

Научная статья  
УДК 629.786.2:621.396.677:534.1  
DOI: [10.34759/trd-2022-125-12](https://doi.org/10.34759/trd-2022-125-12)

## РАСЧЁТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ МЕТОД УЧЁТА СИСТЕМЫ ОБЕЗВЕШИВАНИЯ ПРИ АНАЛИЗЕ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ И ФОРМ КОЛЕБАНИЙ

Владимир Васильевич Герасимчук<sup>1</sup>, Александр Владимирович Жиряков<sup>2</sup>,  
Дмитрий Александрович Кузнецов<sup>3</sup>, Пётр Павлович Телепнев<sup>4</sup>

<sup>1,2,3,4</sup>Научно-производственное объединение им. С.А. Лавочкина,  
Московская область, Химки, Россия

<sup>1</sup>[gerasimchuk@laspacespace.ru](mailto:gerasimchuk@laspacespace.ru)

<sup>2</sup>[dep127180@laspacespace.ru](mailto:dep127180@laspacespace.ru)

<sup>3</sup>[kuznetsovda@laspacespace.ru](mailto:kuznetsovda@laspacespace.ru)

<sup>4</sup>[telepnev@laspacespace.ru](mailto:telepnev@laspacespace.ru)

**Аннотация.** Представлен расчётно-экспериментальный метод учёта системы обезвешивания при анализе динамического поведения осцилляторов космического аппарата. Рассмотрены практические и теоретические приёмы коррекции конечно-элементных моделей с использованием данных экспериментального исследования. Испытания осуществлялись методом свободных колебаний для определения собственных частот и декрементов затуханий изделия, расчётный модальный анализ проведён методом конечных элементов с использованием пакета Femap with

NX Nastran. По результатам натурального определения собственных частот и форм колебаний конструкции, на примере двух осцилляторов - крыла панели солнечной батареи и штанги для выноса научной аппаратуры - выполнены коррекция конечно-элементных моделей и оценка адекватности (проверка соответствия модели реальной системе) динамической схемы космического аппарата с учётом влияния системы обезвешивания.

**Ключевые слова:** собственная частота колебаний, батарея солнечная, динамическая схема, космический аппарат

**Для цитирования:** Герасимчук В.В., Жиряков А.В., Кузнецов Д.А., Телепнев П.П.

Расчётно-экспериментальный метод учёта системы обезвешивания при анализе собственных частот и форм колебаний // Труды МАИ. 2022. № 125. DOI: [10.34759/trd-2022-125-12](https://doi.org/10.34759/trd-2022-125-12)

Original article

## COMPUTATIONAL AND EXPERIMENTAL METHOD OF ACCOUNTING FOR THE DEWATERING SYSTEM IN THE ANALYSIS OF NATURAL FREQUENCIES AND WAVEFORMS

Vladimir V. Gerasimchuk<sup>1</sup>, Alexander V. Zhiryakov<sup>2</sup>,

Dmitry A. Kuznetsov<sup>3</sup>, Pyotr P. Telepnev<sup>4</sup>

Lavochkin Research and Production Association, NPO Lavochkin,  
Khimki, Moscow region, Russia

<sup>1</sup>[gerasimchuk@laspace.ru](mailto:gerasimchuk@laspace.ru)

<sup>2</sup>[dep127180@laspace.ru](mailto:dep127180@laspace.ru)

<sup>3</sup>[kuznetsovda@laspace.ru](mailto:kuznetsovda@laspace.ru)

<sup>4</sup>[telepnev@lasp.space.ru](mailto:telepnev@lasp.space.ru)

**Abstract.** The article is devoted to the issue of ensuring the adequacy of the developed finite element models of oscillators to real samples of the spacecraft. In the computational and experimental method, the correction of KE models of dynamic systems minimizes the difference in values between the target characteristics of the real design and the computational model. The main stages of the method are:

1. Development of a low-frequency dynamic circuit and finite element models of oscillators.
2. Modal analysis of finite element models in order to determine the frequencies and forms of natural oscillations of oscillators.

3. Experimental studies, for example, by the method of free oscillations to determine the natural frequencies and attenuation decrements of the product, in which a dewatering system is used to reproduce conditions identical to flight conditions.

4. Verification of the adequacy of the developed finite element models to the test results. To do this, the model introduces additional reduced stiffness in the attachment points of the dewatering system.

5. Correction (if necessary, for example, if the discrepancies between the values of the target characteristics of the simulation and the test results exceed 10...15%) of finite element models of a dynamic system by converting the original stiffness matrix by adding members of the stiffness matrix of the correcting finite element model.

6. Refinement of the frequency spectrum of natural vibrations of the structure after the exclusion of elements of the dewatering system from the model.

The computational and experimental method of accounting for the dewatering system in the analysis of natural frequencies and waveforms allows us to obtain an adjusted model

fully suitable for further development of spacecraft control algorithms on a system (dynamic circuit) as close as possible to the real one.

Using the example of two oscillators - a solar panel wing and a rod for carrying out scientific equipment – the article demonstrates practical and theoretical techniques for correcting finite element models using experimental research data.

Based on the results of the full-scale determination of the natural frequencies and vibration patterns of the structure, the correction of finite element models developed using the Femap with NX Nastran package was carried out, and the adequacy assessment (verification of the correspondence of the model to the real system) of the dynamic circuit of the spacecraft, taking into account the influence of the dewatering system. The achieved difference between the target characteristics of the real design and the calculated model was less than 9%.

**Keywords:** natural oscillation frequency, solar battery, dynamic circuit, spacecraft

**For citation:** Gerasimchuk V.V., Zhiryakov A.V., Kuznetsov D.A., Telepnev P.P. Computational and experimental method of accounting for the dewatering system in the analysis of natural frequencies and waveforms. *Trudy MAI*, 2022, no. 125, DOI: [10.34759/trd-2022-125-12](https://doi.org/10.34759/trd-2022-125-12)

При отработке алгоритмов управления космическим аппаратом (КА) [1] и настройке коэффициентов его системы управления [2] применяется динамическая схема, представляющая собой систему дифференциальных уравнений, описывающих пространственное движение КА относительно опорной траектории с учётом

колебаний упругих элементов конструкции и жидкого топлива в баках [3]. Под упругими элементами конструкции КА будем понимать элементы, которые определяют низкочастотные спектральные свойства системы: это солнечные батареи, антенны, различные штанги и траверсы, имеющие собственные частоты в диапазоне до 10 Гц (так называемые «осцилляторы») [4]. Среди методов решения дифференциальных уравнений [5] широкое распространение получил метод конечных элементов – когда область поиска решения разбивается на конечное количество элементов, в каждом из элементов произвольно выбирается вид аппроксимирующей функции, в узлах элементов задаются граничные условия, в результате, задача сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений одним из известных методов. Для создания конечно-элементных моделей (КЭ-моделей) осцилляторов и для расчёта их динамических характеристик используется программный комплекс, например, NX NASTRAN [6].

Проверку адекватности (соответствия) КЭ-модели реальной динамической системе осуществляют в ходе испытаний реального образца конструкции оценкой близости результатов расчётов экспериментальным данным [7], корректируя, при необходимости, модель. Отличительной особенностью при проверке на адекватность КЭ-моделей осцилляторов КА является необходимость имитации в наземных условиях состояния орбитального полёта КА [8]. Для этих целей в эксперименте применяют систему обезвешивания [9], и проверку соответствия модели тогда необходимо проводить, учитывая воздействия от неё на колебательный контур, вводя дополнительные приведённые жёсткости в КЭ-модель при частотном анализе [10].

Следует учесть, что погрешность описания механических свойств реальной конструкции методом конечных элементов может быть обусловлена особенностями моделирования узлов сопряжения и описание нелинейного поведения таких узлов посредством построения нелинейной КЭ-модели в ряде случаев может повлечь погрешности при моделировании [11]. Для устранения погрешностей моделирования, обусловленных дискретизацией модели, неточностью задания свойств материалов, геометрических параметров и граничных условий также требуется коррекция КЭ-моделей.

Как правило, методы коррекции сводятся к итерационной процедуре коррекции параметров КЭ-модели. В основе этих методов лежит минимизация разницы между ключевыми характеристиками реальной конструкции и параметрами КЭ-модели. В качестве таких параметров могут выступать, например, частоты собственных колебаний или/и отклик конструкции на динамическое воздействие [12].

В данной работе предлагается к рассмотрению расчётно-экспериментальный метод учёта системы обезвешивания при анализе собственных частот и форм колебаний.

### **Постановка задачи коррекции**

Пусть задана конечно-элементная модель исследуемого объекта в виде матрицы жёсткости  $\mathbf{C}$  и матрицы масс  $\mathbf{M}$ . Тогда собственные числа  $\omega^2=(2\pi f)^2$  (где  $f$  – частота собственных колебаний) и формы колебаний  $\mathbf{Y}$  определяются из решения обобщённой проблемы собственных значений

$$(\mathbf{C} - \omega^2 \cdot \mathbf{M}) \cdot \mathbf{Y} = 0.$$

Требуется осуществить коррекцию динамических свойств КЭ-модели путём добавления матрицы жёсткости корректирующей КЭ-модели  $\Delta C$  к исходной матрице  $C$ . Жёсткость каждого такого элемента будет являться параметром коррекции, подлежащим определению из решения задачи безусловной минимизации целевой функции. Т.е. в результате коррекции необходимо найти такую  $\Delta C^*$ , чтобы достигнуть целевого значения  $\omega^{2*}$  при решении следующей обобщённой проблемы:  $[(C + \Delta C^*) - \omega^{2*} \cdot M] \cdot Y^* = 0$ .

