

Цифровой графический эквалайзер на фильтрах с конечной импульсной характеристикой

Попов Л.Н.

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия
e-mail: polen39@mail.ru

Аннотация

Рассмотрена методика построения линейки полосовых КИХ фильтров, являющейся основным элементом графического эквалайзера. Предложена методика расчета коэффициентов фильтров, обеспечивающая подобие характеристик фильтра при сдвиге его граничной частоты. Показана практическая невозможность прямой реализации системы КИХ фильтров на базе сигнального процессора из-за большого числа операций умножения, выполняемых за период дискретизации. Предложена структура, основанная на использовании интерполирующих КИХ фильтров сложной структуры, позволяющая на три порядка уменьшить число требуемых операций умножения. Проведена оценка сложности программной реализации эквалайзера.

Ключевые слова: полосовой фильтр, интерполированный фильтр нижних частот сложной структуры.

Основным узлом графического эквалайзера является набор полосовых фильтров, позволяющий преобразовать исходный сигнал во множество узкополосных сигналов [1]. Наличие средств управления коэффициентом передачи каждого узкополосного сигнала и последующее их суммирование позволяет получить требуемый вид амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) эквалайзера. В качестве органов управления часто используют ползунки, положение ручек которых представляет собой некое подобие графика создаваемой эквалайзером АЧХ. В более совершенных устройствах форма АЧХ формируется на экране дисплея. При центральном положении всех регуляторов эквалайзер должен точно повторить на выходе входной сигнал. Полный диапазон регулировок эквалайзера определяется максимальным отклонением каждого регулятора от центрального положения. Этот диапазон может быть от ± 6 до ± 24 дБ.

Частоты, на которых осуществляется регулирование в графическом эквалайзере, должны перекрывать весь звуковой диапазон (20 Гц ÷ 20 кГц) и отстоять друг от друга на некоторый постоянный интервал в логарифмическом (октавном) измерении. Этот интервал может быть равен от $1/6$ до целой октавы, и, следовательно, число фильтров в канале эквалайзера может быть от 10 до 60. Наиболее удобными и функциональными являются $1/3$ -октавные (30 полосные) и $2/3$ -октавные (15 полосные) эквалайзеры. При этом отношение R центральных частот двух смежных полосовых фильтров равно, соответственно, $2^{1/3} = 1.2599$ или $2^{2/3} = 1.5874$.

АЧХ каждого фильтра графического эквалайзера в логарифмической шкале частот имеет приблизительно симметричную колоколообразную форму, как

показано на рис. 1, а полоса пропускания в октавном измерении у всех фильтров одинакова и близка к частотному интервалу между ними. При этом отношение смежных граничных частот $f_{g_n} / f_{g_{n+1}}$ будет равно R (отношению центральных частот).

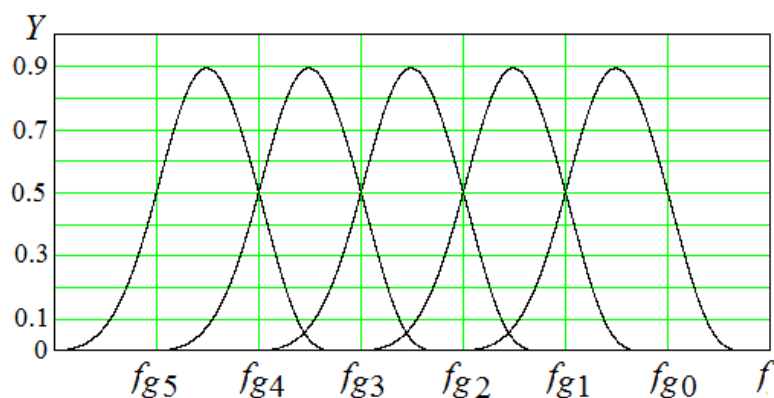


Рис. 1. АЧХ полосовых фильтров эквалайзера

Преимуществом использования цифровых фильтров с конечной импульсной характеристикой (КИХ фильтров) является отсутствие фазовых искажений. Однако, применение таких фильтров в эквалайзерах, работающих в реальном времени, затруднено необходимостью выполнения за один отсчет цифрового сигнала большого количества операций умножения. Цель настоящей статьи показать путь сокращения количества требуемых умножений за счет некоторого увеличения задержки прохождения сигнала через эквалайзер.

Отсутствие фазовых искажений позволяет формировать полосовой фильтр (ПФ) из двух фильтров нижних частот (ФНЧ), используя операцию вычитания сигнала с выхода фильтра с граничной частотой F_{gk+1} из сигнала на выходе фильтра с граничной частотой F_{gk} ($F_{gk+1} < F_{gk}$) (см. рис.2,а). Именно так получены характеристики ПФ рис.1 из характеристик ФНЧ, показанных на рис.2,б

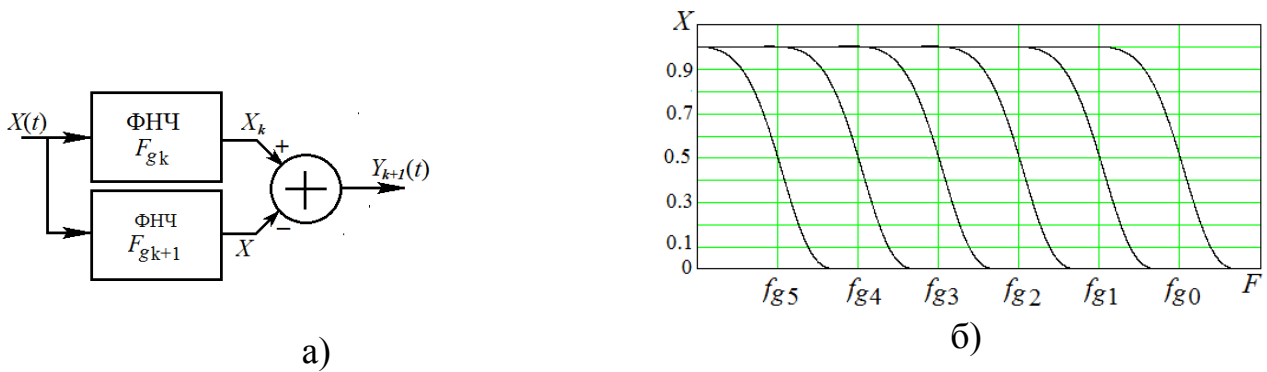


Рис. 2. Схема формирования полосового фильтра (а) и линейка ФНЧ (б).

