

## ГИДРОДИНАМИКА УПРАВЛЯЕМЫХ ТЕЧЕНИЙ СО СВОБОДНЫМИ ГРАНИЦАМИ, ФОРМИРУЕМЫМИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВНЕШНЕЙ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ОСОБЕННОСТИ — КОЛЬЦЕВОГО КРЫЛА

Владислав Петрович МАХРОВ родился в 1936 г. в городе Вязьме Смоленской области. Профессор МАИ. Доктор технических наук, профессор. Основные научные интересы — в области прикладной гидромеханики, разработки и создания образцов новой техники. Автор более 150 научных работ. E-mail: machrov@rambler.ru

Vladislav P. MAKHROV, D.Sci., was born in 1936, in the Smolensk Region. He is a Professor at the MAI. His research interests are in applied hydromechanics as well as in design and development of high-technology systems. He has published more than 150 technical papers. E-mail: machrov@rambler.ru

*Статья представляет некоторые результаты теоретического и экспериментального исследования кавитационных течений, формируемых за осесимметричным телом — кольцевым крылом. Такие течения называются течениями Лайтхилла-Шушпанова. Они решаются с использованием метода вихревых особенностей для комбинации «тело — кольцевое крыло — каверна». Численное решение получаемой системы интегро-дифференциальных уравнений осуществляется с применением сплайфункций для каверн с положительными и отрицательными числами кавитации. Результаты экспериментов на моделях подтверждают предлагаемый новый метод формирования кавитационных течений.*

*Some theoretical and experimental results are presented for axisymmetric cavity flows generated by a ring type wing. These flows are known as Lighthill-Shushpanov ones. They can be analyzed using the vortex singularity technique for «body-ring wing-cavity» combinations. A numerical solution of integro-differential equations is carried out applying spline functions to cavities with positive and negative cavity numbers. Experimental results demonstrate efficiency of the technique for cavity flows generation.*

**Ключевые слова:** каверна, кольцевое крыло, функция тока, вихревая особенность.

**Key words:** cavity, ring wing, stream function, vortex singularity.

### Введение

Течения со свободными границами известны науке как течения со специфическими свойствами. В гидродинамике такие течения характеризуют явления волнообразования на море, кавитации и проч. В данной работе рассматривается гидродинамика кавитационных течений, осуществляемых за счёт искусственного формирования свободных границ каверны под воздействием внешней гидродинамической особенности — кольцевого крыла. Формирование такого течения путём искусственного нагнетания газа в полость за кавернообразующее тело (кавитатор) и образование каверны, обтекающей тело, рассматривается как кардинальное средство снижения гидродинамического сопротивления различных тел при их движении в реальной жидкости.

Несмотря на значительный период времени, прошедший с первых опытов Х. Рейхарда (H. Reikhardt) по использованию кавитации для условий скоростного движения под водой [1], а также практического применения кавитации в разра-

ботке отечественной высокоскоростной подводной ракеты [2], вопросы направленного управления кавитационным обтеканием тел до настоящего времени остаются открытыми. Это даёт основания к постановке задачи об управлении границами такого течения с помощью практических внешних гидродинамических особенностей, каковыми являются, например, кольцевые крылья, водозаборники и проч. В данной работе рассматривается кольцевое крыло как эффективное средство практического формирования управляемого кавитационного течения с заданными параметрами.

Идея формирования свободных границ кавитационного течения с помощью гидродинамических особенностей в виде кольцевого вихря или источника-стока принадлежит М. Лайтхиллу (M. Laithill). В теоретической работе [3] он впервые предложил использовать эти особенности для получения замкнутой каверны с отрицательным числом кавитации — каверны с заострением.

Систематические экспериментальные исследования по формированию подобных течений с ис-

пользованием практических гидродинамических особенностей: кольцевого крыла и кольцевых статических водозаборников — проводились в период 70—80 годов XX века в Институте механики МГУ и МАИ под руководством профессора В.Ф. Шушпанова [4]. В последующие годы такие исследования осуществлялись в сотрудничестве с промышленностью сотрудниками МАИ под руководством автора. В результате совместных исследований впервые было установлено, что кавитационные течения, формируемые с использованием внешних гидродинамических особенностей, являются многопараметрическими течениями, т.е. зависящими от параметров кавитатора, интенсивности гидродинамической особенности и взаимного положения этой особенности и кавитатора. Мы называем такие течения течениями Лайтхилла—Шушпанова [5]. На рис. 1 показано первое практическое течение с управляемыми свободными границами — каверна Лайтхилла. Она получена экспериментально В.Ф. Шушпановым с использованием гидродина-

мической особенности в виде стока — кольцевого водозаборника.

## 1. Постановка теоретической задачи

### 1.1. Базовые основы задачи

Рассмотрим задачу о кавитационном течении с управляемыми свободными границами, сформированного за телом вращения в идеальной, несжимаемой жидкости под воздействием охватывающего течения кольцевого крыла. Образующуюся при этом комбинацию «кавитатор — каверна — кольцевое крыло» с математических позиций можно рассматривать как единое двусвязное тело. На рис. 2 показана расчётная схема формируемого горизонтального течения и принятая система цилиндрических координат. Здесь точки  $Q_i$  принадлежат телу, крылу и каверне соответственно, а точка  $P$  — внешне невозмущённому потоку. Определение характеристик управляемого течения для указанной комбинации подразумевает возможность получения

