УДК 527:519.8

Определение погрешностей бескарданной инерциальной навигационной системы в режиме рулежки и разгона

Вавилова Н.Б.*, Голован А.А., Кальченко А.О.**

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Ленинские горы д. 1, стр. 52, Москва, 119899, Россия

**e-mail: nb-vavilova@yandex.ru*

***e-mail: artem.kalchenko@gmail.com*

Аннотация

Исследуются возможности оценки на этапе рулежки и разгона самолета составляющих погрешностей бескарданной инерциальной навигационной системы, которые меняются от запуска системы к запуску. Далее полученные оценки используются для коррекции показаний инерциальных датчиков в полете. Для решения задачи привлекается внешняя позиционная и скоростная информация спутниковой навигационной системы. Проведен ковариационный анализ поставленной задачи оценивания, который показал значимое повышение точности автономной навигации в дальнейшем полете.

Ключевые слова: бескарданная инерциальная навигационная система, калибровка, инструментальные погрешности БИНС.

Калибровка бескарданной инерциальной навигационной системы (БИНС) на стендах является необходимым этапом подготовки системы к эксплуатации ([1],[2]).

Однако в процессе работы БИНС параметры ее инструментальных погрешностей могут меняться, вследствие чего используемые калибровочные параметры БИНС могут не соответствовать реальности. Это обстоятельство, как следствие, приводит к увеличению ошибок автономной навигации. Наличие во время полета внешней информации, доставляемой спутниковой навигационной системой (СНС), позволяет проводить оценку инструментальных погрешностей по полетным данным. В статье [1] описан алгоритм докалибровки БИНС в полете и предложены специальные траектории полета, позволяющие оценить и компенсировать инструментальные погрешности и получить впоследствии приемлемую точность автономной навигации. Вместе с тем, среди инструментальных погрешностей БИНС есть такие, которые меняются от запуска к запуску. К ним относятся ошибки начальной выставки БИНС, а также, в некоторых случаях, смещения нулей ньютонометров. В данной работе исследуются возможности использования начального участка движения летательного аппарата (ЛА) по аэродрому – режим рулежки и разгона по взлетной полосе – для оценки указанных погрешностей с целью компенсации этих оценок в текущем полете для повышения точности автономного режима навигации.

Так же как и задача калибровки в полете, определение погрешностей БИНС в режимах рулежки и разгона ставится как задача оценки вектора состояния ошибок БИНС, включающего в себя параметры инструментальных погрешностей, при помощи внешней информации. В качестве такой информации привлекаются позиционная и скоростная информация, предоставляемая приемником сигналов

СНС, а также нулевое значение составляющих относительной скорости на возможных остановках ЛА.

В статье приводятся математические модели задачи оценки погрешностей БИНС при помощи информации СНС. Проводится ковариационный анализ точности оценивания, который показывает, что наличие маневров при движении ЛА по аэродрому обеспечивает оцениваемость азимутальной ошибки, угловых ошибок построения вертикали и погрешностей нулей горизонтальных (продольного и бокового) ньютонометров и датчиков угловой скорости.

Изложение основано на представлениях и соотношениях инерциальной навигации, изложенных в [3], [4]. Широко известные факты соответствующей теории приводятся без пояснений.

Математические модели оценки

Математические модели алгоритма включают в себя модель инструментальных погрешностей датчиков угловой скорости (ДУС) и ньютонометров, уравнения ошибок БИНС, уравнения корректирующих измерений. Оценка вектора состояния ошибок БИНС, содержащего параметры инструментальных погрешностей, при помощи вектора измерений строится на основе фильтра Калмана.

БИНС включает в себя три однокомпонентных ньютонометра, три датчика угловой скорости и бортовой вычислитель, в котором реализованы навигационные алгоритмы. Числовые значения навигационных параметров называются модельными параметрами. Оси чувствительности ньютонометров и датчиков угловой скорости жестко располагаются так, что с точностью до инструментальных погрешностей составляют ортогональный трехгранник $Mz_1z_2z_3$, далее называемый приборным, в проекциях на оси которого измеряется внешняя сила f_z, приложенная к точке M, а также проекции его угловой скорости .

