УДК 62.752, 621.534, 629.4.015, 51-74, 517.442 DOI: 10.34759/trd-2021-118-04

Частотная энергетическая функция в оценке динамических состояний технических объектов

Елисеев А.В.[1*], Кузнецов Н.К.[1], Елисеев С.В.[2***]**

[1]*Иркутский национальный исследовательский технический университет,*

ул. Лермонтова 83, Иркутск, 664074, Россия

[2]*Иркутский государственный университет путей сообщения,*

ул. Чернышевского 15, Иркутск, 664074, Россия

**e-mail: eavsh@ya.ru*

***e-mail: knik@istu.edu*

****e-mail: eliseev_s@inbox.ru*

Статья поступила 20.05.2021

Аннотация

Предлагается новый подход к оценки динамических свойств механических колебательных систем, рассматриваемых в качестве расчетных схем технических объектов, функционирующих в условиях интенсивного вибрационного нагружения.

Цель исследования заключается в развитии идей использования частотных энергетических функций, представляющих собой отношение потенциальной и кинетической энергий в специфической форме, основанной на использовании соотношений координат системы в режиме свободных колебаний.

Используются технологии системного анализа и структурного математического моделирования, в рамках которых в механической колебательной системе сопоставляется структурная схема эквивалентной в динамическом отношении системы автоматического управления.

Предложено использование аналитического аппарата, позволяющего учитывать особенности межпарциальных связей, оценки специфических режимов динамического взаимодействия элементов системы.

Предложена методика определения частот собственных колебаний системы на основе использования частотной энергетической функции.

Разработаны методические основы подходов в решении задач динамики систем, связанных с оценкой влияния параметров системы на её частотные свойства.

Приводятся результаты вычислительного моделирования.

Ключевые слова: механические колебательные системы, структурные схемы, частотная энергетическая функция, передаточная функция, межпарциальные связи, частотные характеристики.

Введение

Многие технические объекты, в том числе транспортного и технологического назначения эксплуатироваться в условиях повышенных динамических нагрузок, что требует соответствующих расчетов на стадиях предварительных исследований и принятия конструктивно-технических решений, обеспечивающих необходимый уровень надежности работы и безопасности эксплуатации технических средств.

Вопросам динамики машин, функционирующих в условиях интенсивных вибрационных нагружений, уделяется большое внимание, что нашло отражение в работах [1-5]. Задачи динамики машин отличаются большим разнообразием, в котором, тем не менее, было бы целесообразно выделить направления исследований, связанные с задачами вибрационной защиты и виброизоляции машин, приборов и аппаратуры [6-8], а также управления режимами динамического гашения колебаний [9-11], специфическими формами связности движения элементов систем, а также другими специфическими проявлениями форм взаимодействия элементов [12-13].

Разнообразные исследования в области динамики механических колебательных систем направлены на создание определенного научно-методологического базиса, на основе которого решаются задачи динамики машин, оборудования и механизмов, работающих при периодических (чаще всего гармонических) внешних воздействиях силовой или кинематической природы [14,15].

Важным обстоятельством при этом является внимание к таким особенностям динамических свойств, как частотные характеристики систем [16]. Такие характеристики дают представление об эффектах динамических взаимодействий элементов, резонансных явлениях, эффектах динамического гашения колебаний, что имеет большое значение для формирования таких параметров динамического состояния, как динамическое качество систем, прогнозы по обеспечению условий безопасности эксплуатации и др. [1, 2, 12].

Необходимость определения частот собственных колебаний систем предполагает предварительное построение тех или иных математических моделей, позволяющих определять частоты собственных колебаний на основе аналитических или приближённых подходов, что обычно используется в инженерной практике [13, 17, 18].

Вместе с тем, во многих случаях возникает необходимость более детализированных оценок о частотных свойствах механических колебательных систем, что в аналитических подходах наталкивается на определенные трудности. Интересные идеи в этом направлении были предложены в монографии Рэлея [19].

В предлагаемой статье отражается развитие научно-методологических основ оценки частотных свойств механических колебательных систем на основе частотной энергетической функции, позволяющей рассматривать частотные свойства механических колебательных систем в достаточно обобщенной форме и производить оценку возможных форм влияния параметров системы на собственные частоты её свободных колебаний.

I. Некоторые общие положения

Многие технические объекты, в том числе железнодорожного и автомобильного транспорта, а также вибрационные технологические машины (вибростенды, вибротранспортеры и др.), в первом приближении, могут рассматриваться на основе расчетных схем в виде механических колебательных систем с сосредоточенными параметрами с одной, двумя и более степенями свободы. Предполагается, что системы обладают линейными свойствами и совершает малые колебания относительно положения статического равновесия или установившегося движения.