### **Динамическая схема КА**

В низкочастотной динамической схеме изделие считается состоящим из корпуса, рассматриваемого как абсолютно твёрдое тело, и упругих осцилляторов: например, крыльев солнечных батарей (СБ) и штанги для размещения измерительного прибора (рисунок 1). Для данных видов осцилляторов динамическая схема КА как система дифференциальных уравнений, описывающих пространственное движение изделия с учётом упругих колебаний низкочастотных осцилляторов [13], примет следующий вид:

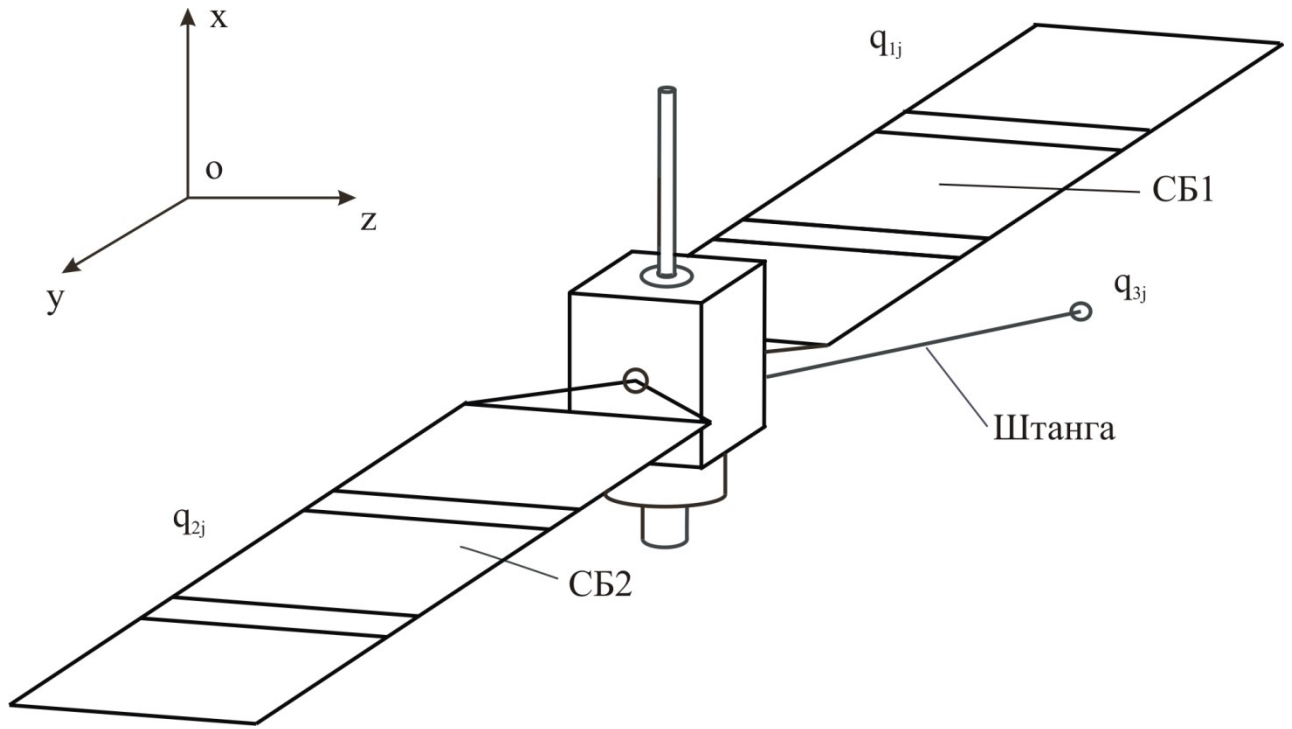


рисунок 1 – Схема космического аппарата

## Корпус КА

$$m\dot{V}_x + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_i} (a_{xij} \sin \gamma_i + a_{zij} \sin \gamma_i) \ddot{q}_{ij} + \sum_{j=1}^{n_3} a_{x3j} \ddot{q}_{3j} = R_x - R_1^{\text{имп}} \cos \gamma_1 - R_2^{\text{имп}} \cos \gamma_2;$$

$$m\dot{V}_y + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^{n_i} a_{yij} \ddot{q}_{ij} = R_y;$$

$$m\dot{V}_z + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_i} (-a_{xij} \sin \gamma_i + a_{zij} \cos \gamma_i) \ddot{q}_{ij} + \sum_{j=1}^{n_3} a_{z3j} \ddot{q}_{3j} = R_z + R_1^{\text{имп}} \sin \gamma_1 + R_2^{\text{имп}} \sin \gamma_2;$$

$$\begin{aligned} & I_{xx} \dot{\omega}_x - I_{xy} \dot{\omega}_y - I_{xz} \dot{\omega}_z + (I_{zz} - I_{yy}) \omega_z \omega_y + I_{yz} (\omega_z^2 - \omega_y^2) + I_{xy} \omega_x \omega_z - I_{zx} \omega_x \omega_y + \\ & + \dot{H}_x + H_z \omega_y - H_y \omega_z + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_i} (b_{xij} \cos \gamma_i + b_{zij} \sin \gamma_i) \ddot{q}_{ij} + \sum_{j=1}^{n_3} b_{x3j} \ddot{q}_{3j} = \\ & = M_x + R_1^{\text{имп}} y_{n1} \sin \gamma_1 + R_2^{\text{имп}} y_{n2} \sin \gamma_2; \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
& I_{yy} \dot{\omega}_y - I_{xy} \dot{\omega}_x - I_{yz} \dot{\omega}_z + (I_{xx} - I_{zz}) \omega_x \omega_z + I_{xz} (\omega_x^2 - \omega_z^2) - I_{xy} \omega_y \omega_z + I_{zy} \omega_x \omega_y + \\
& + \dot{H}_y + H_x \omega_z - H_z \omega_x + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_i} [\bar{b}_{yij} - z_{ni} (a_{xij} \cos \gamma_i + a_{zij} \sin \gamma_i) + x_{ni} (-a_{xij} \sin \gamma_i + a_{zij} \cos \gamma_i)] \ddot{q}_{ij} + \\
& + \sum_{j=1}^{n_3} b_{y3j} \ddot{q}_{3j} = M_y - M_{\Pi 1} + M_{\Pi 2} - R_1^{\text{имп}} x_{n1} \sin \gamma_1 - R_2^{\text{имп}} x_{n2} \sin \gamma_2 - R_1^{\text{имп}} z_{n1} \cos \gamma_1 - R_2^{\text{имп}} z_{n2} \cos \gamma_2;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& I_{zz} \dot{\omega}_z - I_{xz} \dot{\omega}_x - I_{zy} \dot{\omega}_y + (I_{yy} - I_{xx}) \omega_x \omega_y + I_{xy} (\omega_y^2 - \omega_x^2) + I_{xz} \omega_y \omega_z - I_{yz} \omega_x \omega_z + \\
& + \dot{H}_z + H_y \omega_x - H_x \omega_y + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{n_i} (-b_{xij} \sin \gamma_i + b_{zij} \cos \gamma_i) \ddot{q}_{ij} + \sum_{j=1}^{n_3} b_{z3j} \ddot{q}_{3j} = \\
& = M_z + R_1^{\text{имп}} y_{n1} \cos \gamma_1 + R_2^{\text{имп}} y_{n2} \cos \gamma_2
\end{aligned}$$

## Панель СБ1

$$\begin{aligned}
& A(\ddot{q}_{1j} + \varepsilon_{1j} \dot{q}_{1j} + \omega_{1j}^2 q_{1j}) + (b_{x1j} \cos \gamma_1 + b_{z1j} \sin \gamma_1) \dot{\omega}_x + \\
& + b_{y1j} \dot{\omega}_y + (-b_{x1j} \sin \gamma_1 + b_{z1j} \cos \gamma_1) \dot{\omega}_z + (a_{x1j} \cos \gamma_1 + a_{z1j} \sin \gamma_1) \dot{V}_x + \quad j = 1, \dots, n_1; \\
& + a_{y1j} \dot{V}_y + (-a_{x1j} \sin \gamma_1 + a_{z1j} \cos \gamma_1) \dot{V}_z = a_{q_1 M_{\Pi 1}} M_{\Pi 1},
\end{aligned}$$

## Панель СБ2

$$\begin{aligned}
& A(\ddot{q}_{2j} + \varepsilon_{2j} \dot{q}_{2j} + \omega_{2j}^2 q_{2j}) + (b_{x2j} \cos \gamma_2 + b_{z2j} \sin \gamma_2) \dot{\omega}_x + \\
& + b_{y2j} \dot{\omega}_y + (-b_{x2j} \sin \gamma_2 + b_{z2j} \cos \gamma_2) \dot{\omega}_z + (a_{x2j} \cos \gamma_2 + a_{z2j} \sin \gamma_2) \dot{V}_x + \quad j = 1, \dots, n_2; \\
& + a_{y2j} \dot{V}_y + (-a_{x2j} \sin \gamma_2 + a_{z2j} \cos \gamma_2) \dot{V}_z = a_{q_2 M_{\Pi 2}} M_{\Pi 2},
\end{aligned}$$

## Штанга

$$A(\ddot{q}_{3j} + \varepsilon_{3j} \dot{q}_{3j} + \omega_{3j}^2 q_{3j}) + b_{x3j} \dot{\omega}_x + b_{y3j} \dot{\omega}_y + b_{z3j} \dot{\omega}_z + a_{x3j} \dot{V}_x + a_{y3j} \dot{V}_y + a_{z3j} \dot{V}_z = 0, j = 1, \dots, n_3.$$

В уравнениях движения приняты следующие обозначения:

$m$  — масса КА;

$I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}$  — центральные осевые моменты инерции КА;

$I_{xy}, I_{xz}, I_{yz}$  — центробежные осевые моменты инерции КА;

$V_x, V_y, V_z$  — проекции линейной скорости ц.м. на связанные оси КА;

$\omega_x, \omega_y, \omega_z$  — проекции вектора абсолютной угловой скорости КА на оси связанной системы координат;

$H_x, H_y, H_z$  – кинетические моменты двигателей-маховиков;

$R_x, R_y, R_z$  – проекции внешних и внутренних возмущающих и управляющих сил на связанные оси КА;

$M_x, M_y, M_z$  – проекции внешних и внутренних возмущающих и управляющих моментов на связанные оси КА;

$R_i^{\text{инп}} = m_{\text{п}i} \ddot{\gamma}_i r_{\text{цм}i}$  – неуравновешенные инерционные силы, возникающие при вращении  $i$ -й панели СБ и обусловленные смещением ее ц.м. от оси вращения, Н;

$m_{\text{п}1}$  и  $m_{\text{п}2}$  – массы вращающихся частей панелей СБ;

$\ddot{\gamma}_i = \frac{M_{\text{п}i}}{J_{\text{СБ}i}}$  – угловое ускорение  $i$ -й панели СБ при действии момента от привода солнечной батареи;

$M_{\text{п}1}, M_{\text{п}2}$  – моменты от приводов панелей СБ, Н·м;

$r_{\text{цм}1}$  и  $r_{\text{цм}2}$  – смещение ц.м.  $i$ -й панели СБ от ее оси вращения при  $\gamma_i=0$ ;

$y_{\text{п}1}$  и  $y_{\text{п}2}$  – координаты ц.м. панелей СБ в связанной с.к., м;

$q_{ij}$  – обобщенная координата, характеризующая упругие перемещения  $i$ -го осциллятора ( $i=1, 2, 3$ ) по его  $j$ -му тону колебаний ( $j=1, \dots, n_i$ );

$n_i$  – количество учитываемых тонов упругих колебаний для  $i$ -го осциллятора;

$a_{vij}$  – коэффициент присоединенной массы, задающий влияние  $j$ -го упругого тона колебаний  $i$ -го осциллятора на поступательное перемещение ц.м. объекта в направлении оси  $v$  ( $v = x, y, z$ ) и наоборот;

$b_{vij}$  – коэффициент присоединенного момента, задающий влияние  $j$ -го упругого тона колебаний  $i$ -го осциллятора на вращательное движение объекта относительно оси  $v$  ( $v = x, y, z$ ) и наоборот;

$\varepsilon_{ij}$  – коэффициент демпфирования  $j$ -го упругого тона колебаний  $i$ -го осциллятора;

