# УЧАСТКИ ДИНАМИЧЕСКИ НЕСТАБИЛИЗИРОВАННЫХ ТЕЧЕНИЙ В ХАРАКТЕРНЫХ КАНАЛАХ ПРОТОЧНЫХ ЧАСТЕЙ ТУРБОНАСОСНЫХ АГРЕГАТОВ ЖИДКОСТНЫХ РАКЕТНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Зуев А.А.<sup>1\*</sup>, Арнгольд А.А.<sup>2\*\*</sup>, Назаров В.П.<sup>1\*\*\*</sup>

<sup>1</sup> Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М.Ф. Решетнева, проспект им. газеты «Красноярский рабочий», 31, Красноярск, 660037, Россия <sup>2</sup> Красноярский машиностроительный завод (Красмаш), проспект им. газеты «Красноярский рабочий», 29, Красноярск, 660123, Россия <sup>\*</sup> e-mail: dla2011@inbox.ru <sup>\*\*</sup> e-mail: arngoldanna@mail.ru <sup>\*\*\*</sup> e-mail: nazarov@mail.sibsau.ru

Статья поступила в редакцию 24.05.2020

Рассматриваются участки динамически нестабилизированных течений, характерных для элементов проточных частей турбонасосных агрегатов жидкостных ракетных двигателей. Участки цилиндрического переменного сечения, прямоугольного переменного сечения, вращательных течений в полостях с неподвижными стенками, неподвижной и вращающейся стенками. К характерным элементам относятся: подводящие и отводящие аппараты, боковые полости между ротором и статором, полости гидродинамических уплотнений и элементы межлопаточного канала центробежных насосов и газовых турбин.

Используя методы теории пространственного пограничного слоя, определяются относительные характерные параметры. Получены зависимости для определения скорости ядра течения, необходимые для оценки потерь в зависимости от длины характерных участков. В целях достоверного определения энергетических параметров необходим корректный выбор законов трения и профилей скорости в пограничном слое и учет начального участка. Полученные зависимости учитывают профиль распределения скорости в пограничном слое на характерных участках для случаев ламинарного и турбулентного режимов.

*Ключевые слова:* участок динамически нестабилизированного течения, скорость, потери по длине, пространственный пограничный слой.

#### Введение

При проектировании и анализе конструкций агрегатов подачи жидкостных ракетных двигателей необходимо рассматривать пространственные течения в элементах гидравлического тракта. Гидравлический тракт представляет собой совокупность каналов различной формы. В турбонасосном агрегате (THA) — это полости турбин и насосов, а точнее — роторные и статорные элементы. При проведении анализа геометрических и режимных параметров гидравлического тракта газовых турбин и насосов THA выявлено, что в тракте в основном присутствуют участки динамически нестабилизированного течения (участки с развивающимся динамическим пограничным слоем). Данные участки характеризуются наличием ядра течения и развивающегося пограничного слоя  $\delta$ , изменяющегося с координатой канала *x*.

В работах авторов [1—7] показано влияние большинства проточных частей турбомашин на энергетические и массогабаритные характеристики, в том числе и на надежность агрегатов.

Исследуются течения в конструктивных элементах ТНА, компрессоров и газовых турбин: полости вращения между ротором и стенкой газовой турбины, подводящем устройстве турбин, боковых полостях вращения между рабочим колесом и стенкой корпуса лопаточного нагнетателя, полостях гидродинамических уплотнений и т.п. В элементах гидравлического тракта присутствуют участки и каналы различной геометрии: цилиндрического переменного сечения, прямоугольного переменного сечения, вращательных течений с неподвижными и вращающимися образующими.

Необходимо учитывать как изменение скорости рабочего тела, так и потери давления по длине канала. В связи с широким диапазоном режимных параметров течения в элементах энергетических установок жидкостных ракетных двигателей (ЖРД) реализуются существенно различные параметры потока в пограничном слое (существенно различные эпюры распределения профиля скорости потока). В элементах и каналах систем подачи ЖРД могут реализовываться ламинарные и турбулентные режимы течения [8, 9]. В целях совершенствования расчетных методик необходимо определить численные значения характерных величин пограничного слоя, влияющих как на потери в элементах проточного тракта, так и на энергетические и рабочие параметры турбомашин.

Элементы проточных частей представляют собой относительно короткие каналы с криволинейными поверхностями обтекания. Существуют различные методологические подходы к расчету, проектированию конструктивных элементов, моделированию энергетических параметров: использование критериальных зависимостей, численное моделирование и аналитический подход к решению уравнений динамики и энергии в приложении к теории пространственного пограничного слоя (ППС). У каждого методологического подхода существуют свои достоинства и недостатки.

Исследованиями течений и энергетических параметров в проточных частях занимались многие авторы. В работе [10] проводились численные исследования потерь энергии в проточной части, для прогнозирования поля течения использовались осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса (RANS) в сочетании с моделью турбулентности переноса касательных напряжений (SST). В работах [11, 12] проведено численное моделирование на основе усредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса (RANS) в сочетании с k-w-моделью турбулентности, результаты моделирования подтверждаются экспериментальными данными. В работе [13] предложен метод оптимизации конструкции типового многоступенчатого центробежного насоса на основе модели потерь энергии и расчетной гидродинамики (ELM/CFD). Авторы [14, 15] исследовали течение в ступенчатом микроканале, учитывали характеристики потока, такие как потеря давления, профиль скорости, линии потока и коэффициент Предложенные численные методы, в том числе и в [16—18], требуют специализированного программного и аппаратного обеспечения и не всегда пригодны для инженерных методов расчета агрегатов подачи, особенно на стадии эскизного проектирования.

В работе [19] проведено экспериментальное исследование и установлена эмпирическая зависимость между коэффициентом трения и критерием Рейнольдса для ламинарного течения, что ограничивает область и диапазон доверительного использования.

Начальный участок оказывает значительное влияние на режим течения и, как следствие, на гидродинамические потери. На начальном участке происходит развитие динамического и температурного пространственного пограничных слоев и наблюдается динамически нестабилизированное течение.

В работах авторов [9, 20, 21] предложен аналитический подход и отмечено, что на распределение параметров динамического пограничного слоя существенное влияние оказывают теплообменные процессы (так как параметр вязкости в значительной степени зависит от температуры), но также не учитывается влияние начального участка течения.

Задача идентификации динамического начального участка решалась многими авторами [22— 28], тем не менее однозначным образом она не решена до настоящего времени [23]. Способы определения коэффициента длины гидродинамического участка, а именно экспериментальные, аналитические и численного интегрирования уравнений движения, приводят к результатам, различающимся между собой практически в четыре раза [28].

## Постановка задачи исследования

При решении задачи достоверного определения параметров потока и гидравлических потерь на начальных динамически нестабилизированных участках, характерных для проточных частей ТНА, необходимо определить выражения для относительных характерных величин динамического пространственного пограничного слоя: толщины пограничного слоя, толщины вытеснения и толщины потери импульса, с учетом влияния распределения эпюры профиля скорости в пограничном слое.

Для определения скорости ядра потока в зависимости от длины канала следует учитывать наличие развивающегося пограничного слоя на начальном участке, а при определении эпюры профиля скорости в пограничном слое использовать функции распределения для ламинарного и турбулентного режимов течения.

Необходимо рассмотреть каналы, характерные для элементов проточных частей ТНА: цилиндрический канал переменного сечения; канал прямоугольного переменного сечения; полости вращательных течений с неподвижными стенками, неподвижной и вращающейся стенками, с учетом течения рабочего тела от центра к периферии и от периферии к центру.

# 1. Определение толщины динамического пограничного слоя

Для определения численных значений характерных величин динамического и температурного пограничных слоев (таких как толщина вытеснения, толщина потери импульса и толщина потери энергии), а также для расчета динамических и тепловых параметров технических систем необходимо получить выражения для определения толщины динамического пограничного слоя для ламинарного и развитого турбулентного течений в зависимости от расстояния от входной кромки канала [29, 30].

