

## **Маятниковая вертикаль для беспилотного летательного аппарата**

**Петрухин В.А.\*, Мельников В.Е.\*\***

*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия*

*\*e-mail: riksorge@me.com*

*\*\*e-mail: ve\_melnik@mail.ru*

### **Аннотация**

Рассмотрена возможность создания построителя вертикали на базе физического или математического маятника повышенной устойчивости к возмущающим горизонтальным ускорениям основания. Положительный результат достигается за счет формирования корректирующих воздействий на маятник от акселерометров, датчиков углового движения основания и обратных связей. Показано, что при рациональном выборе параметров корректирующих элементов можно реализовать маятниковую квазииневозмущаемую вертикаль в качестве резервного, а в ряде случаев основного построителя вертикали для летательного аппарата (ЛА) различного класса и назначения.

**Ключевые слова:** квазииневозмущаемый построитель вертикали, маятник, корректирующие элементы, акселерометр, физическое, математическое и имитационное моделирование, двухканальное управление.

## 1. Введение

Работа посвящена анализу возможностей создания построителя вертикали (ПВ) места, реализованного на базе физического или математического маятников (М), устойчивость которых к возмущающим горизонтальным ускорениям основания обеспечивается организацией корректирующих воздействий на маятник.

Показано, что используя принцип двухканального управления положением маятника, можно заметно снизить его уходы от вертикали места и на такой основе реализовать ПВ [1, 2, 3]. В статье представлены исследования одного из каналов ПВ, в котором основным корректирующим элементом является акселерометр (А) с более высокими по отношению к маятнику динамическими характеристиками.

## 2. Постановка и решение задачи

На рис. 1 представлена блок-схема маятника (М) с возможными источниками корректирующих сигналов: – акселерометром; – дополнительными источниками информации (ДИИ) о параметрах углового движения  $\alpha_k, \dot{\alpha}_k, \ddot{\alpha}_k$  корпуса – основания маятника М; – дополнительной обратной связью (ОС) по выходному сигналу  $\alpha_{\text{ВЫХ}}$ .

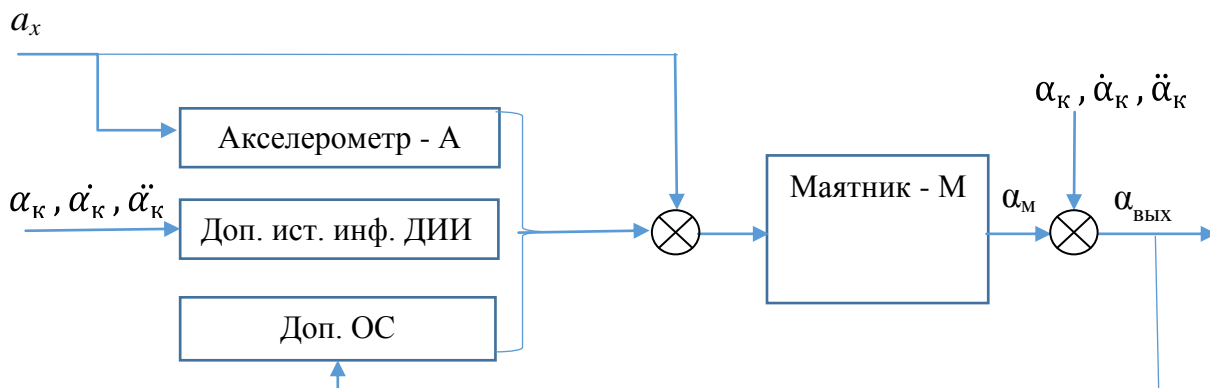


Рис. 1 – Блок-схема корректируемого маятника.

Здесь:  $a_x$  – горизонтальное ускорение основания;  $\alpha_m$  – текущее отклонение маятника от местной вертикали;  $\alpha_k, \dot{\alpha}_k, \ddot{\alpha}_k$  – угол отклонения, угловая скорость, угловое ускорение корпуса (основания) маятника относительно оси подвеса маятника;  $\alpha_{\text{вых}} = \alpha_m \pm \alpha_k$  выходной сигнал – относительный угол между плечом маятника и базовой осью корпуса маятника, совпадающей с плечом маятника, а невозмущенном состоянии ( $\alpha_k = 0, a_x = 0$ ).

При реализации представленной блок-схемы возможны различные варианты взаимного расположения собственно маятника и основного корректирующего элемента – акселерометра. В работе рассмотрен частный случай, когда акселерометр расположен на оси подвеса маятника и участвует во всех его угловых движениях.

На рис.2 представлена обобщенная структурная схема одноканального маятникового построителя вертикали с набором корректирующих элементов в соответствии с рис.1.