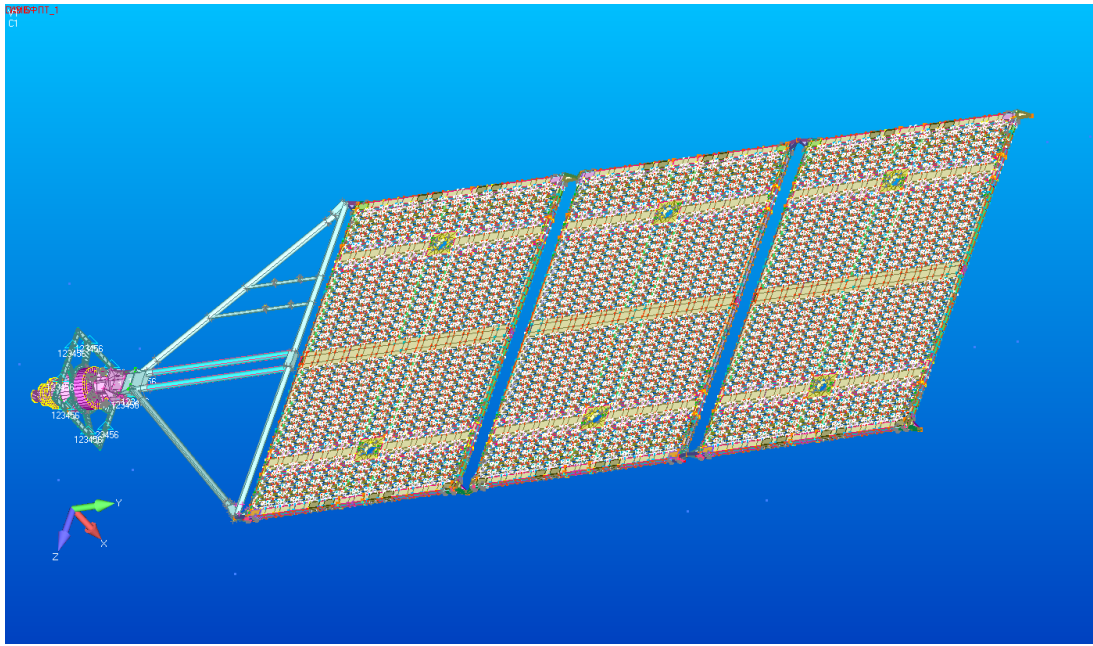
$\omega_{ij}^2$  – коэффициент жесткости осциллятора, равный значению квадрата круговой частоты колебаний  $j$ -го упругого тона колебаний  $i$ -го осциллятора;

$a_{q_1 M_{П1}}$ ,  $a_{q_2 M_{П2}}$  – коэффициенты, задающие распределение возмущения от привода по тонам упругих колебаний панелей СБ,

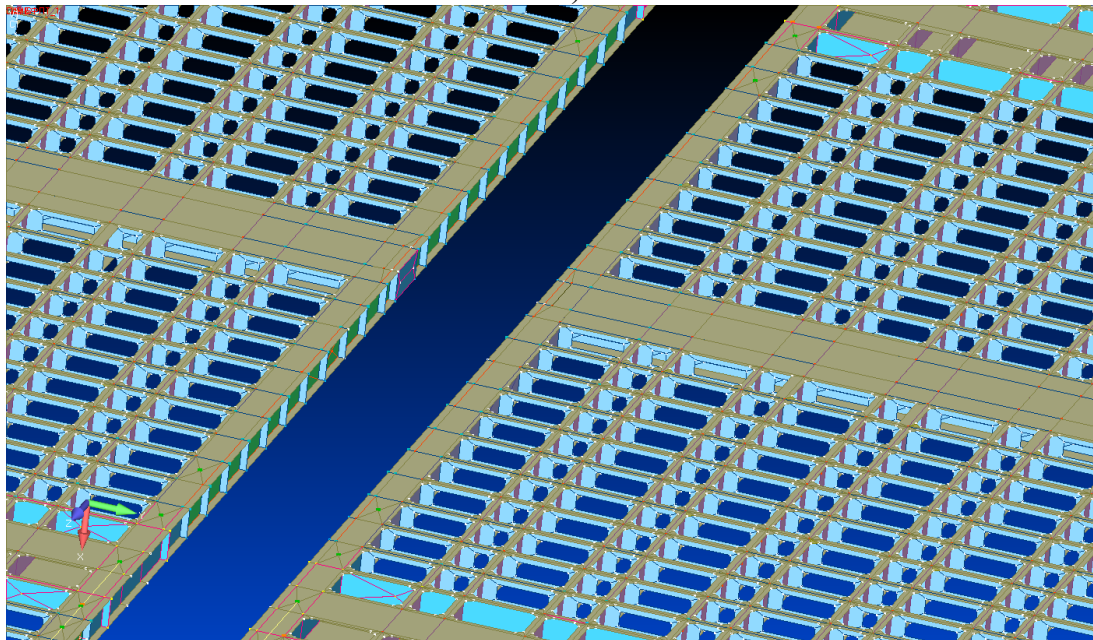
$a_{q_{ij} M_{Пi}}$ , коэффициент присоединенного момента  $i$ -й панели СБ по  $j$ -му тону колебаний, приведенный к оси вращения панели,  $a_{q_{ij} M_{Пi}} = \frac{\bar{b}_{yij}}{J_{СБ}}$ ,  $i = 1, 2$ , где  $\bar{b}_{yij}$  – коэффициент присоединенного момента  $i$ -й панели СБ по  $j$ -му тону колебаний, приведенный к оси вращения панели.

### **КЭ-модели осцилляторов**

Для осцилляторов – крыла СБ и штанги – были разработаны КЭ-модели и проведён расчёт собственных частот и форм колебаний [14] с использованием программы Femap with NX Nastran для анализа динамического поведения конструкций.



а)



б)

а) общий вид; б) укрупнённо

**рисунок 2 – КЭ модель интегрального крыла СБ**

Крыло СБ (рисунок 2) состояло из трёх створок интегральной конструкции толщиной 25 мм. Их каркас образован двумя рядами взаимно перпендикулярных ребер толщиной 0,22 мм: с шагом 41 мм по длинной стороне створки и (53 + 27) мм по короткой стороне. Толщина горизонтальных полок составляет 0,22 мм. В местах

усиления, проходящих через узлы поворота, зачекочки и по периметру створки, толщина ребер и полок составляет 0,33 мм. Материал каркаса — углеродный препрег П-4УТ-3607 (модуль Юнга  $E = 6,5 \cdot 10^{10}$  Па, коэффициент Пуассона  $\mu = 0,15$ , массовая плотность  $\gamma = 1500$  кг/м<sup>3</sup>).

В конечно-элементной модели крыла использованы элементы типа *Bar* с поперечными сечениями двух видов (рисунок 3) [15]:

1) для обычных ребер каркаса

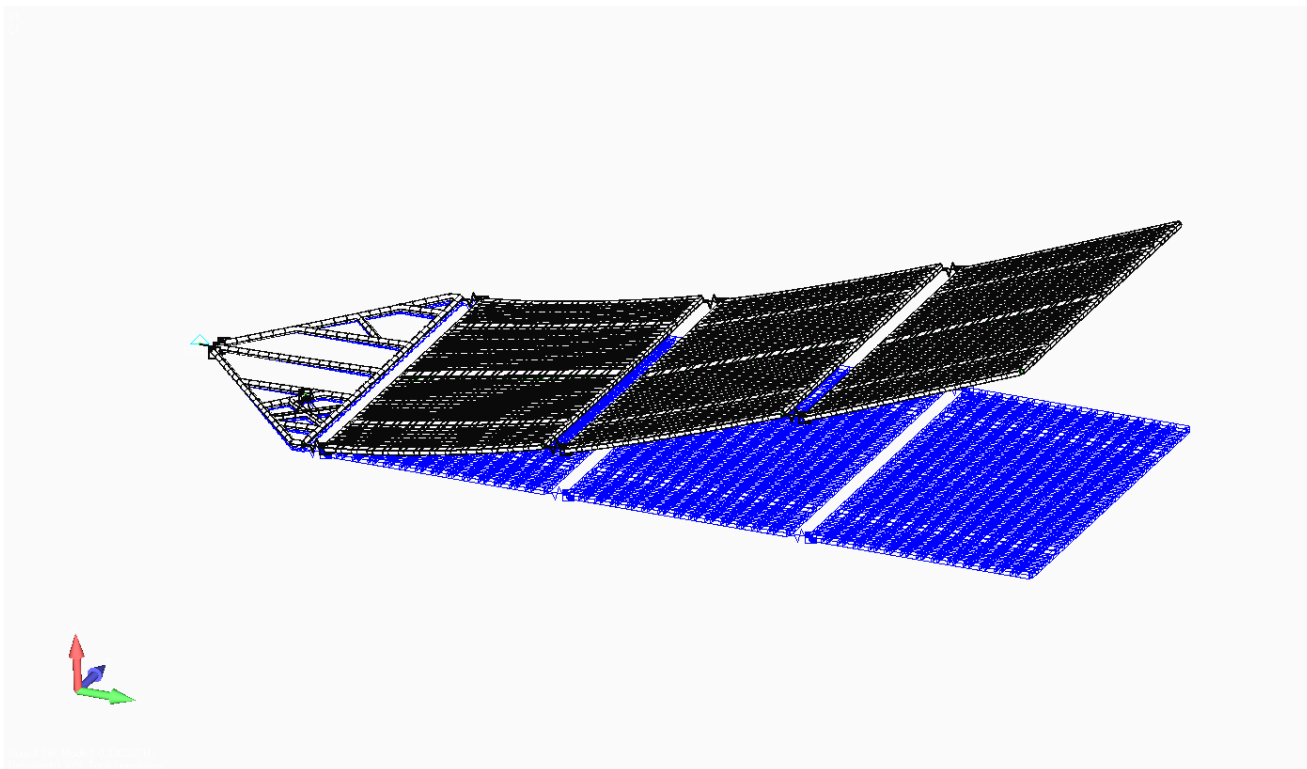
Характеристики сечения: площадь  $S = 8,04 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>; моменты инерции на изгиб  $J_1 = 7,94 \cdot 10^{-12}$  м<sup>4</sup>,  $J_2 = 6,77 \cdot 10^{-10}$  м<sup>4</sup>; на кручение  $J_{кр} = 1,35 \cdot 10^{-13}$  м<sup>4</sup>.