Рассмотрим уравнение количества движения пограничного слоя, полученное Т. Карманом:

$$\rho \frac{d}{dx} \int_{0}^{l} (U-u)u dy - \rho \frac{dU}{dx} \int_{0}^{l} u dy = \tau_{\omega} + l \frac{dp}{dx}.$$
 (1)

Используя профили распределения скорости в пограничном слое и уравнение для интеграла количества движения (1), получим:

$$I = \rho \int_{0}^{l} (U - u) u dy = \rho U^{2} \int_{0}^{l} \frac{u}{U} \left( 1 - \frac{u}{U} \right) dy.$$
 (2)

Верхний предел интегрирования заменим на толщину динамического пограничного слоя  $\delta$ , так как для условия интегрирования  $y \ge \delta$  скорости U = u и подынтегральное выражение обращается в нуль. Учитывая полученные выражения для толщин потери импульса для ламинарного и турбулентного течений

$$\int_{0}^{\delta} \frac{u}{U} \left( 1 - \frac{u}{U} \right) dy = \delta^{**},$$

запишем уравнение (2) в следующем виде:

$$I = \rho U^2 \delta^{**}.$$
 (3)

### Ламинарный пограничный слой

Рассмотрим особенности ламинарного течения. Аппроксимируем распределение ламинарного динамического пограничного слоя функцией:

$$\frac{u}{U} = 1 - \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^m,$$

с учетом полученного выражения для толщины потери импульса для продольного потока случая ламинарного течения в пограничном слое [8, 9] преобразуем уравнение (3):

$$I = \rho U^2 \delta^{**} = \rho U^2 \frac{\delta m}{(m+1)(2m+1)}.$$
 (4)

Согласно [30], касательное напряжение трения определим как

$$\tau_{\omega} = 0,332\rho U^2 \left(\frac{\nu}{Ux}\right)^{\frac{1}{2}}.$$
 (5)

Тогда, учитывая уравнение количества движения (4) и касательное напряжение трения (5), приходим к дифференциальному уравнению:

$$\rho U^2 \frac{m}{(m+1)(2m+1)} \frac{d\delta}{dx} = 0,332\rho U^2 \left(\frac{\nu}{Ux}\right)^{\frac{1}{2}}.$$
 (6)

Проведя сокращение и разделив переменные, получим:

$$d\delta = \frac{0,332}{\frac{m}{(m+1)(2m+1)}} \left(\frac{v}{Ux}\right)^{\frac{1}{2}} dx.$$
 (7)

После интегрирования уравнения (7) получим:

$$\delta = \frac{0,332 \cdot 2}{\frac{m}{(m+1)(2m+1)}} \left(\frac{\nu}{U}\right)^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} + C.$$
(8)

Исходя из граничных условий, при x = 0 соответственно C = 0, тогда толщина ламинарного пограничного слоя в зависимости от расстояния от входной кромки

$$\delta = \frac{0,664}{\frac{m}{(m+1)(2m+1)}} \left(\frac{v}{U}\right)^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} = \frac{0,664}{\frac{m}{(m+1)(2m+1)}} \frac{1}{\operatorname{Re}_{x}^{\frac{1}{2}}} x.$$
(9)

Выражение (9) определяет зависимость толщины динамического пограничного слоя от координаты *x* (длины участка обтекания поверхности или элемента) и от параметра внешнего потока (критерия Re). На рис. 1 приведена графическая зависимость, определенная по выражению (9) для различных значений степеней распределения профиля динамического ламинарного пограничного слоя.

Из рис. 1 видно, что на начальном динамически нестабилизированном участке режим и параметры течения внешнего потока существенно влияют на параметр  $\delta/x$ , что в свою очередь влияет на потери в пограничном слое и показывает необходимость учета начального участка. Отметим, что начальные динамически нестабилизированные участки характерны и являются преобладающими в связи с геометрическими и режимными параметрами реализующихся в проточных частях агрегатов подачи ЖРД. Это объясняется относительно короткими участками (лопатки, рабочие диски, подводящие и отводящие аппараты турбин и насосов и др.) и высокими скоростями потока рабочего тела. Отметим, что при m = 2значения, полученные по зависимости (9), совпадают с выражением, полученным Г. Шлихтингом.

Переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный характеризуется формпараметром [30]:

$$H = \frac{\delta^*}{\delta^{**}} \approx 2, 6. \tag{10}$$

Причем при переходе от ламинарного течения к турбулентному данный формпараметр уменьшается от значения 2,6 в ламинарной области до значения 1,4 в турбулентной области [30].

#### Турбулентный пограничный слой

Рассмотрим турбулентный пограничный слой. Аппроксимируем распределение турбулентного динамического пограничного слоя функцией

$$\frac{u}{U} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{m}},\tag{11}$$

с учетом полученного выражения для толщины потери импульса для продольного потока случая



Рис. 1. Зависимость толщины ламинарного динамического слоя от степени профиля и координаты поверхности

турбулентного течения в пограничном слое получим [8, 9]:

$$I = \rho U^2 \delta^{**} = \rho U^2 \frac{\delta m}{(m+1)(m+2)}.$$
 (12)

Воспользуемся законом трения на пластине для турбулентного пограничного слоя согласно [30]:

$$\tau_{\omega} = 0,0225\rho U^2 \left(\frac{v}{U\delta}\right)^{\frac{1}{4}}.$$
 (13)

Учитывая уравнение количества движения (12) и закон трения (5), уравнение количества движения приводит к дифференциальному уравнению

$$\rho U^{2} \frac{m}{(m+1)(m+2)} \frac{d\delta}{dx} = 0,0225 \rho U^{2} \left(\frac{\nu}{U\delta}\right)^{\frac{1}{4}}.$$
 (14)

Произведя сокращение и разделив переменные, получим:

$$\delta^{\frac{1}{4}} d\delta = \frac{0,0225}{\frac{m}{(m+1)(m+2)}} \left(\frac{\nu}{U}\right)^{\frac{1}{4}} dx.$$
 (15)

После интегрирования уравнения (15) и проведения дальнейшего преобразования получим выражение для определения толщины турбулентного пограничного слоя в зависимости от расстояния от входной кромки:

$$\delta = \frac{0,0572}{\left(\frac{m}{(m+1)(m+2)}\right)^{\frac{4}{5}}} \left(\frac{v}{U}\right)^{\frac{1}{5}} x^{\frac{4}{5}} + C.$$
(16)

Если реализуется турбулентный пограничный слой сразу от переднего края, то, исходя из граничных условий, при x = 0 соответственно C = 0, тогда

$$\delta = \frac{0,0572}{\left(\frac{m}{(m+1)(m+2)}\right)^{\frac{4}{5}}} \left(\frac{\nu}{U}\right)^{\frac{1}{5}} x^{\frac{4}{5}} = \frac{0,0572}{\left(\frac{m}{(m+1)(m+2)}\right)^{\frac{4}{5}}} \left(\frac{1}{\operatorname{Re}_{x}}\right)^{\frac{1}{5}} x.$$
 (17)

Отметим, что турбулентный пограничный слой образуется только на каком-то критическом расстоянии  $x_c$  от переднего края, т.е. при  $x \neq 0$ . В этой критической точке пограничный слой уже имеет определенную толщину, так как он реализуется при переходе от ламинарного пограничного слоя. Тогда из (16)

$$\delta = \frac{0,0572}{\left(\frac{m}{(m+1)(m+2)}\right)^{\frac{4}{5}}} \left(\frac{1}{\text{Re}_{x}}\right)^{\frac{1}{5}} x + k\delta_{\pi}, \quad (18)$$

где k — коэффициент, на который, из условия (10), уменьшается пограничный слой при переходе от ламинарного к турбулентному.

На рис. 2 приведена графическая зависимость, определенная по выражению (17) для различных значений степеней распределения профиля динамического турбулентного пограничного слоя.