Операция вычитания не изменяет коэффициент передачи на частоте, на которой этот коэффициент равен 0.5 от максимального уровня. Именно эту частоту, как показано на рис.2,б, необходимо выбирать в качестве граничной частоты ФНЧ. Поэтому далее при синтезе фильтра будем требовать, чтобы на граничной частоте коэффициент передачи фильтра A удовлетворял условию

$$A(F_g) = 0.5 \quad (1)$$

Покажем, что сформированные таким путем узкополосные сигналы $Y_k(t)$ в сумме дают выходной сигнал, ограниченный по частоте сверху граничной частотой F_{g0} самого высокочастотного ФНЧ, а снизу граничной частотой F_{gN+1} самого низкочастотного ФНЧ. Действительно

$$Y = \sum_{n=0}^N Y_n = \sum_{n=0}^N [X_n - X_{n+1}] = X_0(t) + \sum_{n=1}^N X_n - \sum_{n=0}^{N-1} X_{n+1} - X_{N+1} = X_0 - X_{N+1}.$$

В качестве X_0 можно использовать сам входной сигнал без ограничения по частоте сверху, полагая, что такое ограничение реализовано аналоговым фильтром, ограничивающим полосу сигнала в соответствии с требованием теоремы Котельникова. В случае, когда аналоговый сигнал ограничен и по частоте снизу, можно исключить низкочастотный сигнал X_{N+1} , тогда цифровой сигнал на выходе

эквалайзера (при центральном положении всех регуляторов) будет тождественен сигналу на его входе. В этом случае для построения N-канального эквалайзера достаточно иметь N-1 фильтров НЧ, имеющих граничные частоты: $fg_0, fg_1, fg_2, \dots, fg_{N-3}, fg_{N-2}$. Полагая, что в приведенной последовательности граничные частоты следуют в порядке убывания, их значение рассчитаем из условия симметрии:

$$\frac{20000}{fg_0} = \frac{fg_{N-2}}{20} = \frac{fg_0}{20R^{N-2}};$$

откуда $fg_0 = 200\sqrt{10R^{N-2}}$; $fg_n = fg_0 \cdot R^{-n}$ ($n = 1, 2, \dots, N-2$).

Учитывая, что частотные параметры цифрового фильтра (ЦФ) связаны линейной зависимостью с частотой дискретизации f_c , целесообразно анализ и синтез ЦФ проводить, используя нормированную частоту $F = \frac{f}{f_c}$. Данный подход соответствует выбору в качестве единицы измерения времени периода следования импульсов выборки T_c . Тогда сама нормированная частота дискретизации F_{nc} и ее период $T_{nc} = (F_{nc})^{-1}$ будут равны единице, а дискретное время t , на котором определены: входной сигнал $X(t)$ и выходной сигнал $Y(t)$, примет целочисленные значения ($t = 1, 2, \dots$). Нормированные значения граничных частот при этом станут: $Fg_n = \frac{fg_n}{f_c}$ ($n = 0, 1, 2, \dots, N-2$). Частота дискретизации 48кГц соответствует стандарту, принятому для CD дисков. Для этой частоты численные значения нормированных граничных частот 15-канального эквалайзера приведены в таблице1.

Таблица1

k	0	1	2	3	4	5	6
-----	---	---	---	---	---	---	---

Fg_k	$2.656 \cdot 10^{-1}$	$1.673 \cdot 10^{-1}$	$1.054 \cdot 10^{-1}$	$6.64 \cdot 10^{-2}$	$4.183 \cdot 10^{-2}$	$2.635 \cdot 10^{-2}$	$1.66 \cdot 10^{-2}$
k	7	8	9	10	11	12	13
Fg_k	$1.046 \cdot 10^{-2}$	$6.588 \cdot 10^{-3}$	$4.15 \cdot 10^{-3}$	$2.615 \cdot 10^{-3}$	$1.647 \cdot 10^{-3}$	$1.038 \cdot 10^{-3}$	$6.536 \cdot 10^{-4}$

В качестве ФНЧ будем использовать цифровой фильтр с конечной импульсной характеристикой (КИХ) 1-го рода. Операторная эквивалентная схема такого фильтра изображена на рис.4. Операторная форма входного сигнала $X(Z)$ есть результат Z -преобразования $X(t)$:

$$X(Z) = \sum_{t=0}^{\infty} X(t)Z^{-t}.$$

Оператор Z^{-1} соответствует элементу задержки на единицу дискретного времени. В фильтрах 1-го рода их должно быть четное число (на рис. 4 это число равно $2M$).

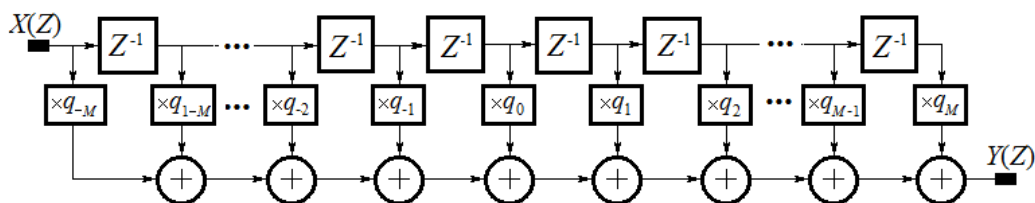


Рис. 3. Операторная схема КИХ фильтра.

Операторная форма выходного сигнала $Y(Z)$ в соответствии с рис.3 будет

$$Y(Z) = X(Z) \sum_{k=-M}^M q_k Z^{-(k+M)} = X(Z) \cdot Z^{-M} \sum_{k=-M}^M q_k Z^{-k}.$$

В последнем выражении сомножитель Z^{-M} соответствует задержке сигнала на M тактов, необходимой для физической реализуемости фильтра.

Отличительной особенностью фильтров 1-го рода является то, что задержка сигнала в них равна целому числу периодов дискретизации. Сомножитель $\sum_{k=-M}^M q_k Z^{-k}$ определяет частотную характеристику фильтра $A(jF)$. Учитывая, что частотная характеристика элемента задержки на k единиц дискретного времени определяется соотношением

$$A_{\text{зд}}(jF) = \exp(-j2\pi F \cdot k) = \cos(2\pi F \cdot k) - j \sin(2\pi F \cdot k).$$

частотная характеристика фильтра будет

$$A(jF) = \sum_{k=-M}^M q_m [\cos(2\pi F \cdot k) - j \sin(2\pi F \cdot k)] \quad (2)$$

Условием отсутствия дополнительных (по отношению к общей задержке) фазовых сдвигов в КИХ фильтрах 1-го рода является требование равенства $q_{-k} = q_k$. При этом мнимая составляющая в (2) исчезает, а выражение для частотной характеристики принимает вид:

$$A(F) = q_0 + 2 \sum_{k=1}^M q_k \cos(2\pi k \cdot F) \quad (3)$$

Формулу (3) можно рассматривать как представление реализуемой фильтром частотной характеристики на интервале частот $[-0.5 \dots +0.5]$ в виде конечного ряда Фурье, в котором период k -ой гармоники по оси F равен $1/k$. Частотная характеристика фильтра имеет период равный единице, т.е за пределами интервала форма частотной характеристики периодически с периодом 1 повторяется. Отсутствие синусоидальной составляющей ряда предполагает симметрию характеристики относительно начала координат $A(F) = A(-F)$.