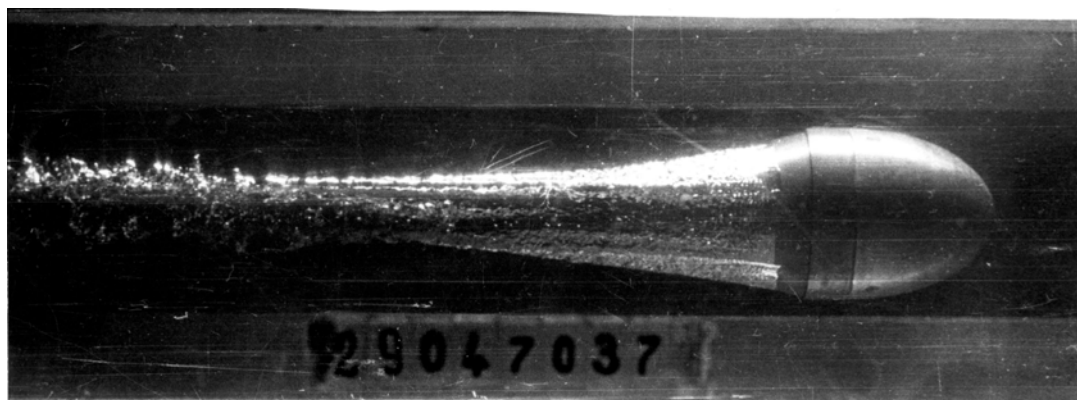


Рис. 1. Течение со свободной границей — каверна Лайтхилла (эксперимент В.Ф. Шушпанова)

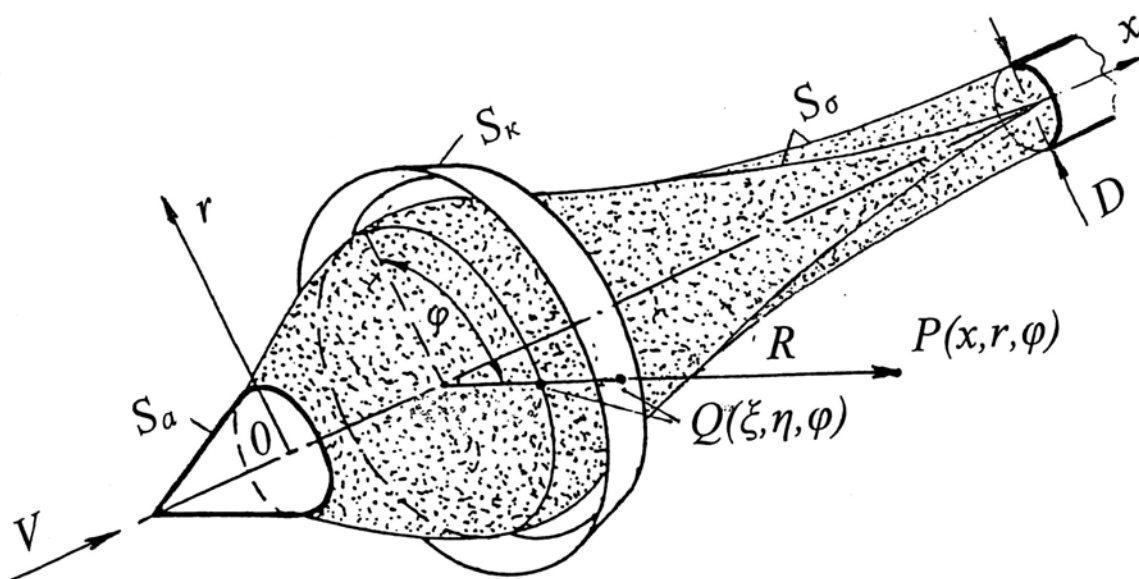


Рис. 2. Расчётная схема горизонтального кавитационного течения

каверны с заданными геометрическими параметрами и условиями замыкания в заданном сечении.

Для решения этой задачи представим формируемое обтекание указанной комбинации в виде следующей суммарной функции тока:

$$\psi = \psi_{\infty} + \psi_a + \psi_k + \psi_{\sigma}, \quad (1)$$

где индексы  $a$ ,  $k$  и  $\sigma$  относятся к телу-кавитатору, крылу и каверне соответственно;  $\psi_{\infty}$  — функция тока невозмущённого течения.

Для получения математической модели рассматриваемого течения используем аналогично [5] метод вихревых особенностей, для чего наложим на данную комбинацию систему непрерывных кольцевых колец с неизвестной интенсивностью  $\gamma$ , тождественно равной тангенциальной скорости в данном сечении. Тогда каждую составляющую в формуле (1) можно представить в виде следующей зависимости:

$$\begin{aligned} \psi_{\sigma} &= -\frac{r}{4\pi} \int_S \frac{\gamma(\varphi) \cos \varphi}{R} dS = \\ &= -\frac{r}{4\pi} \int_S \frac{\gamma(\xi, \eta, \varphi) \eta \cos \varphi d\varphi dl}{R}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\gamma(\varphi)$  — вихревая интенсивность;  $\xi$ ,  $\eta$  — цилиндрические координаты точки, лежащей на поверхности тела  $S$ ;  $ds$  — элемент этой поверхности,  $ds = \eta d\varphi dl$ ;  $R$  — расстояние между точками  $Q$ , лежащими на теле, крыле и каверне соответственно, и произвольной точкой области течения  $P$  (рис. 2).

Зависимость (2) позволяет перейти к решению уравнения (1) для различных условий формирования управляемых кавитационных течений, но вначале рассмотрим промежуточную задачу как основу общего решения.

### 1.2. Характеристики осесимметричного обтекания комбинации: тело вращения — кольцевое крыло

Для лучшего представления основной задачи (1) рассмотрим вначале методику её решения с помощью вихревых особенностей на примере задачи обтекания сплошным потоком двусвязной комбинации осесимметричного тела с кольцевым крылом. Расчётная схема задачи представлена на рис. 3.

Для этой комбинации функция тока будет иметь вид [5]

$$\psi(x, r) = V \frac{r^2}{2} - \frac{r}{4\pi} \left[ \iint_{S_a} \gamma \frac{\cos \varphi}{R_a} dS + \iint_{S_k} \gamma \frac{\cos \varphi}{R_k} dS \right]. \quad (3)$$

Уравнение (3) может быть решено при следующих граничных условиях:

— непроницаемости границ течения по поверхностям комбинации тел

$$v_n / S = -(1/r) (d\Psi / d\tau)_S = 0;$$

— постоянства функции тока на границе

$$\Psi / S = 0; \quad (4)$$

—изменения тангенциальной скорости

$$u_{\tau} / S = (1/r) (d\Psi / dn) / S,$$

где  $n$  и  $\tau$  — нормаль и касательная к меридиональному контуру.