Результат измерения:

$$f_z' = f_z + \Delta f_z, \qquad \omega_z' = \omega_z - \nu_z$$

содержит вектор погрешности измерений ньютонометров

$$\Delta f_z = (\Delta f_{z1}, \Delta f_{z2}, \Delta f_{z3})^T,$$

и вектор погрешности измерений датчиков угловой скорости

$$\nu_z = (\nu_{z1}, \nu_{z2}, \nu_{z3})^T.$$

Полагается также, что собственные инструментальные погрешности каждого из ньютонометров включают в себя ошибку нулевого сигнала (ошибку нуля), ошибку масштабного коэффициента (ошибку масштаба) и высокочастотную составляющую, которая считается белым шумом.

С учетом сказанного вектор инструментальных погрешностей описывается соотношением

$$\Delta f_z = \Delta f_z^0 + \Gamma f_z + \Delta f_z^s, \qquad (1.1)$$

содержащим вектор погрешностей нулей

$$\Delta f_z^0 = \left(\Delta f_{z1}^0, \quad \Delta f_{z2}^0, \quad \Delta f_{z3}^0 \right)^T,$$

и матрицу масштабов и перекосов

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \Gamma_{11} & 0 & 0 \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} & 0 \\ \Gamma_{31} & \Gamma_{32} & \Gamma_{33} \end{pmatrix},$$

где Γ_{ii} – погрешности масштабов, Γ_{ij} – погрешности установки ньютонометров (погрешности геометрии, перекосы), Δf_z^s – вектор высокочастотных погрешностей типа белого шума.

Для погрешностей ДУС принимается аналогичная модель:

$$\nu_z = \nu_z^0 + \Theta\omega_z + \nu_z^s, \tag{1.2}$$

$$\nu_z^0 = \left(\nu_{z1}^0, \quad \nu_{z2}^0, \quad \nu_{z3}^0\right)^T,$$

$$\Theta = \begin{pmatrix} \Theta_{11} & \Theta_{12} & \Theta_{13} \\ \Theta_{21} & \Theta_{22} & \Theta_{23} \\ \Theta_{31} & \Theta_{32} & \Theta_{33} \end{pmatrix}.$$

На практике используются различные модификации уравнений ошибок БИНС ([3]). Их поведение описывается в осях трехгранника Mx, связанном с текущей географической вертикалью (ось Mx_3), и ориентированном определенным образом в азимуте. В данной задаче предполагается, что вертикальный канал БИНС корректируется при помощи внешней информации, поэтому ошибки вертикального канала не включаются в вектор состояния. Выбирается следующий набор независимых переменных (индекс обозначает проектирование на соответствующую ось трехгранника Mx):

- $\Delta y_1, \Delta y_2$ – полные ошибки местоположения;

- $\delta V_1, \delta V_2$ –динамические ошибки определения горизонтальных составляющих V_1, V_2 относительной скорости движения;

- $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ – составляющие вектора кинематической ошибки β.

В этих переменных уравнения ошибок имеют вид:

$$\begin{aligned}
&\Delta \dot{y}_1 = \delta V_1 + \beta_3 V_2, \\
&\Delta \dot{y}_2 = \delta V_2 - \beta_3 V_1, \\
&\delta \dot{V}_1 = 2u_3 \delta V_2 - \omega_0^2 \Delta y_1 - \beta_2 g + \Delta f_1, \\
&\delta \dot{V}_2 = -2u_3 \delta V_1 - \omega_0^2 \Delta y_2 + \beta_1 g + \Delta f_2, \\
&\dot{\beta}_1 = \omega_3 \beta_2 - \omega_2 \beta_3 + \nu_1, \\
&\dot{\beta}_2 = -\omega_3 \beta_1 + \omega_1 \beta_3 + \nu_2, \\
&\dot{\beta}_3 = \omega_2 \beta_1 - \omega_1 \beta_2 + \nu_3.
\end{aligned} \tag{1.3}$$

В этих уравнениях

$$\Delta f_x = (\Delta f_1, \Delta f_2, \Delta f_3)^T = L^T \Delta f_z, \quad \nu_x = (\nu_1, \nu_2, \nu_3)^T = L^T \nu_z,$$

где L - матрица ориентации трехгранника Mz относительно Mx, определяемая в бортовом вычислителе БИНС, ω_0^2- квадрат частоты Шулера, g - номинальное значение ускорения силы тяжести.