Отметим, что эта зависимость совпадает с выражением, полученным Г. Шлихтингом. Но, как было отмечено, в проточных частях агрегатов подачи ЖРД параметры потока могут существенно различаться и, соответственно, может меняться профиль эпюры динамического пограничного слоя, что влечет изменение параметров пограничного слоя.

Полученные выражения для определения толщин ламинарного (9) и динамического (17, 18) пограничных слоев необходимо использовать при определении относительных характерных толщин динамического пространственного пограничного слоя.

## 2. Определение скорости ядра потока на начальных участках динамически нестабилизированных течений в канале цилиндрической формы переменного сечения

Рассмотрим характерные параметры динамического пограничного слоя при течении в канале цилиндрической формы переменного сечения.

Отметим, что течение в цилиндрическом канале переменного сечения существенно отличается от течения на плоской пластине, это отличие заключается в наличии радиуса кривизны стенки, что влечет за собой существенное влияние на параметры динамического и, как следствие, температурного пограничных слоев. Отметим, что чем меньше радиус трубы, тем большее влияние будет оказано. Начальный участок развивающегося динамического слоя можно отнести к внутренней задаче, так как по длине канала



Рис. 2. Зависимость толщины турбулентного динамического слоя от степени профиля и координаты поверхности

происходит изменение скорости ядра потока  $U_{(x)} \neq$  const. Изменение скорости ядра потока обуславливается как геометрическими особенностями канала переменного сечения, так и наличием развивающегося динамического пограничного слоя (при внешней задаче скорость ядра потока  $U_{(x)} =$  const).

Отметим, что для канала основной характеристикой будет не толщина вытеснения, а площадь вытеснения, тогда скорость рабочего тела в ядре потока в зависимости от координаты *x* будет определяться как

$$U_{(x)} = U_0 \frac{R_1^2}{\left(R_2 - \delta^*\right)^2},$$
 (19)

где  $U_0$  — скорость потока при входе в канал.

Схематически течение на начальном участке в канале цилиндрической формы переменного сечения приведено на рис. 3. Рассматривается расширяющийся и сужающийся канал. Определим условие, что угол раскрытия образующей α не приводит к отрыву потока. Отметим, что канал цилиндрической формы постоянного сечения является частным случаем рассматриваемой задачи.

Учитывая угол раскрытия образующей, уравнение (19) можно записать:

$$U_{(x)}(R-\delta^* \pm x \,\mathrm{tg}\,\alpha)^2 = U_0 R^2,$$
 (20)

где R — начальный радиус канала; знак «+» при увеличивающейся площади проходного сечения канала (расширение), знак «-» при уменьшающейся площади проходного сечения канала (сужение).

### Турбулентный режим

Для турбулентного режима течения, так же как и для случая канала постоянного сечения, затруднительно получить аналитическое решение уравнения (20) и требуется численное решение относительно параметра скорости ядра потока  $U_{(x)}$ . С учетом выражения для толщины вытеснения [8, 9] запишем эти уравнения для расширяющегося канала:

$$U_{(x)}R^{2} - 2RAU_{(x)}^{\frac{4}{5}} + 2Rx \operatorname{tg} \alpha \cdot U_{(x)} + U_{(x)}^{\frac{3}{5}}A^{2} - 2U_{(x)}^{\frac{4}{5}}Ax \operatorname{tg} \alpha + U_{(x)}x^{2} (\operatorname{tg} \alpha)^{2} = U_{0}R^{2}$$
(21)

и сужающегося канала:

$$U_{(x)}R^{2} - 2RAU_{(x)}^{\frac{4}{5}} - 2Rx \operatorname{tg} \alpha \cdot U_{(x)} + U_{(x)}^{\frac{3}{5}}A^{2} + 2U_{(x)}^{\frac{4}{5}}Ax \operatorname{tg} \alpha + U_{(x)}x^{2} (\operatorname{tg} \alpha)^{2} = U_{0}R^{2}, \quad (22)$$



Рис. 3. Схема цилиндрического канала переменной формы

где 
$$A = \frac{0,0572(v)^{\frac{1}{5}}x^{\frac{4}{5}}}{\left(\frac{m}{(m+1)(m+2)}\right)^{\frac{4}{5}}(m+1)}$$
.

### Ламинарный режим

Рассмотрим ламинарный режим течения в канале цилиндрической формы переменного сечения. Учитывая уравнение (20), (9) и толщины вытеснения, запишем:

для расширяющегося канала:

$$U_{(x)}R^{2} - 2R(A)U_{(x)}^{\frac{1}{2}} + 2Rx \operatorname{tg} \alpha U_{(x)} + (A)^{2} - 2U_{(x)}^{\frac{1}{2}}(A)x \operatorname{tg} \alpha + U_{(x)}(x \operatorname{tg} \alpha)^{2} = U_{0}R^{2};$$
(23)

для сужающегося канала:

$$U_{(x)}R^{2} - 2R(A)U_{(x)}^{\frac{1}{2}} - 2Rx \operatorname{tg} \alpha U_{(x)} + (A)^{2} + 2U_{(x)}^{\frac{1}{2}}(A)x \operatorname{tg} \alpha + U_{(x)}(x \operatorname{tg} \alpha)^{2} = U_{0}R^{2},$$
(24)

где  $A = \left(\frac{0,664(2m+1)}{m}(v)^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}\right).$ 

Определим корни уравнения (23) для расширяющегося цилиндрического канала:

$$U_{(x)l} = \frac{R^2 U_0 - A^2 + \frac{2AR(A + RU_0^{\frac{1}{2}}) + 2Ax \operatorname{tg} \alpha (A + RU_0^{\frac{1}{2}})}{R + x \operatorname{tg} \alpha}}{R^2 + 2Rx \operatorname{tg} \alpha + x^2 (\operatorname{tg} \alpha)^2};$$
(25)

$$U_{(x)2} = \frac{R^2 U_0 - A^2 + \frac{2AR(A - RU_0^{\frac{1}{2}}) + 2Ax \operatorname{tg} \alpha (A - RU_0^{\frac{1}{2}})}{R + x \operatorname{tg} \alpha}}{R^2 + 2Rx \operatorname{tg} \alpha + x^2 (\operatorname{tg} \alpha)^2}.$$
(26)

Анализируя полученные корни уравнения (23) и учитывая анализ, проведенный для цилиндрического канала постоянного сечения, оставляем только корень (25). Корень (26) не имеет физического смысла.

Определим корни уравнения (24) для сужающегося цилиндрического канала:

$$U_{(x)l} = \frac{R^2 U_0 - A^2 + \frac{2AR(A + RU_0^{\frac{1}{2}}) - 2Ax \operatorname{tg} \alpha (A + RU_0^{\frac{1}{2}})}{R - x \operatorname{tg} \alpha}}{R^2 - 2Rx \operatorname{tg} \alpha + x^2 (\operatorname{tg} \alpha)^2};$$
(27)

$$U_{(x)2} = \frac{R^2 U_0 - A^2 + \frac{2AR(A - RU_0^{\frac{1}{2}}) - 2Ax \operatorname{tg} \alpha (A - RU_0^{\frac{1}{2}})}{R + x \operatorname{tg} \alpha}}{R^2 - 2Rx \operatorname{tg} \alpha + x^2 (\operatorname{tg} \alpha)^2}.$$
(28)

Проводя анализ полученных корней уравнения (24) для случая сужающегося канала, оставляем только корень (27). Корень (28) не имеет физического смысла.

Полученные выражения для скорости ядра потока  $U_{(x)}$  на некотором расстоянии x от входа в канал позволяют определять параметры пограничного слоя, в том числе и потери по длине канала.

# 3. Определение скорости ядра потока на начальных участках динамически нестабилизированных течений в канале прямоугольного переменного сечения

На рис. 4 приведена расчетная схема канала прямоугольного переменного сечения (расширяющийся и сужающийся канал). Геометрия канала характерна для элементов подводящих и отводящих устройств турбин и центробежных насосов, элементов межлопаточного канала, каналов тракта охлаждения камеры ЖРД и др.