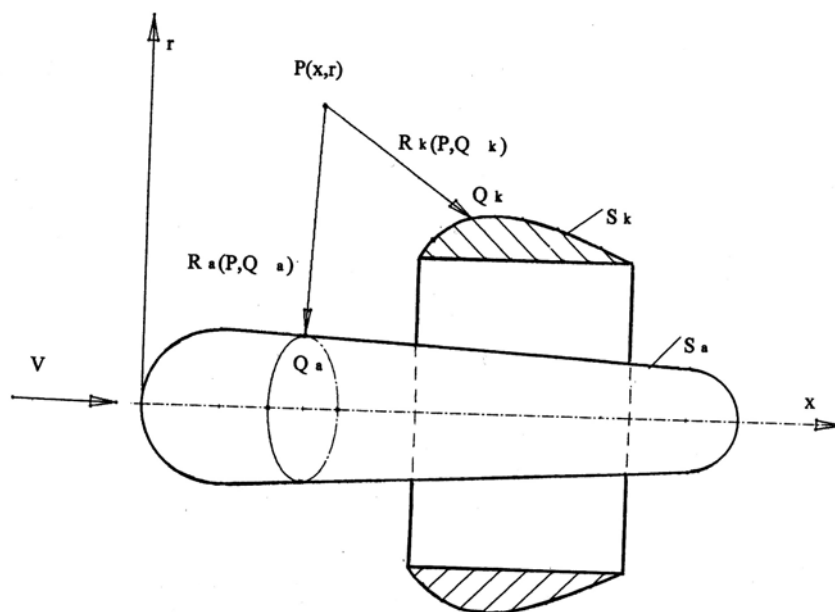


Рис. 3. Расчётная схема для комбинации тела вращения с кольцевым крылом

Используя соотношения:

для тела:

$$R_a(P, Q_a) = R_a(Q_a, Q_{a0}), \quad R_a(P, Q_k) = R_a(Q_{a0}, Q_k),$$

для крыла:

$$(5)$$

$$R_k(P, Q_a) = R_k(Q_{k0}, Q_a), \quad R_k(P, Q_k) = R_k(Q_{k0}, Q_k),$$

нормальные производные функций тока извне и изнутри к обтекаемым контурам тела и крыла можно представить подобно [6] в виде:

— к контуру тела

$$\frac{\partial \Psi}{\partial n_0} \Big|_e = \gamma_a(Q_0) \frac{\eta_{a0}}{2} -$$

$$- \frac{\eta_{a0}}{4\pi} \left[ \iint_{S_a} \gamma_a \cos \varphi \frac{\partial}{\partial n_a} \left( \frac{1}{R(Q_{0a}, Q_a)} \right) \Big|_{Q_{0a}} dS + \right. \\ \left. + \iint_{S_k} \gamma_k \cos \varphi \frac{\partial}{\partial n_a} \left( \frac{1}{R(Q_{0a}, Q_a)} \right) \Big|_{Q_{0a}} dS \right]; \quad (6a)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial n_0} \Big|_i = -\gamma_a(Q_0) \frac{\eta_{a0}}{2} -$$

$$- \frac{\eta_{a0}}{4\pi} \left[ \iint_{S_{ba}} \gamma_a \cos \varphi \frac{\partial}{\partial n_a} \left( \frac{1}{R(Q_{0a}, Q_a)} \right) \Big|_{Q_{0a}} dS + \right.$$

$$\left. + \iint_{S_k} \gamma_k \cos \varphi \frac{\partial}{\partial n_a} \left( \frac{1}{R(Q_{0a}, Q_a)} \right) \Big|_{Q_{0a}} dS \right] - \frac{\xi'_{a0}(Q_0)}{\eta_{a0}} \Psi \Big|_{L_a}; \quad (6b)$$

— к контуру крыла

$$\frac{\partial \Psi}{\partial n_0} \Big|_e = \frac{\eta_{k0} \gamma_k(Q_0)}{2} -$$

$$- \frac{\eta_{k0}}{4\pi} \left[ \iint_{S_k} \gamma_k \cos \varphi \frac{\partial}{\partial n_k} \left( \frac{1}{R(Q_{0k}, Q_k)} \right) \Big|_{Q_{0k}} dS + \right.$$

$$\left. + \iint_{S_a} \gamma_a \cos \varphi \frac{\partial}{\partial n_k} \left( \frac{1}{R(Q_{0k}, Q_k)} \right) \Big|_{Q_{0k}} dS \right] - \frac{\xi'_k(Q_0)}{\eta_{k0}} \Psi \Big|_{L_k}; \quad (7a)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial n_0} \Big|_i = -\frac{\eta_{k0} \gamma_k(Q_0)}{2} -$$

$$- \frac{\eta_{k0}}{4\pi} \left[ \iint_{S_k} \gamma_k \cos \varphi \frac{\partial}{\partial n_k} \left( \frac{1}{R(Q_{k0}, Q_k)} \right) \Big|_{Q_{0k}} dS + \right.$$

$$\left. + \iint_{S_a} \gamma_a \cos \varphi \frac{\partial}{\partial n_k} \left( \frac{1}{R(Q_{k0}, Q_k)} \right) \Big|_{Q_{0k}} dS \right] - \frac{\xi'_k(Q_0)}{\eta_{k0}} \Psi \Big|_{L_k}. \quad (7b)$$

В цилиндрической системе координат расстояние между  $Q_0$  и  $Q$  можно представить как

$$R_0 = R(Q_0, Q) =$$

$$= [(\xi - \xi_0)^2 + \eta^2 + \eta_0^2 - 2\eta\eta_0 \cos \varphi]^{1/2},$$

где  $\eta_0 = \eta(\xi_0)$ ;  $Q_0(\xi_0, \eta_0) \in S_a$ ;  $Q(\xi, \eta) \in S$ .

