

**ЗОНДОВЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ В ПОТОКЕ РАЗРЕЖЕННОЙ ПЛАЗМЫ**

---

КОТЕЛЬНИКОВ Вадим Алексеевич, профессор Московского авиационного института (государственного технического университета), д.т.н.  
E-mail: mvk\_home@mail.ru

KOTELNIKOV Vadim A., MAI, professor, doctor of engineering sciences.  
E-mail: mvk\_home@mail.ru

---

КИМ Владимир Павлович, ведущий научный сотрудник Научно-исследовательского института прикладной механики и электродинамики, д.т.н.  
E-mail: mvk\_home@mail.ru

KIM Vladimir P. Scientific research institute of Applied mechanics and electrodynamics, The leading scientific employee, doctor of engineering sciences.  
E-mail: mvk\_home@mail.ru

---

КОТЕЛЬНИКОВ Михаил Вадимович, профессор Московского авиационного института (государственного технического университета), д.ф.-м.н., доцент.  
E-mail: mvk\_home@mail.ru

KOTELNIKOV Mihail V., MAI, professor, doctor of physical and mathematical sciences, docent.  
E-mail: mvk\_home@mail.ru

---

СИДОРЕНКО Евгений Константинович, аспирант Научно-исследовательского института прикладной механики и электродинамики.  
E-mail: mvk\_home@mail.ru

SIDORENKO Evgeniy K., Scientific research institute of Applied mechanics and electrodynamics, The post-graduate student.  
E-mail: mvk\_home@mail.ru

---

*Рассмотрены физические, математические и вычислительные модели зондовой задачи для потоков разреженной плазмы. Представлены результаты расчетов для зондов цилиндрической геометрии. Предложены методики обработки зондового эксперимента в случае, когда все заряженные частицы находятся в одном плазменном образовании, движущемся с одной и той же направленной скоростью, а также в случае, когда разреженный поток плазмы движется сквозь разреженную фоновую плазму. Представлены результаты обработки зондового эксперимента, который проводился в потоке разреженной плазмы, истекающей из стационарного плазменного двигателя (СПД).*

*Physical, mathematical and computing models of a probes problems for streams of the rarefied plasma are considered. Results of calculations for probes of cylindrical geometry are presented. Processing techniques of a probes experiment in a case when all charged particles are in one plasma formation, moving with the same directed speed, and also in a case when the rarefied stream of plasma moves through the rarefied background plasma are offered. Results of processing of probes experiment which was spent in a stream of the rarefied plasma expiring from the stationary plasma engine (SPE) are presented.*

**Ключевые слова:** разреженная плазма, зондовые измерения, цилиндрический зонд, вольт-амперные характеристики, стационарный плазменный двигатель, фоновая плазма.

**Key words:** the rarefied plasma, probe measurements, a cylindrical probe, volt-ampere characteristic, the stationary plasma engine, background plasma

**Введение**

Электрический зонд представляет собой электрод относительно небольшого размера, как правило цилиндрической, сферической или плоской гео-

метрии, вносимый в заданную точку плазмы. На зонд подается потенциал известной полярности и временной зависимости, и измеряется ток, протекающий в зондовой цепи. Полученная таким обра-

зом вольт-амперная характеристика зонда (ВАХ) является основным источником информации о параметрах плазмы в точке расположения зонда. Классическая теория зонда в покоящейся бесстолкновительной плазме, основанная Ленгмюром в период 1924—1932 гг. [1], была усовершенствована Бомом в 1949 г. [2]. Необходимый для практики набор ВАХ был получен Лафрамбуазом в 1966 г. [3].

Зондовые измерения отличаются простотой конструкции самих датчиков и электронных измерительных схем, локальным характером измерений, многообразием измеряемых параметров. Однако перечень измеряемых параметров, приводимый в классических курсах по зондовой диагностике, можно расширить [4]. В разреженных потоках плазмы с помощью плоских или цилиндрических ориентированных зондов можно измерить направленную скорость ионов  $v_\infty$ . С помощью нестационарной методики зондовых измерений удается определить характерное время релаксации в плазме  $\tau$ , а оно позволяет, в свою очередь, вычислить ионную температуру  $T_i$ .