1. На рис. 1, *а* приведена расчетная схема технического как механической колебательной системы цепного типа с двумя степенями свободы.

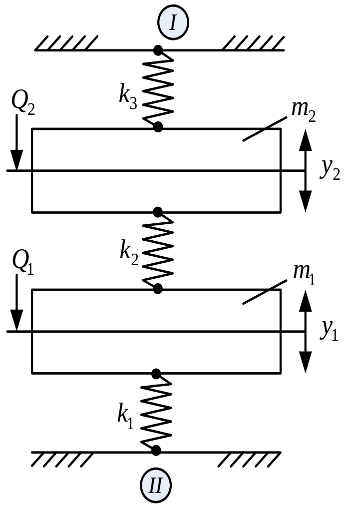

Рис. 1. Расчетная схема технического объекта в виде колебательной системы цепного типа с двумя степенями свободы

Используя расчётную схему на рис. 1 можно на основе применения уравнений Лагранжа второго рода, получить математическую модель в виде системы из двух линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами. Для этого необходимо получить выражения для кинетической и потенциальной энергий, что делается обычными способом, например, по методике, изложенной в работах [3, 12, 20]. После преобразований Лапласа при нулевых начальных условиях исходная система линейных дифференциальных уравнений движения в координатах y_1,y_2 может быть трансформирована к системе уравнений в операторной форме, на основе которых может быть построена структурная математическая модель (рис. 2) в виде структурной схемы эквивалентной в динамическом отношении системы автоматического управление (САУ) [3, 12].

Как это следует из рис. 1, расчетная схема состоит из двух массоинерционных элементов m_1, m_2 и трех упругих звеньев с коэффициентами жесткости $k_1 - k_3$; на систему действуют две гармонические внешние силы Q_1 и Q_2; движение описывается в системе координат y_1, y_2, связанной с неподвижным базисом.

2. Используя выражения для кинетической и потенциальной энергий с использованием уравнения Лагранжа второго рода могут быть построены уравнения движения в координатах y_1, y_2. Применим преобразования Лапласа при нулевых начальных условиях. Полученная система линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами может быть трансформирована к операторной форме, что позволяет в конечном итоге построить структурную схему. На рис. 2 приведена структурная математическая модель эквивалентной в динамическом отношении системы автоматического управления.

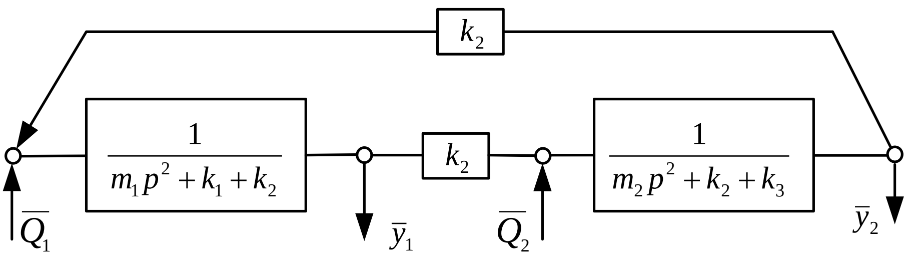

Рис. 2. Структурная математическая модель эквивалентной в динамического отношении системы автоматического управления

На рис. 1 $p = j\omega$ – является комплексной переменной; значок <¯> над переменной означает её изображение по Лапласу [20]. Используя структурную схему на рис. 2 можно получить выражение для передаточной функции системы.

3. Для транспортных объектов и ряда технологических вибрационных машин характерной расчетной схемой является механическая колебательная система с

объектом, динамическое состояние которого оценивается, в виде твёрдого тела, обладающего массой M и моментом инерции J; твёрдое тело опирается на упругие опоры с коэффициентами жесткости k_1 и k_2.

На рис. 3 приведены соответствующие расчётная схема (см. рис.3, *а*) и структурная схема (см. рис. 3, *б*).