2) для усиленных ребер каркаса

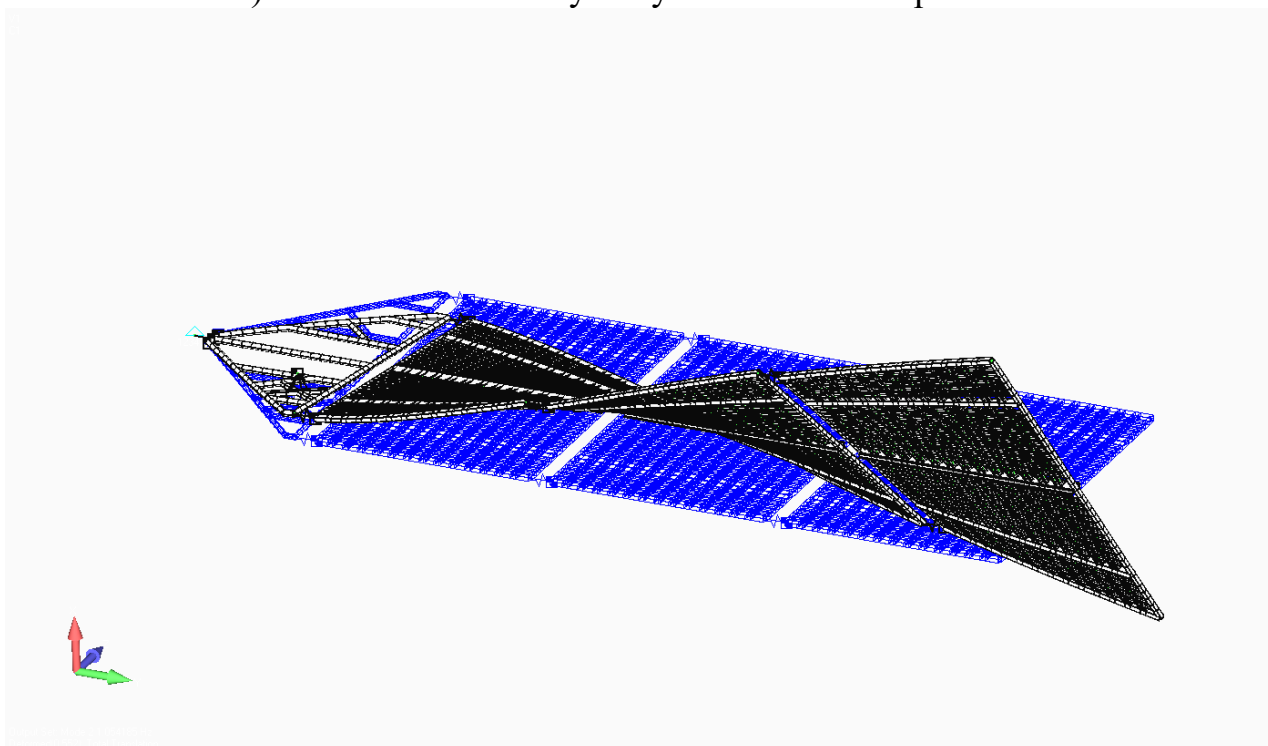
Характеристики сечения: площадь  $S = 3,59 \cdot 10^{-5}$  м<sup>2</sup>; моменты инерции на изгиб  $J_1 = 5,02 \cdot 10^{-9}$  м<sup>4</sup>,  $J_2 = 3,81 \cdot 10^{-9}$  м<sup>4</sup>; на кручение  $J_{кр} = 6,55 \cdot 10^{-9}$  м<sup>4</sup>.

Жесткость в узлах поворота створок панелей принята равной 1800 Н·м/рад (элементы типа *DOF Spring*). Масса фотоэлектрических преобразователей равномерно распределена по каркасу створок [16]. Массы узлов поворота учтены в модели сосредоточенными элементами типа *mass*.

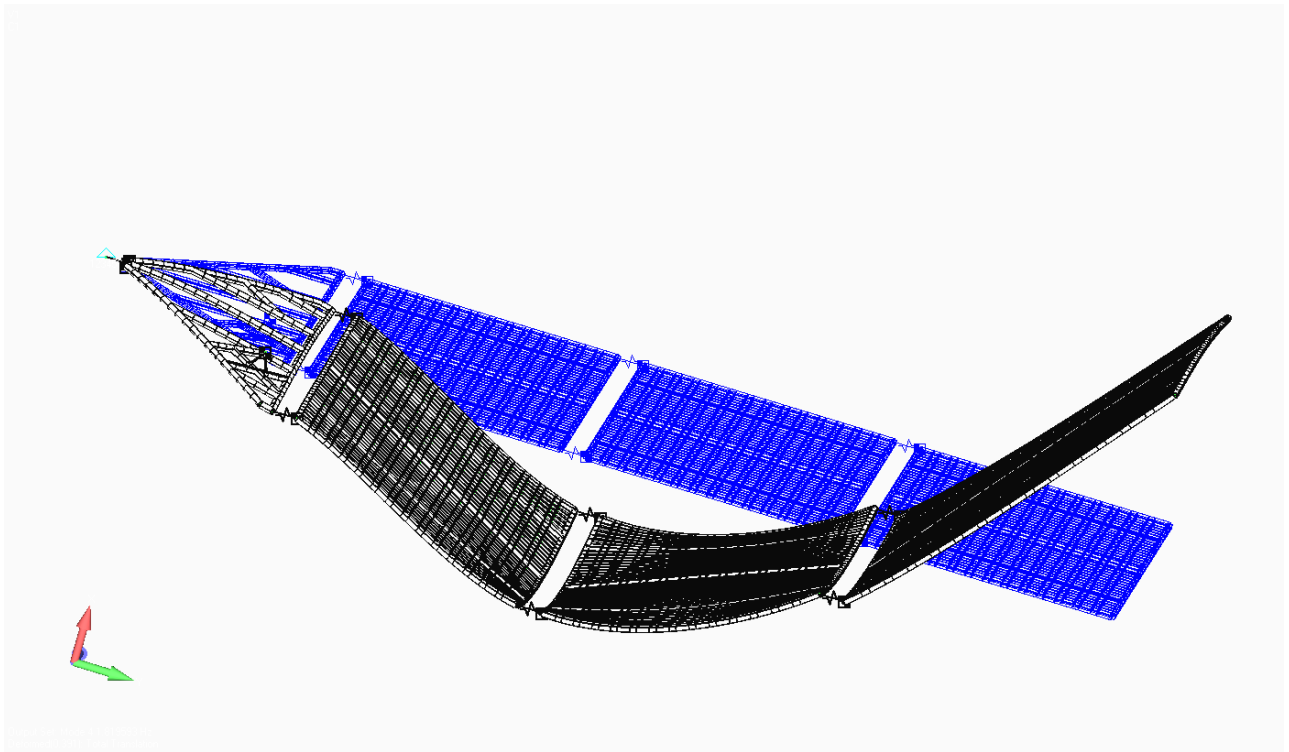
Собственные формы колебаний панели СБ представлены на рисунке 3.



а) колебания по 1-ому тону из плоскости крыла СБ



б) крутильные колебания крыла СБ



в) колебания по 2-ому тону из плоскости крыла СБ

**рисунок 3** – Собственные формы колебаний трёхстворчатой панели СБ

На КА используется трёхсекционная раскрывающаяся штанга (рисунок 4), на которой установлены два феррозондовых узла: на конце и на расстоянии 1 м от конца. Их массы (феррозондовый узел + кронштейн) составляют соответственно  $(0,53 + 0,3)$  кг и  $(0,53 + 0,27)$  кг. Штанга изготовлена из АМГ-6, поперечное сечение – труба  $\varnothing 30 \times 2$  мм. Общая масса установки штанги составляет 10,2 кг.

Штанга выноса аппаратуры моделировалась балочными элементами с сосредоточенными массами, имитирующими закрепленную на них аппаратуру [17].

Собственные формы колебаний трёхсекционной штанги, установленной по оси OZ представлены на рисунке 5.