#### Математическая и вычислительная модель задачи

Математическая и вычислительная модель задачи в бесстолкновительной движущейся плазме достаточно подробно разработана [5—7] и включает кинетические уравнения Больцмана для ионов и электронов и уравнения Пуассона для самосогласованного электрического поля совместно с системой начальных и граничных условий.

В [5—7] предложено проводить решение многомерных нестационарных зондовых задач методом последовательных итераций по времени. Уравнения, входящие в математические модели, предварительно приводятся к безразмерному виду с помощью системы масштабов. Рекомендации по выбору масштабов имеются в [5—7]. В момент времени  $t = 0$  на фоне заданного начального распределения концентраций заряженных частиц и самосогласованного с ними распределения потенциала осуществляется импульсное изменение потенциала зонда:

$$\phi_p = \phi_{p0}(1 - \exp(-\gamma t)).$$

Подбором параметра  $\gamma$  можно обеспечить достаточно крутой фронт нарастания потенциала. Время нарастания потенциала  $t_{\text{фр}}$  должно быть мало по сравнению со временем релаксации в плазме  $\tau$ , в противном случае не удастся измерить значение  $\tau$  в численном эксперименте:

$$t_{\text{фр}} \ll \tau.$$

За время  $\tau$  осуществляется переход от начального стационарного состояния к конечному стационарному состоянию, соответствующему новому значению потенциала зонда. Вычислительный алгоритм должен обеспечить достоверную информацию об эволюции функций распределения заряженных частиц и потенциала (молекулярный режим) либо об эволюции концентраций ионов и электронов и потенциалов (режим сплошной среды). Рекомендации по выбору размера расчетной области, шага по времени и других параметров содержатся в [5—7].

#### Результаты вычислительных экспериментов для зондов цилиндрической геометрии

В [5—7] показано, что средняя плотность ионного тока по обводу цилиндра зависит от следующих безразмерных параметров:

$$r_0 = \frac{r_p}{M_r}; \quad \phi_0 = \frac{\phi_p}{M_\phi}; \quad v_0 = \frac{v_\infty}{M_{v_i}}; \quad \varepsilon = \frac{T_{i\infty}}{T_{e\infty}},$$

где  $r_0$ ,  $\phi_0$ ,  $v_0$  и  $r_p$ ,  $\phi_p$ ,  $v_\infty$  — безразмерные и размерные значения радиуса зонда, его потенциала и скорости направленного движения потока плазмы.

Масштабы

$$M_r = \left( \frac{\varepsilon_0 k T_i}{e^2 n_{i\infty}} \right)^{1/2}; \quad M_\phi = \frac{k T_i}{e}; \quad M_{v_i} = \left( \frac{2 k T_i}{m_i} \right)^{1/2}.$$

Остальные обозначения являются общепринятыми. Индекс  $i$  относится к ионам,  $e$  — к электронам.

Результаты вычислительных экспериментов для зонда цилиндрической геометрии [7] приведены на рис. 1.

Из кривых рис. 1 следует, что с увеличением безразмерной скорости  $v_0$  ВАХ сближаются для различных значений параметра  $r_0$  и постепенно сливаются в одну линию (при  $v_0 > 7$ ). Физически это означает, что при  $v_0 > 7$  влияние направленной скорости преобладает над влиянием электрического поля и ток на зонд в основном определяется направленным движением:

$$I_i = en_{i\infty} v_\infty 2r_p I_p, \quad (1)$$

где  $2r_p I_p$  — сечение зонда, обращенное перпендикулярно вектору скорости.

Аналогичную физическую интерпретацию привел И. Ленгмюр, который совместно с Мотт-Смит-