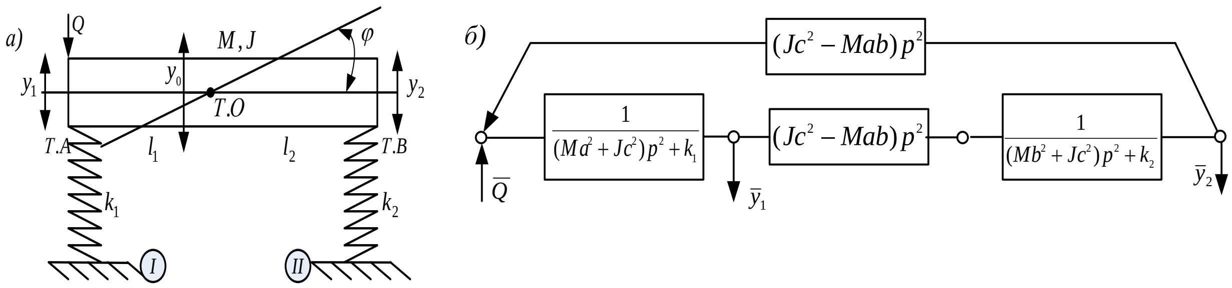

Рис. 3. Механическая колебательная система с твердым телом с двумя степенями свободы: *а* – расчетная схема с объектом в виде твердого тела; *б* – структурная схема системы в координатах $\bar{y}_1$ и $\bar{y}_2$.

Движение системы может рассматриваться в координатах y_1, y_2, а также координатах y_0, φ, где $y_0 = ay_1 + by_2$, $\varphi = c(y_2 - y_1)$, в данном случае $a = l_2/(l_1 - l_2)$, $b = l_1/(l_1 - l_2)$, $c = 1/(l_1 - l_2)$. На рис. 4 приводится структурная схема системы в координатах $\bar{y}_0$, $\bar{\varphi}$.

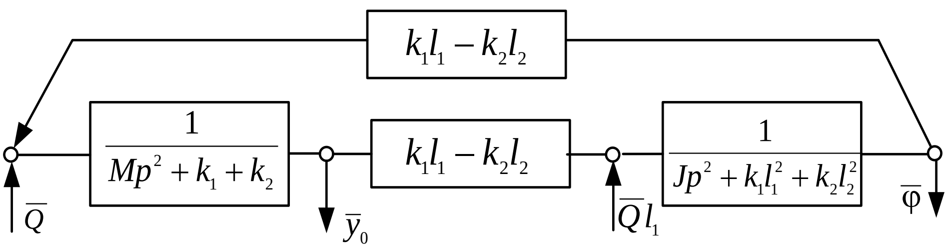

Рис. 4. Структурная схемы системы с твердым телом с двумя степенями свободы в координатах y_0 и φ

Передаточные функции системы могут быть найдены из структурной схемы на рис. 2. Зная передаточные функции системы, можно построить амплитудно-частотную и фазо-частотную характеристики, используя известные приемы, изложенные, например, в работах [3, 12].

II. Особенности математического моделирования в задачах оценки частот собственных колебаний системы.

Для системы на рис. 1, выражения для кинетической и потенциальной энергий в координатах y_1 и y_2 имеют вид

$$\mathrm{T} = \frac{1}{2} m_1 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{y}_2^2, \tag{1}$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k_1 y_1^2 + \frac{1}{2} k_2 (y_2 - y_1)^2 + \frac{1}{2} k_3 y_3^2. \tag{2}$$

В этом случае частотная энергетическая функция представляется как отношение потенциальной к кинетической энергии с учетом того, что отношение между координатами y_1 и y_2 будут определяться некоторой постановкой величиной $y_2 = a_0 y_1$ (a_0 – коэффициент связности амплитуд колебаний).

В рассматриваемом ниже случае предполагается, что внешнее возмущение приложено к элементу m_1 ($Q_1 \neq 0$, $Q_2 = 0$); полагая также, что совместные движения по y_1 и y_2 являются гармоническими, можно записать

$$\omega^2(a_0) = \frac{k_1 + k_2 + a_0^2 (k_2 + k_3) - 2 k_2 a_0}{m_1 + a_0^2 m_2}. \tag{3}$$

Отметим, что при $a_0 = 0$:

$$\omega^2(a_0) = \frac{k_1 + k_2}{m_1}, \tag{4}$$

соответственно при $a_0 \to \infty$:

$$\omega^2(a_0) = \frac{k_2 + k_3}{m_2}. \tag{5}$$

1. При конкретных значениях k_1, k_2, k_3, m_1 и m_2 можно определить экстремальные значения $\omega^2(a_0)$, считая a_0 независимой переменной. В общем случае для системы с двумя степенями свободы числитель и знаменатель (3) будут полиномами второго порядка и имеет экстремальное значение. Из (3) можно найти такие значение a_0, которое соответствует частоте собственных колебаний, как это показано на рис. 5.

