УДК 658.014.001.76

Алгоритмы формирования рационального набора реставрируемых объектов исторического наследия.

Д.В. Соколовский.

В статье определяется алгоритм формирования рационального набора реставрируемых объектов исторического наследия при одном и нескольких ограничениях на ресурсы. Приводятся примеры решения задач рационального набора объектов при различных ограничениях.

Решаем сначала поставленную задачу для коммерческих объектов, исходя из одного ресурсного ограничения, например, ограничения по финансовым ресурсам.

Рассматриваемую задачу можно решать путем прямого перебора и оценки экономического эффекта от всех возможных вариантов наборов объектов. При этом каждый из наборов должен формироваться с учетом всех заданных ограничений на ресурсы. Однако такой путь ее решения в реальных условиях неприемлем из-за большой трудоемкости решения, поэтому необходим другой путь ее решения.

Анализ проблемы показывает, что ее решение можно свести к решению задачи о рюкзаке, суть которой сводится к следующему.

Собираясь в поход, Вы хотели бы взять с собой n предметов, каждый из которых имеет массу a_i и ценность в походе c_i. Вы можете взять с собой предметов по массе не более А. Предполагается, что

$$\sum_{i=1}^{n} a_i \le A$$

Спрашивается, какие предметы следует взять?

Решение задачи в такой постановке можно представить последовательностью

$$\delta = \langle x_1, x_2, x_3, \ldots, x_i, \ldots, x_n \rangle$$

где $x_i = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$

Следовательно, найти такую последовательность δ, при которой

$\sum_{i=1}^{K} x_i * a_i \le A$ и при этом достигается максимум значения $\sum_{i=1}^{K} c_i * a_i$

В исходной постановке задачи x_i может принимать значение либо только 0, либо только 1. Но если допустить, что грузы сыпучие и можно взять любую часть груза, то задача оказывается легко разрешимой. При таком допущении рассчитывается величина c_i/a_i , т.е. вводится оценка ценности единицы массы каждого i-го груза. Затем найденные значения c_i/a_i ранжируются по степени их убывания. В результате формируется следующий ряд:

$$c_1/a_1 \geq c_2/a_2 \geq c_3/a_3 \geq \ldots \geq c_i/a_i. \geq c_n/a_n$$

Затем отбирают грузы, начиная с первого, до тех пор, пока не будет полностью заполнен рюкзак до веса А.

Проводя аналогию решаемой задачи с задачей о рюкзаке, заменяем значение массы a_i каждого предмета значением того или иного вида ресурса R_i, необходимого для i-го объекта, а значение ценности предмета в походе c_i - значением получаемого экономического эффекта от реализации данной работы или услуги. Затем по аналогии с решением задачи о рюкзаке, находим ценность единицы данного i-го вида ресурса, т.е. находим

$$Э_i/R_i$$

где $Э_i$ - эффект от реализации данного i-го вида объекта;

R_i - необходимые ресурсы для реализации данного (i-го) вида объекта.

После этого формируется следующий ряд:

$$Э_1/R_1 \geq Э_2/R_2 \geq Э_3/R_3 \geq \ldots \geq Э_i/R_i \geq \ldots \geq Э_n/R_n$$

Далее формируем набор объектов, начиная с первого, до тех пор, пока сумма ресурсов по всем формируемым объектам не будет равна значению располагаемого ресурса. В результате получаем такой набор объектов, который обеспечивает максимальный эффект от реализации всей программы.

Следовательно, сформированный набор объектов должен удовлетворять следующим двум условиям:

$$\begin{cases} Э_1/R_1 \geq Э_2/R_2 \geq Э_3/R_3 \geq \ldots \geq Э_i/R_i \geq \ldots \geq Э_n/R_n \\ \sum\limits_{i=1}^{К} R_i \leq R_c \end{cases}$$

где R_c - суммарное значение располагаемого ресурса;

К - количество объектов в сформированном их наборе.

Если же рассматриваемая задача решается применительно к некоммерческим объектам, то ее целесообразно решать несколько иначе, а именно не на основе затрат на единицу эффекта от того или иного объекта исторического наследия, и, наоборот, исходя из затрат на единицу экспертной оценочной ценности каждого объекта исторического наследия. Естественно, при такой оценке формируется ряд соотношений не $Э_i/R_i$, а $R_i/Ц_i$. Тогда формируемый ряд должен ранжироваться не по степени убывания, а по степени возрастания этих соотношений. Следовательно, формируемый ряд будет иметь вид:

$$R_1/Ц_1 \leq R_2/Ц_2 \leq R_3/Ц_3 \leq \ldots \leq R_i/Ц_i \leq \ldots \leq R_к/Ц_к$$