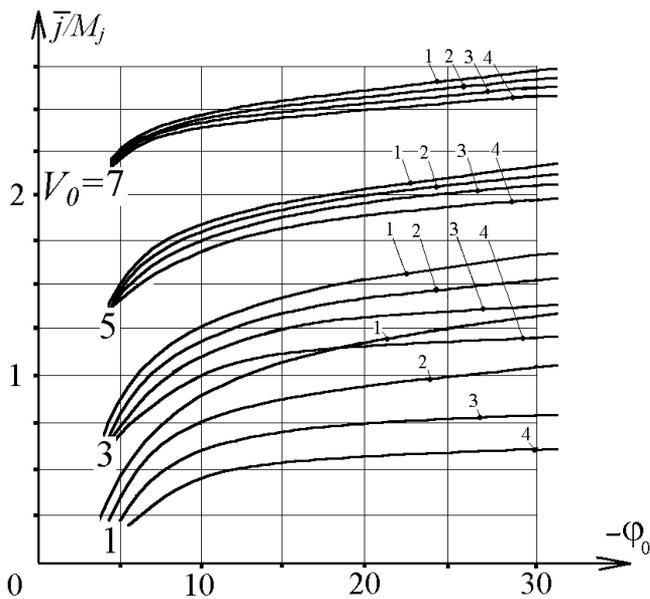


Рис. 1. ВАХ цилиндрического зонда в поперечном потоке бесстолкновительной плазмы ( $\epsilon = 1$ ):  
 1 —  $r_0 = 3$ ; 2 —  $r_0 = 10$ ; 3 —  $r_0 = 30$ ; 4 —  $r_0 = 100$

том предложил формулу для зондового тока в зависимости от параметров плазмы [8]:

$$I_i = en_{i\infty} v_{\infty} 2r_p l_p (1 - e\phi_p / (mv_{\infty}^2 / 2))^{1/2}. \quad (2)$$

Вычислительные эксперименты показали, что при относительно больших скоростях выражение (2) достаточно точно определяет зависимость тока от параметров  $r_0$ ,  $v_0$ ,  $\Phi_0$ . В области относительно небольших скоростей ( $v_0 < 3$ ) формула (2) дает завышенное значение в сравнении с точным решением системы уравнений математической модели, поскольку формула (2) получена в предельном случае орбитального движения и дает верхнее предельное значение тока на зонд в бесстолкновительном режиме [5].

В другом предельном случае при  $v_0 \rightarrow 0$  ВАХ, изображенные на рис. 1, совпадают с результатами Лафрамбуаза [3] для случая покоящейся бесстолкновительной плазмы.

Рассмотрим теперь цилиндрический зонд, ось симметрии которого направлена параллельно вектору скорости потока. Если  $r_p$  выбрать достаточно малым в сравнении с  $l_p$ , вкладом в зондовый ток заряженных частиц, идущих с потоком на торцевую часть цилиндра, можно пренебречь. Если зонд достаточно длинный, то можно пренебречь концевым и краевым эффектами [5]. В этих условиях интегральный ток на зонд будет определяться, в основном, током на его боковую поверхность, который зависит от хаотической скорости частиц в поперечном направлении и практически не зависит от на-

правленной скорости плазмы. Следовательно, обработку ВАХ такого зонда можно осуществить по методике для покоящейся плазмы.

Из сказанного следует, что зондовый эксперимент должен осуществляться двумя цилиндрическими зондами, один из которых расположен вдоль потока, а другой — поперек. Методика обработки может быть следующей:

1. Заданы  $r_p$ ,  $l_p$ . Из дополнительных соображений оценивается  $T_i$ . Далее по ВАХ для зондов, ориентированных параллельно потоку, по методике для покоящейся плазмы находятся  $T_e$  и  $n_{i,\infty}$  [5].

2. Выбирается точка  $(\phi_p, I_i)$  на ионной ветви ВАХ зонда, расположенного перпендикулярно потоку. Считаются заданными  $r_p$ ,  $l_p$ ,  $T_{i\infty}$  и  $T_{e\infty}$ ,  $n_{i,\infty}$ .

Предположим, что  $\epsilon \sim 1$  или его влияние относительно невелико. Если  $v_0$  достаточно велика ( $v_0 > 7$ ), то справедлива формула (2). Используя формулу (2), однозначно находим  $v_{\infty}$ . Если  $v_0 < 7$ , то необходимо воспользоваться семейством ВАХ, представленным на рис. 1. С целью использования указанного семейства ВАХ вначале вычисляем безразмерные значения  $r_0$ ,  $\Phi_0$ ,  $I_{i0}$  и далее по графику

рис. 1 находим  $v_0$ , а затем  $v_{\infty} = v_0 M_p$ .