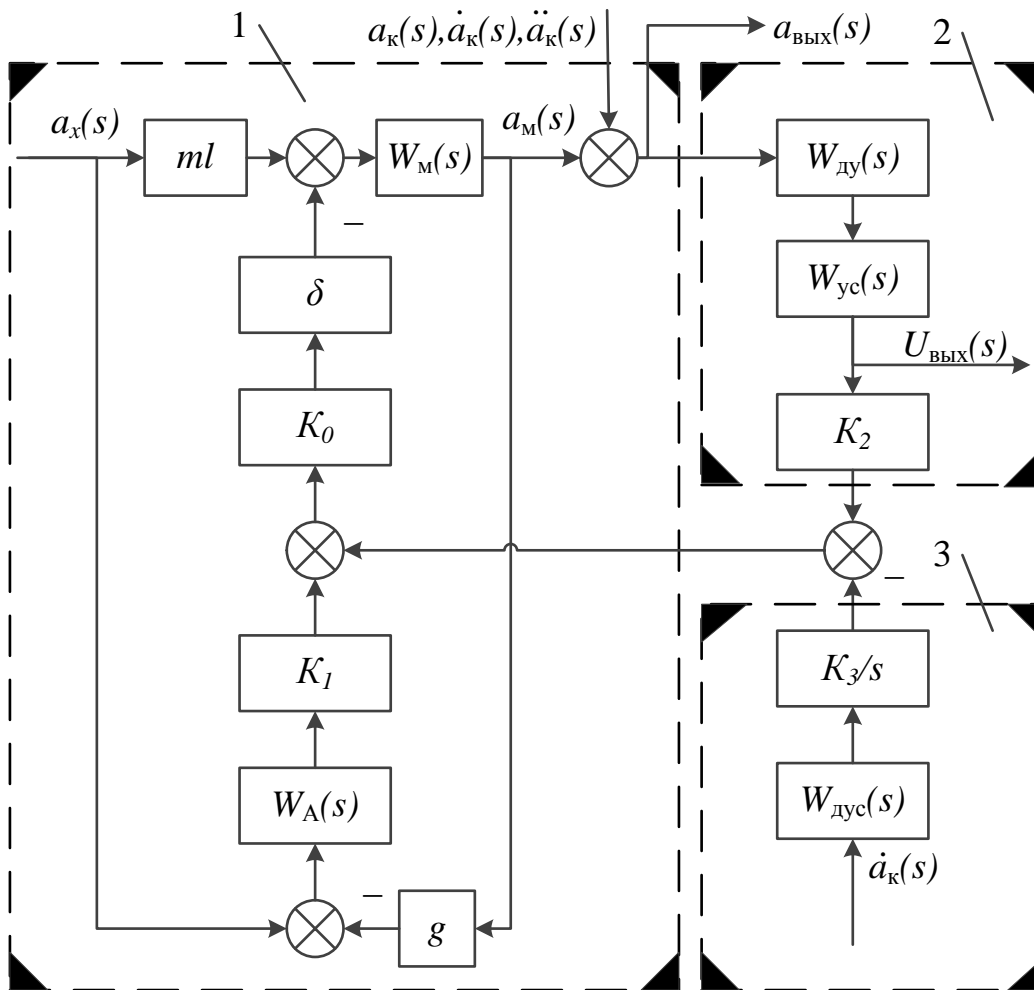


Рис. 2 – Обобщенная структурная схема маятникового построителя вертикали

Здесь: - 1 основной контур, включающий маятник с передаточной функцией (ПФ)  $W_M(s)$ , акселерометр с ПФ  $W_A(s)$  и масштабирующими коэффициентами  $K_1 K_0 \delta$ ; - 2 контур обратной связи по выходному сигналу  $\alpha_{ВЫХ}$  включающему ПФ датчика угла –  $W_{ДУ}(s)$ , усилителя –  $W_{УС}(s)$  и масштабирующий элемент  $K_2$ ; - 3 контур коррекции по угловым движениям основания – корпуса маятника, в данном случае включающий датчик угловых скоростей (ДУС) с ПФ –  $W_{ДУС}(s)$  и интегрирующий элемент  $K_3/s$ .

$$- W_M(s) = K_M / (T_M^2 s^2 + 2\zeta_M T_M s + 1),$$

где:  $K_m = 1/mlg$ ;  $m$  – суммарная масса подвижных элементов маятника;  $l$  – координата центра масс относительно оси вращения;  $\zeta_m$ ,  $T_m$  – относительный коэффициент демпфирования и постоянная времени маятника соответственно;

$$- W_i(s) = K_i / (T_i^2 s^2 + 2\zeta_i T_i s + 1),$$

обобщенная передаточная функция динамических звеньев второго порядка, где  $K_i$ ,  $T_i$ ,  $\zeta_i$  – соответственно коэффициент усиления, постоянная времени и относительный коэффициент демпфирования корректирующих элементов, индексы  $i$  которых для соответствующих элементов принимают их обозначения: А для акселерометра, ДУС для датчика угловых скоростей, ДУ для датчика угла, УС для усилителя;

-  $\delta$  безразмерный коэффициент  $0 < \delta < 1$ , характеризующий уровень корректирующего сигнала по отношению к возмущающему маятник ускорению.

В соответствии с рис. 2 угол отклонения маятника  $\alpha_m$  от вертикали при малых отклонениях ( $\sin \alpha_m \approx \alpha_m$ ,  $\cos \alpha_m \approx 1$ ) определяется обобщенным выражением:

$$\alpha_m(s) = \frac{W_m(s)(a_x(ml - \delta W_A(s)K_1K_0) - \delta W_{ДУ}(s)W_Y(s)K_2K_0\alpha_k(s) + \dot{\alpha}_k(s)\delta W_{ДУС}(s)K_3K_0/s)}{1 - \delta W_m(s)W_A(s)K_1K_0g + \delta W_m(s)W_{ДУ}(s)W_Y(s)K_2K_0}. \quad (1)$$

Из выражения (1) могут быть получены соотношения для частных случаев построения ПВ при различных сочетаниях корректирующих элементов, которые могут найти применение для ряда объектов и задач.

## 2.1 Базовый вариант – 1 по рис.2

Маятник с корректирующим акселерометром на оси подвеса маятника. Для выявления физической картины поведения такого маятника преобразуем структуру 1 по рис. 2 к виду, представленному на рис. 3, приняв, что акселерометр

представляет собой реальное динамическое звено второго порядка, а произведение  $K_0K_1W_A(s)/K_A = 1$  при  $s = 0$ .

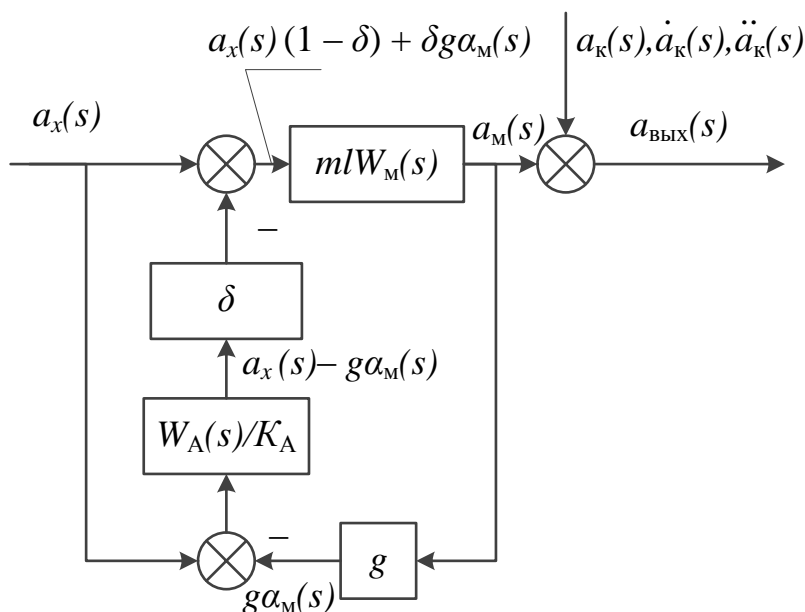


Рис. 3 – Базовая структура с компенсирующим акселерометром

В соответствие принятыми допущениями для угла  $\alpha_m(s)$  получим:

$$\alpha_m(s) = \frac{a_x(1 - \delta W_A(s)/K_A)mlW_M(s)}{1 - \delta gmlW_M(s)W_A(s)/K_A}. \quad (2)$$

На рис. 4 представлена структура имитационной модели для данного варианта в среде *Matlab – Simulink* с параметрами маятника:  $m = 10^{-2}$  кг;  $l = 0.05$  м;  $\xi_M = 0,3$ . При двух отношениях собственных частот недемпфированных колебаний акселерометра и маятника  $P_1 = \omega_A/\omega_M = 10, 100$  и вариации относительного коэффициента демпфирования акселерометра в пределах  $\xi_A$  от 0,1 до 0,7.