Запишем уравнения для определения скорости ядра потока на некотором расстоянии *x* от входа в канал:

$$U_{(x)} = U_0 ab / (a - \delta^* \pm x \operatorname{tg}\alpha \pm x \operatorname{tg}\beta) (b - \delta^* \pm x \operatorname{tg}\varphi \pm x \operatorname{tg}\gamma),$$
(29)

где знак «+» для расширяющегося канала, знак «-» для сужающегося канала.

Подставив толщины вытеснения в (29), получим выражения для определения скорости ядра потока на расстоянии *x* от входа для турбулентного и ламинарного режима:



Рис. 4. Расчетная схема прямоугольного канала переменной геометрии

$$U_{(x)} = U_0 ab \left/ \left( a - \frac{A}{U_{(x)}^{\frac{1}{5}}} \pm x \operatorname{tg}\alpha \pm x \operatorname{tg}\beta \right) \left( b - \frac{A}{U_{(x)}^{\frac{1}{5}}} \pm x \operatorname{tg}\varphi \pm x \operatorname{tg}\gamma \right),$$
(30)

где параметр *А* для турбулентного и ламинарного режима определяется точно так же, как и для канала цилиндрического переменного сечения.

Уравнение (30) решается численно относительно скорости в ядре на некотором расстоянии *x* от входа в канал.

Приведем частный случай решения уравнения (30) для ламинарного режима течения для канала постоянного сечения прямоугольной формы:

$$U_{(x)1} = U_0 + \frac{A^2}{2a^2} + \frac{A^2}{2b^2} + \frac{A\sqrt{A^2a^2 - 2A^2ab + A^2b^2 + 4U_0a^2b^2}}{2ab^2} + \frac{A\sqrt{A^2a^2 - 2A^2ab + A^2b^2 + 4U_0a^2b^2}}{2a^2b};$$

$$U_{(x)2} = U_0 + \frac{A^2}{2a^2} + \frac{A^2}{2b^2} - \frac{A\sqrt{A^2a^2 - 2A^2ab + A^2b^2 + 4U_0a^2b^2}}{2ab^2} - \frac{A\sqrt{A^2a^2 - 2A^2ab + A^2b^2 + 4U_0a^2b^2}}{2a^2b}.$$
(31)

Анализируя полученные корни уравнения, оставляем только корень  $U_{(x)1}$  для ламинарного течения в канале прямоугольной формы, корень уравнения  $U_{(x)2}$  исключаем.

# 4. Определение скорости ядра потока на начальных участках динамически нестабилизированных течений в каналах полостей вращения переменного сечения

Рассмотрим канал полости вращения переменного сечения (рис. 5) с различными углами раскрытия образующих α и β. Данный тип каналов характерен прежде всего для полостей между рабочим диском газовых турбин и центробежных насосов и корпусом ТНА ЖРД, для полостей подводящих и отводящих каналов.

Течения в полостях вращения представляет более сложный случай; требуется отдельно рассматривать вращательные течения с двумя неподвижными стенками (характерно для вращательного течения по закону «свободного вихря» UR = const) и с неподвижной и вращающейся стенками (харак-





Рис. 5. Схема канала полостей вращения переменного сечения

терно для вращательного течения по закону «твердого тела» U/R = const). Необходимо учитывать течение: от периферии к центру канала; от центра к периферии.

Примем следующие обозначения: U — окружная составляющая скорости ядра;  $V_R$  — расходная составляющая скорости ядра; C — абсолютная скорость ядра потока.

Тогда

$$C = \sqrt{U^2 + V_R^2}.$$

Рассмотрим следующие возможные случаи:

1. Вращательное течение с двумя неподвижными дисками:

1.1. Течение от центра к периферии:

расширяющийся канал;

– сужающийся канал.

1.2. Течение от периферии к центру:

расширяющийся канал;

- сужающийся канал.

2. Вращательное течение с неподвижной и вращающейся стенками:

2.1. Течение от центра к периферии:

- расширяющийся канал;
- сужающийся канал.

2.2. Течение от периферии к центру:

- расширяющийся канал;
- сужающийся канал.

# 4.1 Неподвижные стенки

Для расходной составляющей скорости при течении от центра к периферии при расширении канала знак (+) и сужении канала знак (-):

$$V_{R0} 2\pi R_1 z_1 = V_{Rx} 2\pi R_x \Big[ z_1 \pm \text{tga} \Big( R_x - R_1 \Big) \pm \text{tgB} \Big( R_x - R_1 \Big) - \delta_{\text{cr1}}^* - \delta_{\text{cr2}}^* \Big],$$
(32)

где  $z_1$  — нормальный зазор, соответствующий радиусу  $R_1$ ;  $R_x$  — текущий радиус;  $\delta_{ct1}^*$ ,  $\delta_{ct2}^*$  — толщина

вытеснения на первой и второй стенках соответственно. Для упрощения примем  $\delta_{ct1}^* = \delta_{ct2}^*$ .

Учитывая толщину вытеснения, толщину динамического пограничного слоя (9) и уравнение (32), определим расходную составляющую для ламинарного режима:

$$V_{Rx} = \frac{V_{R0}R_{1}z_{1}}{R_{x}\left[z_{1} \pm \text{tg}\alpha\left(R_{x} - R_{1}\right) \pm \text{tg}\beta\left(R_{x} - R_{1}\right) - 2\left(\frac{0,664(2m+1)}{m \cdot V_{Rx}^{\frac{1}{2}}}(v)^{\frac{1}{2}}\left(R_{x}^{\frac{1}{2}} - R_{1}^{\frac{1}{2}}\right)\right)\right]}.$$
(33)

Учитывая толщину вытеснения, толщину пограничного слоя (17) и уравнение (32), определим расходную составляющую для турбулентного режима:

$$V_{Rx} = \frac{V_{R0}R_{1}z_{1}}{R_{x}\left[z_{1} \pm \mathrm{tg}\alpha\left(R_{x}-R_{1}\right) \pm \mathrm{tg}\beta\left(R_{x}-R_{1}\right) - \frac{2\cdot0,0572\left(\nu\right)^{\frac{1}{5}}\left(R_{x}^{\frac{4}{5}}-R_{1}^{\frac{4}{5}}\right)}{\left(\frac{m}{(m+1)(m+2)}\right)^{\frac{4}{5}}(m+1)\cdot V_{Rx}^{\frac{1}{5}}}\right]}$$
(34)

Для расходной составляющей скорости при течении от периферии к центру при расширении канала знак (+) и сужении канала знак (-),

$$V_{R0} 2\pi R_2 z_2 = V_{Rx} 2\pi R_x \Big[ z_2 \pm \text{tga} \Big( R_1 - R_x \Big) \pm \text{tg} \Big( R_2 - R_x \Big) - \delta_{\text{cr1}}^* - \delta_{\text{cr2}}^* \Big],$$
(35)

где  $z_2$  — нормальный зазор, соответствующий радиусу  $R_2$ .