Предложенная методика обработки зондового эксперимента пригодна в том случае, когда все заряженные частицы находятся в одном плазменном образовании, движущемся с одной и той же направленной скоростью. Однако в реальных экспериментальных установках возникают условия, когда разреженный поток плазмы движется сквозь разреженную фоновую плазму, причем соотношение между концентрациями частиц в потоке и фоновой плазме может меняться в достаточно широких пределах. Если электронные температуры потока и фона различаются, то электронный ток на зонд в зависимости от потенциала в полулогарифмическом масштабе будет иметь два прямолинейных участка, расположенные под углом друг к другу. На рис. 2 приведен такой случай. Поток истекает из источника с замкнутым дрейфом электронов, устройство и принцип работы которого рассмотрен ниже [8].

В этом случае на цилиндрический зонд, ориентированный вдоль скорости потока, поступают частицы как из потока, так и из фоновой плазмы. Поэтому обработка ВАХ этого зонда дает результирующую концентрацию потока и фона. Для нахождения скорости потока по формуле (2) необходимо знать концентрацию только в потоке, поэтому для обработки характеристики зонда, расположен-

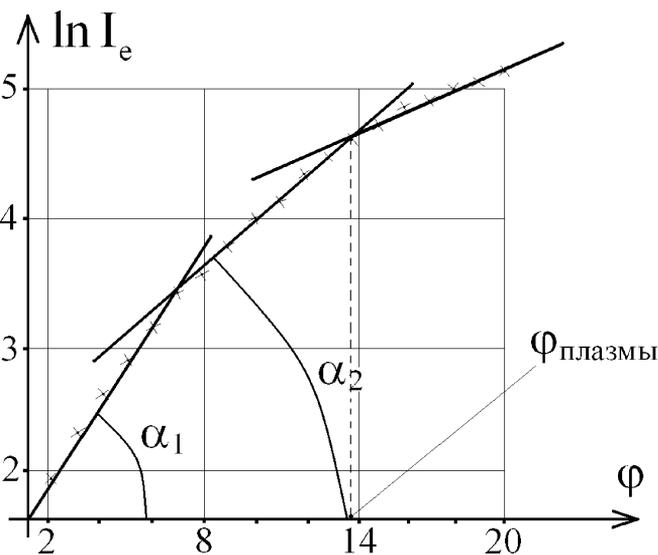


Рис. 2. Зависимость электронного тока от потенциала в полулогарифмическом масштабе

ного поперек потока, необходимо иметь набор ВАХ с различным процентом содержания заряженных частиц в потоке и фоне. Исключение составляет случай, когда ток, связанный с потоком на перпендикулярно расположенный зонд, много больше тока, связанного с потоком на параллельно расположенный зонд. Этот случай наблюдается, когда скорость потока достаточно велика. Приведем элементарный расчет.

$I_{\parallel} = I_{\parallel \text{ фона}} + I_{\parallel \text{ пучка}}$  — ток на зонд, расположенный параллельно потоку.

$I_{\perp} = I_{\perp \text{ фона}} + I_{\perp \text{ пучка}}$  — ток на зонд, расположенный перпендикулярно потоку.

$$I_{\perp \text{ фона}} = I_{\parallel \text{ фона}} = I_{\text{ фона}} \cdot$$

$$\Delta I = I_{\perp} - I_{\parallel} = I_{\perp \text{ пучка}} - I_{\parallel \text{ пучка}} \approx I_{\perp \text{ пучка}}, \text{ если}$$

$$I_{\perp} = I_{\perp \text{ фона}} + I_{\perp \text{ пучка}} \cdot$$

В этом случае значение  $\Delta I$  входит в левую часть формулы (2) и дает дополнительную связь между  $v_{\infty}$  и  $n_{i \text{ пучка}}$ .

### Экспериментальная установка

Зондовые измерения проводились в потоке разряженной плазмы, истекающей из стационарного плазменного двигателя (СПД), который относится к двигателям с замкнутым дрейфом электронов. Схема такого двигателя была предложена А.И. Морозовым, и в 1972 г. он впервые прошел успешные летные испытания на борту спутника «Метеор» [9]. В настоящее время усовершенствованные СПД

серийно производятся в ОКБ «Факел» (Калининград) и применяются для коррекции орбит ряда российских и зарубежных геостационарных спутников.