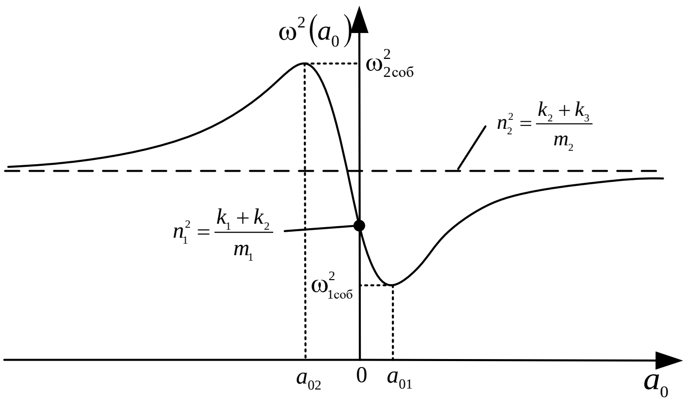

Рис. 5. График частотной энергетической функции в зависимости от коэффициента распределения амплитуд в формах колебаний

Экстремальное значение функции $\omega^2(a_0)$ может быть найдено в данном случае и аналитически, из условия

$$[\omega^2(a_0)]' = 0, \tag{6}$$

где корни имеют вид

$$a_0 = \frac{m_2(k_1+k_2) - m_1(k_2+k_3)}{2k_2 m_2} \pm \sqrt{\frac{[m_1(k_2+k_3) - m_2(k_1+k_2)]^2 + 4m_1 m_2 k_2^2}{4(k_2 m_2)^2}}. \quad (7)$$

Поскольку

$$a_0 = \frac{k_2}{-m_2\omega^2 + k_2 + k_3}, \quad (8)$$

то после подстановки (7) в (3) или (8) получаем выражения для частот собственных колебаний

$$\omega^2_{1,2\text{соб}} = \frac{m_1(k_2+k_3) + m_2(k_1+k_2)}{2m_1 m_2} \pm \sqrt{\frac{[m_1(k_2+k_3) - m_2(k_1+k_2)]^2 + 4m_1 m_2 k_2^2}{4(m_1 m_2)^2}}. \quad (9)$$

2. Из анализа графика $\omega^2(a_0)$ на рис. 5 следует, что экстремальные значения a_0 (соответственно точки a_{01} и a_{02} на оси абсцисс) определяют значения частот собственных колебаний $\omega_{1\text{соб}}$ и $\omega_{2\text{соб}}$. При $a_0 = 0$ пересечение кривой $\omega^2(a_0)$ с осью ординат определяет парциальную частоту $n_1^2=(k_1+k_2)/m_1$. Ветви кривой $\omega^2(a_0)$ в первом и четвертом квадратах координатной плоскости имеют асимптоты, определяемые значениями парциальной частоты $n_2^2=(k_2+k_3)/m_2$. На рис. 6 приведены результаты численных расчетов для шести вариантов значений параметров $k_1 = k$, $k_2 = 2k$, $k_3 =\{3k, 5k, 10k\}$, $m_1 = m$ и $m_2 = \{m, 2m\}$. Взаимное положение кривых $\omega^2(a_0)$ дает представление о влиянии значения k_3 на взаимное расположение характерных точек.

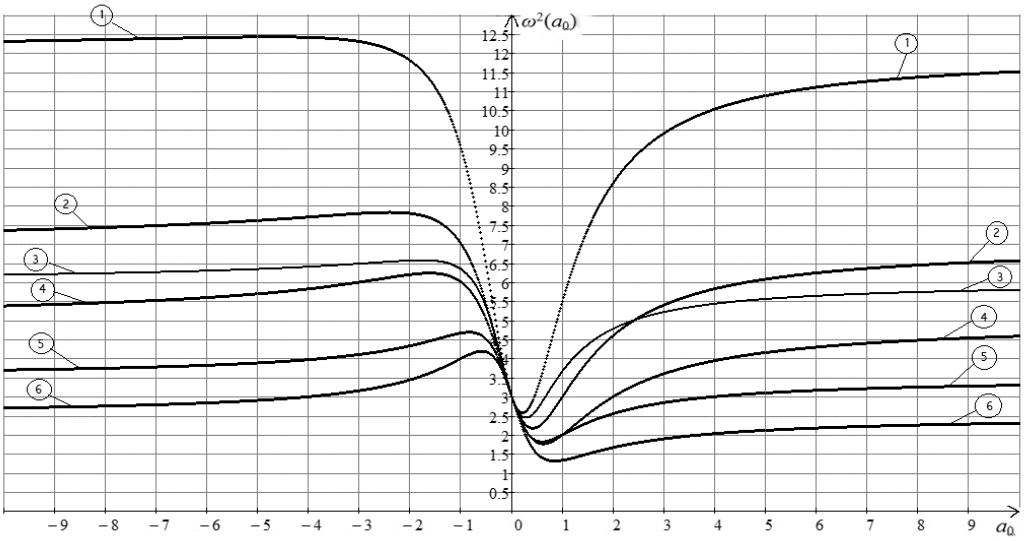

Рис. 6. Графики частотной энергетической функции в зависимости от коэффициента распределения амплитуд в разных значениях масс и жесткостей ($m_1 = m$, $k_1 = k$, $k_2 = 2k$): 1 – при $m_2 = m$, $k_3 = 10k$; 2 – при $m_2 = m$, $k_3 = 5k$; 3 – при $m_2 = m$, $k_3 = 3k$; 4 – при $m_2 = 2m$, $k_3 = 10k$; 5 – при $m_2 = 2m$, $k_3 = 5k$; 6 – при $m_2 = 2m$, $k_3 = 3k$