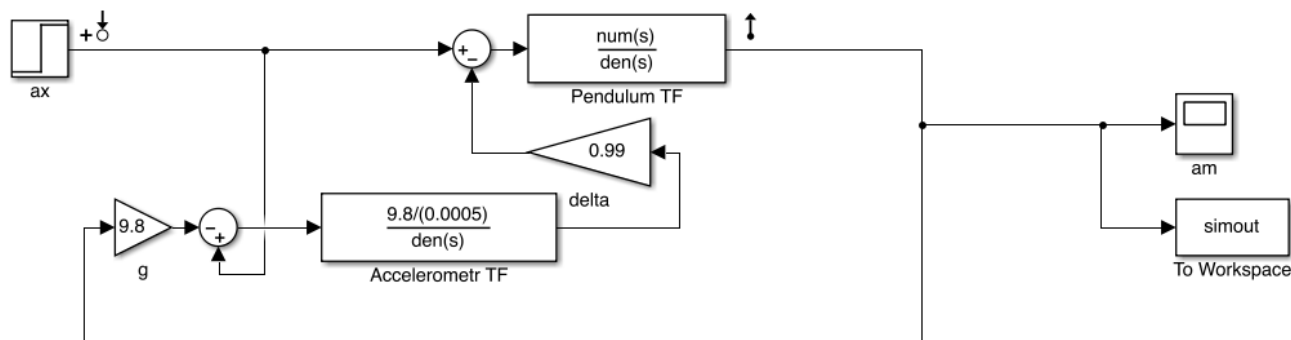


Рис. 4 – Структура имитационной модели для контура 1 в среде *Matlab – Simulink* с учетом динамики акселерометра

На рис. 4 *Pendulum TF* – передаточная функция маятника; *Accelerometer TF* – передаточная функция акселерометра; *delta* –  $\delta$  (уровень корректирующего сигнала); *g* – ускорение силы тяжести;  $a_x$  – горизонтальное ускорение основания;  $\alpha_m$  – угол отклонения маятника от вертикали места.

На рис. 5 - 6 представлены результаты моделирования при учете динамики акселерометра.

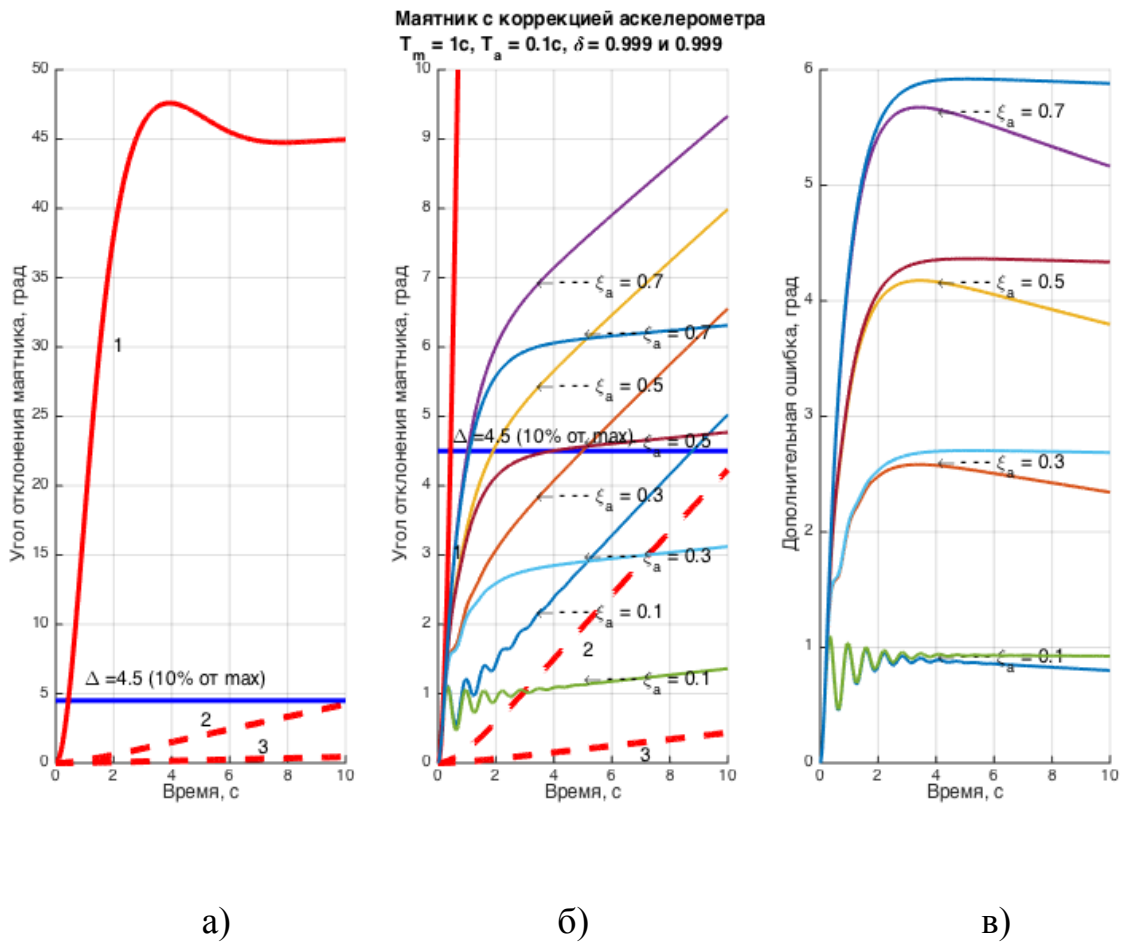


Рис. 5 – Выходной сигнал маятника при учете динамики акселерометра при

$$\omega_A/\omega_M = 10$$

На рис. 5,а и рис. 6,а кривые 1, 2 и 3 (пунктирная линия) характеризуют поведение нескорректированного маятника – 1 и поведение скорректированного маятника – 2 ( $\delta = 0,99$ ) и 3 ( $\delta = 0,999$ ) с безынерционным акселерометром.

На рис. 5,б и 6,б представлены графики поведения скорректированного маятника с учетом динамики акселерометра для  $\xi_A = 0,1 \div 0,7$ .

На рис. 5,в и 6,в представлены графики зависимости дополнительных погрешностей, обусловленных динамикой акселерометров. Видно, что погрешности заметно снижаются при возрастании отношения  $\omega_A/\omega_M$  и снижении относительного коэффициента демпфирования акселерометра  $\xi_A$ .