Учитывая (9) для ламинарного режима, уравнение (35) и  $\delta_{cr1}^* = \delta_{cr2}^*$ , получим:

$$V_{Rx} = \frac{V_{R0}R_2z_2}{R_x \left[ z_2 \pm \text{tg}\alpha \left( R_2 - R_x \right) \pm \text{tg}\beta \left( R_2 - R_x \right) - 2 \left( \frac{0,664(2m+1)}{m \cdot V_{Rx}^{\frac{1}{2}}} (v)^{\frac{1}{2}} \left( R_x^{\frac{1}{2}} - R_2^{\frac{1}{2}} \right) \right) \right]}.$$
(36)

Учитывая (17) для турбулентного режима, уравнение (35) и  $\delta_{cr1}^* = \delta_{cr2}^*$ , получим:

$$V_{Rx} = \frac{V_{R0}R_{2}z_{2}}{R_{1}\left[z_{1} \pm tg\alpha\left(R_{2} - R_{x}\right) \pm tg\beta\left(R_{2} - R_{x}\right) - \frac{2\cdot0,0572(\nu)^{\frac{1}{5}}\left(R_{x}^{\frac{4}{5}} - R_{2}^{\frac{4}{5}}\right)}{\left(\frac{m}{(m+1)(m+2)}\right)^{\frac{4}{5}}(m+1)\cdot V_{Rx}^{\frac{1}{5}}}\right]}.$$
(37)

Рассмотрим окружную составляющую скорости *U* для вращательного течения с двумя неподвижными стенками. В данном случае необходимо определить зависимость

$$U=f(R).$$

Для потенциального течения воспользуемся распределением окружной составляющей скорости по закону «свободного вихря», тогда  $UR = \text{const} = C_U$ . Можно учесть изменение значения константы  $C_U$  по зависимости для одной стороны диска:

$$\frac{dC_U}{dR} = -\frac{2\pi\tau_{0\alpha}R^2}{\rho\dot{V}} = -\frac{\tau_{0\alpha}R}{\rho zV_R}.$$

Однако необходимо учитывать влияние окружной составляющей напряжения трения на стенке, которое при любом направлении движения потока снижает значение  $C_U$ . Тогда при наличии первоначальной закрутки потока  $\omega = UR$ :

- для окружной составляющей скорости при течении от центра к периферии

$$U_0 R_1 = U_x (R_x - R_1) - 2\Delta C_U$$
,

или без учета потерь на трение, которое можно добавить при численном интегрировании,

$$U_{x} = \frac{U_{0}R_{1}}{\left(R_{x} - R_{1}\right)};$$
(38)

- для окружной составляющей скорости при течении от периферии к центру

$$U_0 R_2 = U_x (R_2 - R_x) - 2\Delta C_U$$
,

или без учета потерь на трение,

$$U_{x} = \frac{U_{0}R_{2}}{\left(R_{2} - R_{x}\right)}.$$
(39)

Запишем уравнения для определения абсолютной скорости на некотором расстоянии от входа в полость для начального участка течения в полости с двумя неподвижными стенками.

1. Течение от центра к периферии для расширяющегося и сужающегося канала:

— ламинарное течение:

$$C_{x} = \sqrt{\left(\frac{U_{0}R_{1} - 2\Delta C_{U}}{(R_{x} - R_{1})}\right)^{2} + \left(\frac{V_{R0}R_{1}z_{1}}{R_{x}\left[z_{1} \pm tg\alpha(R_{x} - R_{1}) \pm tg\beta(R_{x} - R_{1}) - \frac{1,328(2m+1)}{m \cdot V_{Rx}^{\frac{1}{2}}}(v)^{\frac{1}{2}}\left(R_{x}^{\frac{1}{2}} - R_{1}^{\frac{1}{2}}\right)\right]}\right)^{2}; \quad (40)$$

— турбулентное течение:

$$C_{x} = \sqrt{\left(\frac{U_{0}R_{1} - 2\Delta C_{U}}{(R_{x} - R_{1})}\right)^{2} + \left(\frac{V_{R0}R_{1}z_{1}}{R_{x}\left[z_{1} \pm \mathrm{tg}\alpha\left(R_{x} - R_{1}\right) \pm \mathrm{tg}\beta\left(R_{x} - R_{1}\right) - \frac{0,1144\left(\nu\right)^{\frac{1}{5}}\left(R_{x}^{\frac{4}{5}} - R_{1}^{\frac{4}{5}}\right)}{\left(\frac{m}{(m+1)(m+2)}\right)^{\frac{4}{5}}(m+1)V_{Rx}^{\frac{1}{5}}}\right)^{2}}\right)^{2}}.$$
 (41)

2. Течение от периферии к центру для расширяющегося и сужающегося канала: — ламинарное течение:

$$C_{x} = \sqrt{\left(\frac{U_{0}R_{2} - 2\Delta C_{U}}{(R_{2} - R_{x})}\right)^{2} + \left(\frac{V_{R0}R_{2}z_{2}}{R_{x}\left[z_{2} \pm \text{tg}\alpha\left(R_{2} - R_{x}\right) \pm \text{tg}\beta\left(R_{2} - R_{x}\right) - \frac{1,328(2m+1)}{m \cdot V_{Rx}^{\frac{1}{2}}}(\nu)^{\frac{1}{2}}\left(R_{x}^{\frac{1}{2}} - R_{2}^{\frac{1}{2}}\right)\right)^{2}}; \quad (42)$$

— турбулентное течение:

$$C_{x} = \left[ \frac{U_{0}R_{2} - 2\Delta C_{U}}{(R_{2} - R_{x})} \right]^{2} + \left( \frac{V_{R0}R_{2}z_{2}}{R_{1} \left[ z_{1} \pm \mathrm{tg}\alpha (R_{2} - R_{x}) \pm \mathrm{tg}\beta (R_{2} - R_{x}) - \frac{0.1144(\mathrm{v})^{\frac{1}{5}} \left( R_{x}^{\frac{4}{5}} - R_{2}^{\frac{4}{5}} \right)}{\left( \frac{m}{(m+1)(m+2)} \right)^{\frac{4}{5}} (m+1)V_{Rx}^{\frac{1}{5}}} \right]^{2}} \right]^{2}$$
(43)

#### 4.2. Неподвижная стенка и вращающийся диск

Рассмотрим окружную составляющую скорости *U* для вращательного течения с неподвижной и вращающейся стенками. Определим зависимость

$$U=f(R).$$

В данном типе канала реализуется вращательное течение по закону «твердого тела», тогда  $U/R = \text{consr} = C_R$ .

Можно учесть изменение значения по зависимости для стенки и диска

$$\frac{dC_R}{dR} = -\frac{2\pi\tau_{0\alpha}^{\rm cT}R^2}{\rho\dot{V}} - \frac{2\pi\tau_{0\alpha}^{\rm a}R^2}{\rho\dot{V}} = -\frac{R}{\rho zV_R} \left(\tau_{0\alpha}^{\rm cT} + \tau_{0\alpha}^{\rm a}\right)^{\frac{1}{2}}$$

- для окружной составляющей скорости при течении от центра к периферии

$$\frac{U_0}{R_1} = \frac{U_x}{\left(R_x - R_1\right)} - \Delta C_R$$

или без учета потерь на трение, которое можно добавить при численном интегрировании,

$$U_{x} = \frac{U_{0} \left( R_{x} - R_{1} \right)}{R_{1}}; \tag{44}$$

- для окружной составляющей скорости при течении от периферии к центру

$$\frac{U_0}{R_2} = \frac{U_x}{\left(R_2 - R_x\right)} - \Delta C_R$$

или без учета потерь на трение,

$$U_{x} = \frac{U_{0} \left( R_{2} - R_{x} \right)}{R_{2}}.$$
(45)

Запишем уравнения для определения абсолютной скорости на некотором расстоянии от входа в полость для начального участка течения в полости с двумя неподвижными стенками.