Заметим, что

$$V_{\tau_0}^{(e)}(Q_0) = \frac{1}{\eta_0} \cdot \frac{\partial \Psi(Q_0)}{\partial n_0} \Big|_e \quad \text{и} \quad V_{\tau_0}^{(i)}(Q_0) = \frac{1}{\eta_0} \cdot \frac{\partial \Psi(Q_0)}{\partial n_0} \Big|_i.$$

Но так как течение внутри тел отсутствует, то  $V_{\tau_0}^{(e)}(Q_0) = \gamma(Q_0)$ , т.е. при обтекании рассматриваемой комбинации интенсивность циркуляции скорости соответствует тангенциальной скорости на поверхности тела и крыла. На основании [7] это распределение скоростей  $\gamma(Q)$  можно записать в виде

$$\gamma_a(Q_0) = -\frac{1}{2\pi} \left[ \iint_{S_a} \gamma_a \cos \varphi \frac{\partial}{\partial n_a} \left( \frac{1}{R(Q_{a0}, Q_a)} \right) \Big|_{Q_{a0}} dS + \right. \\ \left. + \iint_{S_k} \gamma_k \cos \varphi \frac{\partial}{\partial n_a} \left( \frac{1}{R(Q_{a0}, Q_a)} \right) \Big|_{Q_{a0}} dS \right] + V \xi'_{a0}(Q_{a0}); \quad (8a)$$

$$\gamma_k(Q_0) = -\frac{1}{2\pi} \left[ \iint_{S_a} \gamma_a \cos \varphi \frac{\partial}{\partial n_k} \left( \frac{1}{R(Q_{a0}, Q_a)} \right) \Big|_{Q_{k0}} + \right.$$

$$\left. + \iint_{S_k} \gamma_k \cos \varphi \frac{\partial}{\partial n_k} \left( \frac{1}{R(Q_k, Q_{k0})} \right) \Big|_{Q_{k0}} dS \right] +$$

$$+ \frac{1}{2\pi} \left[ \iint_{S_a} \gamma_a \cos \varphi \frac{\xi'_k(Q_0) dS}{\eta_{k0} R(Q_a, Q_{a0})} + \right.$$

$$\left. + \iint_{S_k} \gamma_k \cos \varphi \frac{\xi'_k(Q_0) dS}{\eta_{k0} R(Q_k, Q_{k0})} \right] - 2V \xi'_k(Q_0). \quad (8b)$$

Здесь  $\gamma_a$  и  $\gamma_k$  — скорости на поверхности тела и крыла соответственно; интеграл  $S_k$  в уравнениях определяет влияние кольцевого крыла на центральное тело; интеграл  $S_a$  — влияние тела на кольцевое крыло.

Полученный результат и методику получения определяющих зависимостей в дальнейшем можно использовать для решения основной задачи — формирования каверны с управляемыми границами с помощью кольцевого крыла.

### 1.3. Характеристика горизонтального кавитационного течения

Кавитационное течение со свободными границами, формируемое кольцевым крылом, в соответствии с расчётной схемой, представленной на рис. 2, может иметь положительные и отрицательные числа кавитации, т.е.  $\sigma > 0$  или  $\sigma < 0$ , а скорость на границе каверны  $V_\sigma$  принимается условно постоянной в виде

$$V_\sigma = V(1 + \sigma)^{1/2}. \quad (9)$$

Используя граничные условия, аналогичные (4), для решения уравнения (1) и учитывая методику получения зависимостей (8a) и (8b), можно представить систему интегро-дифференциальных уравнений для данной задачи в следующем безразмерном виде, принимая  $V \equiv 1$ :

$$\begin{aligned} \gamma_a(Q_{a0}) = & \\ = \xi'_a(Q_{a0}) - \frac{1}{2\pi} \left[ \iint_{S_a} \gamma_a(Q) \cos \varphi \frac{\partial}{\partial n_a} \left( \frac{1}{R(Q_a, Q_{a0})} \right) \Big|_{Q_{a0}} dS - \right. & \\ - \gamma_\sigma \iint_{S_\sigma} \cos \varphi \frac{\partial}{\partial n_\sigma} \left( \frac{1}{R(Q_\sigma, Q_{a0})} \right) \Big|_{Q_{a0}} dS - & \\ \left. - \iint_{S_k} \gamma_k(Q) \cos \varphi \frac{\partial}{\partial n_k} \left( \frac{1}{R(Q_k, Q_{a0})} \right) \Big|_{Q_{a0}} dS \right]; \quad (10a) & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma_k(Q_{k0}) = -\frac{1}{2\pi} \left[ \iint_{S_a} \gamma_a(Q) \cos \varphi \left[ \frac{\xi'_k(Q_0)}{\eta_{k0} R(Q_{k0}, Q_a)} - \right. \right. & \\ \left. \left. - \frac{\partial}{\partial n_k} \left( \frac{1}{R(Q_{a0}, Q_a)} \right) \Big|_{Q_{k0}} \right] ds + \gamma_\sigma \iint_{S_\sigma} \cos \varphi \left[ \frac{\xi'_k(Q_{k0})}{\eta_{k0} R(Q_{k0}, Q_\sigma)} - \right. & \\ \left. - \frac{\partial}{\partial n_\sigma} \left( \frac{1}{R(Q_{k0}, Q_\sigma)} \right) \Big|_{Q_{a0}} \right] dS + \iint_{S_k} \gamma_k(Q) \cos \varphi \times & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \times \left[ \frac{\xi'_k(Q_{k0})}{\eta_{k0} R(Q_{k0}, Q_\sigma)} - \frac{\partial}{\partial n_k} \left( \frac{1}{R(Q_{k0}, Q_k)} \right) \right] dS \Big\} - & \\ - 2\xi'_k(Q_{k0}); \quad (10b) & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r_\sigma(Q_{\sigma0}) = \frac{1}{2\pi} \left[ \iint_{S_a} \gamma_a(Q) \cos \varphi \frac{1}{R(Q_{\sigma0}, Q_T)} dS + \right. & \\ + \gamma_\sigma \iint_{S_\sigma} \cos \varphi \frac{1}{R(Q_{\sigma0}, Q_\sigma)} dS + & \\ \left. + \iint_{S_k} \gamma_k(Q) \cos \varphi \frac{1}{R(Q_k, Q_{\sigma0})} dS \right]. \quad (10c) & \end{aligned}$$

Решить данную систему будет возможно при следующих условиях замыкания границ каверны, принимая  $\xi_\sigma(L)$  как абсциссу соответствующей точки замыкания:

$\xi_\sigma(L) = 0$  и  $\xi'_\sigma(L) = 1$  — в случае замыкания в точке на оси течения;

$\xi_\sigma(L) = D$  — в случае замыкания на тело-цилиндр с диаметром  $D$  (аналогом схемы Рошко—Жуковского), когда  $\gamma_\sigma \equiv V_\sigma$  и последующим её изменением до значения скорости потока на бесконечности  $V$ .