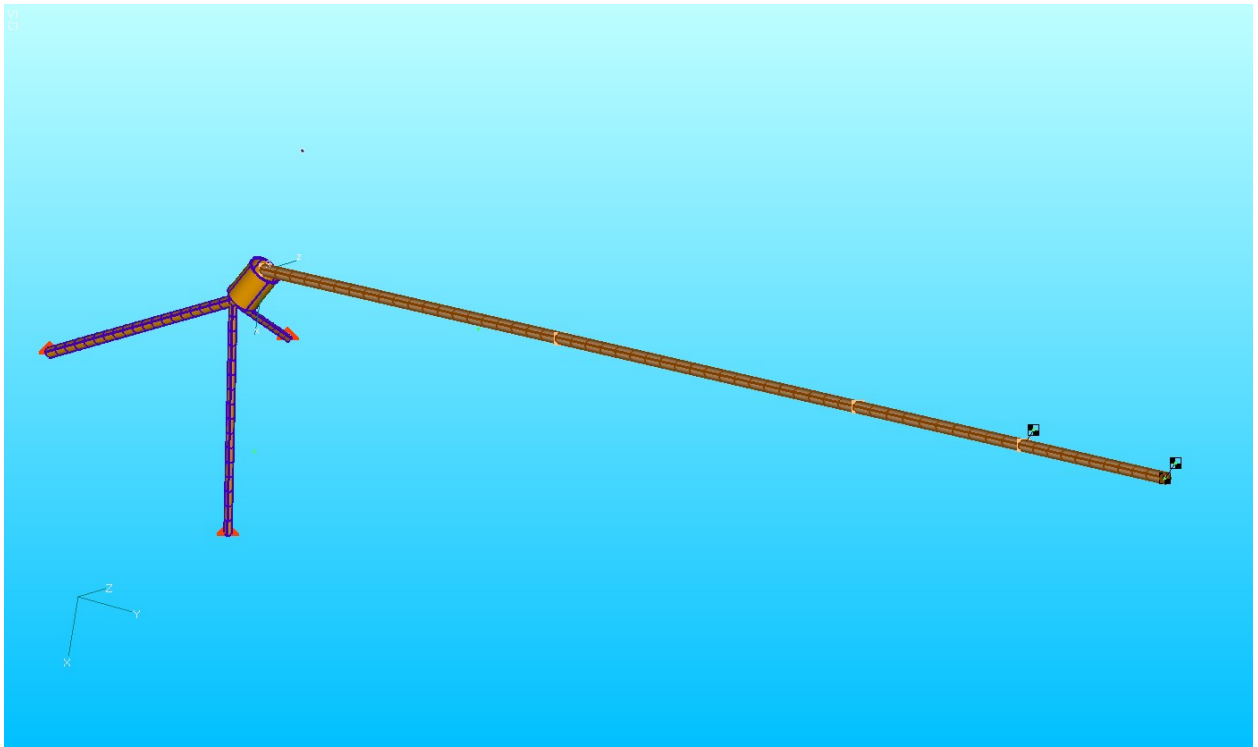
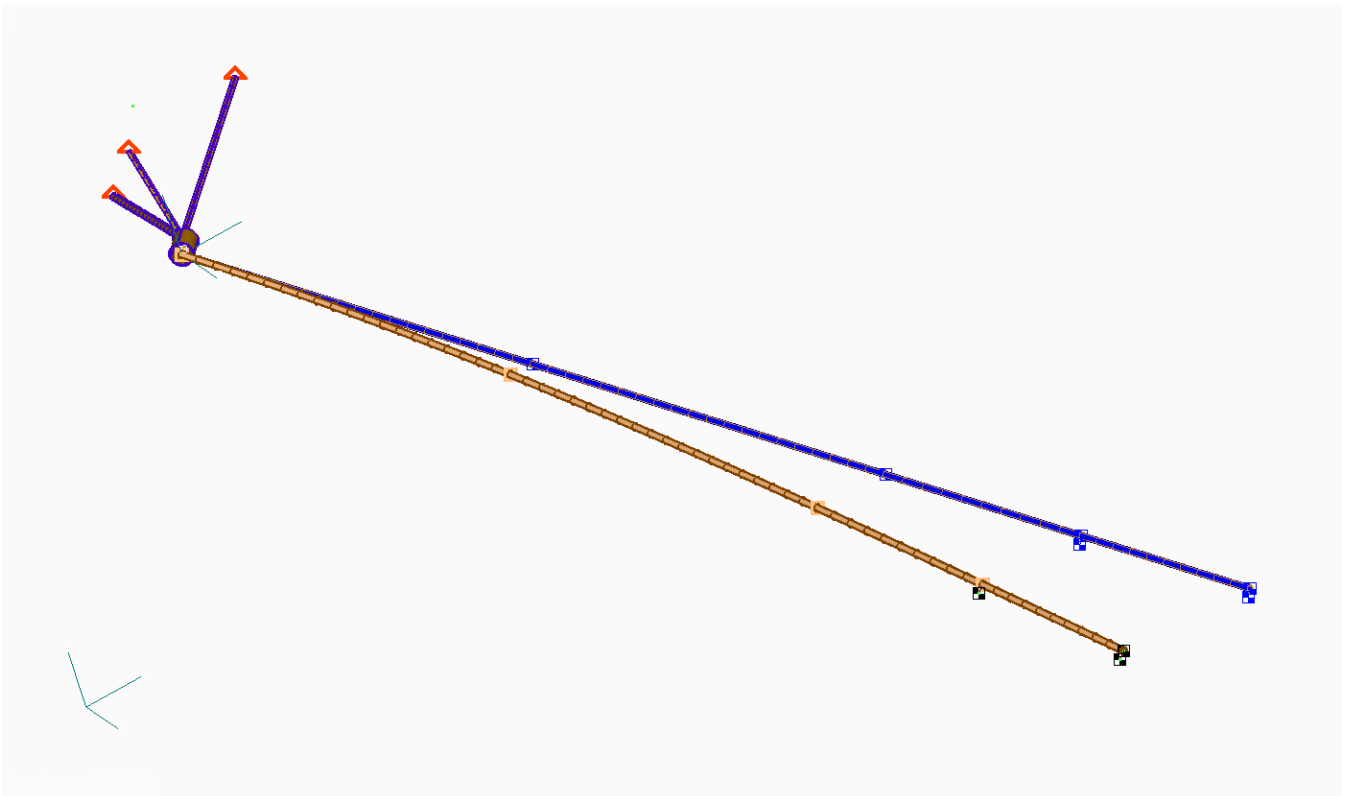
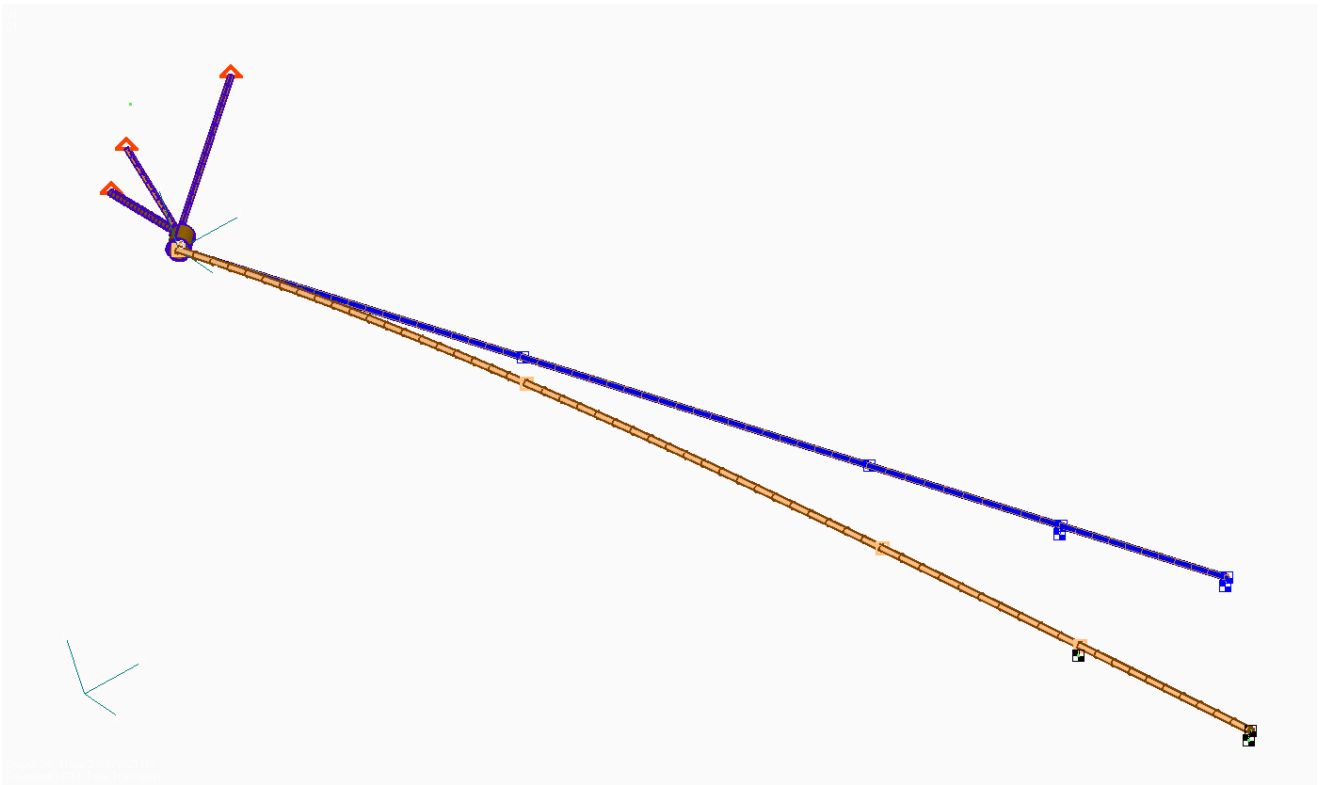