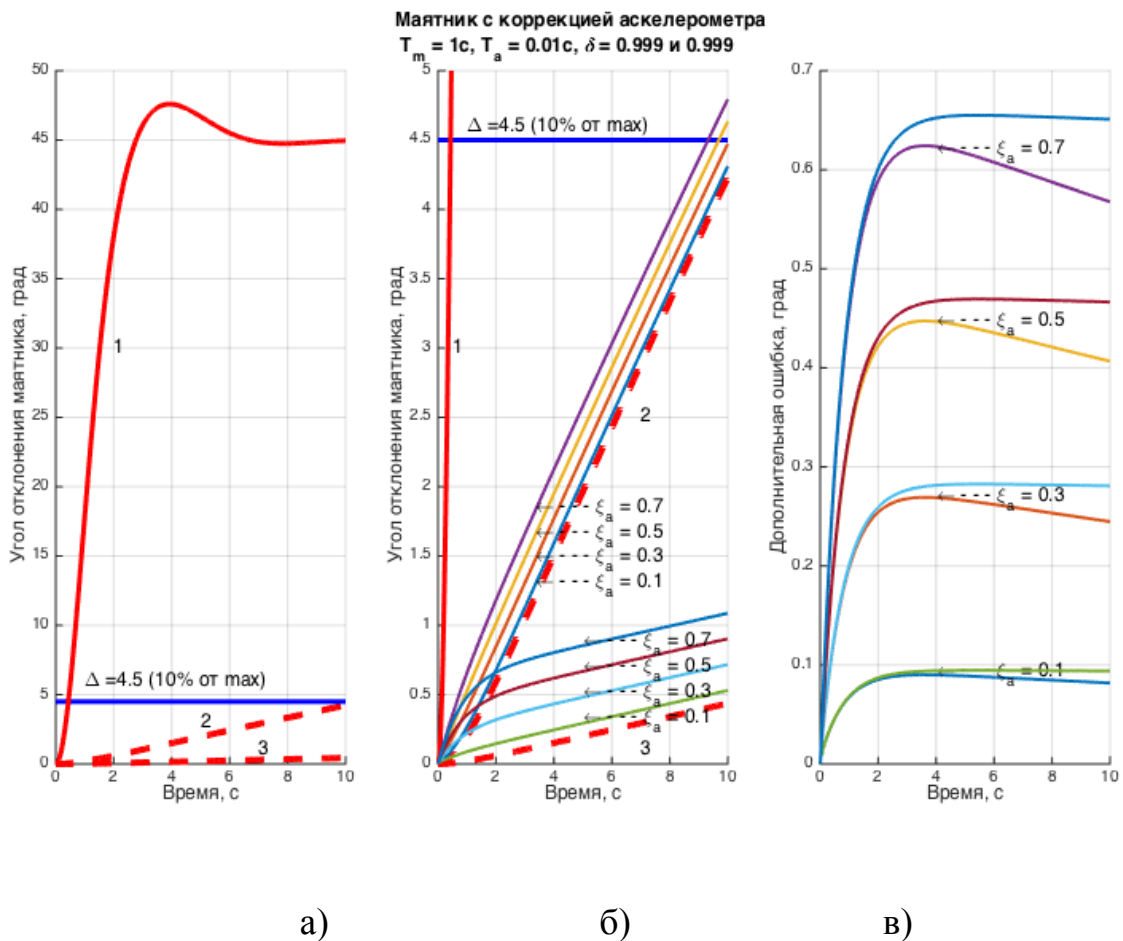


Рис. 6 – Выходной сигнал маятника при учете динамики акселерометра при

$$\omega_A/\omega_M = 100$$

Максимальная дополнительная ошибка при  $\xi_A = 0,7$  и не превышает по абсолютной величине 6 градусов при  $\omega_A/\omega_M = 10$  и 0,65 градуса при  $\omega_A/\omega_M = 100$ .

Данный вариант не уменьшает статическое отклонение от вертикали, но значительно увеличивает постоянную времени, в зависимости от глубины компенсации, и значительно снижает скорость нарастания отклонения, что может быть использовано для ряда технических приложений. Видно, что, при допустимой относительной погрешности вертикали  $\Delta < 4,5$  градуса, что составляет 10% от установившегося значения нескорректированного маятника, равного 45 градусов

при воздействии ускорения  $1g$ , время, в течение которого отклонение маятника не превысит допустимого уровня в зависимости от обозначенных значений  $\delta = 0,99 - 0,999$  при разумном выборе  $\xi_A$  может составить более 10 с.

## 2.2 Базовая структура с дополнительной коррекцией по выходному сигналу

Одновременное использование акселерометра и обратной связи по выходному сигналу (варианты комбинации структур 1 и 2 по рис. 2).

На рис. 7 представлена структурная схема маятника с такой комбинацией корректирующих элементов. Здесь приняты допущения, аналогичные предыдущему варианту  $W_A(s)/K_A = 1$  при  $s = 0$ .

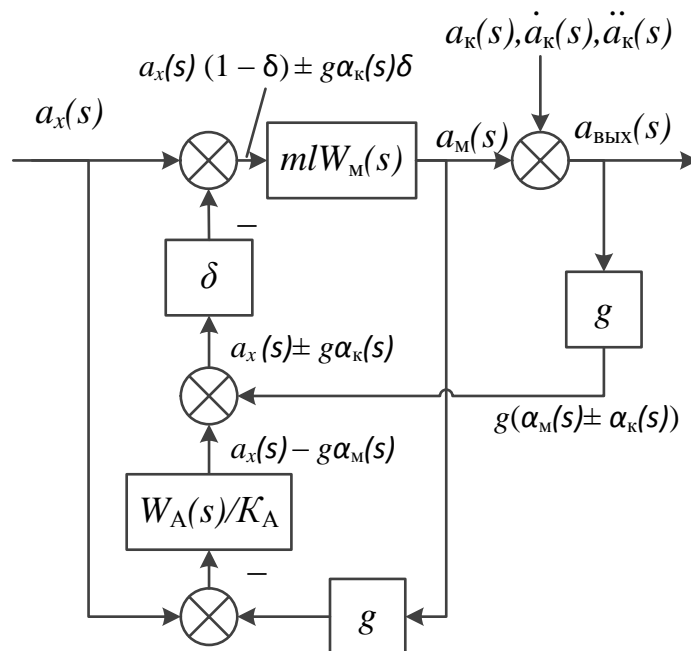


Рис. 7 – Базовая структура с ОС по выходному углу  $\alpha_{\text{ВЫХ}}(s)$

В соответствии с рис. 7 для угла  $\alpha_M(s)$  отклонения маятника получим следующее выражение для угла отклонения маятника:

$$\alpha_m(s) = \frac{mlW_m(s)(a_x(1 - \delta W_A(s)/K_A) \pm \delta g \alpha_k(s))}{1 - \delta g mlW_m(s)W_A(s)/K_A + \delta g mlW_m(s)} \quad (3)$$

На рис. 8 представлена структура имитационной модели для контуров 1 и 2 в среде *Matlab – Simulink* с теми же параметрами маятника и акселерометра, моделирование проводилось в отсутствии угла поворота корпуса относительно вертикали.