Форма частотной характеристики определяется значениями коэффициентов q_k и количеством членов ряда M . Коэффициенты КИХ фильтров обычно рассчитывают либо с помощью перестановочного алгоритма Ремеза [2], либо методом окна.

Первый является численным методом, позволяющим для заданной системы допусков отклонения АЧХ фильтра от некоторой идеальной характеристики, синтезировать фильтр с минимальным количеством членов ряда (3) и, следовательно, минимальным количеством умножений, необходимых для вычисления значения выходного сигнала фильтра. Однако, доступные программы расчета коэффициентов ФНЧ не обеспечивают требования (1). Поэтому целесообразность использования алгоритма Ремеза применительно к расчету параметров эквалайзера требует дополнительных исследований.

Достоинство метода окна состоит в наглядности получаемых результатов, что позволяет делать некоторые общие выводы, касающиеся возможных модификаций схемной или программной реализации фильтра. При этом требование (1) обеспечивается автоматически. Далее будем придерживаться этого метода.

Расчет коэффициентов фильтра методом окна состоит из трех этапов [3]. Сначала определяют по формулам Фурье коэффициенты ряда аппроксимирующие АЧХ идеального ФНЧ, коэффициент передачи которого в полосе пропускания ($-Fg < F < Fg$) равен единице, а вне ее – нулю. При этом получают бесконечную последовательность коэффициентов:

$$q_{\alpha}(k) = Q \cdot \frac{\sin(2\pi Fg \cdot k)}{2\pi Fg \cdot k} \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \text{ где множитель } Q = 2Fg. \quad (4)$$

На втором этапе постоянный множитель Q заменяют весовой функцией $W(k)$, называемой окном. Эта функция равна нулю при $k > M$, что обеспечивает конечное число членов ряда (3).

$$q_w(k) = W(k) \cdot q_a(k), \quad (k = 0, 1, 2, \dots, M)$$

Простейшим является прямоугольное окно, значение которого при $k \leq M$ равно единице. Несмотря на то, что прямоугольное окно дает минимальное среднеквадратическое отклонение реализуемой фильтром передаточной характеристики $A(F)$ от АЧХ идеального ФНЧ, получаемое решение непригодно для практики из-за недопустимо большой амплитуды колебаний (волн) характеристики, как в области прозрачности фильтра, так и вне ее. Находят применение окна, в которых весовая функция $W(k)$ плавно уменьшается с ростом k . Этим достигается существенное снижение амплитуды колебаний (волн) ценой ухудшения избирательной способности фильтра, связанной с уменьшением крутизны спада характеристики на частотах близких к Fg . Наиболее распространенными являются окна Хемминга (Hamming) и Кайзера (Keiser). Первое при малых вычислительных затратах позволяет получить достаточно хороший результат. Достоинством второго является возможность регулировать степень подавления волнообразности характеристики передачи фильтра, тем самым достигая оптимального компромисса между его избирательной способностью и степенью подавления сигнала вне зоны прозрачности фильтра. Окно Кайзера применительно к фильтру 1-го рода для принятой системы индексации можно определить выражением:

$$W(k) = \begin{cases} \frac{I_0 \left[\beta \sqrt{1 - \left(\frac{k}{\mu} \right)^2} \right]}{I_0(\beta)}, & \text{если } k \leq \mu, \\ 0, & \text{иначе } 0. \end{cases} \quad (5)$$

где $I_0(x)$ - модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка, средством вычисления которой является ряд:

$$I_0(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \left[\frac{(0.5x)^k}{k!} \right]^2.$$

В литературе, посвященной описанию использования окна Кайзера для синтеза КИХ фильтров, обычно предполагается, что параметр μ - целое число равное M . Данное предположение ограничивает некоторые возможности применения окна Кайзера, поэтому далее равенство $M = \mu$ заменим соотношением: $M = [\mu]$, где квадратные скобки означают операцию отбрасыванию дробной части числа.

Влияние параметров β и μ на характер зависимости $W(k)$ иллюстрируется семействами кривых, показанных на рис. 4 а и б.

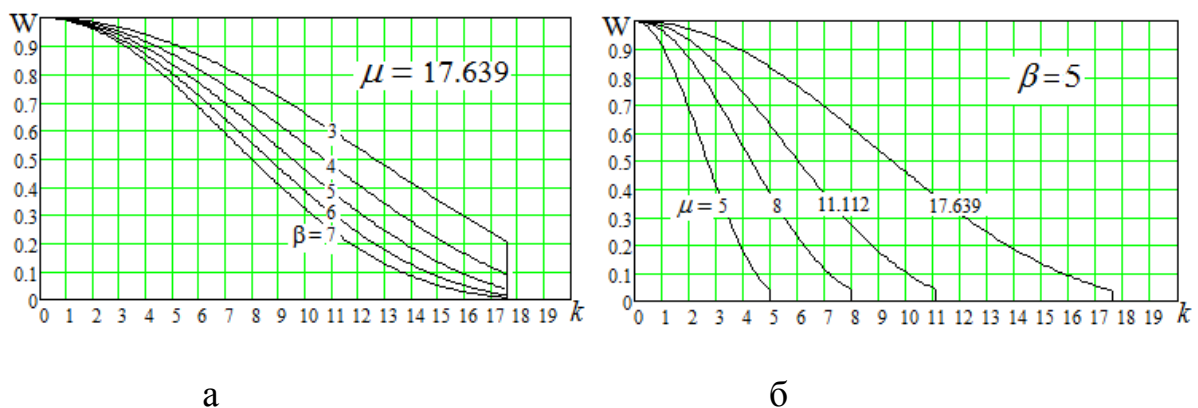


Рис. 4. Зависимость формы окна Кайзера от параметров β и μ .

Параметр β влияет, главным образом, на величину скачка на краю рабочего диапазона. Именно величина скачка связана с амплитудой волнистости АЧХ фильтра. Для уменьшения волнистости β необходимо увеличивать, однако при этом происходит увеличение крутизны спада весовой функции при увеличении k , что приводит к ухудшению избирательной способности фильтра. Как следует из графиков на рис. 4,б, для улучшения избирательной способности необходимо увеличивать параметр μ .