рисунок 4 – КЭ модель штанг для размещения измерительного оборудования

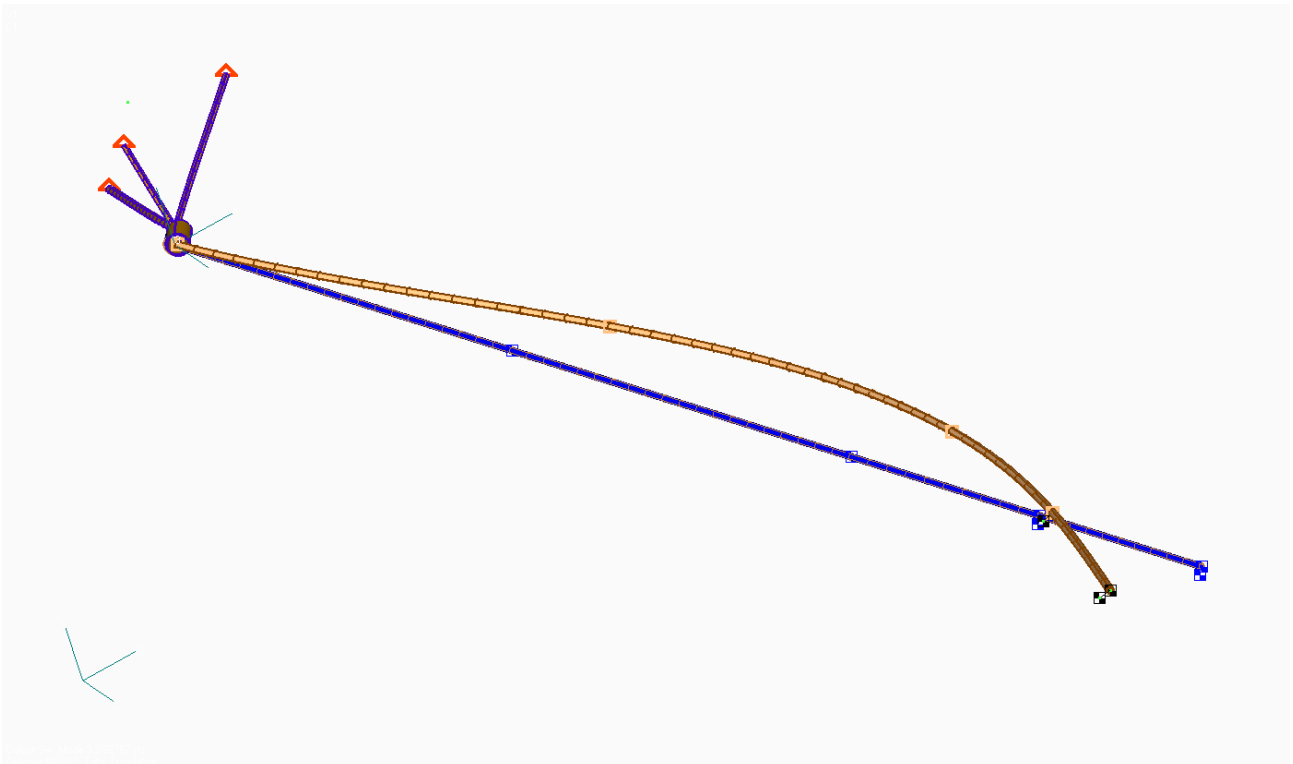


а) 1-й тон колебаний в плоскости XOZ

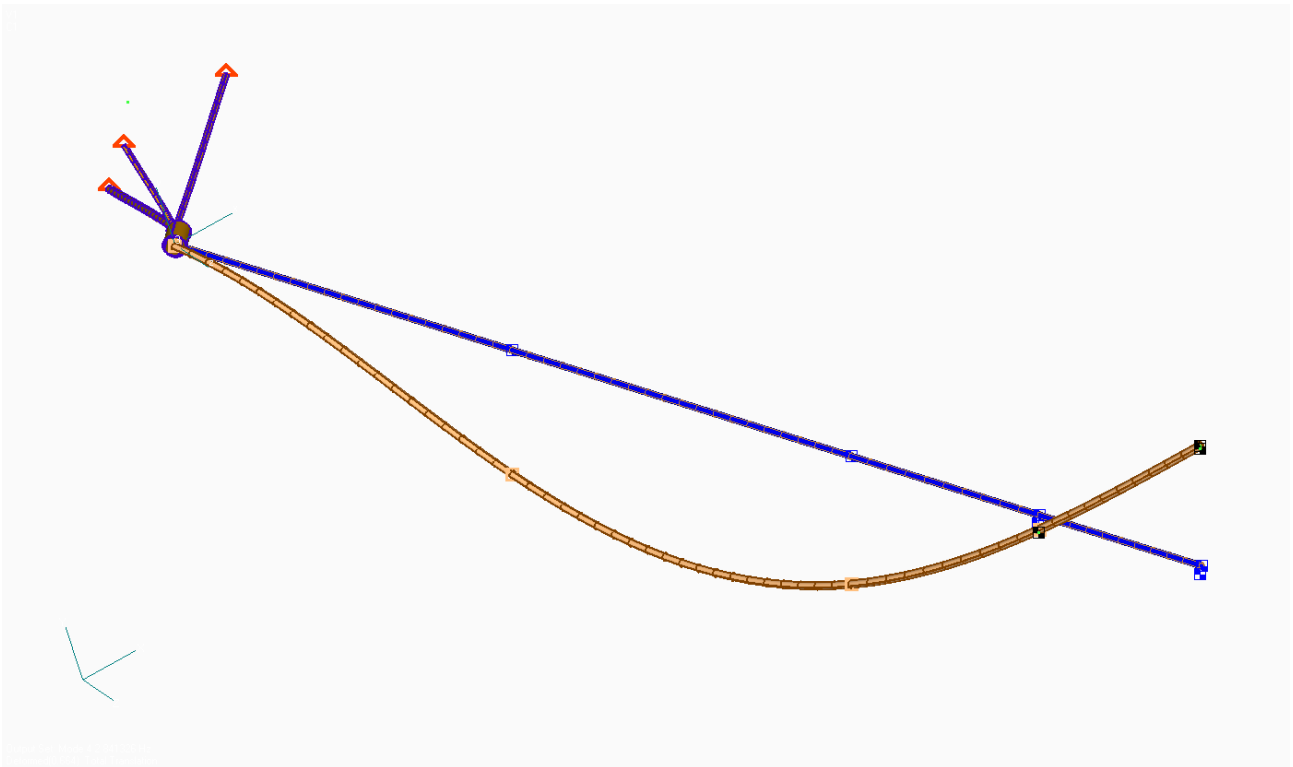




б) 1-й тон колебаний в плоскости YOZ



в) 2-й тон колебаний в плоскости XOZ



г) 2-й тон колебаний в плоскости YOZ

**рисунок 5** – Собственные формы колебаний трёхсекционной штанги

### **Учет системы обезвешивания при испытаниях**

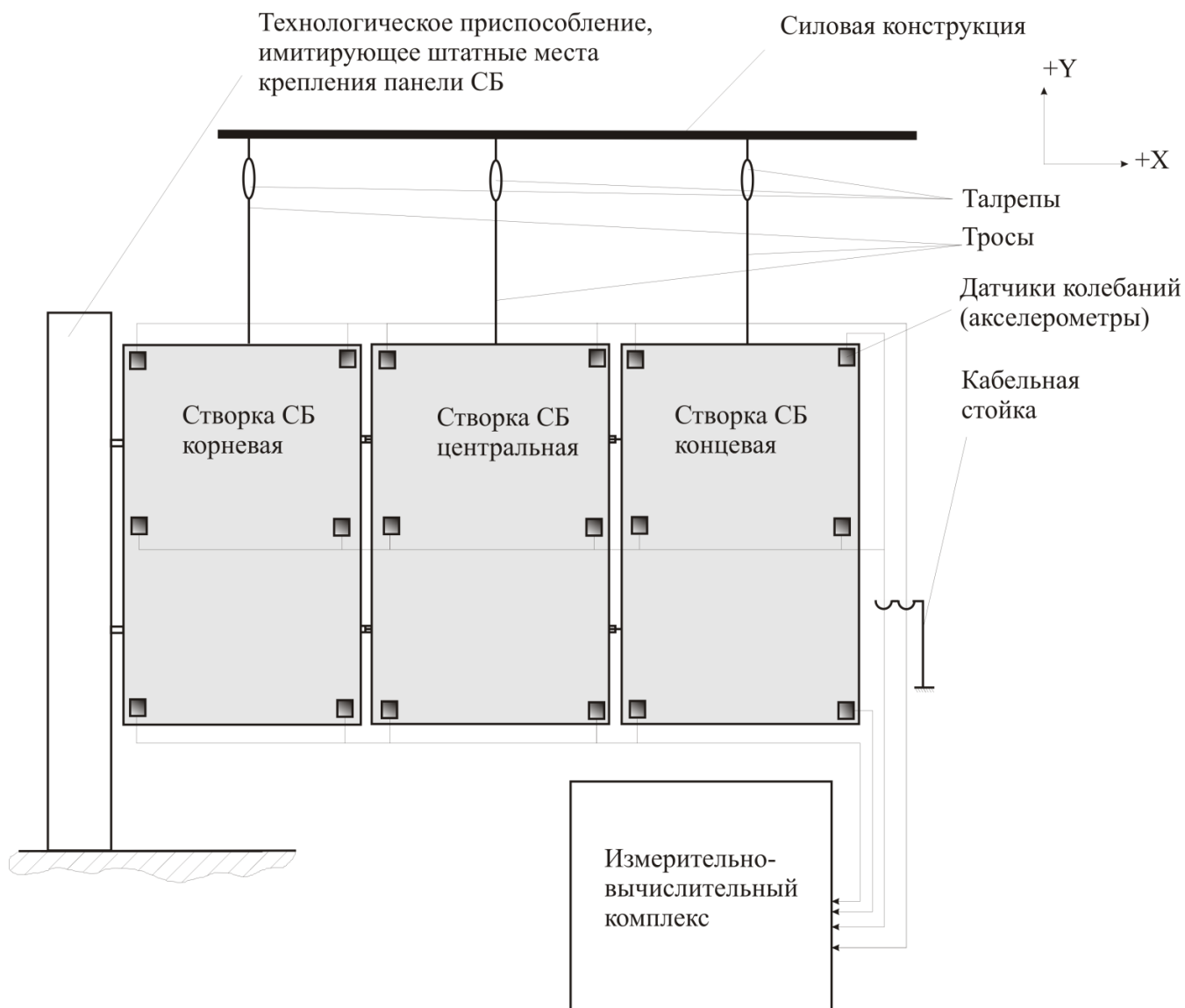
Для воспроизведения условий, идентичным условиям полета, при частотных испытаниях конструкции применяется система обезвешивания, которая имитирует в наземных условиях состояние орбитального полёта КА путём реализации режима одноосного вращения аппарата на гибком тросовом подвесе.

При испытаниях обезвешивание осциллятора (рисунок 6) осуществлялось с использованием технологической оснастки (тросов, шнуров и деталей крепления). Действующие в ходе испытаний на конструкцию силы и моменты, обусловленные наличием гравитационного поля, учитывались путём расчёта минимально необходимой длины подвеса  $L$ ,  $m$ , определяемой на основе значения частоты

колебаний  $f$ , Гц, в три раза меньше расчетной собственной частоты колебаний  $f_0$ , Гц по формуле

$$L = g / (2\pi \cdot f)^2,$$

где  $g$  – ускорение свободного падения, равное 9,81 м.



**рисунок 6** – Принципиальная схема установки для испытаний

Тогда, например, для расчётной собственной частоты колебаний  $f_0 = 0,33$  Гц минимально необходимая длина подвеса объекта испытаний должна быть  $L \geq 20$  м.

Однако обеспечить такую длину подвеса в реальных условиях не всегда представляется возможным. Чем короче подвес, тем большее возмущение (искажение) он вносит в результаты испытаний [18].

Испытания осуществлялись методом свободных колебаний для определения собственных частот и декрементов затуханий изделия: по записи затухающих колебаний определялась собственная частота колебаний, а по последовательности максимальных значений амплитуды колебаний в той части кривой колебаний, где затухание зафиксировано наиболее чётко, вычислялось относительное демпфирование [19].

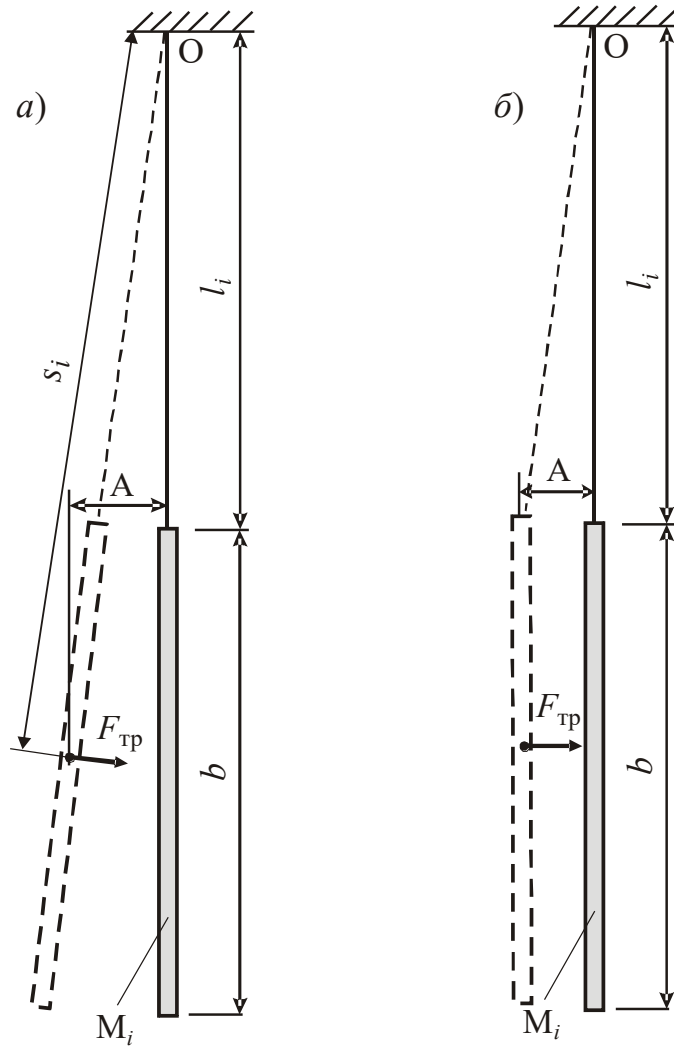
Ввиду малости отклонений крыла БС при колебаниях от равновесного положения по сравнению с длиной тросов [20], для оценки влияния экспериментальной оснастки, вносящей дополнительную жесткость в систему ‘крыло БС + обезвешивание’, рассматривалась модель маятника (рисунок 7). Масса тросов мала по сравнению с массой БС, однако размер панели  $b$  и длины тросов  $l$  — величины одного порядка. В данном случае не выполняются условия, определяющие математический маятник, поэтому для расчета использовалась модель физического маятника (см. рисунок 7а). Предполагалось, что центр масс каждой створки БС находится в ее геометрическом центре. Добавочными массами от системы обезвешивания и влиянием воздушной среды – возможно пренебречь.