1. Течение от центра к периферии для расширяющегося и сужающегося канала:

— ламинарное течение:

$$C_{x} = \sqrt{\left(\left(\frac{U_{0}}{R_{1}} - \Delta C_{R}\right)(R_{x} - R_{1})\right)^{2} + \left(\frac{V_{R0}R_{1}z_{1}}{R_{x}\left[z_{1} \pm \text{tga}(R_{x} - R_{1}) \pm \text{tg}\beta(R_{x} - R_{1}) - \frac{1,328(2m+1)}{m \cdot V_{Rx}^{\frac{1}{2}}}(v)^{\frac{1}{2}}\left(R_{x}^{\frac{1}{2}} - R_{1}^{\frac{1}{2}}\right)\right)}\right)^{2}; \quad (46)$$

— турбулентное течение:

$$C_{x} = \sqrt{\left(\left(\frac{U_{0}}{R_{1}} - \Delta C_{R}\right)(R_{x} - R_{1})\right)^{2} + \left(\frac{V_{R0}R_{1}z_{1}}{R_{x}\left[z_{1} \pm tg\alpha(R_{x} - R_{1}) \pm tg\beta(R_{x} - R_{1}) - \frac{0,1144(v)^{\frac{1}{5}}\left(R_{x}^{\frac{4}{5}} - R_{1}^{\frac{4}{5}}\right)}{\left(\frac{m}{(m+1)(m+2)}\right)^{\frac{4}{5}}(m+1)V_{Rx}^{\frac{1}{5}}}\right)^{2}}.$$
 (47)

2. Течение от периферии к центру для расширяющегося и сужающегося канала: — ламинарное течение:

$$C_{x} = \sqrt{\left(\left(\frac{U_{0}}{R_{2}} - \Delta C_{R}\right)(R_{2} - R_{x})\right)^{2} + \left(\frac{V_{R0}R_{2}z_{2}}{R_{x}\left[z_{2} \pm tg\alpha(R_{2} - R_{x}) \pm tg\beta(R_{2} - R_{x}) - \frac{1,328(2m+1)}{m \cdot V_{Rx}^{\frac{1}{2}}}(v)^{\frac{1}{2}}\left(R_{x}^{\frac{1}{2}} - R_{2}^{\frac{1}{2}}\right)\right)}\right)^{2}}; \quad (48)$$

— турбулентное течение:

$$C_{x} = \left( \left( \frac{U_{0}}{R_{2}} - \Delta C_{R} \right) (R_{2} - R_{x}) \right)^{2} + \left( \frac{V_{R0}R_{2}z_{2}}{R_{1} \left[ z_{1} \pm \mathrm{tg}\alpha (R_{2} - R_{x}) \pm \mathrm{tg}\beta (R_{2} - R_{x}) - \frac{0,1144(v)^{\frac{1}{5}} \left( R_{x}^{\frac{4}{5}} - R_{2}^{\frac{4}{5}} \right)}{\left( \frac{m}{(m+1)(m+2)} \right)^{\frac{4}{5}} (m+1)V_{Rx}^{\frac{1}{5}}} \right)^{2}.$$
(49)

При одномерном течении в канале произвольного сечения, с учетом инерционной составляющей скорости ядра потока *dU/dx*, получено выражение для определения потерь давления:

— для каналов цилиндрического и прямоугольного сечений:

$$\frac{dp}{dx} = -\rho U \frac{dU}{dx} - \frac{\tau_0}{F} \frac{dS}{dx} - \frac{p}{F} \frac{dF}{dx};$$

в принятых обозначениях для полостей вращения:

$$\frac{dp}{dr} = -\rho U \frac{dU}{dr} - \frac{\tau_0}{F} \frac{dS}{dr} - \frac{p}{F} \frac{dF}{dr}.$$

Величину гидравлического коэффициента трения можно оценить по закону Дарси в зависимости от режимов течения:

$$\xi = \frac{\Delta p}{\frac{L}{d}\rho \frac{\overline{u}^2}{2}},$$

где L — длина участка;  $\Delta p$  — потери давления на участке; d — гидравлический диаметр;  $\overline{u}$  — осредненная скорость потока по длине канала.

На рис. 6—11 приведены графические зависимости распределения динамических параметров



Рис. 6. Зависимость относительной скорости потока от развития профиля для ламинарного течения в трубе на начальном участке



Рис. 8. Зависимость развития профиля от относительной длины начального участка для ламинарного течения в трубе



Рис. 10. Зависимость относительной скорости потока от относительной длины начального участка для ламинарного течения в трубе

для канала цилиндрической формы постоянного сечения, полученные по выражениям (9), (17), (21), (22), (25), (27) для ламинарного и турбулентного режимов течения рабочего тела.

Графические зависимости, полученные для канала цилиндрической формы постоянного се-



Рис. 7. Зависимость относительной скорости потока от развития профиля для турбулентного течения в трубе на начальном участке



Рис. 9. Зависимость развития профиля от относительной длины начального участка для турбулентного течения в трубе



Рис. 11. Зависимость относительной скорости потока от относительной длины начального участка для турбулентного течения в трубе

чения, хорошо согласуются с выражениями других авторов [30—32 и др.] при степени профиля для ламинарного течения m = 2 и турбулентного течения m = 7. Отметим, что в проточных частях ТНА степень профиля распределения скорости mне всегда принимает данные значения, а может существенно отличаться от данных параметров и изменяться для ламинарного течения в пределах  $m = 1 \div 5$  и для турбулентного режима  $m = 5 \div 12$ , в зависимости от режимных параметров.

## Выводы

Используя уравнение количества движения пограничного слоя, полученное Т. Карманом, и учитывая особенности профилей распределения скорости динамического пограничного слоя, а также касательные напряжения трения при ламинарном и турбулентном течениях для пластины, получены выражения для определения толщин динамического пограничного слоя для начальных участков динамически нестабилизированных течений в зависимости от координаты х. С учетом развивающегося динамического пограничного слоя для характерных начальных участков, элементов проточных частей ТНА определены выражения для оценки скорости потока в зависимости от длины канала и предложено выражение для оценки потерь. Полученные выражения также необходимы для определения длины участка динамически нестабилизированного течения при ламинарном и турбулентном течениях. Полученные зависимости верифицированы для канала цилиндрической формы постоянного сечения.

## Библиографический список

- Киселев Ф.Д. Диагностика разрушений и оценка эксплуатационной работоспособности рабочих турбинных лопаток авиационных двигателей // Вестник Московского авиационного института. 2019. Т. 26. № 4. С. 108-122. DOI: 10.34759/vst-2019-4-108-122
- 2. Григорьев В.А., Загребельный А.О., Калабухов Д.С. Совершенствование параметрической модели массы газотурбинного двигателя со свободной турбиной для вертолетов // Вестник Московского авиационного института. 2019. Т. 26. № 3. С. 137-143.
- 3. *Милешин В.И., Семёнкин В.Г.* Расчетное исследование влияния числа Рейнольдса на характеристики первой типовой ступени компрессора высокого давления // Вестник Московского авиационного института. 2018. Т. 25. № 2. С. 86-98.
- 4. Ильинков А.В., Габдрахманов Р.Р., Такмовцев В.В., Щукин А.В. Влияние центробежных массовых сил на теплоотдачу при обтекании потоком воздуха

вогнутой поверхности с поперечными выступами // Вестник Московского авиационного института. 2018. Т. 25. № 1. С. 39-48.