Рассчитанные на втором этапе коэффициенты не обеспечивают равенство единице коэффициента передачи ФНЧ на нулевой частоте. Поэтому на третьем этапе расчета требуется умножить полученные коэффициенты на нормализующий множитель Q_H :

$$q_k = q_w(k) \cdot Q_H, \text{ где } Q_H = \left(q_w(0) + 2 \sum_{k=1}^M q_w(k) \right)^{-1}.$$

Необходимость синтеза линейки ФНЧ с разными граничными частотами, но обладающих подобными в логарифмическом масштабе характеристиками, делает актуальной задачу преобразования граничной частоты фильтра при условии сохранения формы его АЧХ. Из структуры КИХ фильтра видно, что последовательность значений коэффициентов: $q_{-M}, q_{-M+1}, \dots, q_0, \dots, q_{M-1}, q_M$ определяет отклик фильтра $h(t)$ на единичный импульс. При этом именно форма отклика $h(t)$, рассматриваемая как непрерывная функция времени, определяет форму АЧХ фильтра на интервале $[-0.5 < F < 0.5]$. Поэтому в рамках поставленной задачи, будем рассматривать зависимости $q_\alpha(k)$ и $W(k)$, как непрерывные функции аргумента k . Из формул (4) и (5) видно, что значение функции $q_\alpha(k)$ однозначно определяется

произведением $Fg \cdot k$, а значение $W(k)$ при постоянном значении параметра β однозначно определяется отношением k/μ . Формы частотных характеристик фильтров с граничными частотами Fg_1 и Fg_2 будут подобны при выполнении условия:

$$Fg_1 \cdot k_1 = Fg_2 \cdot k_2; \quad \frac{k_1}{\mu_1} = \frac{k_2}{\mu_2}, \text{ откуда } \mu_2 = \mu_1 \cdot \frac{k_2}{k_1} = \mu_1 \cdot \frac{Fg_1}{Fg_2}.$$

Следует заметить, что идеальное подобие характеристик достигается только в случае, когда отношение граничных частот – целое число. В противном случае параметры μ_1 и μ_2 будут иметь различные дробные части, что сказывается в незначительном отличии формы и амплитуды пульсаций (волнистости) характеристик.

Выбрав параметры окна Кайзера (β, μ) для фильтра с граничной частотой Fg_0 , коэффициенты $q_w(k, n)$ фильтра с граничной частотой Fg_n можно рассчитать по формуле

$$q_w(k, n) = W(k, \beta, \mu, n) \cdot \frac{\sin(2\pi Fg_n \cdot k)}{2\pi Fg_n \cdot k}; \quad (6)$$

$$I_0 \left[\beta \sqrt{1 - \left(\frac{k}{\mu \cdot R^n} \right)^2} \right] \quad (7)$$

где $W(k, \beta, \mu, n) = \text{Если } k \leq \mu \cdot R^n, \text{ то } \frac{I_0 \left[\beta \sqrt{1 - \left(\frac{k}{\mu \cdot R^n} \right)^2} \right]}{I_0(\beta)}, \text{ иначе } 0.$

Далее может быть рассчитана матрица коэффициентов всех четырнадцати фильтров эквалайзера:

$$q_{k,n} = Q_n \cdot q_w(k, n), \text{ где } Q_n = q_w(0, n) + 2 \cdot \sum_{k=1}^{\lfloor \mu \cdot R^n \rfloor} q_w(k, n). \quad (8)$$

Важно отметить, что полученные значения коэффициентов однозначно определены при заданных N и R всего двумя параметрами: β и μ . От выбора этих параметров зависят основные характеристики эквалайзера.

Общее количество ненулевых членов матрицы коэффициентов определяет число операций умножения, которые надо выполнить за период дискретизации. Это число рассчитывается по формуле $N - 1 + 2 \cdot \sum_{n=0}^{N-2} [\mu \cdot R^n]$.

Результат расчета показан на рис. 5

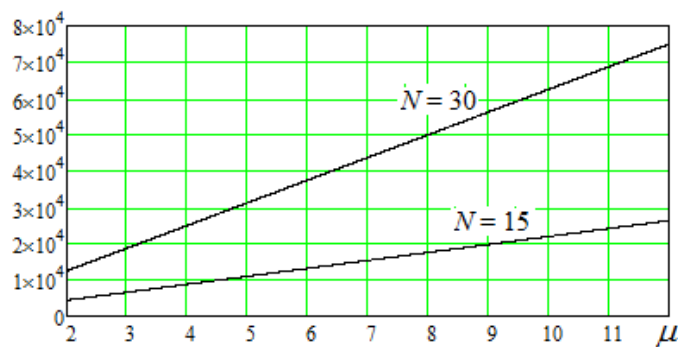


Рис. 5. Зависимость числа требуемых операций умножения от μ для 15-ти и 30-ти канальных эквалайзеров

Так при $\mu = 7$ для 15-канального эквалайзера количество требуемых умножений оказывается равным 15348. Такое количество умножений при условии применения современных сигнальных процессоров [4] выполнить за период дискретизации 20.8 мкс не представляется возможным. Поэтому прямая реализация эквалайзера с применением линейки фильтров, имеющих структуру, соответствующую рис. 3, практически не реализуема.

Эффективным методом уменьшения количества требуемых операций умножения является использование интерполированных КИХ (ИКИХ) фильтров нижних частот [5,6]. Такие фильтры основаны на преобразовании структуры

фильтра рис. 1 заменой элементов задержки на один период дискретизации элементами задержки на L периодов дискретизации, где L – целое число. Результат такого преобразования показан на рис. 6. Значения коэффициентов q_k остаются без изменения. Исходный фильтр называют *прототипом*, а фильтр, полученный в результате преобразования, – *формирующим субфильтром*.

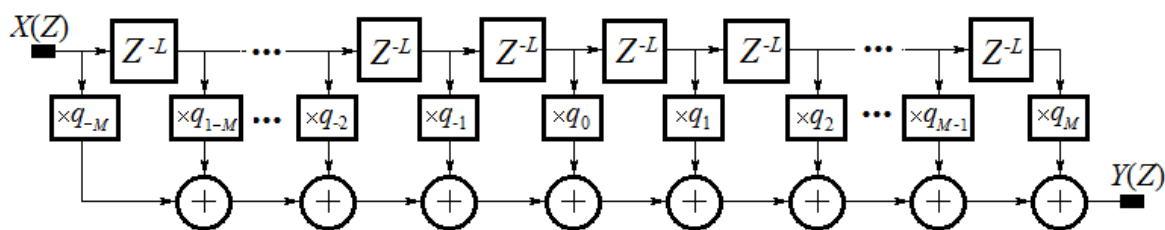


Рис. 6. Операторная схема формирующего субфильтра.

В результате преобразования ряд Фурье (3), определяющий частотную характеристику прототипа, преобразуется к виду:

$$A_{\text{фс}}(F) = q_0 + 2 \sum_{k=1}^M q_k \cos(2\pi kL \cdot F). \quad (9)$$

Частота каждой гармоники в (9) по сравнению с рядом (3) увеличилась в L раз, в результате период частотной характеристики $A_{\text{фс}}(F)$ формирующего субфильтра уменьшился в L раз. На рис. 7,а, в качестве характеристики прототипа изображена характеристика фильтра с граничной частотой Fg_0 , а на рис. 7,б – характеристика формирующего субфильтра, полученная при $L = 4$. Повторяющиеся полосы пропускания $A_{\text{фс}}(F)$, центры которых лежат на частотах $1/L(f_c/L)$, называют изображениями.