На рис. 3 приведен общий вид серийного двигателя СПД-100.

Из кольцевой разрядной камеры двигателя истекает поток плазмы со скоростями в диапазоне 10–30 км/с. При работе на ксеноне разрядное напряжение составляет 200–1000 В, а плотность тока в ускорительном канале двигателя достигает  $\sim 10^3$  А/м<sup>2</sup>.

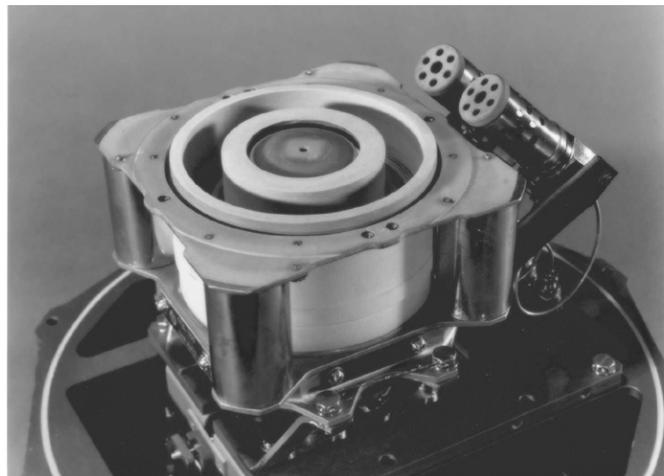


Рис. 3. Общий вид двигателя СПД-100

В экспериментах использовались ориентированные цилиндрические зонды радиусом  $r_p = 0,75$  мм, и длиной 15 мм. Зондовый блок состоял из двух скрещенных под углом 90° цилиндрических зондов. Один из них располагался параллельно вектору скорости потока, другой — перпендикулярно. Блок с зондами мог перемещаться по окружности, центр которой находился на оси струи у среза сопла двигателя. Радиус окружности составлял 0,7 м. С электронной схемы на зонды подавался пилообразный потенциал амплитудой порядка 100 В. Соответственно каждому значению потенциала измерялся зондовый ток, так что в результате снимался массив токов и напряжений для обоих зондов при различных углах поворота зондового блока относительно оси потока.

### Результаты физических экспериментов

Рассмотрим расчет температуры электронов  $T_e$  [5].

Расчет проводился по классической формуле

$$T_e = \frac{e}{k} \left( \frac{d \ln j_e}{d \phi_p} \right)^{-1}.$$

Электронная ветвь характеристики зонда, ориентированного параллельно потоку, в полулогарифмическом масштабе представляла собой прямую линию с изломом в области перехода в электронный ток насыщения. Точка излома в проекции на ось потенциала позволяла найти потенциал пространства. В некоторых случаях прямая отчетливо разбивалась на два прямолинейных участка, что указывало на наличие двух групп электронов с различными температурами (рис. 2). Одна максвелловская группа связана с потоком, другая — с фоновой плазмой. На рис. 4 приведена зависимость  $T_e$  для одного из режимов работы СПД вдоль радиуса струи, для которого  $T_e$  потока и фона различались незначительно.

Как следует из рис. 4, температура электронов в два—три раза выше, чем температура ионов. В некоторых режимах работы двигателя отрыв  $T_e$  и  $T_i$  оказывался более существенным. Характерно, что  $T_e$  на оси потока несколько ниже, чем при  $r = 25$  см. Возможно, что это есть следствие конструкции СПД, у которого разрядная камера изготовлена в виде кольца, а в центре располагается один из полюсов магнитной системы. Еще одна особенность состоит в том, что  $T_e$  на оси потока слабо зависит от напряжения разряда.

Далее перейдем к расчету концентрации заряженных частиц в потоке и фоновой плазме.