- 5. Горелов Ю.Г., Строкач Е.А. Анализ закономерностей расчета коэффициента теплоотдачи от газа на входных кромках сопловых лопаток турбин высокого давления // Вестник Московского авиационного института. 2016. Т. 23. № 1. С. 80-85.
- 6. Щербаков М.А., Воробьев Д.А., Маслаков С.А., Равикович Ю.А. Определение коэффициента теплоотдачи на пере лопатки турбины на нерасчётных режимах работы // Вестник Московского авиационного института. 2013. Т. 20. № 3. С. 95-103.
- 7. *Краева Е.М.* Энергетические параметры высокооборотных насосов малого расхода // Вестник Московского авиационного института. 2011. Т. 18. № 3. С. 104-109.
- 8. Зуев А.А., Назаров В.П., Арнгольд А.А., Петров И.М. Дисковое трение при определении баланса мощностей турбонасосных агрегатов жидкостных ракетных двигателей // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. 2019. № 57. С. 17-31. DOI: 10.15593/2224-9982/2019.57.02
- 9. Зуев А.А., Назаров В.П., Арнгольд А.А., Петров И.М. Методика определения дискового трения малорасходных центробежных насосов // Сибирский журнал науки и технологий. 2019. Т. 20. № 2. С. 219– 227. DOI: 10.31772/2587-6066-2019-20-2-219-227
- Lai F., Zhu X., Li G., Zhu L., Wang F. Numerical Research on the Energy Loss of a Single-Stage Centrifugal Pump with Different Vaned Diffuser Outlet Diameters // Energy Procedia. 2019. Vol. 158, pp. 5523–5528. DOI: 10.1016/j.egypro.2019.01.592
- 11. Jiang W., Li G., Liu P., Fu L. Numerical investigation of influence of the clocking effect on the unsteady pressure fluctuations and radial forces in the centrifugal pump with vaned diffuser // International Communications in Heat and Mass Transfer. 2016. Vol. 71, pp. 164–171. DOI: 10.1016/j.icheatmasstransfer. 2015.12.025
- Lorusso M., Capurso T., Torresi M., Fortunato B., Fornarelli F., Camporeale S.M., Monteriso R. Efficient CFD evaluation of the NPSH for centrifugal pumps // Energy Procedia. 2017. Vol. 126, pp. 778–785. DOI: 10.1016/j.egypro.2017.08.262
- Wang C., Shi W., Wang X., Jiang X., Yang Y., Li W., Zhou L. Optimal design of multistage centrifugal pump based on the combined energy loss model and computational fluid dynamics // Applied Energy. 2017. Vol. 187, pp. 10–26. DOI: 10.1016/j.apenergy. 2016.11.046
- Bakhshan Y., Omidvar A. Calculation of friction coefficient and analysis of fluid flow in a stepped microchannel for wide range of Knudsen number using Lattice Boltzmann (MRT) method // Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications. 2015. Vol. 440, pp. 161–175. DOI: 10.1016/j.physa.2015.08.012

- Basit M.A., Tian W., Chen R., Qiu S., Su G. Numerical study of laminar flow and friction characteristics in narrow channels under rolling conditions using MPS method // Nuclear Engineering and Technology. 2019. Vol. 51. No. 8, pp. 1886-1896. DOI: 10.1016/ j.net.2019.06.001
- 16. Галактионов А.Ю., Хлупнов А.И. Численный расчет нестационарных аэродинамических характеристик цилиндрических моделей в условиях сверхзвукового ламинарного обтекания // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2015. № 5(104). С. 4–13. DOI: 10.18698/0236-3941-2015-5-4-13
- Афанасьев В.Н., Егоров К.С., Кон Дехай. Верификация моделей турбулентности при анализе структуры турбулентного пограничного слоя около прямоугольного выступа на пластине // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2018. № 6. С. 72–89. DOI: 10.18698/0236-3941-2018-6-72-89
- Мартиросян А.А., Милешин В.И., Дружинин Я.М., Кожемяко П.Г. Расчетно-экспериментальное исследование аэродинамических характеристик биротативного вентилятора с использованием различных программных комплексов // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2019. № 2. С. 115–130. DOI: 10.18698/0236-3941-2019-2-115-130
- Burger J., Haldenwang R., Alderman N. Friction factor-Reynolds number relationship for laminar flow of non-Newtonian fluids in open channels of different crosssectional shapes // Chemical Engineering Science. 2010. Vol. 65. No. 11, pp. 3549–3556. DOI: 10.1016/ j.ces.2010.02.040
- 20. Горский В.В., Леонов А.Г., Локтионова А.Г. К вопросу о расчете конвективного теплообмена в ламинарно-турбулентном пограничном слое на непроницаемой поверхности полусферы // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2019. № 3(126). С. 17–28. DOI: 10.18698/0236-3941-2019-3-17-28
- 21. Зуев А.А., Назаров В.П., Арнгольд А.А. Определение локального коэффициента теплоотдачи с использованием модели температурного пограничного слоя в полостях вращения газовых турбин // Вестник Московского авиационного института. 2019. Т. 26. № 2. С. 99-115.
- 22. Зимонт В.Л., Козлов В.Е., Прасковский А.А. Исследование турбулентного течения на начальном участке цилиндрического канала с острыми кромками // Ученые записки ЦАГИ. 1981. Т. XXII. № 1. С. 145-152.

- 23. *Ряжских А.В.* О задаче идентификации начального гидродинамического участка при ламинарном течении ньютоновской жидкости в горизонтальном кольцевом канале // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математика. Механика. Физика. 2017. Т. 9. № 3. С. 34-40. DOI: 10.14529/mmph170305
- 24. *Сабельников В.А., Смирных Е.А.* Численный расчет турбулентного течения на начальном участке плоского канала с острыми кромками методом дискретных вихрей // Ученые записки ЦАГИ. 1985. Т. 16. № 4. С. 59-64.
- 25. Симаков Н.Н. Численное моделирование и расчет начального участка турбулентной газовой струи // Известия высших учебных заведений. Серия: Химия и химическая технология. 2006. Т. 49. № 3. С. 93-97.
- 26. Стерлигов В.А., Мануковская Т.Г. Теплообмен ламинарного потока жидкости на начальном участке трубчатого канала // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2010. Т. 6. № 7. С. 157-161.
- 27. Durst F., Ray S., Ünsal B., Bayoumi O.A. The development lengths of laminar pipe and channel Flows // Journal of Fluids Engineering. 2005. Vol. 127. No. 6, pp. 1154–1160. DOI: 10.1115/1.2063088
- 28. *Ряжских А.В.* Гидродинамический начальный участок при течении высоковязкой ньютоновской жидкости в круглой трубе // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2012. № 3. С. 98-102.
- 29. Жуйков Д., Назаров В.П. Численное моделирование течения в полостях вращения турбонасосного агрегата // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2016. № 1. С. 126-131.
- Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя / Пер. с нем. Г.А. Вольперта; Под ред. Л.Г. Лойцянского. — М.: Наука, 1974. — 712 с.
- Михеев М.А., Михеева И.М. Основы теплопередачи. — Изд. 2-е, стереотип. — М.: Энергия, 1977. — 344 с.
- 32. *Кейс В.М.* Конвективный тепло- и массообмен/ Пер. с англ. — М.: Энергия, 1972. — 448 с.

# SECTIONS OF DYNAMICALLY NON-STABILIZED FLOWS IN CHARACTERISTIC CHANNELS OF THE AIR-GAS CHANNELS OF LIQUID ROCKET ENGINES TURBOPUMP UNITS

Zuev A.A.<sup>1\*</sup>, Arngol'd A.A.<sup>2\*\*</sup>, Nazarov V.P.<sup>1\*\*\*</sup>

 <sup>1</sup> Reshetnev Siberian State University of Science and Technologies, 31, Krasnoyarsky Rabochy av., Krasnoyarsk, 660037, Russia
 <sup>2</sup> Krasnoyarsk Machine-Building Plant, 29, Krasnoyarsky Rabochy av., Krasnoyarsk, 660123, Russia
 <sup>\*</sup> e-mail: dla2011@inbox.ru
 <sup>\*\*</sup> e-mail: arngoldanna@mail.ru
 \*\*\* e-mail: nazarov@mail.sibsau.ru

## Abstract

The sections of dynamically non-stabilized flows characteristic for the elements of air-gas channels of the turbopump units of the liquid rocket engines are being under consideration. Sector of variable cylindrical and rectangular cross-section, rotational flows in the cavities with immovable walls, and with immovable and rotating walls are studied. Inlet and outlet devices, sidelong cavities between rotor and stator, the cavities of hydrodynamic seals, as well as elements of inter-blade channel of the centrifugal pumps and gas turbines relate to the characteristic elements.

Due to the characteristic features of the operating and structural parameters, the initial sections of dynamically non-stabilized flows are predominant in the air-gas channels of the supply units. These sections affect significantly the energy parameters of the unit and thermal exchange processes and, as a consequence, the reliability of structural elements. Both, laminar and turbulent flow modes of the working fluid are being realized in the characteristic elements of the supply systems.