Для калибровки БИНС используется информация, полученная от приемника сигналов СНС, о географической широте φ^c, долготе λ^c и о северной V_N^c и восточной V_E^c составляющих вектора скорости. Эти параметры приемник определяет с некоторыми погрешностями.

Компоненты вектора коррекции z имеют вид:

$$
\begin{aligned}
z_1^{pos} &= \Delta\varphi \sin\chi' + \Delta\lambda \cos\chi' = \Delta y_1 + r_1^{pos}, \\
z_2^{pos} &= \Delta\varphi \cos\chi' - \Delta\lambda \sin\chi' = \Delta y_2 + r_2^{pos}, \\
z_1^{vel} &= \Delta V_E \sin\chi' + \Delta V_N \cos\chi' = \delta V_1 + V_2^{'}\beta_3 + r_1^{vel}, \\
z_1^{vel} &= \Delta V_E \cos\chi' - \Delta V_N \sin\chi' = \delta V_2 - V_1^{'}\beta_3 + r_2^{vel},
\end{aligned}
\tag{1.4}
$$

где

$$
\begin{aligned}
\Delta\varphi &= (\varphi' - \varphi^c) R_N, \\
\Delta\lambda &= (\lambda' - \lambda^c) R_E \cos\varphi', \\
\Delta V_N &= V_N' - V_N^c, \\
\Delta V_E &= V_E' - V_E^c,
\end{aligned}
$$

$\varphi', \lambda', V_E', V_N'$ - модельные значения координат и скоростей, χ'- модельное значение азимутального угла, $r_1^{pos}, r_2^{pos}, r_1^{vel}, r_2^{vel}$ - погрешности информации СНС типа белого шума, R_N, R_E - широтный и долготный радиусы кривизны

Таким образом, вектор состояния динамической системы имеет вид

$$
\begin{aligned}
&\xi = (\Delta y_1, \Delta y_2, \delta V_1, \delta V_2, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \nu_{z_1}^0, \nu_{z_2}^0, \nu_{z_3}^0, \\
&\Theta_{11}, \Theta_{12}, \Theta_{13}, \Theta_{21}, \Theta_{22}, \Theta_{23}, \Theta_{31}, \Theta_{32}, \Theta_{33}, \\
&\Delta f_{z_1}^0, \Delta f_{z_2}^0, \Delta f_{z_3}^0, \Gamma_{11}, \Gamma_{21}, \Gamma_{22}, \Gamma_{31}, \Gamma_{32}, \Gamma_{33})^T,
\end{aligned}
$$

а вектор коррекции

$$
z = \left(z_1^{pos}, \quad z_2^{pos}, \quad z_1^{vel}, \quad z_2^{vel} \right)^T.
$$

Задача сводится к построению оценок вектора состояния при помощи вектора коррекции, линейно зависящего от компонент вектора состояния, когда математическая модель инструментальных погрешностей линейно зависит от совокупности неизвестных параметров, полагаемых константами. Для решения этой задачи используется фильтр Калмана.

Частный случай равномерного прямолинейного движения.

Рассмотрим случай равномерного прямолинейного движения, при котором система (1.3) с измерениями (1.4) стационарна. Без ограничения общности рассмотрим частный случай, когда самолет движется по экватору с постоянной скоростью. Пусть углы курса, крена и тангажа равны, соответственно,

$$\psi = 90^o, \gamma = 0^o, \theta = 0^o, \chi = 0^o.$$

Горизонтальную и вертикальную составляющие вектора скорости выберем равными

$$V_1 = V, \quad V_2 = 0,$$

проекции внешней силы, действующей на ЛА

$$f_1 = f_2 = 0,$$

составляющие угловой скорости приборного трехгранника

$$\omega_{z1} = \omega_{z2} = 0,$$
$$\omega_{z3} = u + \frac{V}{R},$$

где u - модуль угловой скорости вращения Земли

При этом часть переменных вектора состояния естественным образом исключаются из уравнений ошибок, а следовательно, эти переменные ненаблюдаемы.