Величину  $D$  также можно определить, как это показано в [5]. Но на практике диаметр  $D$  задаётся и тогда определяется число кавитации и длина каверны  $L_\sigma$  для различных чисел кавитации.

### 1.4. Характеристика кавитационного течения в вертикальном потоке

Исследуемая схема вертикального течения и принятая система координат представлены на рис. 4. Для вертикального кавитационного течения, в отличие от горизонтального, где принято считать скорость на границе постоянной, представленной уравнением (9), скорость на границе каверны при ее вертикальном движении в жидкости непрерывно изменяется вдоль оси течения, так как  $p \neq \text{const}$ .

Решение можно проследить в квазистационарном случае на данный момент времени при  $p_\sigma(t) = \text{const}$ , которое выполняется с учётом дополнительного динамического граничного условия — скорости вдоль свободных границ течения. На ос-

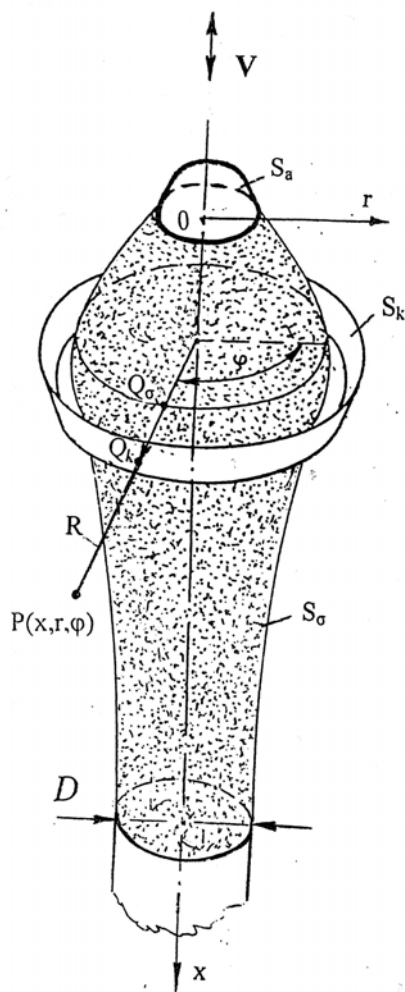


Рис. 4. Принятая схема исследования вертикального кавитационного течения

новании уравнения Бернулли в этом случае скорость может быть определена аналогично [10,11] как

$$\gamma_{\sigma} \equiv V_{\sigma} = \sqrt{1 + \sigma_0 \pm \frac{\bar{x}}{Fr^2}} \neq \text{const}, \quad (11)$$

где  $\sigma_0$  — число кавитации в начальном сечении образования каверны;

$$\bar{x} = \frac{\xi_x - \xi_c}{\eta_c}; \quad Fr^2 = V^2 / 2g\eta_c, \quad \xi_c, \eta_c — \text{координаты}$$

точки образования каверны, а знак «плюс» или «минус» относится к направлению потока, обтекающего тело-кавитатор (рис.4).

При использовании условия (11) система определяющих уравнений для вертикальной каверны строится аналогично системе для описания горизонтального течения Лайтхилла—Шушпанова (10а)—(10с), т.е. её можно представить в том же виде, что и систему интегро-дифференциальных уравнений, определяющих решение задачи для ис-

следования формируемого кавитационного течения с заданными геометрическими параметрами.

## 2. Численные исследования формируемых течений

Представленная математическая модель в виде системы (10а)—(10с) типа Фредгольма хорошо описывает исследуемое течение с помощью численного решения уравнений этой системы. Однако трудности численного решения имеют место из-за присутствия неопределённостей при наличии особых точек на теле-кавитаторе и крыле. Преодоление этих трудностей осуществляется путём их выделения в  $\delta$ -окрестности, как это показано, например, в работе [5] или в [8]. Система интегро-дифференциальных уравнений (10а)—(10с) приводится к виду, удобному для численного решения с помощью преобразований и упрощений содержащихся в них интегралов. После чего эта система сводится к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) и итерационно определяются необходимые характеристики. В кратком изложении процесс решения в среде Фортран сводится к следующим процедурам.

Вначале задаётся предварительная, «пробная» форма меридионального сечения — границы течения (каверн). Далее из двух первых уравнений системы (10а) и (10б) определяются в первом приближении значения функций  $\gamma_a$  и  $\gamma_k$  на теле и крыле. А на «пробной» границе каверны функция  $\gamma_{\sigma}$  задаётся в виде  $\gamma_{\sigma} = \text{const}$ .

Первые приближения функций  $\gamma_a$  и  $\gamma_k$  подставляются в третье уравнение системы (10с) для нахождения границ каверны через  $\gamma_{\sigma}$  при последовательной подстановки в правую часть уравнения значений координат «пробной» границы. При этом в процессе вычислений интегралов используются не табличные значения функций  $\gamma_a$ ,  $\gamma_k$  и  $\gamma_{\sigma}$ , полученные при разбиении твёрдых контуров на участки узловыми точками, а интерполирующие их сплайн-функции. В результате получается первое приближение для координат границ течения, и дальнейшие аналогичные вычисления производятся до тех пор, пока последующие приближения не будут отличаться от предшествующего на заранее установленную величину малого порядка. При вычислениях принимается, что границы исследуемых течений замыкаются на полубесконечную цилиндрическую поверхность. Разработанный вычислительный метод решения системы (10а)—(10с) был опробован при решении ряда тестовых задач и их сравнении с известными данными, например, в за-

задачах обтекания сплошным потоком изолированно-го тела вращения и комбинации кольцевого крыла с центральным телом вращения [10].

В качестве примера на рис. 5 и 6 представлены результаты численного решения горизонтальных кавитационных течений, формируемых за диском и конусом. На рис. 5 показаны каверны с положи-

тельным числом кавитации, на рис.6 — с отрицательным числом. Здесь иллюстрируется влияние геометрических параметров и соотношений между телом-кавитатором и кольцевым крылом.