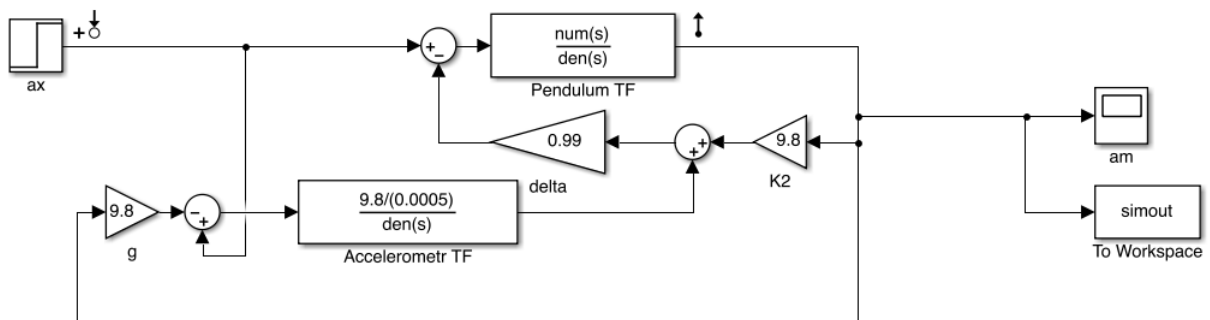


Рис. 8 – Структура имитационной модели для контура 1 и 2 в среде *Matlab – Simulink* с учетом динамики акселерометра.

На рис. 8 *Pendulum TF* – передаточная функция маятника; *Accelerometer TF* – передаточная функция акселерометра;  $K_2$  – коэффициент усиления по углу отклонения маятника от вертикали; *delta* –  $\delta$  (уровень корректирующего сигнала);  $g$  – ускорение силы тяжести;  $a_x$  – горизонтальное ускорение основания;  $\alpha_m$  – угол отклонения маятника от вертикали места.

На рис. 9 - 10 представлены результаты моделирования при тех же условиях, что и в предыдущем варианте.