Получим наблюдаемые комбинации фазовых переменных задачи оценивания. Введем новые переменные, содержащиеся в позиционных и скоростных измерениях:

$$\eta_1 = \Delta y_1, \qquad \eta_2 = \Delta y_2, \qquad \eta_3 = \delta V_1, \ \eta_4 = \delta V_2 - V\beta_3$$

и выделим независимые наблюдаемые комбинации путем многократного дифференцирования этих измерений в силу системы дифференциальных уравнений ошибок БИНС. Наблюдаемые комбинации будут таковы

$$\begin{aligned}
&\eta_1 = \Delta y_1,\\
&\eta_2 = \Delta y_2,\\
&\eta_3 = \delta V_1,\\
&\eta_4 = \delta V_2 - V\beta_3,\\
&\eta_5 = -g(\beta_2 + \Delta y_1 / a) + \Delta f_{z1}^0,\\
&\eta_6 = g(\beta_1 - \Delta y_2 / a - \Gamma_{32}) - \Delta f_{z3}^0 - V\left((u + \frac{V}{R})(\beta_1 + \theta_{23}) + \nu_{z_2}^0 \right),\\
&\eta_7 = -\nu_{z_3}^0 - \theta_{33}(u + \frac{V}{R}),\\
&\eta_8 = \nu_{z_1}^0 + (\theta_{13} - \beta_3)(u + \frac{V}{R}),\\
&\eta_9 = (u + \frac{V}{R})(\beta_1 + \theta_{23}) + \nu_{z_2}^0.
\end{aligned}$$

Они удовлетворяют системе уравнений:

$$\dot{\eta}_1 = \eta_3,$$
$$\dot{\eta}_2 = \eta_4,$$
$$\dot{\eta}_3 = \eta_5,$$
$$\dot{\eta}_4 = \eta_6,$$
$$\dot{\eta}_5 = g\eta_7 - \omega_0{}^2\eta_3,$$
$$\dot{\eta}_6 = \left(g - (u + \frac{V}{R}) \right)\eta_8 - \omega_0{}^2\eta_4,$$
$$\dot{\eta}_7 = 0,$$
$$\dot{\eta}_8 = -(u + \frac{V}{R})\eta_9,$$
$$\dot{\eta}_9 = (u + \frac{V}{R})\eta_8,$$
$$z_1^{pos} = \eta_1 + r_1^{pos},$$
$$z_2^{pos} = \eta_2 + r_2^{pos},$$
$$z_1^{vel} = \eta_3 + r_1^{vel},$$
$$z_1^{vel} = \eta_4 + r_2^{vel}.$$

Из вида выражения для η_5, η_6 следует, что погрешности нулей ньютонометров не разделимы с угловыми ошибками построения вертикали $\alpha_1, \alpha_2: \alpha_1 = \beta_1 - \Delta y_2 / a, \alpha_2 = \beta_2 + \Delta y_1 / a$ (a-большая полуось навигационного эллипсоида Земли). Из вида уравнения для η_4, η_8 следует, что азимутальная ошибка, определяемая выставкой, также не наблюдается отдельно.

Размерность наблюдаемого подпространства равна 9, следовательно, можно сделать вывод, что вектор состояния БИНС целиком не наблюдаем.

Результаты ковариационного анализа

Предыдущий пример приведен для иллюстрации того обстоятельства, что для оцениваемости компонент вектора состояния необходимы маневры. Рулежка по аэродрому может содержать развороты, кроме того, разгон по взлетной полосе является нестационарном участком, на котором разделяются скоростные динамические и кинематические ошибки БИНС. Окончательный вывод об оцениваемости тех или иных составляющих вектора состояния может дать ковариационный анализ точности оценки, проводимый с учетом характерных значений параметров систематических и шумовых составляющих погрешностей.