III. Применения частотной энергетической функции в механических колебательных системах с твердым телом, совершающим угловые колебания на упругих опорах

1. Расчетная схема системы представлена на рис. 3, *а, б* состоит из объекта с массо-инерционными параметрами M (масса) и J (момент инерции), опирающегося на упругие элементы с жесткостями k_1, k_2. Движение системы может рассматриваться в системе координат y_1 и y_2, а так же в системе координат, связанных с движением центра масс твердого тела y_0 и углом поворота φ относительно центр масс.

Используя методы структурного математического моделирования [3, 11], можно построить структурные схемы исходной системы (рис. 3, *а*), которые приведены на рис. 3, *б* и рис. 4.

В системе координат y_1 и y_2 межпарциальная связь представленная звеном с передаточной функцией $(Jc^2 - Mab)p^2$, которое называется инерционным [12]. При условии $Jc^2 = Mab$ – парциальные блоки системы не зависят друг от друга, а система распадается на два независимых контура. В системе координат y_0 и φ межпарциальная связь является упругой. Если выполняется условия $k_1 l_1 = k_2 l_2$, то связь между парциальными системами распадается. Внешние воздействия на рис. 2, *б*, то есть в координатах y_1 и y_2, представлено силой $\overline{Q}$, приложенной в точке *A*.

При переходе к системе координат y_0 и φ учитывается условие равенства работы сил на возможных перемещениях обобщенных координат. В связи с этим на структурной схеме (рис. 4) системы в координатах y_0, φ вводятся две обобщенных силы (Q в центре масс, и момент сил или пары сил $Ql_1 = Mab$ относительно центра масс).

2. Рассматривается система в координатах y_1 и y_2. В этом случае из структурной схемы на рис. 3, *б*, можно определить передаточные функции системы, которые принимают вид:

$$W_1(p) = \frac{\overline{y}_1}{\overline{Q}} = \frac{(Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_2}{A_1(p)}, \tag{10}$$

$$W_2(p) = \frac{\overline{y}_2}{\overline{Q}} = \frac{(Jc^2 - Mab)p^2}{A_1(p)}, \tag{11}$$

где

$$A_1(p) = [(Ma^2 + Jc^2)p^2 + k_1] \cdot [(Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_2] - (Jc^2 - Mab)^2 p^4. \qquad (12)$$

Передаточная функция межпарциальной связи определяется выражением

$$W_{\bar{y}_2, \bar{y}_1}(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1} = \frac{(Jc^2 - Mab)p^2}{(Mb^2 + Jc^2)p^2 + k_2}. \qquad (13)$$

3. Выражение для частотной энергетической функции в данном случае принимает вид

$$\omega^2(a_1) = \frac{k_1 + k_2 a_1^2}{Ma^2 + Jc^2 + (Mb^2 + Jc^2)a_1^2 + 2(Mab - Jc^2)a_1}. \qquad (14)$$

Характерные режимы в системе координат связаны со следующими соотношениями:

а) при $a_1 = 0$, $\omega^2(a_1) = \dfrac{k_1}{Ma^2 + Jc^2}$;

б) при $a_1 \to \infty$, $\omega^2(a_1) = \dfrac{k_2}{Mb^2 + Jc^2}$.

Примем для численного расчета, что $k_1 = k$, $k_2 = 2k$, $J = \{0,1M; 0,5M; 1M\}$, l_1 = 0,3*м*, l_2 = 0,5*м*.

На рис. 7 приведены графики зависимостей в трех вариантах в предположении, что выполняются условие $\omega < a_1 < \infty$.