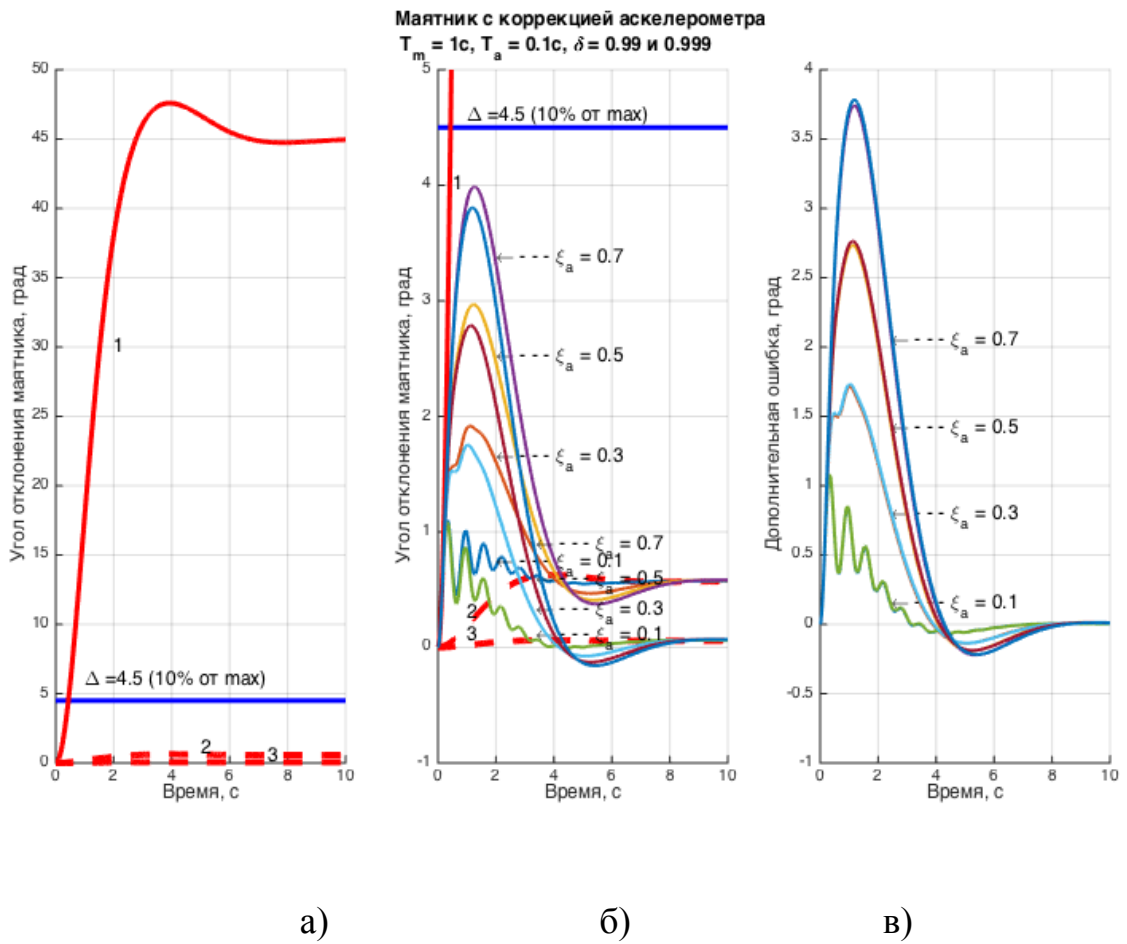


Рис. 9 – Характеристики ПВ при  $\omega_A/\omega_M = 10$  при  $\alpha_k = 0$

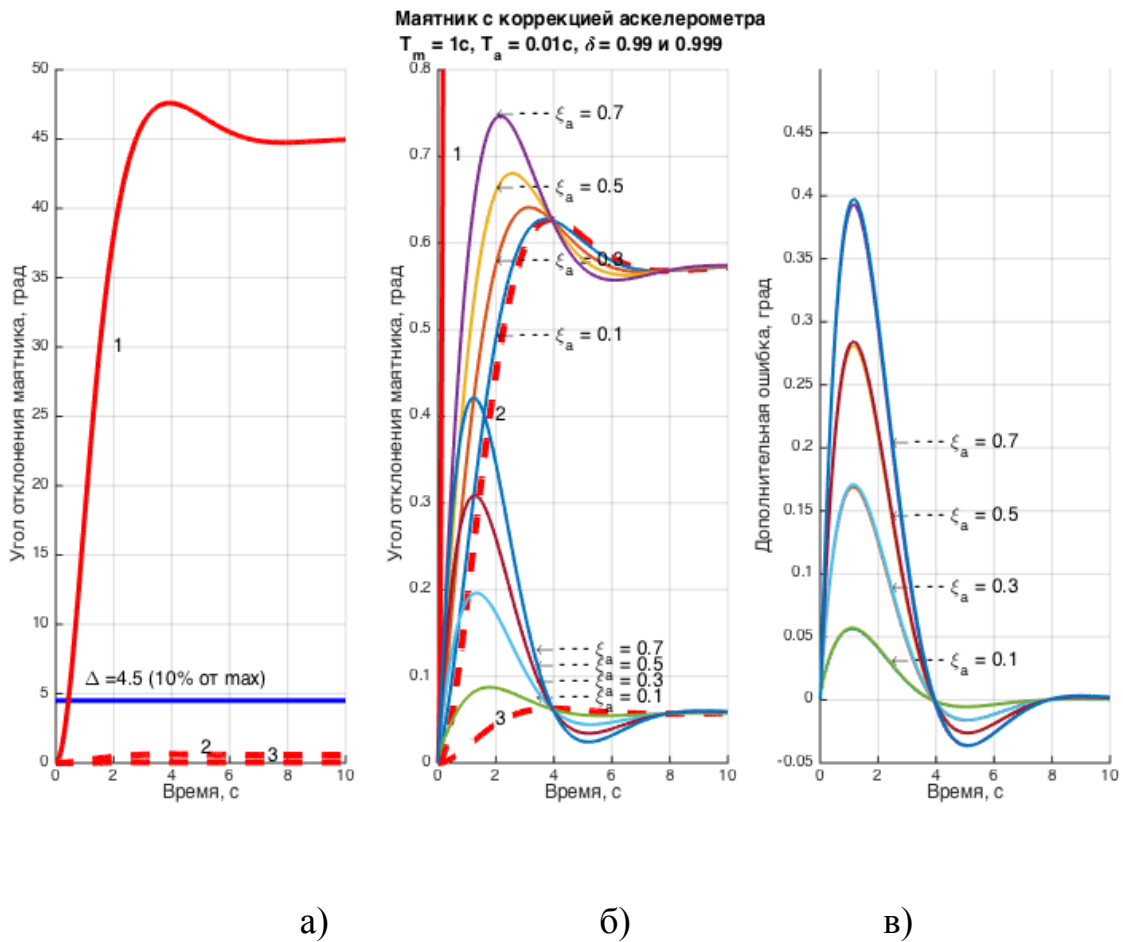


Рис. 10 – Характеристики ПВ при  $\omega_A/\omega_M = 100$  при  $\alpha_k = 0$

На рис. 9,а и 10,а кривые 1 относятся к поведению некорректированного маятника, а кривые – 2 ( $\delta = 0,99$ ) и 3 ( $\delta = 0,999$ ) с безынерционным акселерометром.

На рис. 9,б и 10,б представлены графики поведения скорректированного маятника с учетом динамики акселерометра для  $\xi_A = 0,1 \div 0,7$ .

На рис. 9,в и 10,в представлены графики дополнительных отклонений ПВ от уровня ПВ с безынерционным акселерометром, в зависимости от соотношения динамических характеристик  $\omega_A/\omega_M$  акселерометра и маятника, и относительного коэффициента  $\xi_A$ .

Максимальная дополнительная ошибка при  $\xi_A = 0,7$  и не превышает по абсолютной величине 3,7 градуса при  $\omega_A/\omega_M = 10$  и 0,4 градуса при  $\omega_A/\omega_M = 100$ . Но

только при отсутствии угловых отклонений основания от плоскости горизонта, т.е. при  $\alpha_k = 0$ . В таком варианте применения маятник в качестве построителя вертикали становится квазибезвозмущаемым с допустимой по условиям применения отклонением.

При наличии углов отклонения ЛА по углам крена или тангажа  $\alpha_k \neq 0$  в соответствии с выражением (3) маятник из-за наличия в сигнале коррекции составляющей  $g\delta\alpha_k$  будет «следовать» за корпусом. Такой режим неприемлем. Необходимо исключить такую возможность.

### **2.3 Построитель вертикали по структурной схеме рис.2**

При наличии допущений, принятых ранее, трансформированная структурная схема ПВ по рис. 2 может быть представлена на рис. 11. Источником информации об угловом движении корпуса может служить ДУС или датчик угловых ускорений - ДУУ. Как и в ранее представленных случаях выполняется условие:  $W_A(s)/K_A = 1$  при  $s = 0$ ,  $K_3K_2 = g$ ,  $K_{дус}K_3 = g$ .

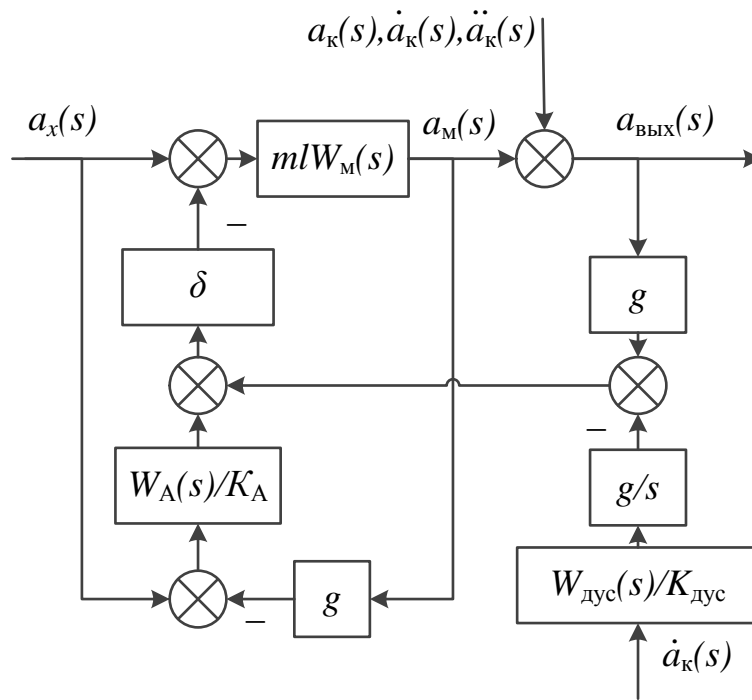


Рис. 11 – Структурная схема маятникового построителя вертикали

В соответствии с (1) и рис. 11, выражение для угла отклонения маятника от вертикали места представим в виде.

$$\alpha_M(s) = \frac{mlW_M(s)(a_x(1 - \delta W_A(s)/K_A) - \delta g \alpha_k(s) + \delta g \dot{\alpha}_k(s) W_{\text{дус}}(s)/s)}{1 - \delta g ml W_M(s) W_A(s)/K_A + \delta g ml W_M(s)} \quad (4)$$

На рис. 12 представлена имитационная модель, соответствующая выражению (4) в среде *Matlab – Simulink* с теми же параметрами маятника и акселерометра, при  $\omega_{\text{дус}}/\omega_M = 100$ ,  $\xi_{\text{дус}} = 0,1$ .