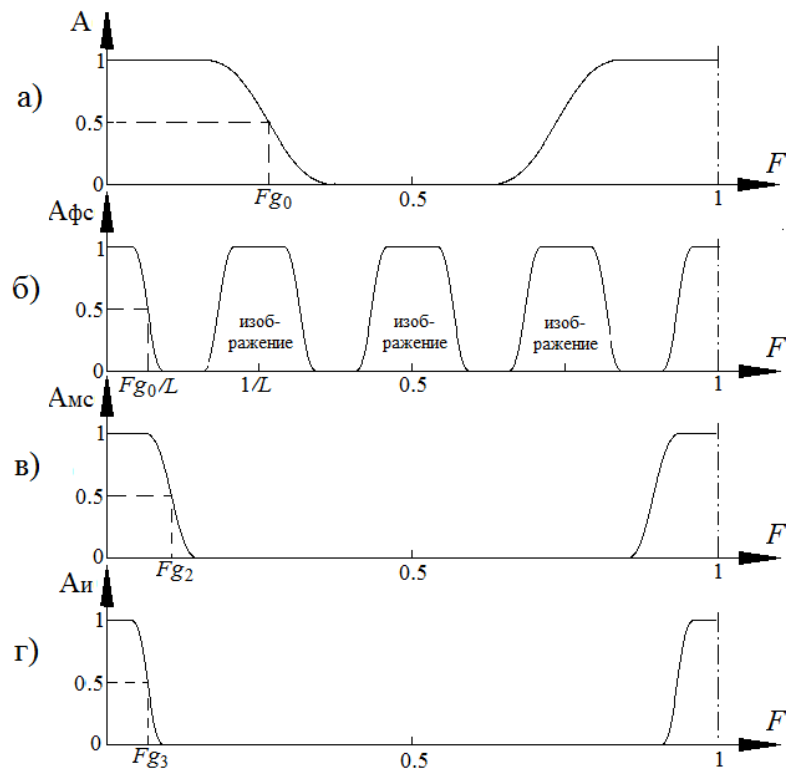


Рис. 7. АЧХ: прототипа (а), формирующего субфильтра (б), маскирующего субфильтра (в), ИКИХ фильтра.

Для подавления изображений последовательно с формирующим субфильтром включают *маскирующий субфильтр* нижних частот, граничную частоту которого выбирают так, чтобы изображения попадали в полосу заграждения. Маскирующий субфильтр может быть включен либо после формирующего, либо перед ним, как показано на рис. 8.

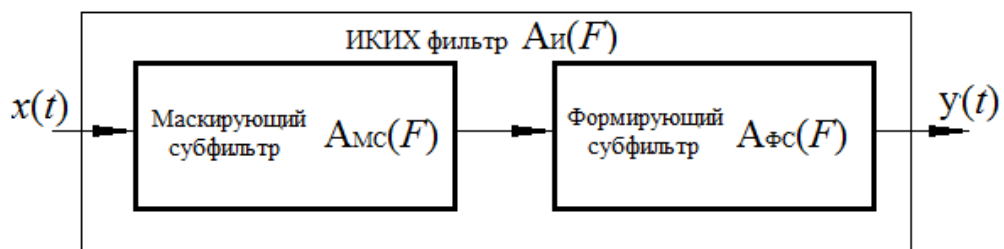


Рис. 8. Структура ИКИХ фильтра.

Результирующая частотная характеристика ИКИХ фильтра

$$A_{\text{и}}(F) = A_{\text{мс}}(F) \cdot A_{\text{фс}}(F).$$

В качестве маскирующего фильтра (рис. 7,в) можно использовать фильтр с граничной частотой Fg_2 , который уже должен быть в составе эквалайзера. Получаемый ИКИХ фильтр имеет граничную частоту $Fg_0/4 = Fg_3$. Данное равенство вытекает из того факта, что уменьшение частоты в L раз в логарифмическом масштабе соответствует сдвигу на $\log_2(L)$ октав влево по оси частот. Важным результатом явилось то, что для реализации фильтра потребовалось всего M операций умножения. Таким способом могут быть выполнены все фильтры эквалайзера с граничными частотами $Fg_k \geq Fg_3$:

прототип с граничной частотой Fg_0 порождает фильтры с $Fg_3, Fg_6, Fg_9, \dots, Fg_{3n}, \dots$;

прототип с граничной частотой Fg_1 порождает фильтры с $Fg_4, Fg_7, Fg_{10}, \dots, Fg_{3(n+1)}, \dots$;

прототип с граничной частотой Fg_2 порождает фильтры с $Fg_5, Fg_8, Fg_{11}, \dots, Fg_{3(n+2)}, \dots$.

Дополнительным средством уменьшения требуемых операций умножения, является применение, так называемой, сложенной структуры фильтра [5], которая соответствует процедуре вычисления отсчета выходного сигнала фильтра по формуле

$$x_{\text{вых}}(t) = \sum_{k=0}^M s_k(t) q_k; \text{ где } s_0(t) = x(t-M); s_k(t) = x(t-M+k) + x(t-M-k) \text{ при } k > 0. \quad (10)$$

Сложенную структуру фильтра можно представить в виде каскадного соединения двух блоков: в первом, производится вычисление вектора $S = S_0, S_1, \dots, S_M$, во втором – по формуле (10) реализуется скалярное произведение вектора S на вектор $Q = q_0, q_1, \dots, q_M$. Первый блок может быть общим для нескольких фильтров. В этом случае длина вектора S определяется фильтром, имеющим максимальное

количество коэффициентов, и именно этим фильтром будет определяться задержка сигнала во всех реализуемых фильтрах.

Фильтры-прототипы с граничными частотами Fg_0, Fg_1, Fg_2 , могут быть реализованы в виде функционального блока, показанного на рис. 10,а, в котором параметр $L = 1$, длина вектора $S = S_2$ определяется длиной $(1+M_2)$ вектора коэффициентов Q_2 , где $M_2 = [\mu R^2]$. Векторы S_0 и S_1 являются усечениями вектора S , длина первого определяется параметром $M_0 = [\mu]$, длина второго – параметром $M_1 = [\mu R]$. Значения коэффициентов, составляющих векторы Q_0, Q_1, Q_2 рассчитываются по формулам (6), (7), (8), где n равно, соответственно, 0, 1, 2.

Формирующие субфильтры имеют аналогичную структуру, отличаясь от прототипа лишь значением L . Задержка $T_{зд}$ сигналов: X, X_k, X_{k+1}, X_{k+2} равна произведению $M_2 \cdot L$. Далее структуру рис. 9, а будем изображать условно в виде функционального блока, показанного на рис. 9,б.