На рис. 7 представлены в качестве примера обобщённые расчётные данные геометрических параметров формируемых вертикальных, «всплыва-

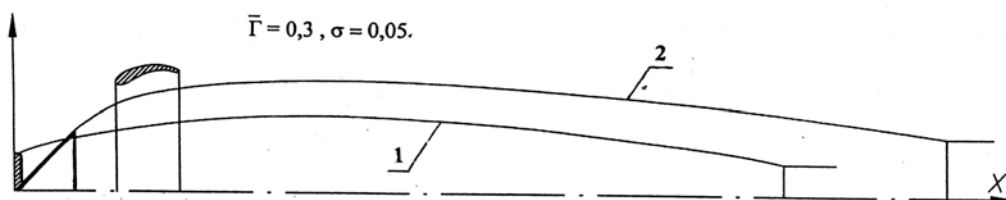


Рис. 5. Расчётные картины границ каверн с положительным числом кавитации: 1 — за диском; 2 — за конусом

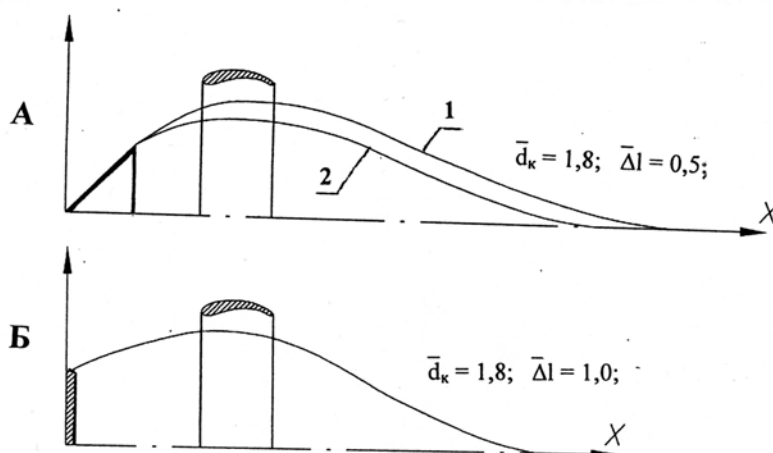


Рис. 6. Расчётные картины границ каверн при отрицательном числе кавитации: А — за конусом (1 —  $\sigma = -0,04$ ; 2 —  $\sigma = -0,06$ ); Б — за диском ( $\sigma = -0,045$ )

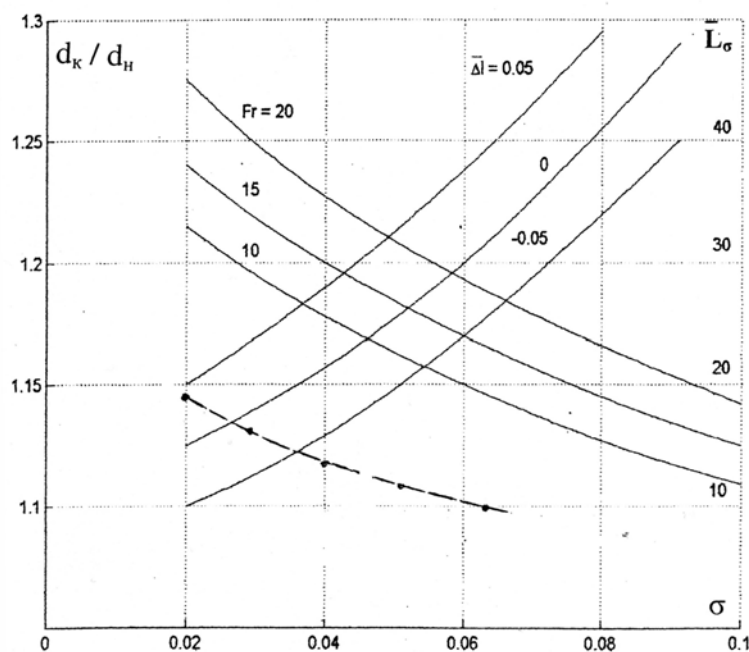


Рис. 7. Теоретические параметры каверн в вертикальном потоке при разных числах Фруда и положениях кольцевого крыла относительно кавитатора-диска  $\Delta l$

ющих» каверн. В проведенных численных расчётах принято изменение соотношений диаметров крыла и тела-кавитатора (при постоянном значении циркуляции крыла)  $d_k/d_n$  как 1,5—3,0. Положение кольцевого крыла относительно тела  $\Delta l$  изменялось в диапазоне  $-0,5 \div +0,5$ . Из представленных на рис. 7 зависимостей видно, что эти параметры существенно влияют на параметры формируемого кавитационного течения. На этом же рисунке пунктиром нанесены для сравнения параметры аналогичных каверн из работ [8, 12] при сопоставимых расчётных условиях.

Рис. 8 представляет в качестве примера вид кавитационных течений, формируемых кольцевым крылом при различных числах кавитации. На рис. 9 и 10 представлены в качестве примеров фотоиллюстрации экспериментальных данных, проведенных автором на вертикальном гидростенде ЦАГИ, при кавитационном режиме обтекания моделей.