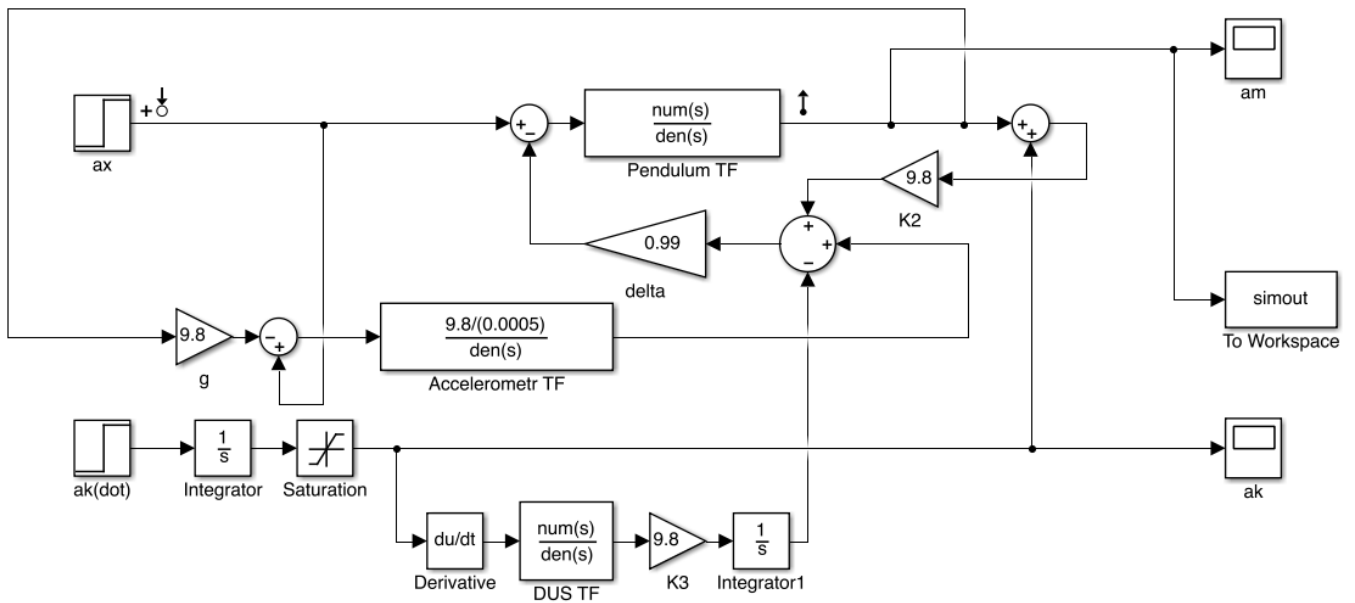


Рис. 12 – Структура имитационной модели для контура в соответствии с рис. 10 и соотношением (4) в среде *Matlab – Simulink* с учетом динамики акселерометра и ДУС

На рис. 13-14 представлены результаты моделирования при вариации динамических отношения собственных частот недемпфированных колебаний акселерометра и маятника  $P_1 = \omega_A/\omega_M = 10, 100$  и изменения  $\xi_A$  от 0,1 до 0,7, при угловой скорости отклонения корпуса 4,5 градусов/с (горизонтальное ускорение  $1g$ ),  $\omega_{ДУС}/\omega_M = 100, \xi_{ДУС} = 0,1$ .