Таким образом, анализ точности калибровки БИНС на участке рулежки и разгона производился в рамках ковариационных соотношений, без построения модельных реализаций. Для оцениваемых параметров были приняты следующие априорные среднеквадратические погрешности:

$$\sigma_{\beta_3} = 5', \sigma_{\nu^0} = 0.005^\circ / час, \ \sigma_{\Delta f_z^0} = 40'' * g, \ \sigma_{\Gamma_{ii}} = 3 \cdot 10^{-5}, \ \sigma_{\Gamma_{ij}} = 6'',$$
$$\sigma_{\Theta_{ii}} = 1 \cdot 10^{-5}, \sigma_{\Theta_{ij}} = 6'' \ (i, j = 1,2,3, \ i \neq j).$$

Эти значения соответствуют среднеквадратическим погрешностям параметров БИНС в процессе эксплуатации. Среднеквадратические погрешности шумов ньютонометров и ДУС предполагаются равными

$$\sigma_{\Delta f_z^s} = 10^{-3} \ м / c^{3/2}, \quad \sigma_{\nu_z^s} = 0{,}1^\circ / \sqrt{час}.$$

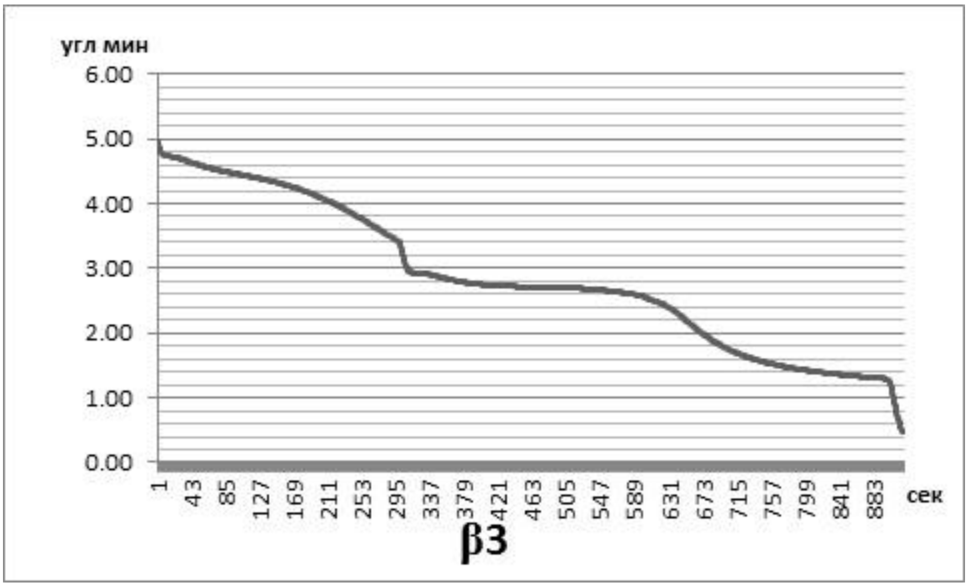
на частоте 1 Гц; шумов спутниковых измерений