Using methods of the of the spatial boundary layer theory, the characteristic thicknesses of the boundary layer such as dynamic boundary layer thickness, the displacement thickness and momentum loss thickness were determined. Dependencies for determining the flow core velocity, which are necessary for estimating losses depending on the length of characteristic sections were obtained. To determine correctly the energy parameters, the right choice of the friction laws and velocity profiles in the boundary layer, as well as accounting for the initial section are necessary. The obtained dependencies are accounting for the velocity distribution profile in the boundary layer at the characteristic sections for the cases of both laminar and turbulent modes. **Keywords:** section of dynamically non-stabilized flow, velocity, losses in length, spatial boundary layer.

### References

- 1. Kiselev F.D. Fracture diagnostics and operational workability evaluation of working turbine blades of aircraft engine. *Aerospace MAI Journal*, 2019, vol. 26, no. 4, pp. 108-122. DOI: 10.34759/vst-2019-4-108-122
- 2. Grigor'ev V.A., Zagrebel'nyi A.O., Kalabuhov D.S. Updating parametric gas turbine engine model with free turbine for helicopters. *Aerospace MAI Journal*, 2019, vol. 26, no. 3, pp. 137-143.
- 3. Mileshin V.I., Semenkin V.G. Computational study of Reynolds number effect on the typical first stage of a high-pressure compressor. *Aerospace MAI Journal*, 2018, vol. 25, no. 2, pp. 86-98.
- 4. Il'inkov A.V., Gabdrakhmanov R.R., Takmovtsev V.V., Shchukin A.V. Effect of centrifugal mass forces on heat transfer when airflow of concave surface with transverse projections. *Aerospace MAI Journal*, 2018, vol. 25, no. 1, pp. 39-48.
- 5. Gorelov Yu.G., Strokach E.A. Conformities analysis of heat transfer coefficient calculation from the gas at high-pressure turbines entry nozzle blade edges. *Aerospace MAI Journal*, 2016, vol. 23, no. 1, pp. 80-85.
- Shcherbakov M.A., Vorobyov D.A., Maslakov S.A., Ravikovich Yu.A. Calculation of heat-transfer coefficient on a turbine blade airfoil in abnormal modes. *Aerospace MAI Journal*, 2013, vol. 20, no. 3, pp. 95-103.
- 7. Kraeva E.M. Energy parameters of high-speed pumps of low flow. *Aerospace MAI Journal*, 2011, vol. 18, no. 3, pp. 104-109.
- Zuev A.A., Nazarov V.P., Arngol'd A.A., Petrov I.M. Vestnik Permskogo natsional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Aerokosmicheskaya tekhnika, 2019, no. 57, pp. 17-31. DOI: 10.15593/2224-9982/2019.57.02
- 9. Zuev A.A., Nazarov V.P., Arngol'd A.A., Petrov I.M. Sibirskii zhurnal nauki i tekhnologii, 2019, vol. 20,

no. 2, pp. 219–227. DOI: 10.31772/2587-6066-2019-20-2-219-227

- Lai F., Zhu X., Li G., Zhu L., Wang F. Numerical Research on the Energy Loss of a Single-Stage Centrifugal Pump with Different Vaned Diffuser Outlet Diameters. *Energy Procedia*, 2019, vol. 158, pp. 5523– 5528. DOI: 10.1016/j.egypro.2019.01.592
- 11. Jiang W., Li G., Liu P., Fu L. Numerical investigation of influence of the clocking effect on the unsteady pressure fluctuations and radial forces in the centrifugal pump with vaned diffuser. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2016, vol. 71, pp. 164–171. DOI: 10.1016/j.icheatmasstransfer.2015.12.025
- Lorusso M., Capurso T., Torresi M., Fortunato B., Fornarelli F., Camporeale S.M., Monteriso R. Efficient CFD evaluation of the NPSH for centrifugal pumps, *Energy Procedia*, 2017, vol. 126, pp. 778–785. DOI: 10.1016/j.egypro.2017.08.262
- Wang C., Shi W., Wang X., Jiang X., Yang Y., Li W., Zhou L. Optimal design of multistage centrifugal pump based on the combined energy loss model and computational fluid dynamics. *Applied Energy*, 2017, vol. 187, pp. 10–26. DOI: 10.1016/j.apenergy. 2016.11.046
- Bakhshan Y., Omidvar A. Calculation of friction coefficient and analysis of fluid flow in a stepped microchannel for wide range of Knudsen number using Lattice Boltzmann (MRT) method. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2015, vol. 440, pp. 161–175. DOI: 10.1016/j.physa.2015.08.012
- 15. Basit M.A., Tian W., Chen R., Qiu S., Su G. Numerical study of laminar flow and friction characteristics in narrow channels under rolling conditions using MPS method. *Nuclear Engineering and Technology*, 2019, vol. 51, no. 8, pp. 1886-1896. DOI: 10.1016/j.net.2019.06.001
- Galaktionov A.Yu., Khlupnov A.I. Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Mashinostroenie, 2015, no. 5(104), pp. 4–13. DOI: 10.18698/0236-3941-2015-5-4-13
- Afanas'ev V.N., Egorov K.S., Kon Dekhai. Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Mashinostroenie, 2018, no. 6, pp. 72–89. DOI: 10.18698/0236-3941-2018-6-72-89
- Martirosyan A.A., Mileshin V.I., Druzhinin Ya.M., Kozhemyako P.G. Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Mashinostroenie, 2019, no. S, pp. 115–130. DOI: 10.18698/0236-3941-2019-2-115-130

- Burger J., Haldenwang R., Alderman N. Friction factor-Reynolds number relationship for laminar flow of non-Newtonian fluids in open channels of different cross-sectional shapes. *Chemical Engineering Science*, 2010, vol. 65, no. 11, pp. 3549–3556. DOI: 10.1016/ j.ces.2010.02.040
- Gorskii V.V., Leonov A.G., Loktionova A.G. Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Mashinostroenie, 2019, no. 3(126), pp. 17–28. DOI: 10.18698/0236-3941-2019-3-17-28
- 21. Zuev A.A., Nazarov V.P., Arngol'd A.A. Determining local heat transfer coefficient by a model of temperature boundary layer in gas turbine cavity of rotation. *Aerospace MAI Journal*, 2019, vol. 26, no. 2, pp. 99-115.
- 22. Zimont V.L., Kozlov V.E., Praskovskii A.A. Uchenye zapiski TsAGI, 1981, vol. XXII, no. 1, pp. 145-152.
- 23. Ryazhskikh A.V. Vestnik Yuzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Matematika. Mekhanika. Fizika, 2017, vol. 9, no. 3, pp. 34-40. DOI: 10.14529/mmph170305
- 24. Sabel'nikov V.A., Smirnykh E.A. Uchenye zapiski *TsAGI*, 1985, vol. 16, no. 4, pp. 59-64.
- 25. Simakov N.N. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii.* Seriya: Khimiya i khimicheskaya tekhnologiya, 2006, vol. 49, no. 3, pp. 93-97.
- 26. Sterligov V.A., Manukovskaya T.G. Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta, 2010, vol. 6, no. 7, pp. 157-161.
- 27. Durst F., Ray S., Ünsal B., Bayoumi O.A. The development lengths of laminar pipe and channel Flows. *Journal of Fluids Engineering*, 2005, vol. 127, no. 6, pp. 1154–1160. DOI: 10.1115/1.2063088
- 28. Ryazhskikh A.V. Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta. Prikladnaya matematika. Informatika. Protsessy upravleniya, 2012, no. 3, pp. 98-102.
- 29. Zhuikov D., Nazarov V.P. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Aviatsionnaya tekhnika*, 2016, no. 1, pp. 126-131.
- 30. Schlichting H., Gersten K. *Grenzschicht-Theorie*. Springer, Auflage, 2006, 822 p.
- Mikheev M.A., Mikheeva I.M. Osnovy teploperedachi (Heat Transfer Basics), Moscow, Energiya, 1977, 344 p.
- 32. Kays W.M. *Convective heat and mass transfer*. McGraw-Hill Science/Engineering/Math. Third edition, 1993, 480 p.