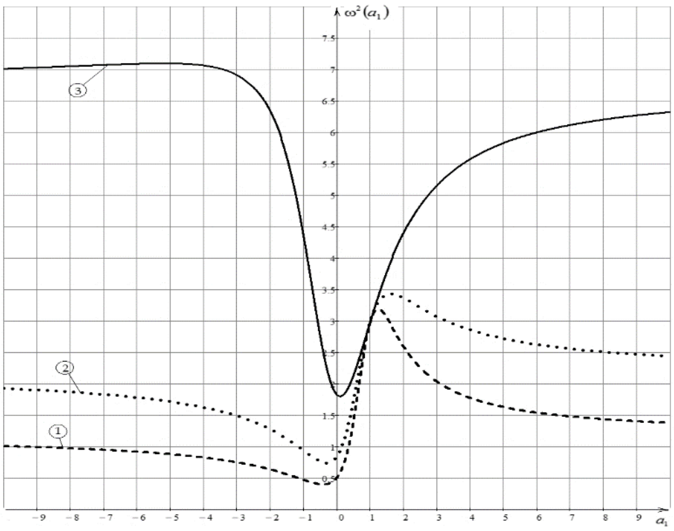

Рис. 7. Семейство графиков $\omega^2(a_1)$ при различных значениях параметров системы $k_1 = k$, $k_2 = 2k$, $l_1 = 0{,}3$ *м*, $l_2 = 0{,}5$ *м*: 1 – при $J = 1M$; 2 – при $J = 0{,}5M$; 3 – при $J = 0{,}1M$

Парциальные частоты в системе координат y_1 и y_2 имеют вид

$$n_1'^2 = \frac{k_1}{Ma^2 + Jc^2}, \qquad (15) \qquad n_2'^2 = \frac{k_2}{Mb^2 + Jc^2}. \qquad (16)$$

4. Введем в рассмотрение передаточную функцию межпарциальных связей

$$W_{\bar{\varphi},\bar{y}_0}(p) = \frac{\bar{\varphi}}{\bar{y}_0} = \frac{l_1 M p^2 + 2k_1 l_1 + k_2(l_1 - l_2)}{Jp^2 + 2k_1 l_1^2 - k_2 l_2 (l_1 - l_2)}. \qquad (17)$$

По сравнению с предыдущим случаем, где $\frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1}(\omega)$, определяемое выражением (13), является безразмерной величиной, а в системе координат y_0 и φ соотношение (17) имеет размерность *рад*/*м*. В этой системе координат рычажная связь трансформируется в винтовое соединение и может быть названо виртуальным винтовым рычагом.

На рис. 8 представлено семейство графиков $\omega^2(a_2)$ при трех вариантах значений параметров $k_1 = k$, $k_2 = 2k$, $J = \{0{,}1M;\ 0{,}5M;\ 1M\}$, $l_1 = 0{,}3$ *м*, $l_2 = 0{,}5$ *м*.

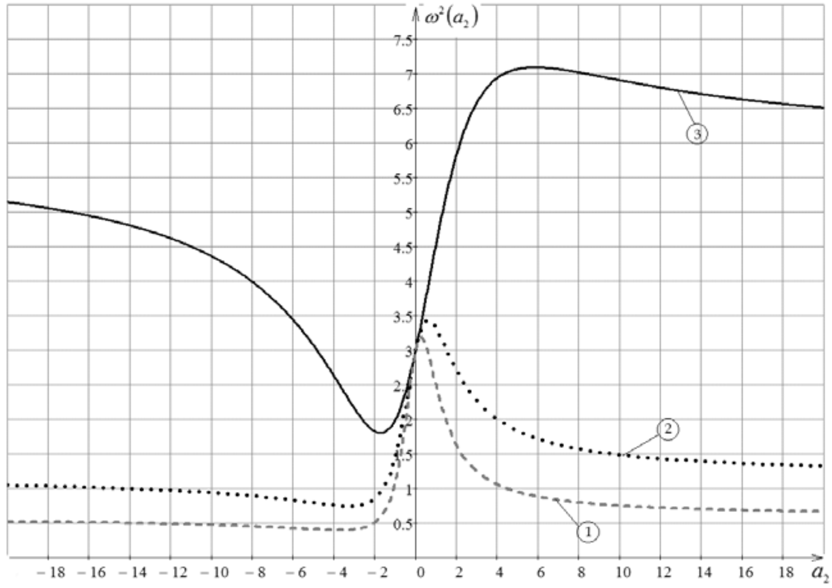

Рис. 8. Графики зависимости $\omega^2(a_2)$ для определения собственных частот и коэффициентов распределения амплитуд

Из анализа графиков на рис. 8 можно заключить, что частоты собственных колебаний системы остаются такими же, что и для системы координат y_1 и y_2.

Заключение.

В предлагаемой статье представлены результаты исследований по развитию научно-методологических основ системного анализа и структурного математического моделирования в задачах динамики транспортных и вибрационных технологических машин в условиях интенсивного динамического нагружения.