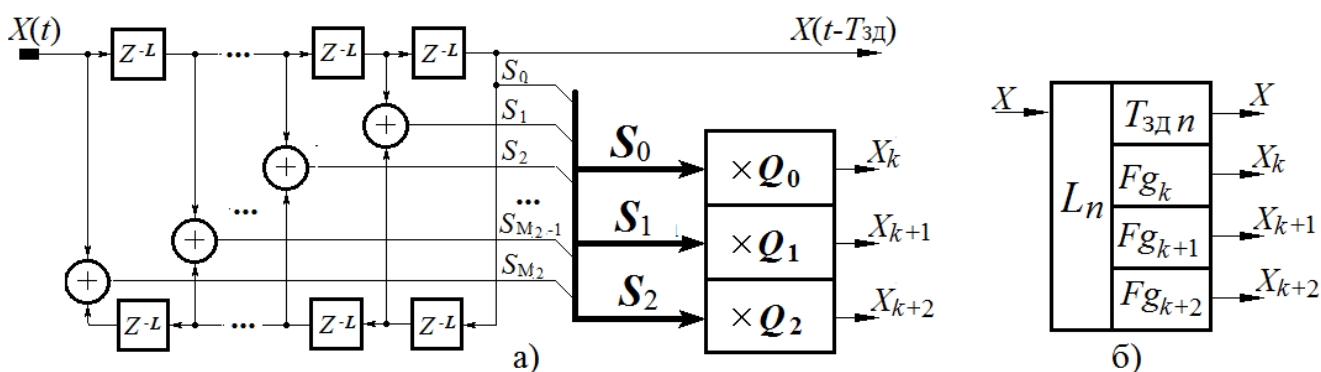


Рис. 9. Сложенная структура (а), ее условное изображение (б).

Каскадное соединение таких функциональных блоков обеспечивает для каждого формирующего субфильтра наличие необходимого маскирующего субфильтра.

Получаемая таким путем функциональная схема системы фильтров 15-ти канального эквалайзера показана на рис. 10. Параметр L_1 блока, реализующего фильтры-прототипы, равен 1. Остальные блоки реализуют формирующие субфильтры. Для субфильтров с граничными частотами Fg_3, Fg_4, Fg_5 параметр $L_2 = 4$, далее для каждой следующей тройки субфильтров параметр L увеличивается в четыре раза: $L_3 = 16, L_4 = 64, L_5 = 256$. Последний функциональный блок усечен, поскольку реализует только два субфильтра. Длина вектора S в нем равна $1 + M_1$, а задержка сигнала $T_{зд5} = M_1 \cdot L_5$.

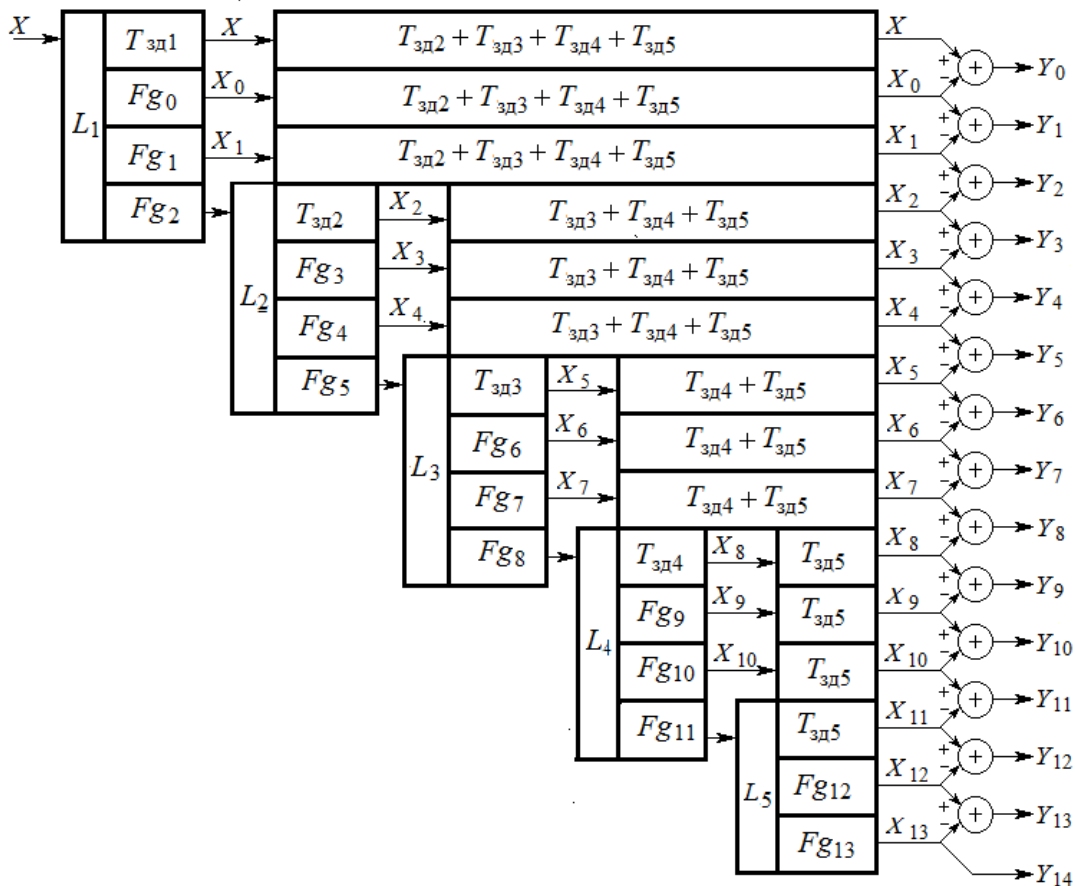


Рис. 10. Функциональная схема фильтров эквалайзера.

Для выравнивания задержек всех каналов структура рис. 10 дополнена блоками задержек. Сигналы с первого функционального блока требуют

дополнительной задержки, равной сумме задержек всех следующих функциональных блоков ($T_{зд2} + T_{зд3} + T_{зд4} + T_{зд5}$), аналогично, сигналы со второго функционального блока требуют задержки ($T_{зд3} + T_{зд4} + T_{зд5}$) и т.д. Дополнительная задержка не требуется для сигналов с последнего функционального блока.

Суммарная задержка в фильтрах эквалайзера будет

$$T_{зд} = [\mu \cdot R^2](L_1 + L_2 + L_3 + L_4) + [\mu \cdot R]L_5 = 85[2.52\mu] + 256[1.587\mu].$$

Для $\mu = 7$ суммарная задержка равна 4261 периодов дискретизации, что при $F_c = 48$ кГц соответствует 88.77 мс. При реализации фильтров по классической схеме (рис. 3) задержка определяется самым низкочастотным фильтром $T_{зд15} = [\mu R^{15}]$, что при $\mu = 7$ дает задержку 2844 периодов дискретизации. Таким образом, использование интерполированных фильтров по схеме рис. 10 по сравнению с классической схемой дает увеличение задержки сигнала примерно в полтора раза. Однако выигрыш в количестве умножений, которые необходимо выполнить за период дискретизации оказывается впечатляющим. Для N -канального эквалайзера по схеме аналогичной рис. 10 количество умножений N_U будет

$$N_U = N - 1 + \left[\frac{N-1}{3} \right] \sum_{n=0}^2 [\mu \cdot R^n] + \sum_{n=0}^1 [\mu \cdot R^n].$$

Зависимость $N_U(\mu)$ для 15-ти и 30-ти канальных эквалайзеров показана на рис. 11,а. На рис. 11,б эта зависимость для 15-тиканального эквалайзера показана в укрупненном масштабе в окрестности $\mu = 7$. При $\mu = 7$ требуемое количество умножений равно 172. Однако, как видно из рис. 11,б, незначительное уменьшение μ

приводит к заметному уменьшению N_U . Так при $\mu = 6.99$ $N_U = 167$, а при $\mu = 6.929$ N_U уменьшается до 162, что почти в 1000 раз меньше, чем в классической схеме.