На рис. 9,А демонстрируется картина кавитационного обтекания модели с кавитатором-диском, практически полностью идентичная картине и условиям эксперимента, показанным в работе [9], что свидетельствует о достоверности получаемых нами

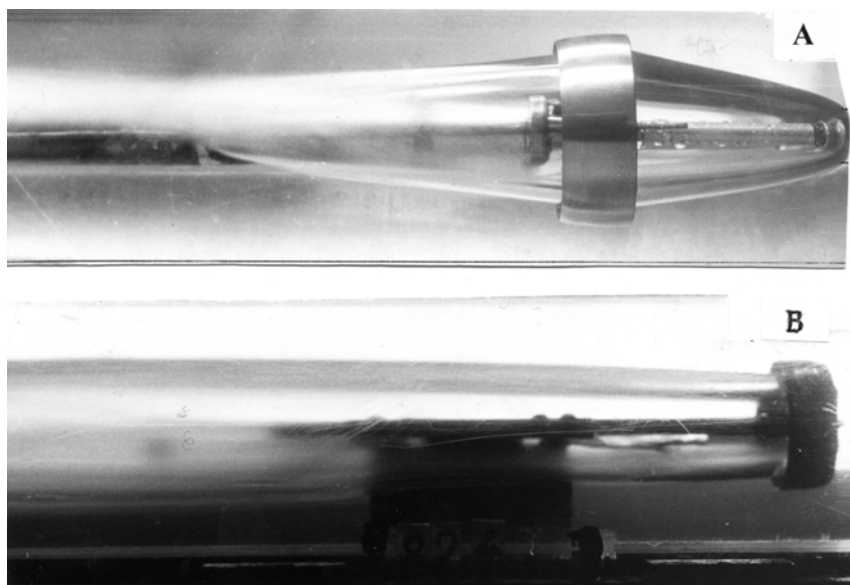


Рис. 8. Вид каверн, формируемых кольцевым крылом в горизонтальном потоке:  
А —  $\sigma = -0,06$ ; В —  $\sigma = 0,06$

### 3. Экспериментальные исследования

Полученные теоретические результаты нашли подтверждение в проведенных нами многих экспериментальных исследованиях на моделях в гидродинамических трубах, буксировочных каналах и гидростендах. Эксперименты проводились на моделях различного удлинения ( $L_c = 5 \div 20$ ) и масштаба, с различным размещением кольцевых крыльев. Во всех экспериментах моделировались в основном числа Фруда  $Fr = V/(gd)^{1/2}$  и кавитации  $\sigma$ . Числа кавитации моделировались путём нагнетания воздуха в формируемое кавитационное течение. Расходная зависимость определялась в безразмерном виде как

$$C_Q = GRT / p_\sigma d_n^2 V, \quad (12)$$

где  $G$ ,  $R$ ,  $T$  — секундный весовой расход воздуха, его газовая константа и температура соответственно;  $p_\sigma$  — статическое давление в зоне кавитатора;  $d_n$  — диаметр кавитатора.

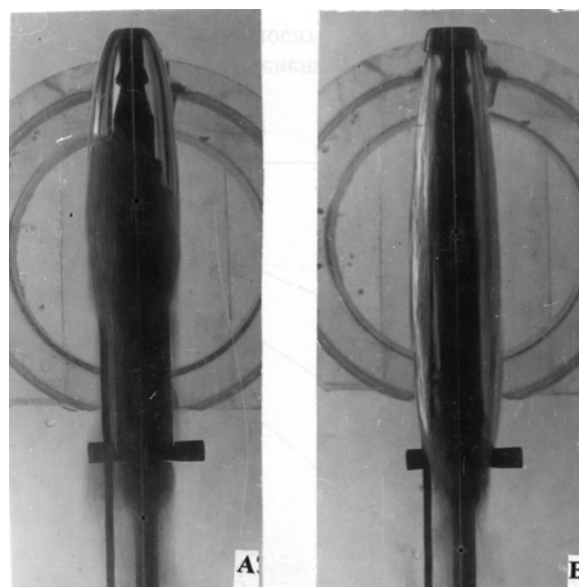


Рис. 9. Картины кавитационного обтекания модели при одинаковых числах  $Fr = 11,2$  и  $C_Q = \text{const}$ :  
А — за кавитатором-диском;  
В — за кавитатором-диском и кольцевым крылом



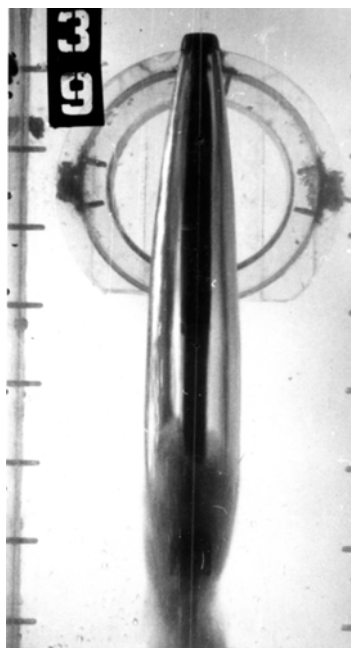


Рис. 10. Картина вертикального кавитационного обтекания модели большого удлинения  $\bar{L}_\sigma$

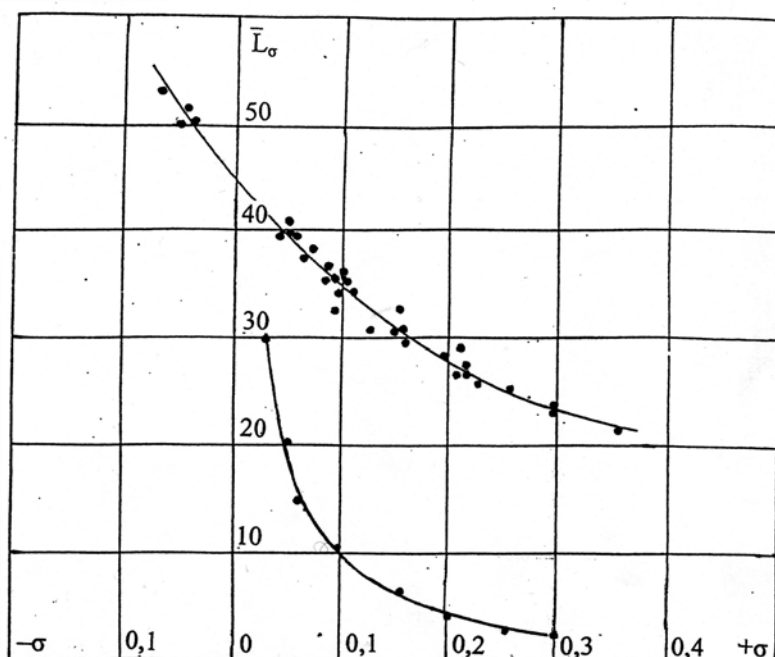


Рис. 11. Экспериментальная зависимость относительной длины каверны  $L_\sigma = f(\sigma)$ ; нижняя кривая — аналогичная зависимость по данным работ [9,11,12].