Показано, что расчетные схемы технических объектов, отображаемые расчетными схемами в виде механических колебательных систем позволяют детализировать представления о динамических свойствах систем, связанных с оценкой динамических состояний объектов, определяемых спектром частот собственных колебаний в широком диапазоне. Растущее внимание к вопросам обеспечения надежности работы и безопасности эксплуатации машины и оборудования предопределяет внимание к частотным свойствам систем и учету особенностей их формирования и проявления.

1. Предложен метод оценки динамических свойств механических колебательных систем на основе введения понятия о частотной энергетической функции, позволяющей определять частоты собственных колебаний и их зависимости от параметров системы в зависимости от так называемого коэффициента связанности амплитуд колебаний по координатам системы. Подобного рода информация может быть полезна (речь идет о коэффициенте связанности колебаний) при введении в рассмотрение в передаточной функции межпарциальной связи.

2. Построение частотных характеристик в виде зависимости значения частотной энергетической функции от коэффициента связанности колебаний позволяет оценивать причины возможных изменений динамических свойств системы при гармонических внешних возмущениях.

3. Экстремальные значения частотной энергетической функции предопределяют значение частот собственных колебаний и их соотношения с парциальными частотами систем, а также отображают возможности, в этом числе, и

предельные, в формировании динамических состояний объектов при вибрационных воздействиях.

4. Научный интерес вызывает проявление связи между частотой собственных колебаний и величиной коэффициента межпарциальной связи при свободных колебаниях. Это позволяет предполагать наличие физического свойства сохранения формы свободных колебаний как некоторого устойчивого свойства, отражающего существование процессов «удержания» формы свободных колебаний как некоторого параметра, характеризующего взаимодействие элементов колебательных структур.

Библиографический список

1. De Silva C.W. Vibration. Fundamentals and Practice, Boca Raton, London, New York, Washington, D.C., CRC Press, 2000, 957 p.

2. Karnovsky I.A., Lebed E. Theory of Vibration Protection, Springer International Publishing, Switzerland, 2016, 708 p.

3. Eliseev S.V., Eliseev A.V. Theory of Oscillations. Structural Mathematical Modeling in Problems of Dynamics of Technical Objects. Series: Studies in Systems, Decision and Control, vol. 252, Springer International Publishing, Cham, 2020, 521 p.

4. Бетковский Ю.Я., Сидоренко А.С. Оценка влияния смежных составляющих спектра на резонансные колебания механических систем // Труды МАИ. 2007. № 29. URL: http://trudymai.ru/published.php?ID=33978

5. Попов И.П. Расчет механических колебаний в поле комплексных чисел // Труды МАИ. 2020. № 115. URL: http://trudymai.ru/published.php?ID=119888. DOI: 10.34759/trd-2020-115-01

6. Ильинский В.С. Защита аппаратов от динамических воздействий. – М.: Энергия, 1970. - 320 с.

7. Ивович В.А., Онищенко В.Я. Защита от вибрации в машиностроении. - М.: Машиностроение, 1990. – 271 с.

8. Коловский М.З. Автоматическое управление виброзащитными системами. - М.: Наука, 1976. - 320 с.

9. Коренев Б.Г., Резников Л.М. Динамические гасители колебаний. Теория и технические приложения. - М.: Наука, 1988. - 304 с.

10. Красильников П.С., Сторожкина Т.А. Исследование резонансных колебаний математического маятника переменной длины // Труды МАИ. 2011. № 46. URL: http://trudymai.ru/published.php?ID=26045

11. Елисеев С.В., Хоменко А.П. Динамическое гашение колебаний: концепция обратной связи и структурные методы математического моделирования. - Новосибирск: Наука, 2014. – 357 с.

12. Елисеев С.В. Прикладной системный анализ и структурное математическое моделирование (динамика транспортных и технологических машин: связность движений, вибрационные взаимодействия, рычажные связи): монография. - Иркутск: ИрГУПС, 2018. – 692 с.

13. Попов И.П. Расчет колебаний для разветвленных механических систем в поле комплексных чисел // Труды МАИ. 2021. № 116. URL: http://trudymai.ru/published.php?ID=121007. DOI: 10.34759/trd-2021-116-01

14. Кузнецов Н.К. Динамика управляемых машин с дополнительными связями. - Иркутск: ИРГТУ, 2009. – 290 с.

15. Большаков Р.С. Особенности вибрационных состояний транспортных и технологических машин. Динамические реакции и формы взаимодействия элементов. – Новосибирск: Наука, 2020. – 411 с.

16. Ганиев Р.Ф., Кононенко В.О. Колебания твердых тел. - М.: Наука, 1976. - 432 с.

17. Челомей В.Н. Вибрации в технике. Колебания линейных систем. – М.: Машиностроение, 1978. - 352 с.