В начале рассмотрим возможные ВАХ зонда, расположенного параллельно скорости потока. Оценки показывают, что вклад торцевой поверхности зонда в ионный ток составляет несколько процентов, так что им будем пренебрегать. На боковую поверхность зонда поступают заряженные частицы из фоновой плазмы и потока, участвующие только в хаотическом движении. Поскольку ионная

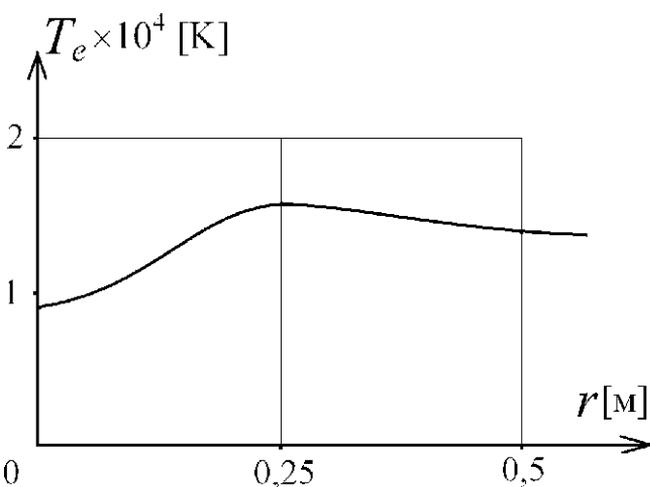


Рис. 4. Распределение температуры электронов вдоль радиуса струи:

$$U_{\text{разряда}} = 800 \text{ В}; v_{\infty} = 20 \text{ км/с}; T_i = 5 \cdot 10^3 \text{ К}$$

ветвь характеристики имеет наклон относительно оси потенциала (ионный ток не достигает насыщения), слой объемного заряда не является бесконечно тонким и формула Бома не применима. Будем использовать теоретические ВАХ, полученные Лафрамбуазом [3], а точнее, их аппроксимацию, выполненную Кайлом (1). Расчетный алгоритм предполагает заданными  $r_p, l_p, I_p, \Phi_p, \epsilon, m_i$ . Для расчета рекомендуется выбирать достаточно высокий отрицательный потенциал и соответствующий ему ионный ток. Параметр  $\epsilon$  принят равным 0,5. Отметим, что зависимость расчета от  $\epsilon$  достаточно слабая [5]. Для нахождения концентрации из ионной ветви характеристики необходимо строить итерационный процесс. Предварительно необходимо оценить температуру ионов  $T_{i\infty}$ . Ее можно измерить с помощью нестационарного зондового метода [7] или оценить каким-либо независимым способом. Поскольку масштабы потенциала зависят от  $T_{i\infty}$ , можно под-

считать  $\Phi_0 = \frac{\Phi_p}{M_\phi}$  и  $\epsilon = T_{i\infty} / T_{e\infty}$ . Далее строится сле-

дующий итерационный процесс:

1. Задается концентрация заряженных частиц  $n_{i1}$ . Можно взять, например, значение, полученное по формуле Бома.

2. Вычисляется

$$M_{r1} = r_{d1} = \left( \frac{\epsilon_0 k T_{i\infty}}{n_{i1} e^2} \right)^{1/2} \quad \text{и} \quad r_{01} = \frac{r_p}{M_{r1}}.$$

3. По безразмерным зависимостям  $j_i = j_i(r_0, \Phi_0, \epsilon)$ , полученным в численных экспериментах [5], находится безразмерная плотность тока  $j_{i1}$ .

4. Вычисляется масштаб плотности тока

$$M_j = en_{i2} (2kT_{i\infty} / m_i)^{1/2} = \frac{I_p / S_p}{j_{i1}},$$

где  $S_p$  — площадь цилиндрического зонда.

5. Находится новое значение концентрации

$$\text{ионов } n_{i2} = \frac{I_p / S_p}{j_{i1} e (2kT_{i\infty} / m_i)^{1/2}}.$$

6. Если  $n_{i2} - n_{i1} < \delta$ , где  $\delta$  — малое, наперед заданное число, вычисления заканчивается. В противном случае возвращаемся к п.1 и повторяем процесс до сходимости.

Для реализации итерационного процесса на ЭВМ вместо графических зависимостей  $j_i = j_i(r_0, \varphi_0, v_0 \epsilon)$  удобно использовать аппроксимационные формулы Кайла [1].

После сходимости итерационного процесса определяется суммарная концентрация заряженных частиц  $n_{\text{поток+фон}}$ .