При отклонении массы  $M_i$  от положения равновесия на расстояние  $A$  (см. рисунок 7а) на нее будет действовать восстанавливающая сила

$$F_{mp} = A \cdot M_i \cdot g / s_i,$$

где  $s_i = l_i + b/2$  – расстояние от точки подвеса до центра масс створки;  $M_i$  – присоединенная масса;  $g$  – ускорение свободного падения. Следовательно, дополнительная жёсткость  $c_i$  от троса в  $i$ -м узле

$$c_i = M_i \cdot g / s_i.$$



**рисунок 7** – Представление панели СБ моделям физического и математического маятников

В КЭ-модели СБ влияние тросов системы обезвешивания учитывалось введением дополнительных жесткостей (элементы DOF Springs) в узлах крепления тросов к створкам СБ [21]. Поскольку при испытаниях по показаниям датчиков концевых створок СБ установлено, что при колебаниях по первому тону из плоскости

поворот крыла СБ относительно точки подвеса О незначителен (см. рисунок 7б), то дополнительным жёсткостям в узлах крепления тросов назначались промежуточные значения между рассчитанными по моделям физического и математического маятников ( $s_i \rightarrow l_i$ ) [22]. Однако для тонов крутильных тонов колебаний панели, характеристики которых определяются на том же подвесе, при учете дополнительных жесткостей следует принять  $s_i \rightarrow (l_i + b/2)$ . Кроме введения в КЭ-модель дополнительных приведённых жёсткостей в узлах крепления тросов, в модели корректировались значения модулей упругости, сдвига ортотропного материала несущих слоев СБ ( $E_1 = E_2$  и  $G_{12} = G_{1Z} = G_{2Z}$ ) и уточнении жёсткостей кронштейнов крепления створок крыла СБ [23].

Аналогично вышеприведённой методике для СБ, для штанги осуществлялась настройка системы обезвешивания и проводились испытания методом свободных колебаний. Схема обезвешивания штанги трёхсекционной приведена на рисунке 8.

Определялись экспериментальные значения собственных частот и декрементов затуханий штанги [24], служащие ориентирами при корректировке КЭ-модели. Влияние тросов системы обезвешивания учитывалось введением в КЭ-модель дополнительных жесткостей (элементы *DOF Springs*) в узлах крепления тросов к штанге (рисунок 9). Ввиду малости отклонений штанги от равновесного положения по сравнению с длиной тросов применялась модель математического маятника [25].

Далее, для откорректированных КЭ-моделей осцилляторов проводился расчёт-анализ собственных частот и форм колебаний с использованием программы *Femap with NX Nastran*.

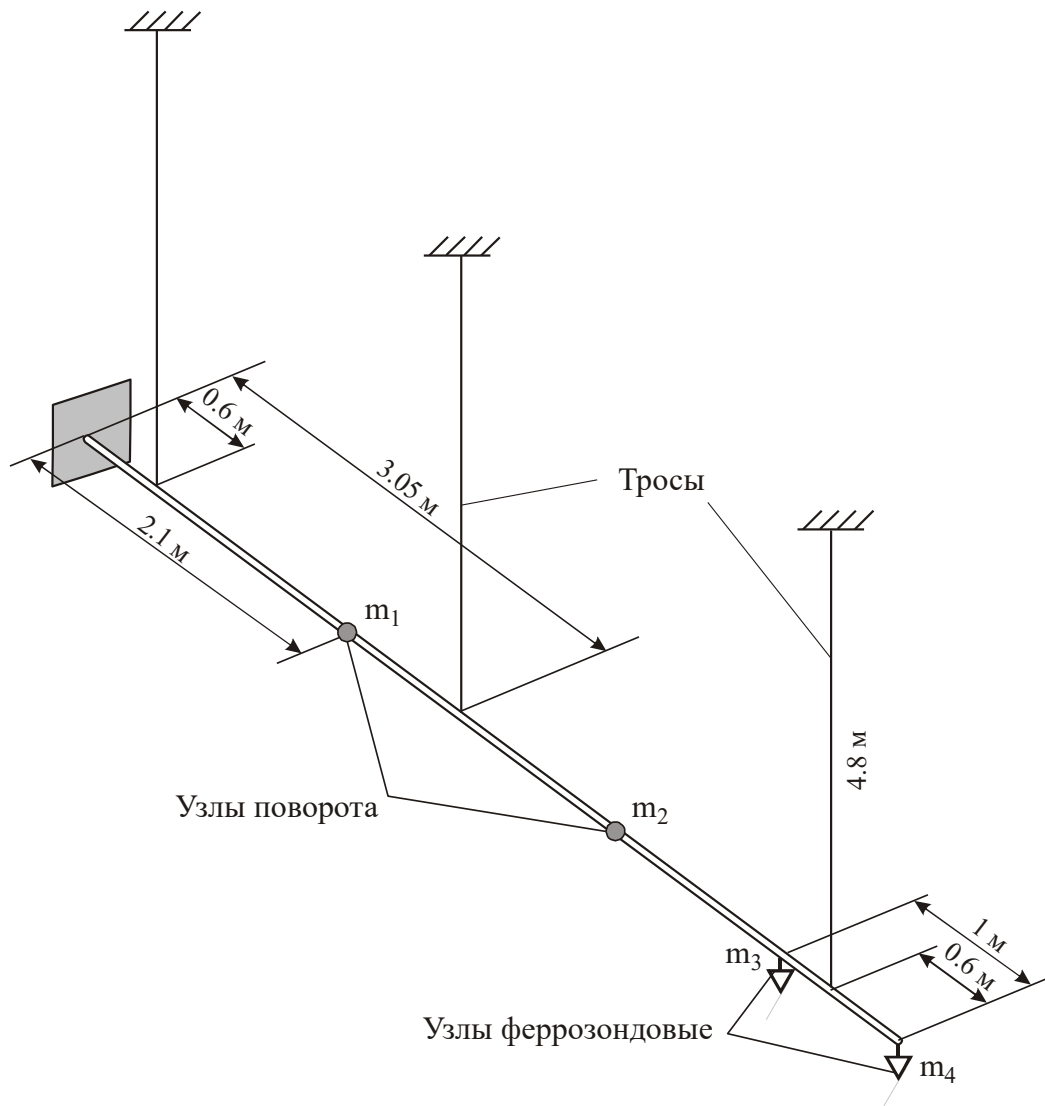


Рисунок 8 – Принципиальная схема обезвешивания штанги

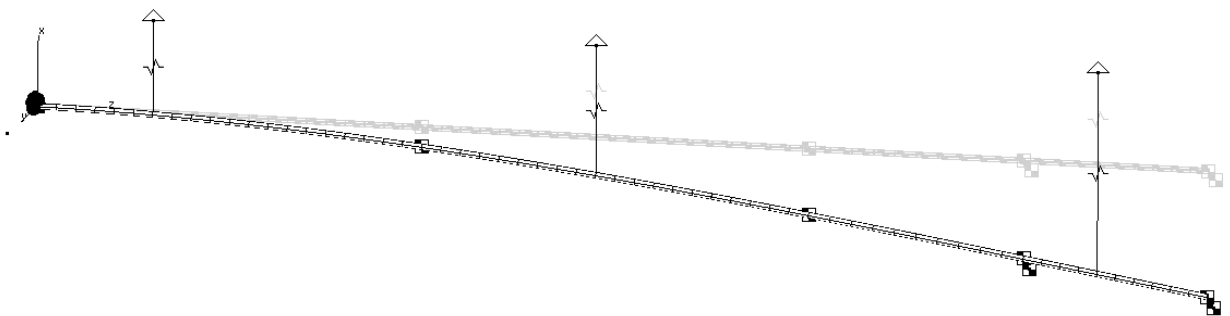


Рисунок 9 – Элементы *DOF Springs* для учёта влияния системы обезвешивания

При достаточной сходимости результатов (расхождение результатов менее чем 10 %), исключив из КЭ-модели элементы *DOF Springs*, имитирующие систему

обезвешивания, получаем откорректированную модель, пригодную для расчёта коэффициентов динамической схемы КА и анализа собственных частот и форм колебаний осцилляторов космического аппарата, в условиях, максимально приближенным к условиям эксплуатации. (см. таблицу, частота корректированной КЭ-модели после исключения системы обезвешивания).

Т а б л и ц а

### Собственные частоты колебаний

Осциллятор	Тон	Значение частоты, Гц		
		Эксперимент	КЭ-модель с учётом системы обезвешивания / % расхождения с экспериментом	Корректированная КЭ-модель после исключения системы обезвешивания
Панель Солнечной Батареи	1-й тон из плоскости	0,348	0,365 / 4,89	0,330
	1-й крутильный тон	1,035	1,089 / 5,22	1,054
	2-й тон из плоскости	1,912	1,826 / 4,50	1,820
Штанга трёхсекционная	1-й тон колебаний в плоскости XOZ	0,410	0,445 / 8,54	0,380
	1-й тон колебаний в плоскости YOZ	0,412	0,448 / 8,74	0,382
	2-й тон колебаний в плоскости XOZ	2,840	2,846 / 0,21	2,841
	2-й тон колебаний в плоскости YOZ	2,842	2,848 / 0,21	2,814



## Заключение

Расчётно-экспериментальный метод коррекции КЭ-моделей динамических систем, учитывающий влияние системы обезвешивания при частотных испытаниях, позволяет уточнить спектр частот собственных колебаний [26].

Для разработанных КЭ-моделей низкочастотной динамической схемы проводится модальный анализ и определяются частоты и формы собственных колебаний. Адекватность КЭ-моделей проверяется экспериментальными исследованиями с применением системы обезвешивания для воспроизведения условий, идентичным условиям полета. По результатам испытаний проводится корректировка КЭ-моделей - преобразуя исходную матрицу жёсткости посредством добавления членов матрицы жёсткости корректирующей КЭ-модели и приведённых жёсткостей модели системы обезвешивания, минимизируется разница между целевыми характеристиками реальной конструкции и расчётной модели. Удалив из динамической схемы систему обезвешивания, скорректированная модель становится полностью пригодной [27] для дальнейшей отработки алгоритмов управления КА на системе (динамической схеме), максимально приближенной к реальной.

## Список источников

1. Раушенбах Б.В., Токарь Е.Н. Управление ориентацией космических аппаратов. М.: Наука, 1974. - 600 с.
2. Меркурьев С.А. Методика отработки алгоритмов управления угловым движением космических аппаратов // Инженерный журнал: наука и инновации. 2020. № 6 (102). DOI: [10.18698/2308-6033-2020-6-1990](https://doi.org/10.18698/2308-6033-2020-6-1990).
3. Телепнев П.П., Кузнецов Д.А. Основы проектирования виброзащиты космических аппаратов. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2019. – 102 с.
4. Машиностроение. Энциклопедия. Т. 1-3. Динамика и прочность машин. Теория механизмов и машин / Под ред. К.С. Колесникова. — М.: Машиностроение, 1994. Кн. 1. — 534 с.
5. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1974. – 331 с.
6. Шимкович Д.Г. Расчет конструкций в MSC.visualNastran для Windows. - М.: ДМК Пресс, 2004. - 704 с.
7. Межин В.С., Обухов В.В. Практика применения модальных испытаний для целей верификации конечно-элементных моделей конструкции изделий ракетно-космической техники // Космическая техника и технологии. 2014. № 1 (4). С. 86-91.
8. Иголкин А.А., Сафин А.И., Филипов А.Г. Модальный анализ динамического макета малого космического аппарата // Решетнёвские чтения. 2018. Т. 1. С. 117-118.
9. Гайдукова А.О., Белянин Н.А. Обзор систем обезвешивания // Решетнёвские чтения. 2016. Т. 1. С. 94-95.