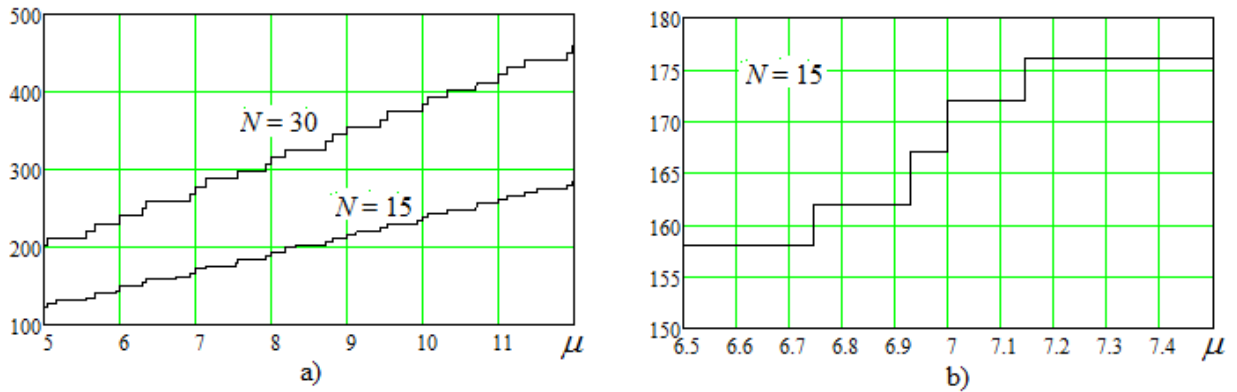


Рис. 11. Зависимость $N_U(\mu)$ для 15-ти и 30-ти канальных эквалайзеров

Полосовые фильтры (ПФ) реализованы рассмотренным выше методом вычитания, показанным на рис.2. Выходной сигнал получают суммированием сигналов с выходов полосовых фильтров, каждый из которых умножен на свой коэффициент усиления (ослабления): A_0, A_1, \dots, A_{14} (рис. 12),

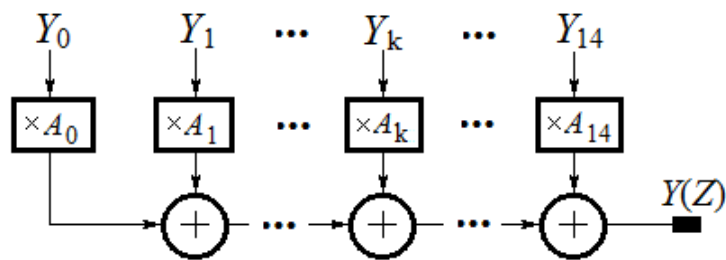


Рис. 12. Схема формирования выходного сигнала эквалайзера.

Значение каждого коэффициента A_k должно определяться дискретным органом управления, задающим уровень усиления (ослабления) в децибелах Adb_k .

$$A_k = 10^{0.05 Adb_k}. \quad (11)$$

Учитывая линейность выполняемых операций, расчет ВАХ 15-ти канального эквалайзера можно выполнить, используя следующие выражения:

$$A(F) = \sum_{n=0}^{N-1} B_n(F) \cdot 10^{0.05 A d b_n},$$

где $B_0(F) = 1 - A_0(F)$; $B_{15}(F) = A_{14}(F)$; $B_n(F) = A_{n-1}(F) - A_n(F)$ при $0 < n < 15$;

$A_n(F) =$ если $n \leq 2$, то $A\alpha_n(F)$, иначе $A\alpha_n(F) \cdot A_{m(n)-1}(F)$, где $m(n) = 3[n/3]$;

$$A\alpha_n(F) = q_{0,n} + \sum_{k=1}^{M(n)} q_{k,n} \cos(2\pi k \cdot 4^{[n/3]} F), \quad M(n) = [\mu \cdot R^{n-m(n)}].$$

Важно отметить, что совокупность реализуемых эквалайзером частотных характеристик определяется заданием двух параметров: μ , β и максимально допустимым отклонением регуляторов от среднего (0-го) положения. Далее будем считать это отклонение равным ± 12 дБ. Чтобы определить оптимальные значения параметров: μ , β , сначала были выполнены расчеты частотных характеристик для заведомо завышенного значения $\mu = 12$. На рис. 13 показаны результаты расчетов для трех значений β и выбранных коэффициентах усиления (ослабления) сигнала в каналах эквалайзера, указанных в верхней части рисунка. Такая комбинация коэффициентов позволяет оценить существенные свойства эквалайзера: крутизну подъема и спада АЧХ между минимальным и максимальным ее уровнем, а также реакцию на максимальное ослабление сигнала в одном канале при нулевых значениях регуляторов в соседних каналах. Наилучшей явилась характеристика, соответствующая $\beta = 12$. При уменьшении β появляется существенная неравномерность характеристики в областях ослабления сигнала. При увеличении β уменьшается крутизна подъема и спада характеристики в переходных областях.

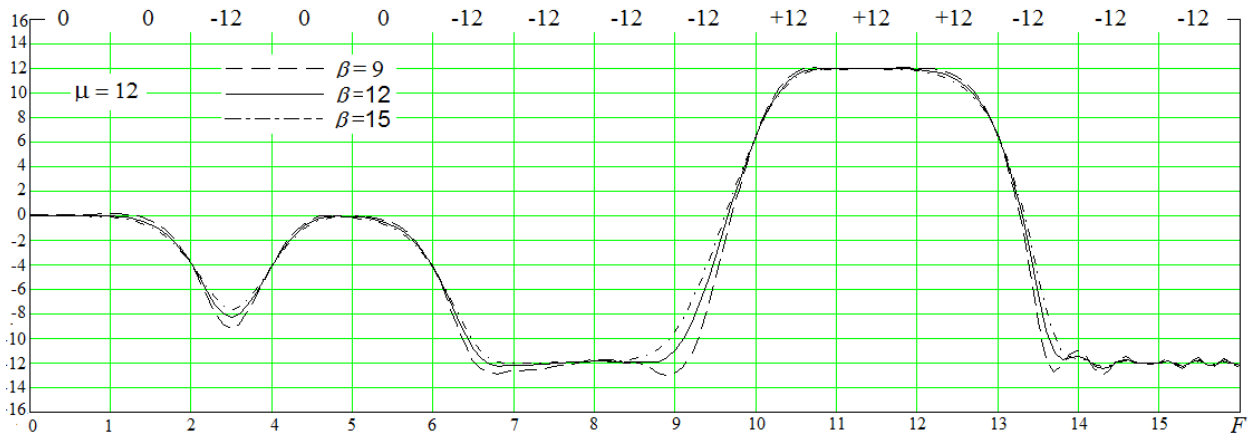


Рис. 13 АЧХ эквалайзера, при $\beta = 12$.