Результаты расчета в полулогарифмическом масштабе приведены на рис. 5.

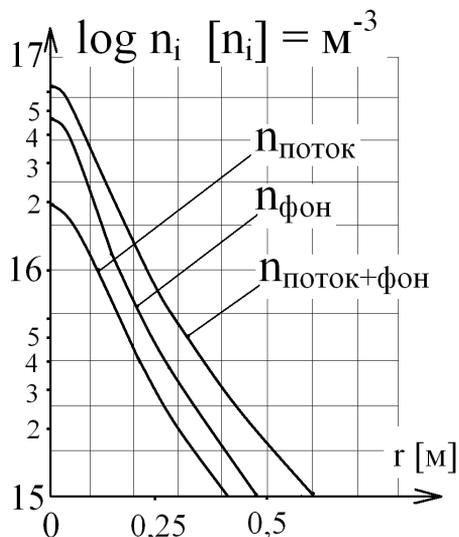


Рис. 5. Распределение концентраций в потоке и фоновой плазме вдоль радиуса струи:  
 $U_{\text{разряда}} = 800 \text{ В}$ ;  $v_{\infty} = 20 \text{ км/с}$ ;  $T_i = 5 \cdot 10^3 \text{ К}$

Переходим к рассмотрению возможных ВАХ зонды, расположенного перпендикулярно потоку. Скорость потока известна: она составляет 20 км/с и получена независимым методом с помощью анализа распределения ионов по энергиям.

Если оценить скорость теплового движения ионов, то она составляет порядка 1 км/с, следовательно,  $v_{\text{напр}} \gg v_{\text{тепл}}$ . Это означает, что ток, связанный с направленным движением, велик по сравнению с током, связанным с хаотическим движением, поэтому справедлива формула (2) с левой частью  $(I_{\perp} - I_{\parallel})$ . При заданном потенциале  $I_{\perp}$  и  $I_{\parallel}$  измерены в эксперименте, следовательно, формула (2)

позволяет найти концентрацию ионов в потоке. Соответствующий расчет при различных значениях расстояния от оси потока представлен на рис. 5 (кривая  $n_{\text{потока}}$ ). На графике представлена также зависимость  $n_{\text{фона}}$  от  $r$  ( $n_{\text{фон}} = n_{\text{фон+поток}} - n_{\text{поток}}$ ). Отношение  $n_{\text{фон}}/n_{\text{поток}}$  в условиях эксперимента колебалось в интервале 1,3–2,5. При этом самое большое отношение оказалось на оси струи.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №08-08-13586 ОФИ-Ц

### Библиографический список

1. Чан П., Телбот Л., Турян К. Электрические зонды в неподвижной и движущейся плазме: (Теория и применение). — М.: Мир, 1978.
2. Bohm D., Burhop P.H.E., Massey H.S.M. The characteristics of electrical discharges in magnetic fields. Eds. A. Guthrie, R.K. Wakerling. Mebiane-tull. 1949, ch2, №4, p 360-366.
3. Laframboise J.G. Theory of cylindrical and spherical Langmuir probes in collisionless plasma at rest // Rarefied Gas Danamics. 1966. v. 11. № 4. p. 22.
4. Котельников В.А. Зондовая диагностика плазменных потоков. — М.: Энциклопедия низкотемпературной плазмы, 2006. — Серия Б, том V-1. Диагностика низкотемпературной плазмы, часть 1. Гл. редактор серии академик В.Е. Фортов. — С. 624-641.
5. Алексеев Б.В., Котельников В.А. Зондовый метод диагностики плазмы. — М.: Энергоатомиздат, 1988.
6. Котельников В.А., Ульданов С.В., Котельников М.В. Процессы переноса в пристеночных слоях плазмы. — М.: Наука, 2004.
7. Котельников М.В. Механика и электродинамика пристеночной плазмы: Автореф. докт. дисс. — М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2008.
8. Котельников В.А., Ким В.П., Котельников М.В. Взаимодействие тел с потоками разреженной плазмы. — М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2010.
9. Ким В.П., Козубский К.Н., Мурашко В.М., Рылов Ю.П. и др. СПД работают в космосе // Физика плазмы. 2003 Т. 29. №3. С.277-292.