента. Каждая из сил N_i и Q_{ri} раскладывается на две равные параллельнве силы, приложенные в узлах i-го элемента с массами μ_i и μ_{i+1}. Получаемые в результате дискретизации уравнения запишем в безразмерной форме, используя следующие обозначения

$$V_i = V_i^*/c;\ \ U_i = U_i^*/c;\ \ \Delta p_i = \Delta p_i^*/\rho c^2; R_i = R_i^*/h;\ \ Z_i = Z_i^*/h;\ \ F_{вх} = F_{вх}^*/h^2;$$

$$\sigma_i = \sigma_i^*/h;\ \ T_i = T_i^*/E;\ \ N_i = N_i^*/E;\ \ \tau = tc/h;\ \ W = W^*/h^3;\ \ \mu_i = \mu_i^*/(\varepsilon h),$$

где V_i, U_i - проекции скорости i – го узла на оси связанной с куполом системы координат; c – скорость распространения возмущений в обобщенной стропе; h – интервал разбиения обобщенной стропы на элементы; ε – удельная масса материала купола или стропы; значком (*) выделены размерные величины соответствующих параметров.

Таким образом, вместо уравнений (1) для i – го узла будем иметь

$$\frac{dZ_i}{d\tau} = V_i;$$

$$\frac{dV_i}{d\tau} = \frac{1}{\mu_i}\left(T_i \cos\theta_i - T_{i-1}\cos\theta_{i-1} + \frac{N_i}{2}\sin\theta_i - \frac{N_{i-1}}{2}\sin\theta_{i-1}\right) + \frac{dU_0}{d\tau};$$

(10)

$$\frac{dR_i}{d\tau} = U_i;$$

$$\frac{dU_i}{d\tau} = \frac{1}{\mu_i}\left(-T_i \sin\theta_i + T_{i-1}\sin\theta_{i-1} + \frac{N_i}{2}\cos\theta_i + \frac{N_{i-1}}{2}\cos\theta_{i-1} - \frac{Q_{\text{г}i}}{2} - \frac{Q_{\text{г}(i-1)}}{2}\right),$$

где

$$T_i = \left\{1 + \tau_{\text{тр}}\left[\left(V_{i-1} - V_i\right)\cos\theta_i - \left(U_{i-1} - U_i\right)\sin\theta_i\right]\right\} S_i;$$

$$S_i = \left[\left(R_{i+1} - R_i\right)^2 + \left(Z_{i+1} - Z_i\right)^2\right]^{1/2};$$

$\tau_{тр}$ – время затухания колебаний обобщенной стропы;

$$N_i = \begin{cases} A\Delta p_i S_i R_{xi}; & \lambda_i > 0; \\ A\Delta p_i S_i R_i M_i; & \lambda_i \le 0; \end{cases}$$

$$Q_{ri}=\begin{cases}0; & \lambda_i>0;\\ A\Delta p_i S_i R_i\left(M_i\cos\theta_i+c\ \ tg\psi_i\right)\sin^2\varphi; & \lambda_i\le 0;\end{cases}$$

$$\lambda_i=\frac{B_1R_iM_i+\sigma_{1i}\varphi}{1-jB_1M_i\cos\theta_i};\quad A=\frac{2h^2\rho}{\varepsilon};$$

$$B_1=B_2\sigma_{1i}\Delta p_i\left[-\pi/2-j\arcsin\left(\sin\varphi\cos\theta_i\right)\right];$$

$$B_2=\frac{h\rho c^2}{E_{\text{тк}}};\quad M_i=\frac{\sin\varphi}{\left(1-\sin^2\varphi\cos^2\theta\right)^{1/2}};$$

$$R_{xi}=\frac{M_i\left(R_i+jS_{1i}\cos\theta_i\right)}{1-jB_iM_i\cos\theta_i};\quad j=\begin{cases}1; & \Delta p\ge 0;\\ -1; & \Delta p<0;\end{cases}$$

σ_{1i} - расстояние от полюса до i – го узла, измеренное вдоль недеформированной стропы; $E_{\text{мк}}$ – модуль упругости ткани купола.

Значение параметра λ_i используется для определения степени выполненности купола.