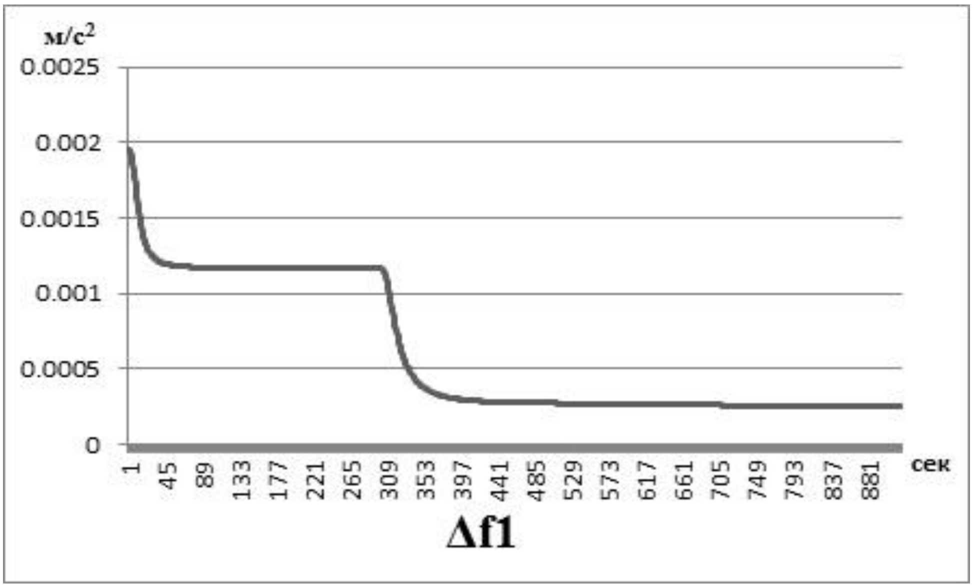
$$\sigma_{r_i^{pos}} = 5м, \quad \sigma_{r_i^{vel}} = 0{,}3м / c \quad (i = 1, 2).$$

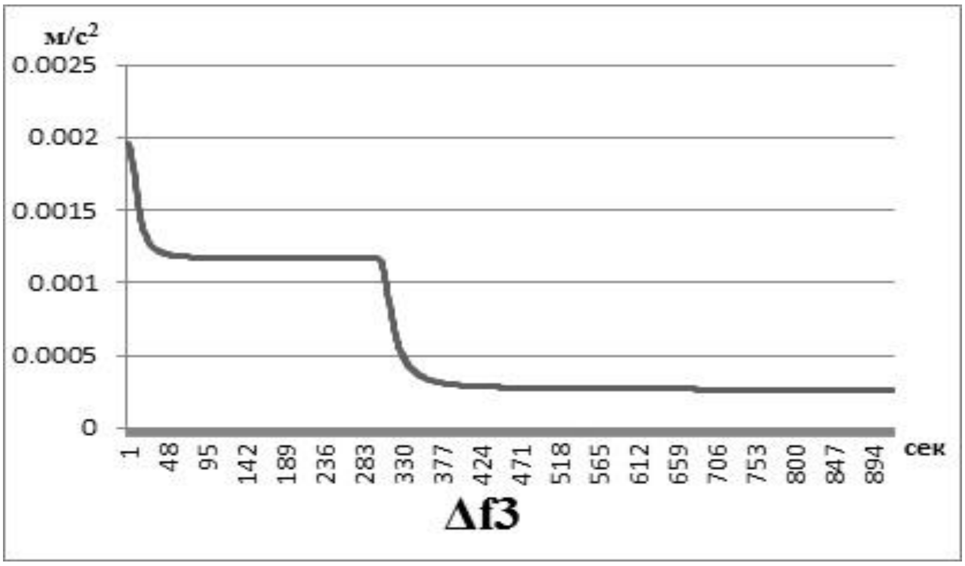
Была смоделирована следующая траектория: три равномерных прямолинейных движения в течение 5 минут с последующим поворотом на угол 90°, затем разгон от 0 до 150 м/с по полосе длиной 1500 м.