И в этом случае формирование рационального набора объектов исторического наследия следует начинать с первого набора до тех пор, пока располагаемый ресурс не будет полностью использован. В этом случае сформированный набор должен удовлетворять следующим условиям:

$$\begin{cases} R_1/Ц_1 \leq R_2/Ц_2 \leq R_3/Ц_3 \leq \ldots \leq R_i/Ц_i \leq \ldots \leq R_к/Ц_к \\ \sum_{i=1}^{К} R_i \leq R_c \end{cases}$$

Теперь проиллюстрируем решение задачи на примере. Пусть требуется сформировать оптимальный набор объектов исторического наследия из 14 объектов при располагаемых финансовых ресурсах в 122 000 у.е. и при условии, что экспертная оценка стоимости объектов исторического наследия была проведена по 200-балльной шкале. Исходные данные для иллюстрируемого примера приведены в таблице 1.

Из таблицы 1 следует, что исходный набор объектов исторического наследия требует для восстановления и реставрации финансовых ресурсов сумму 191 000 у.е. Располагаемый же их объем по условию задачи составляет 122 000 у.е. Следовательно, для реставрации всего исходного набора объектов располагаемых финансовых ресурсов недостаточно, поэтому из исходного набора следует отобрать такие объекты, которые по принятому критерию обеспечили бы суммарную максимальную их ценность.

Таблица 1

Номер объекта	Финансовые затраты на реставрацию объекта, у.е.	Оценочный балл ценности объекта	Затраты на один балл ценности объекта, у.е.	Ранг объекта
1	**2**	**3**	**4**	**5**
1	4000	20	200	10
2	10000	30	333	12
3	25000	150	166	3
4	20000	40	500	14
5	15000	46	326	11
1	**2**	**3**	**4**	**5**
6	30000	180	167	4
7	8000	44	182	8

8	24000	50	480	13
9	7000	36	194	9
10	6000	48	125	1
11	5000	28	179	6
12	12000	70	171	5
13	16000	100	160	2
14	8000	50	180	7
Итого	191000			

Решение рассматриваемой задачи, как уже отмечалось, многовариантное. Ее вариантность, исходя из теории комбинаторики, определяется как число сочетаний из множества объектов в исходном их наборе. Количество таких вариантов определяется по формуле:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

где C_n^m - число сочетаний из n множества объектов по m объектов в формируемом их наборе.

Если, например, n=10, а m=5, то количество возможных вариантов формируемых наборов составит

$$C_{10}^{5} = \frac{10!}{5!(10-5)!} = \frac{1*2*3*4*5*6*7*8*9*10}{1*2*3*4*5*1*2*3*4*5} = 252 \text{ варианта}$$

А если n=100, m=80, то количество возможных вариантов наборов, подлежащих оценке их эффективности, будет равно:

$$C_{100}^{80} = \frac{100!}{80!(100-80)!} = 5*10^{21} \text{ вариантов}$$

Напомним, что только одних строений, включенных в реестр исторического наследия г.Москвы составляет 1218 единиц. Следовательно, можно представить, какое количество вариантов наборов строений из всего их множества необходимо оценить при формировании их рационального набора. К тому же следует учитывать и то, что их величина не остается постоянной. В принципе, она может измениться от 1 до n, поэтому количество всех возможных вариантов наборов реставрируемых объектов (K_b) определяется формулой:

$$K_b = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + C_n^3 + \ldots + C_n^n$$

Рассматриваемую задачу можно решать путем перебора и оценки эффективности всех возможных вариантов. Однако такой путь ее решения практически неприемлем, потому что даже при использовании средств вычислительной техники, в частности ЭВМ, на ее решение потребуются годы и годы непрерывных расчетов. Следовательно, такой путь решения практически исключен, и поэтому необходимо изыскать другой путь ее решения. Здесь и предлагается такой путь, в основу которого принимается метод решения задачи о рюкзаке, рассмотренный выше.

А теперь возвращаемся к иллюстрируемому примеру, исходные данные для которого приведены в таблице 1.

В таблице 1 приведены не только исходные данные рассматриваемого примера, но и результаты расчета затрат на один балл ценности каждого объекта в условных единицах и ранг каждого объекта в зависимости от этих затрат. На основе рассчитанного ранга и исходных данных примера формируем рациональный набор объектов, подлежащих реставрации и обеспечивающих максимальную суммарную ценность. Результаты такого их формирования сведены в таблицу 2.