10. Хейлен В., Ламменс С., Сас П. Модальный анализ: теория и испытания. - М.: ООО «Новатест», 2010. - 319 с.
11. Деменко О.Г., Бирюков А.С., Бордадымов В.Е. К вопросу об использовании акустических испытаний при наземной отработке прочности КА // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2022. № 1. С. 10-17. DOI: [10.26162/LS.2020.49.3.005](https://doi.org/10.26162/LS.2020.49.3.005)
12. Фролов К.В. Вибрации в технике: Справочник в 6-ти томах. Т. 6. Защита от вибраций и ударов. – М.: Машиностроение, 1985. - 456 с.
13. Ефанов В.В., Телепнев П.П., Кузнецов Д.А, Герасимчук В.В. Методологический аспект задачи структурной идентификации параметров динамической схемы космического аппарата // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2021. № 3 (53). С. 44-53. DOI: [10.26162/LS.2021.53.3.006](https://doi.org/10.26162/LS.2021.53.3.006)
14. Telepnev P.P., Zhirykov A.V., Gerasimchuk V.V. Calculating the Structural Vibration Loading Applied to Spacecraft Using Dynamic Analysis // Solar System Research, 2021, vol. 55, no. 7, pp. 698-703. DOI: [10.1134/S0038094621070200](https://doi.org/10.1134/S0038094621070200).
15. Амирьянц Г.А., Малютин В.А. Об экспериментальном определении жесткостных характеристик авиационных конструкций // Труды МАИ. 2018. № 103. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=100600>
16. Li S., Miskioglu I., Altan B.S. Solution to line loading of a semi-infinite solid in gradient elasticity // International Journal of Solids and Structures, 2004, no. 41, pp. 3395-3410. DOI:[10.1016/j.ijsolstr.2004.02.010](https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2004.02.010).

17. Лурье С.А., Шрамко К.К. Об условии корректности в краевых задачах градиентной теории упругости // Труды МАИ. 2021. № 120. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=161414>. DOI: [10.34759/trd-2021-120-02](https://doi.org/10.34759/trd-2021-120-02)
18. Liu X.N., Huang G.L., Hu, G.K. Chiral effect in plane isotropic micropolar elasticity and its application to chiral lattices // Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2012, no. 60, pp. 1907-1921. DOI: [10.1016/j.jmps.2012.06.008](https://doi.org/10.1016/j.jmps.2012.06.008)
19. Ma H.M., Gao X.-L., Reddy J.N. A microstructure-dependent Timoshenko beam model based on a modified couple stress theory // Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2008, no. 56, pp. 3379-3391. DOI: [10.1016/j.jmps.2008.09.007](https://doi.org/10.1016/j.jmps.2008.09.007)
20. Auffray N., Le Quang H., He H.C. Matrix representations for 3D strain-gradient elasticity // Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2013, no. 61, pp. 1202-1223. DOI: [10.1016/j.jmps.2013.01.003](https://doi.org/10.1016/j.jmps.2013.01.003)
21. Герасимчук В.В., Телепнев П.П. Снижение уровня виброактивности применением демпфирующего покрытия с подкрепляющим слоем // Труды МАИ. 2021. № 119. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=159787>. DOI: [10.34759/trd-2021-119-09](https://doi.org/10.34759/trd-2021-119-09)
22. Елисеев А.В., Кузнецов Н.К., Елисеев С.В. Частотная энергетическая функция в оценке динамических состояний технических объектов // Труды МАИ. 2021. № 118. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=158213>. DOI: [10.34759/trd-2021-118-04](https://doi.org/10.34759/trd-2021-118-04)
23. Сысоев О.Е., Добрышкин А.Ю., Нейн С.Н. Аналитическое и экспериментальное исследование свободных колебаний разомкнутых оболочек из

сплава Д19, несущих систему присоединенных масс // Труды МАИ. 2018. № 98. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=90079>

24. ASTM E756-05. Standard Test Method for Measuring Vibration-Damping Properties of Materials. USA: ASTM International, 2017, 14 p.

25. Фирсанов В.В., Фам В.Т. Напряженно-деформированное состояние сферической оболочки на основе уточненной теории // Труды МАИ. 2019. № 105. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=104174>

26. Calucio A.C., Deu J.-F., Ohayon R. Finite Element Formulation of Viscoelastic Sandwich Beams Using Fractional Derivation Operators // Computational Mechanics, 2004, vol. 33, issue 4, pp. 282-291.

27. Воронцов В.А., Карчаев Х.Ж., Мартынов М.Б., Примаков П.В. Программа исследования Венеры и международное сотрудничество // Труды МАИ. 2016. № 86. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=65702>

## References

1. Raushenbakh B.V., Tokar' E.N. *Upravlenie orientatsiei kosmicheskikh apparatov* (Spacecraft orientation control), Moscow, Nauka, 1974, 600 p.

2. Merkur'ev S.A. *Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii*, 2020, no. 6 (102). DOI: [10.18698/2308-6033-2020-6-1990](https://doi.org/10.18698/2308-6033-2020-6-1990)

3. Telepnev P.P., Kuznetsov D.A. *Osnovy proektirovaniya vibrozashchity kosmicheskikh apparatov* (Fundamentals of designing vibration protection of spacecraft: textbook), Moscow, Izd-vo MGTU im. N.E.Baumana, 2019, 102 p.

4. *Mashinostroenie. Entsiklopediya. T. 1-3. Kniga 1. Dinamika i prochnost' mashin. Teoriya mekhanizmov i mashin* (Mechanical engineering. Encyclopedia. Vol. 1-3. Book1. Dynamics and strength of machines. Theory of mechanisms and machines), Moscow, Mashinostroenie, 1994, 534 p.
5. Pontryagin L.S. *Obyknoennyye differentsial'nyye uravneniya* (Ordinary differential equations), Moscow, Nauka, 1974, 331 p.
6. Shimkovich D.G. *Raschet konstruktsii v MSC.visualNastran dlya Windows* (Calculation of structures in MSC.visualNastran for Windows), Moscow, DMK Press, 2004, 704 p.
7. Mezhin V.S., Obukhov V.V. *Kosmicheskaya tekhnika i tekhnologii*, 2014, no. 1 (4), pp. 86-91.
8. Igolkin A.A., Safin A.I., Filipov A.G. *Reshetnevskie chteniya*, 2018, vol. 1, pp. 117-118.
9. Gaidukova A.O., Belyanin N.A. *Reshetnevskie chteniya*, 2016, vol. 1, pp. 94-95.
10. Kheilen V., Lammens S., Sas P. *Modal'nyi analiz: teoriya i ispytaniya* (Modal analysis: theory and tests), Moscow, OOO «Novatest», 2010, 319 p.
11. Demenko O.G., Biryukov A.S., Bordadymov V.E. *Vestnik NPO im. S.A. Lavochkina*, 2022, no. 1, pp. 10-17. DOI: [10.26162/LS.2020.49.3.005](https://doi.org/10.26162/LS.2020.49.3.005)
12. Frolov K.V. *Vibratsii v tekhnike: Spravochnik v 6-ti tomakh. T. 6. Zashchita ot vibratsii i udarov* (Vibrations in technology: A handbook in 6 volumes. Vol. 6. Protection against vibrations and shocks), Moscow, Mashinostroenie, 1985, 456 p.
13. Efanov V.V., Telepnev P.P., Kuznetsov D.A, Gerasimchuk V.V. *Vestnik NPO im. S.A. Lavochkina*, 2021, no. 3 (53), pp. 44-53. DOI: [10.26162/LS.2021.53.3.006](https://doi.org/10.26162/LS.2021.53.3.006)

14. Telepnev P.P., Zhirykov A.V., Gerasimchuk V.V. Calculating the Structural Vibration Loading Applied to Spacecraft Using Dynamic Analysis, *Solar System Research*, 2021, vol. 55, no. 7, pp. 698-703. DOI: [10.1134/S0038094621070200](https://doi.org/10.1134/S0038094621070200).
15. Amir'yants G.A., Malyutin V.A. *Trudy MAI*, 2018, no. 103. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=100600>
16. Li S., Miskioglu I., Altan B.S. Solution to line loading of a semi-infinite solid in gradient elasticity, *International Journal of Solids and Structures*, 2004, no. 41, pp. 3395-3410. DOI: [10.1016/j.ijsolstr.2004.02.010](https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2004.02.010)
17. Lur'e S.A., Shramko K.K. *Trudy MAI*, 2021, no. 120. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=161414>. DOI: [10.34759/trd-2021-120-02](https://doi.org/10.34759/trd-2021-120-02)
18. Liu X.N., Huang G.L., Hu, G.K. Chiral effect in plane isotropic micropolar elasticity and its application to chiral lattices, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2012, no. 60, pp. 1907-1921. DOI: [10.1016/j.jmps.2012.06.008](https://doi.org/10.1016/j.jmps.2012.06.008)
19. Ma H.M., Gao X.-L., Reddy J.N. A microstructure-dependent Timoshenko beam model based on a modified couple stress theory, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2008, no. 56, pp. 3379-3391. DOI: [10.1016/j.jmps.2008.09.007](https://doi.org/10.1016/j.jmps.2008.09.007)
20. Auffray N., Le Quang H., He H.C. Matrix representations for 3D strain-gradient elasticity, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2013, no. 61, pp. 1202-1223. DOI: [10.1016/j.jmps.2013.01.003](https://doi.org/10.1016/j.jmps.2013.01.003)
21. Gerasimchuk V.V., Telepnev P.P. *Trudy MAI*, 2021, no. 119. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=159787>. DOI: [10.34759/trd-2021-119-09](https://doi.org/10.34759/trd-2021-119-09)

22. Eliseev A.V., Kuznetsov N.K., Eliseev S.V. *Trudy MAI*, 2021, no. 118. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=158213>. DOI: [10.34759/trd-2021-118-04](https://doi.org/10.34759/trd-2021-118-04)
23. Sysoev O.E., Dobryshkin A.Yu., Nein S.N. *Trudy MAI*, 2018, no. 98. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=90079>
24. *ASTM E756-05. Standard Test Method for Measuring Vibration-Damping Properties of Materials*. USA: ASTM International, 2017, 14 p.
25. Firsanov V.V., Fam V.T. *Trudy MAI*, 2019, no. 105. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=104174>
26. Calucio A.C., Deu J.-F., Ohayon R. Finite Element Formulation of Viscoelastic Sandwich Beams Using Fractional Derivation Operators, *Computational Mechanics*, 2004, vol. 33, issue 4, pp. 282-291.
27. Vorontsov V.A., Karchaev Kh.Zh., Martynov M.B., Primakov P.V. *Trudy MAI*, 2016, no. 86. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=65702>

Статья поступила в редакцию 01.08.2022

Статья после доработки 03.08.2022

Одобрена после рецензирования 09.08.2022

Принята к публикации 25.08.2022

The article was submitted on 01.08.2022; approved after reviewing on 09.08.2022; accepted for publication on 25.08.2022