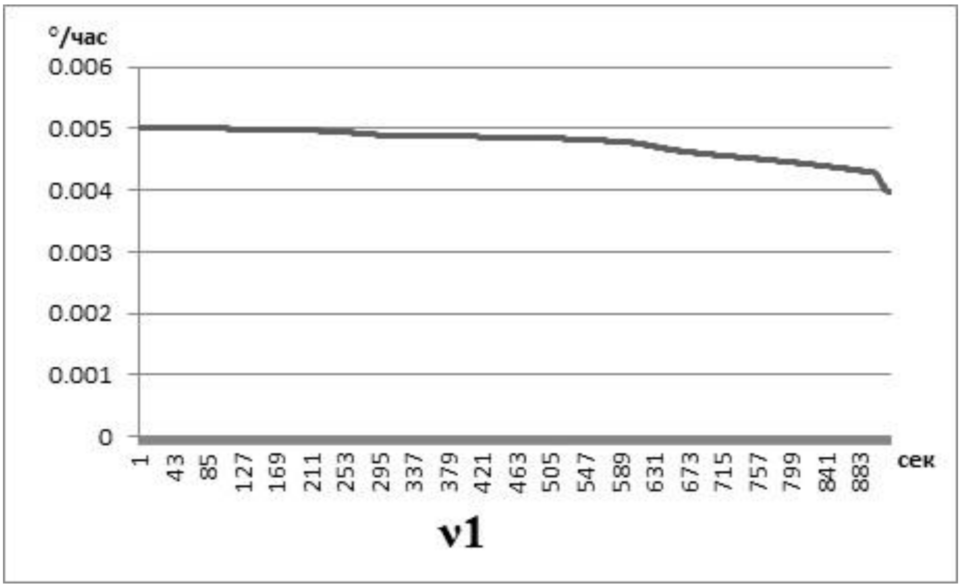
Моделирование показывает, что подобная траектория позволяет оценить нули ньютонометров с разумной точностью, а также оценить погрешности выставки системы в азимуте и по вертикали, но не позволяет оценить нули датчиков угловой скорости.

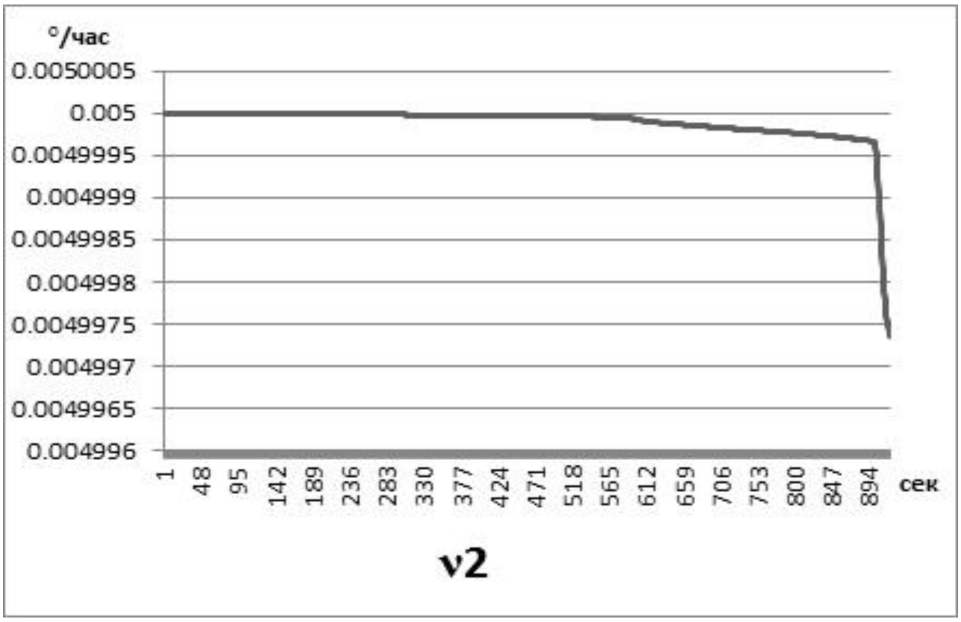
На нижеприведенных графиках показано поведение стандартных отклонения (СО) соответствующих ошибок оценок.