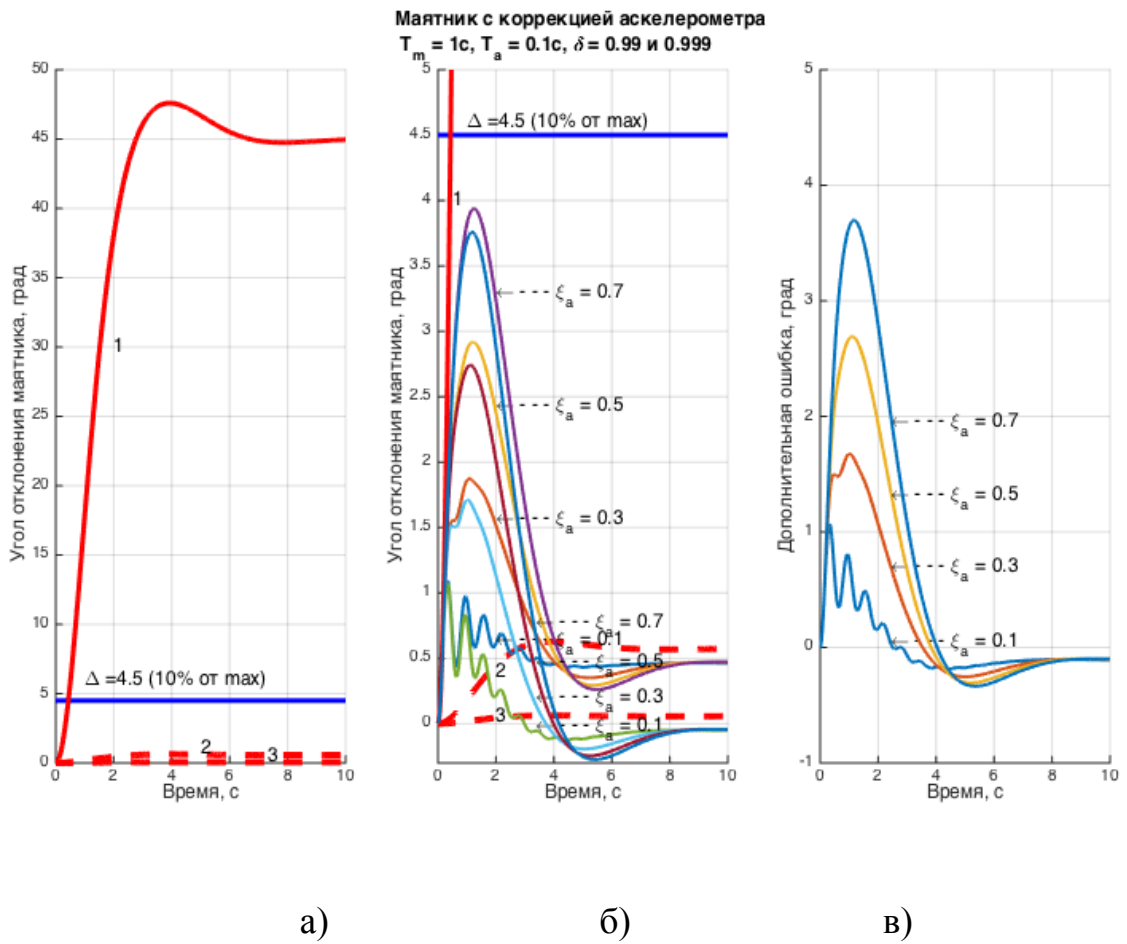


Рис. 13 – Выходной сигнал маятника при учете динамики акселерометра при

$$\omega_A/\omega_M = 10$$

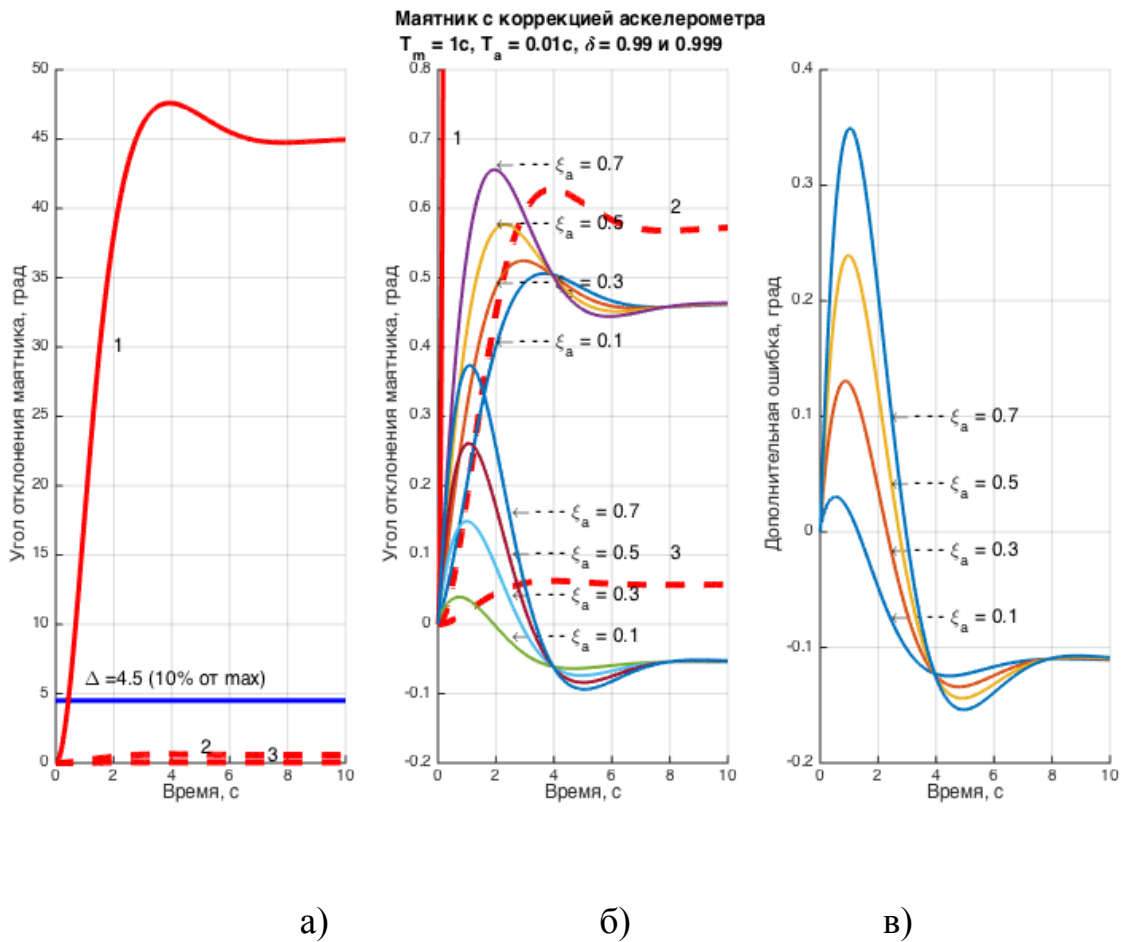


Рис. 14 – Выходной сигнал маятника при учете динамики акселерометра при

$$\omega_A/\omega_M = 100$$

На рис. 13,а и 14,а кривые 1 относятся к поведению некорректированного маятника, а кривые – 2 ( $\delta = 0,99$ ) и 3 ( $\delta = 0,999$ ) с безынерционным акселерометром.

На рис. 13,б и 14,б представлены графики поведения скорректированного маятника с учетом динамики акселерометра для  $\xi_A = 0,1 \div 0,7$ .

На рис. 13,в и 14,в представлены графики дополнительных отклонений ПВ от уровня ПВ с безынерционным акселерометром, в зависимости от соотношения динамических характеристик  $\omega_A/\omega_M$  акселерометра и маятника, и относительного коэффициента  $\xi_A$ .

Максимальная дополнительная ошибка при  $\xi_A = 0,7$  и не превышает по абсолютной величине 3,6 градуса при  $\omega_A/\omega_M = 10$  и 0,35 градуса при  $\omega_A/\omega_M = 100$ .

Можно убедиться, что для рассматриваемого случая имитационного моделирования при ускорении  $1g$  при котором некорректированный маятник устанавливается по кажущийся вертикали на 45 градусов уходящей от местной вертикали, а отклонение корректируемого маятника от вертикали с учетом реальной динамики корректирующих устройств не превосходит: при  $P_1 = 10$ ,  $\xi_A = 0,7$  и  $\delta = 0,99 - 3,9$  градуса, а при  $P_1 = 100$ ,  $\xi_A = 0,7$  и  $\delta = 0,99 - 0,65$  градуса.

## **Выводы**

Проведенное исследование убеждает в реальности создания такого построителя вертикали для различных вариантов объектов, условий применения и функционального назначения. В частности, в качестве резервного авиагоризонта, в первую очередь для БПЛА, устройства для коррекции БИНС [4] на объектах разного назначения или в качестве самостоятельного формирования горизонтальных каналов ИНС, при условии использования одно или двухкомпонентных следящих корпусов.

В качестве элементной базы могут быть использованы стандартные узлы: маятники, акселерометры, ДУС-ы, как макро, так и микро исполнения в зависимости от требуемой точности и массогабаритных и энергетических ограничений.

Представляет интерес возможность создания построителя вертикали на этой основе в виде моноблочной конструкции, выполненной на однотипной по конструкции и технологии корректирующих элементов, например, выполненных с использованием кварцевого стекла в качестве основного конструкционного материала основных функционально необходимых элементов [5,6].

### **Библиографический список**

1. Мельников В. Е., Мельникова Е.Н., Черноморский А.И., Гончаренко Г.Г. Датчики инерциальных систем. – М.: МАИ-Принт, 2011. – 354 с.
2. Мельникова Е.Н., Мельников В.Е. Маятниковый индикатор вертикали // Авиакосмическое приборостроение. 2006. № 1. С. 12 – 19.
3. Ишлинский А.Ю. Механика относительного движения и силы инерции. – М.: Наука, 1981. – 191 с.
4. Пронькин А.Н., Кузнецов И.М., Веремеенко К.К. Интегрированная навигационная система БПЛА: структура и исследование характеристик // Труды МАИ, 2010, №41: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=23811>
5. Мельников В.Е. Электромеханические преобразователи на базе кварцевого стекла. – М.: Машиностроение, 1984. – 159 с.
6. Мельников В.Е. Основы расчета статических и динамических характеристик кварцевых акселерометров: Учеб. пособие. - М.: МАИ, 1982. - 51 с.