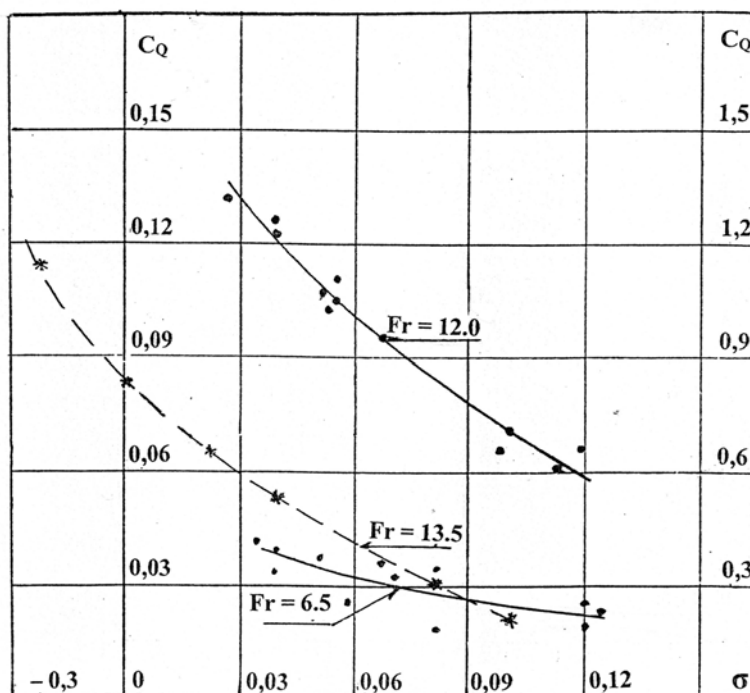


Рис. 12. Экспериментальная зависимость влияния расхода газа на формирование вертикальных каверн; пунктирная кривая и шкала справа относятся к данным из работ [9,12]

результатов. А на рис. 9, В представлена картина обтекания той же модели с крыльевой каверноформирующей системой. Из анализа приведенных рисунков можно заключить, что включение кольцевого крыла в формирование вертикального кавитационного обтекания существенно меняет как кар-

тину обтекания исследованной модели, так и характеристики её взаимодействия с потоком.

Представленная в качестве примера на рис. 10 фотография демонстрирует устойчивость и возможность сохранения границ вертикальных каверн на моделях большого удлинения. В экспериментах были получены максимальные длины вертикальных

«всплывающих» каверн ( $L_c \leq 20$ ) без их разрушения на большей части корпуса модели, хотя влияние весомости жидкости изменяет число кавитации вниз по течению с положительного значения на отрицательное.

На рис. 11 представлено в качестве примера сравнение полученных экспериментально при скорости вертикального потока 5 м/с геометрических параметров каверн в зависимости от числа кавитации. А на рис. 12 при тех же условиях показаны расходные характеристики при формировании вертикальных «всплывающих» каверн. На этих же рисунках по данным работ [9, 11, 12] нанесены пунктиром для сравнения характеристики геометрических параметров вертикальных каверн и зависимости расхода газа (воздуха) для их формирования. Как видно, кольцевое крыло при одинаковых параметрах кавитатора-диска и числах кавитации позволяет практически в два раза увеличить относительную длину каверн и на порядок снизить потребный расход газа для сохранения устойчивого течения.

#### Выводы

Эта статья, посвящённая гидродинамике кавитационных течений с управляемыми границами — «течений Лайтхилла — Шушпанова», даёт представления о методе реализации таких течений. Анализ полученных материалов позволил, прежде всего, подтвердить и теоретически и экспериментально многопараметрический характер предлагаемого способа формирования управляемого кавитационного течения как в горизонтальном, так и в вертикальном потоках, а также получить наиболее важные и интересные для практики результаты, которые могут быть получены при реализации «замкнутых» течений с минимальным расходом газа на формирование каверны.

#### Библиографический список

1. *Reikhardt H.* The laws of cavitation bubbles at axially simmetrical bodies in a flow. // Rep. and Trans., N 766, 1946, Ministry of Aircraft Production.

2. Гидродинамика развитых кавитационных течений // Труды ЦАГИ. 2003. Вып.2644.

3. *Lighthill M.J.* A note on cusped cavities. Aeronautic. Res. Con. Rep. & Mem. № 2328. 1949.

4. *Шушпанов В.Ф., Махров В.П., Керин Н.В.* и др. Результаты экспериментальных исследований в гидроканале ЦНИИ им. акад. А.Н.Крылова крупномасштабных моделей с кормовыми кавернами, формируемыми кольцевым крылом // Доклады конф. ВМФ МО СССР и Судпрома. Севастополь, 1984.

5. *Махров В.П.* Теоретические исследования кавитационных течений с отрицательными числами кавитации. // Вестник Московского авиационного института. 2001. Т. 8. №2. С.30-39.

6. *Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В.* Теоретическая гидромеханика. — М.—Л.: Гостехиздат, 1948.

7. *Соболев С.Л.* Уравнения математической физики. — М.: Наука, 1966. — 412 с.

8. *Гузевский Л.Г., Зуйкова В.И.* Кавитационные течения в продольном поле сил тяжести // Пристенные течения со свободными поверхностями. — Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1980. С.18-30.

9. *Гульнев С.И., Капанкин Е.Н.* Об особенностях кавитационного обтекания тел вертикальным потоком // Учёные записки ЦАГИ. 1975. Т. VI. №2. С.56-62.

10. *Махров В.П., Юзбашев А.В.* Численное решение задачи об обтекании несжимаемой жидкостью двусвязных тел вращения // Гидромеханика и энергетика подводных аппаратов. — М.: Изд-во МАИ, 1991. С.15-22.

11. *Кнепп Р., Дейли Дж., Хеммит Ф.* Кавитация. — М.: Мир, 1974.

12. *Парышев Э.В.* Пульсации вертикальных каверн в тяжёлой жидкости // Учёные записки ЦАГИ. 1981. Т. XII. №3. С.1-9.

Московский авиационный институт  
Статья поступила в редакцию 26.10.2009