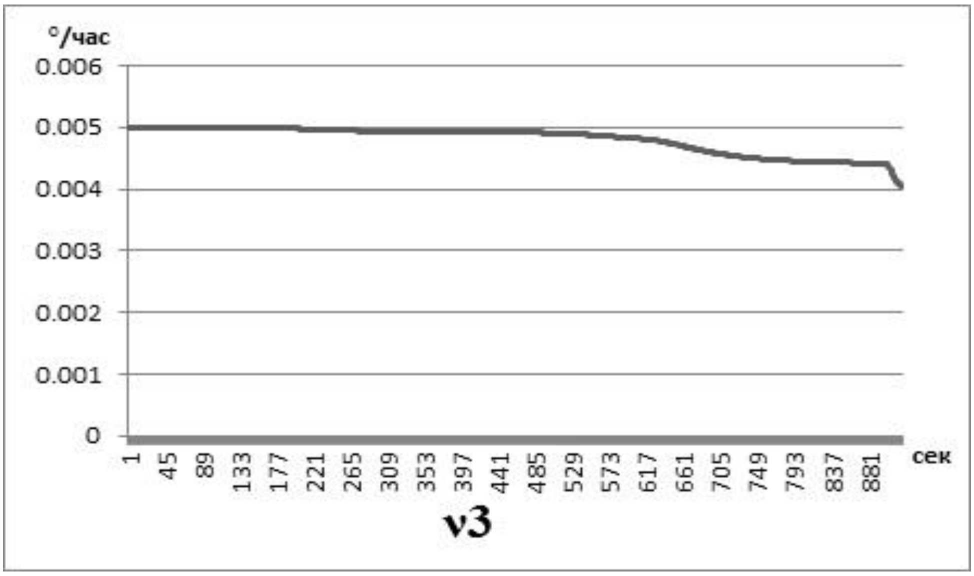



м/с^2
0.0025
0.002
0.0015
0.001
0.0005
0
1 45 89 133 177 221 265 309 353 397 441 485 529 573 617 661 705 749 793 837 881
сек
Δf1


м/с^2
0.0025
0.002
0.0015
0.001
0.0005
0
1 48 95 142 189 236 283 330 377 424 471 518 565 612 659 706 753 800 847 894
сек
Δf3


°/час
0.006
0.005
0.004
0.003
0.002
0.001
0
1 43 85 127 169 211 253 295 337 379 421 463 505 547 589 631 673 715 757 799 841 883
сек
ν1





Для оценивания эффективности использования оценок, полученных в процессе рулежки и разгона, производилось моделирование алгоритмов автономной навигации с учетом компенсации оцененных инструментальных, угловых погрешностей и без компенсации. Имитируемая траектория состояла из прямолинейных участков и поворотов. Моделировался полет самолета в течение 1 часа. Критерием качества осуществленной докалибровки БИНС была выбрана величина

$$\rho = a\sqrt{\sigma^2_{\Delta\lambda cos\varphi} + \sigma^2_{\Delta\varphi}}$$

где $\Delta\varphi, \Delta\lambda$ – ошибки в определении широты и долготы. Без проведенной компенсации ошибка автономной навигации составила порядка 4400 м. Использование описанных в работе оценок позволило повысить точность навигации до 1890 м.

Выводы

Приведены модели задачи оценки погрешностей БИНС в режиме рулежки и разгона. Математическая постановка данной задачи аналогична постановке задачи калибровки БИНС в полете [3].

Исследованы возможности оценивания составляющих погрешностей БИНС, меняющихся с каждым запуском, на участках рулежки и разгона путем проведения ковариационного анализа точности оценивания. Показано, что компенсация оценок, полученных на начальном участке, далее при автономной навигации в позволяет значимо повысить ее точность.

Библиографический список

1. Васинёва И.А., Кальченко А.О. Анализ точности калибровки бескарданной инерциальной навигационной системы в полете в зависимости от некоторых типов эволюций самолета. // Вестник Московского университета. Математика. Механика. 2014. № 1. - С. 65-68.

2. Вавилова Н.Б., Парусников Н.А., Сазонов И.Ю. Калибровка бескарданных инерциальных навигационных систем при помощи грубых одностепенных стендов // Современные проблемы математики и механики. Прикладные исследования. 2009. Том I. С. 212-222.

3. Голован А.А., Парусников Н.А. Математические основы навигационных систем. Часть I. - М.: МАКС Пресс, 2011. – 136 с.

4. Голован А.А., Парусников Н.А. Математические основы навигационных систем Часть II. - М.: МАКС Пресс, 2012. – 172 с.