Таблица 2

Ранг объекта	Номер объекта в исходном наборе	Финансовые затраты на реставрируемый объект, у.е.	Финансовые затраты нарастающим итогом, у.е.	Оценочный балл ценности объекта	Оценочный балл нарастающим итогом
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	10	6000	6000	484	48
2	13	16000	22000	100	148
3	3	25000	47000	150	298
4	6	30000	77000	180	478
5	12	12000	89000	70	548
6	11	5000	94000	28	576
7	14	9000	103000	50	626
8	7	8000	111000	44	670
9	9	7000	118000	36	706
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
10	1	4000	122000	20	726
11	5	15000	137000	46	772
12	2	10000	147000	30	802
13	8	24000	171000	50	852
14	4	20000	191000	40	892

Из таблицы 2 следует, что при заданном финансовом ресурсном ограничении в 122000 у.е. в формируемый набор объектов, подлежащих реставрации, следует включить 10 объектов, имеющих следующие номера в исходном их наборе: 10, 13, 3, 6, 12, 11, 14, 7, 9, 1. Суммарная их ценность, как это видно из той же таблицы 2, составляет 726 баллов.

Для сравнения сформируем еще самый неблагоприятный набор, обеспечивающий минимальную суммарную ценность реставрируемых объектов. Очевидно, при формировании такого набора исходный их набор нужно ранжировать не по степени возрастания оценочного балла, а наоборот, по его убыванию, т.е. сначала включать в формируемый набор объект с максимальными финансовыми затратами на единицу ценности объекта. Затем следующий за ним объект и так далее до тех пор, пока суммарные финансовые вложения не окажутся равными или примерно равными располагаемым финансовым ресурсам. Сформированный таким образом набор объектов приведен в таблице 3.

Из таблицы 3 следует, что в формируемый набор объектов должны включаться тоже 10 объектов, исходные номера которых: 4, 8, 2, 5, 1, 9, 7, 14, 11, 12. Но их суммарная ценность составляет всего лишь 414 баллов. Сопоставляя эту сумму с суммарной ценностью ранее сформированного набора в 726 баллов, видим, что различие существенно. Это подтверждает целесообразность предлагаемого алгоритма решения рассматриваемой задачи.

Таблица 3

Ранг объекта	Номер объекта в исходном наборе	Финансовые затраты на реставрируемый объект, у.е.	Финансовые затраты нарастающим итогом, у.е.	Оценочный балл ценности объекта	Оценочный балл нарастающим итогом
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	4	20000	20000	40	40
2	8	24000	44000	50	90
3	2	10000	54000	30	120
4	5	15000	69000	46	166
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
5	1	4000	73000	20	186
6	9	7000	80000	36	222
7	7	8000	88000	44	266
8	14	9000	97000	50	316
9	11	5000	102000	28	344
10	12	12000	114000	70	414
11	6	30000	144000	180	594
12	3	25000	169000	150	744
13	13	16000	185000	100	844
14	10	6000	191000	48	892

Разумеется, суммарная ценность всех исходных объектов реставрации остается неизменной. В иллюстрируемом примере она составляет 892 балла (см. таблицы 2 и 3).

Так решается задача формирования рационального набора объектов при одном ресурсном ограничении. Но теоретически она может решаться и при нескольких ресурсных ограничениях. Например, финансовом ограничении, ограничении в материальных ресурсах, ограничении в трудовых ресурсах, ограничениях в других видах ресурсов. Поэтому решаем задачу и в такой ее постановке [1].

Решать рассматриваемую задачу в такой ее постановке, очевидно, нужно последовательно. Сначала с учетом одного, затем другого, затем третьего и т.д. ограничений. И в частности при трех ресурсных ограничениях (финансовых, материальных и трудовых) - это сначала финансовых, затем материальных и, наконец, трудовых ограничениях. Поскольку все ресурсные ограничения выступают на приоритетных началах, поэтому для определенности сначала из исходного набора объектов формируем их набор лишь с учетом ограничений в финансовых ресурсах (обозначим их через Ф). Назовем такую процедуру первым уровнем формирования рационального набора работ и услуг. И, если формировать такой набор для коммерческих объектов, то, очевидно, сформированный их набор на этом уровне должен отвечать следующим условиям:

$$\begin{cases} Э_1/Ф_1 \leq Э_2/Ф_2 \leq Э_3/Ф_3 \leq \ldots \leq Э_i/Ф_i \leq \ldots \leq Э_к/Ф_к \\ \sum_{i=1}^{К} Ф_i \leq Ф_c \end{cases}$$

Но сформированный набор объектов на этом первом уровне может оказаться не обеспеченным остальными ресурсами (материальными и трудовыми), поэтому на следующем (втором этапе), или говоря иначе, на втором уровне, необходима проверка его обеспеченности материальными и трудовыми ресурсами. И если ее нет, то из сформированного набора объектов на первом уровне формируется еще два набора, первый из которых формируется по критерию эффективности материальных ресурсов, а второй - по критерию трудовых ресурсов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Парамонов Ф.И. Реализация аппарата управления предприятиями.-М.: Экономика, 1989.-256 с.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

Соколовский Дмитрий Владимирович, аспирант кафедры "Системы управления экономическими объектами" Московского государственного авиационного института (технического университета)