Объем воздуха под куполом W и площадь сечения i – го узла F_i вычисляются по формулам

$$W=\frac{1}{2}\sum_i F_i\left(Z_{i+1}-Z_{i-1}\right);$$

$$F_i=\begin{cases}nR_{xi}\left\{R_i+j\left[\dfrac{\pi}{2}+j\arcsin\left(\sin\varphi\cos\theta_i\right)+\lambda_i\right]\cos\theta_i\right\}; & \text{при } \lambda_i>0;\\ nR^2_{xi}\left[M+j\left(\dfrac{\psi_i}{\sin^2\psi_i}-ctg\psi_i\right)\sin^2\varphi\cos\theta_i\right]; & \text{при } \lambda_i\le 0.\end{cases}$$

Значение угла ψ_i определяется решением следующего трансцендентного уравнения

$$\psi_i-\left(\frac{\sigma_{1i}\varphi}{R_i\sin\varphi}\right)\sin\psi_i-B_2\Delta p_i\sigma_{1i}\varphi=0;$$

на отрезках $[0.15, \pi/2]$, $[\pi/2, \pi - 0.15]$.

Масса $\mu_i = 1$ на интервале от коуша до кромки купола, а на интервале от кромки купола до полюса с прилегающей к i – му элементу тканью вычисляется по формуле

$$\mu_i = 2\varphi(n - i + 0.5)h\frac{\varepsilon_{тк}}{\varepsilon_{стр}} + i,$$

где $\varepsilon_{тк}, \varepsilon_{стр}$ - удельная масса ткани купола и стропы, соответственно.

Уравнения (10) решаются при граничных условиях:

в коуше $Z_0 = R_0 = V_0 = U_0 = 0;$

$$\text{в полюсе} \begin{cases} \dfrac{dV_n}{d\tau} = \dfrac{1}{\mu_n}\left(-T_{n-1}\cos\theta_{n-1} + \dfrac{1}{2}N_{n-1}\sin\theta_{n-1}\right) + \dfrac{dU_0}{d\tau}; \\ \dfrac{dZ_n}{d\tau} = V_n; \quad R_n = 0; \quad U_n = 0. \end{cases}$$

Для исключения разрывов решений в разработанные алгоритмы вводится механизм псевдовязкозти, согласно которому на каждом шаге интегрирования к ускорению в i – ом узле добавляются поправочные члены

$q_i - \frac{1}{2}(q_{i-1} + q_{i+1})$ по оси OZ;

$q_i^* - \frac{1}{2}(q_{i-1}^* + q_{i+1}^*)$ по оси OR,

где

$$q_i = \kappa T_i(V_{i-1} - 2V_i + V_{i+1}); \quad q_i^* = \kappa T_i(U_{i-1} - 2U_i + U_{i+1}).$$

Коэффициент псевдовязкозти к выбирается в результате поверочных расчетов в диапазоне от 3 до 10.

На начальном этапе раскрытия, когда купол еще не имеет выполненной части, применяется так называемый «принудительный наддув» - по куполу задается постоянный перепад давления, действующий до тех пор, пока в полюсе не образуется выполненная область. После этого перепад на невыполненной части купола принимается равным нулю, а на выполненной части – постоянным по куполу с добавлением расчетной динамической составляющей.

Выбор шага интегрирования проводится в соответствии с критерием Куранта, согласно которому $\frac{c\Delta\tau}{h} \le 1$. То есть предполагается, что возмущение, перемещающееся вдоль нити со скоростью c, не может за время $\Delta\tau$ пройти расстояние большее, чем h. Величина деформации нити ограничена заданной предельной величиной. При расчете плотности ρ и высоты H используется таблица с данными стандартной атмосферы.

Описанные выше математическая модель и алгоритмы применялись при построении программного модуля численного моделирования процесса раскрытия купола парашюта и расчета зависимостей $R = R(t)$, $Z = Z(t)$, $R = R(Z)$, $V = V(t)$, $U = U(t)$, $T = T(t)$, $T = T(Z)$, $U_0 = U_0(t)$, $\Delta p = \Delta p(t)$, $\Delta p = \Delta p(Z)$. Кроме того, были предусмотрены возможности определения максимальных значений перегрузок (продольных и поперечных) в коуше, в полюсе и на кромках купола, а также модификации программ и использования их при решении задач динамики раскрытия парашюта с рифованным куполом и куполом произвольной формы.

Библиографический список.

1. Хведченя В.Н. Процесс раскрытия купола парашюта в рамках модели Рахматулина. // Сб. «Парашюты и проницаемые тела» - М.: Изд. МГУ, 1980, с. 53-60.

Сведения об авторе.

Чуркин Валерий Михайлович; профессор Московского авиационного института (национального исследовательского университета),д.ф.-м.н., тел.: (499) 158-45-84 ; 613-30-13, e-mail: churandr@mail.ru