Во всех рассмотренных вариантах наблюдаемый провал характеристики в одиночном канале не достигает уровня -12 дБ. При $\beta = 12$ провал составляет -8дБ.

Дальнейшие расчеты проводились с постепенным уменьшением параметра μ .

При этом характеристика, полученная при $\mu = 6.92$, $\beta = 4.5$, как показано на рис. 14, оказалась близкой к характеристике, соответствующей параметрам $\mu = 12$, $\beta = 12$.

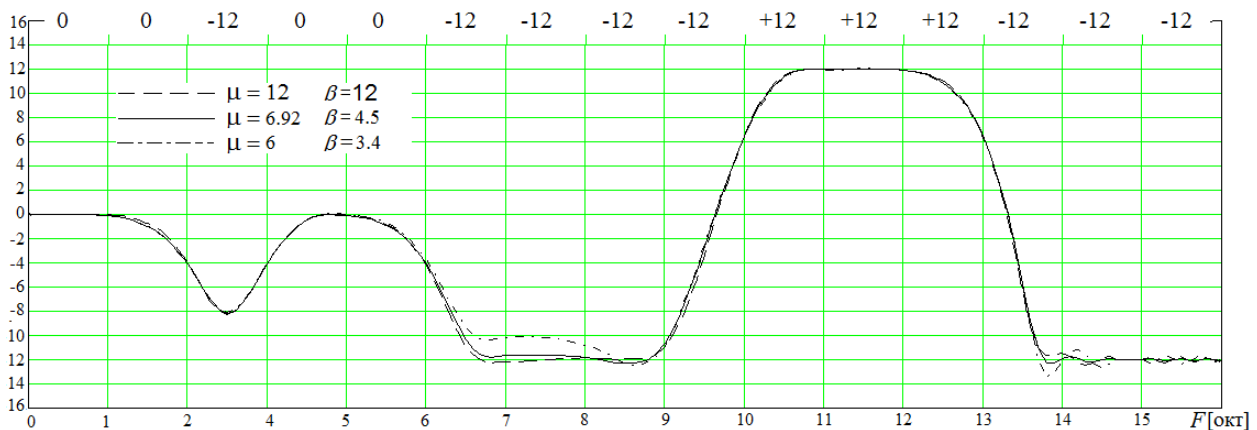


Рис. 14. АЧХ эквалайзера, получаемые при уменьшении β .

Дальнейшее уменьшение μ сопровождается заметным ухудшением свойств эквалайзера. Так, показанная на рис. 14 характеристика, соответствующая

параметрам $\mu=6$, $\beta=3.4$ имеет неравномерность в областях ослабления сигнала порядка 2 дБ против 0.5 дБ при $\mu=6.92$, $\beta=4.5.12$.

Оценка сложности программной реализации эквалайзера

Программа должна содержать совокупность кольцевых буферов, реализуемых в виде массива ячеек оперативной памяти с фиксированными указателями адресов начала (конца) области памяти, отведенной под буфер. Блоку, поименованному на рис. 10,b, как L_n , должен соответствовать кольцевой буфер размером $1+2L_n$ ячеек памяти. У 15-ти канального эквалайзера таких блоков 5: L1, L2, L3, L4, L5 и при $\mu=6.92$ они занимают в сумме 11598 ячеек памяти. Блокам задержки также соответствуют кольцевые буферы. Всего таких буферов 12: D, D0, D1, ..., D10 и занимают они в сумме 63864 ячеек памяти. С каждым кольцевым буфером связана переменная типа указатель, указывающая на ячейку памяти, соответствующую текущему началу (концу) буфера. Структура памяти, отводимая под кольцевые буферы, вместе с привязанными к ним указателями показана в таблице 2.

Ячейки памяти, обозначенные через D13, D14, D15 можно рассматривать как вырожденные буферы, содержащие всего одну ячейку, являющуюся одновременно началом и концом буфера. Кроме обозначенных указателей необходимо иметь две переменных типа указатель, не связанных с определенным буфером, которые в процессе выполнения программы могут указывать на адрес любой ячейки памяти.

Для вектора S требуется массив размером 18 ячеек. Коэффициенты фильтра удобно представить в виде матрицы размером $[18 \times 3]$.

Таблица 2: Кольцевые буферы

Постоянные указатели	Память	Переменные указатели
CL[0] →	Начальный адрес памяти, отводимой под кольцевые буферы	
CL[1] →	L1	← VL[1]
CL[2] →	L2	← VL[2]
:	:	:
:	:	:
:	:	:
CL[5] →	L5	← VL[5]
CD[1] →	D1	← VD[1,1]
CD[2] →	D2	← VD[1,2]
:	:	:
:	:	:
:	:	:
CD[15] →	D15	← VD[4,1]

Коэффициенты усиления каналов целесообразно сгруппировать в массив констант. Его размерность определяется диапазоном и шагом изменения коэффициента усиления. При диапазоне ± 12 дБ и шаге 0.5дБ количество элементов массива равно 50. Для фиксации текущего состояния управляющих регуляторов требуется 15 коротких целых чисел.

Суммарный объем памяти зависит от разрядности представления чисел. В случае использования 32-разрядных чисел общий объем памяти для хранения констант и переменных составит около 300 кбайт. Следует ожидать, что память, отводимая под исполняемые команды, в виду циклической структуры программы будет по крайней мере на порядок меньше.

Основные результаты.

Предложена методика получения подобных по форме характеристик ФНЧ при сдвиге их граничной частоты.

Предложена структура, позволяющая при малых вычислительных затратах реализовать линейку ПФ.

Методы, изложенные в статье применительно к построению графических эквалайзеров, могут быть использованы также в смежных областях (частотный анализ, адаптивная фильтрация [7] и др.).

Библиографический список

1. Вологдин Э.И. Методы и алгоритмы обработки звуковых сигналов. - СПб.: СПбГУТ, 2009. - 96 с.
2. Титце У., Шенк К. Полупроводниковая схемотехника – М.: Мир, 1983. - 512 с.
3. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов – М.: Мир, 1978. – 848 с.
4. Комаров А.В. Цифровые сигнальные процессоры:
<http://halyavchik.com/item/b6224842-dcbc-46ac-aa7e-88b8d2c312dd>

5. Richard Lyons. Interpolated narrowband lowpass FIR filters, IEEE SIGNAL PROCESSING MAGAZINE, January 2003, pp. 50-57.
6. Ричард Лайонс. Цифровая обработка сигналов. - М: Бином-Пресс, 2006. - 656 с.
7. Грубрин И.В., Лыгина И.Ю. Адаптивная фильтрация помех в бортовых многоканальных системах // Труды МАИ, 2013, № 69:
<http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=43335>