18. Harris C.M., Crede C.E. Shock and Vibration Handbook, New York, McGraw, Hill Book Co, 2002, 1457 p.

19. Рэлей Д.В. Теория звука. – М.-Л.: Гостехтеоретиздат, 1940. - Т. 1. - 500 с.

20. Лурье А.И. Операционное исчисление и применение в технических приложениях. – М.: Наука, 1959. – 368 с.

Frequency energy function in dynamic states estimation of technical objects

Eliseev A.V.[1*], Kuznetsov N.K.[1], Eliseev S.V.[2***]**

[1]*Irkutsk National Research Technical University,*

83, Lermontov str., Irkutsk, 664074, Russia

[2]*Irkutsk State Transport University,*

15, Chernyshevskogo str., Irkutsk, 664074, Russia

**e-mail: eavsh@ya.ru*

***e-mail: knik@istu.edu*

****e-mail: eliseev_s@inbox.ru*

Abstract

The article proposes a new approach to the dynamic properties evaluation of mechanical oscillatory systems, as calculation schemes for technical objects operating in modes of intense vibration loading.

The purpose of the study consists in developing ideas of employing frequency energy functions representing potential and kinetic energies ratio in a specific form based on the application of relations of coordinates in the free oscillations mode.

Technologies of system analysis and structural mathematical modelling, within which framework the block diagram of the equivalent in dynamic sense automatic control system is being correlated in mechanical oscillatory system, are used.

The article demonstrates that the design schemes of technical objects, represented by design schemes in the form of mechanical oscillatory systems, allow detailing perception about systems' dynamic properties, associated with the objects' dynamic state, defined by the spectrum of natural vibration frequencies in a wide range. Growing

attention to the reliability ensuring and operation safety of machines and equipment predetermines the attention to the frequency properties of the systems and accounting for the specifics of theif formation and manifestation.

The authors propose a method for dynamic properties evaluation of mechanical oscillatory systems based on the frequency energy function, which allows determining the frequencies of natural oscillations and their dependences on the system parameters, depending on the so-called cohesiveness coefficient of amplitudes by the coordinates of the system.

Keywords: mechanical oscillatory systems, block diagrams, frequency energy function, transfer function, inter-partial bonds, frequency characteristics.

References

1. De Silva C.W. *Vibration. Fundamentals and Practice*, Boca Raton, London, New York, Washington, D.C., CRC Press, 2000, 957 p.

2. Karnovsky I.A., Lebed E. *Theory of Vibration Protection*, Springer International Publishing, Switzerland, 2016, 708 p.

3. Eliseev S.V., Eliseev A.V. *Theory of Oscillations. Structural Mathematical Modeling in Problems of Dynamics of Technical Objects*. Series: Studies in Systems, Decision and Control, vol. 252, Springer International Publishing, Cham, 2020, 521 p.

4. Betkovskii Yu.Ya., Sidorenko A.S. *Trudy MAI*, 2007, no. 29. URL: http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=33978

5. Popov I.P. *Trudy MAI*, 2020, no. 115. URL: http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=119888. DOI: 10.34759/trd-2020-115-01

6. Il'inskii V.S. *Zashchita apparatov ot dinamicheskikh vozdeistvii* (Devices protection from dynamic excitations), Moscow, Energiya, 1970, 320 p.

7. Ivovich V.A., Onishchenko V.Ya. *Zashchita ot vibratsii v mashinostroenii* (Vibration protection in mechanical engineering), Moscow, Mashinostroenie, 1990, 271 p.

8. Kolovskii M.Z. *Avtomaticheskoe upravlenie vibrozashchitnymi sistemami* (Automatic control of vibration protection systems), Moscow, Nauka, 1976, 320 p.

9. Korenev B.G., Reznikov L.M. *Dinamicheskie gasiteli kolebanii. Teoriya i tekhnicheskie prilozheniya* (Dynamic vibration dampers. Theory and technical applications), Moscow, Nauka, 1988, 304 p.

10. Krasil'nikov P.S., Storozhkina T.A. *Trudy MAI*, 2011, no. 46. URL: http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=26045

11. Eliseev S.V., Khomenko A.P. *Dinamicheskoe gashenie kolebanii: kontseptsiya obratnoi svyazi i strukturnye metody matematicheskogo modelirovaniya* (Dynamic vibration damping: feedback concept and structural methods of mathematical modeling), Novosibirsk, Nauka, 2014, 357 p.

12. Eliseev S.V. *Prikladnoi sistemnyi analiz i strukturnoe matematicheskoe modelirovanie (dinamika transportnykh i tekhnologicheskikh mashin: svyaznost' dvizhenii, vibratsionnye vzaimodeistviya, rychazhnye svyazi): monografiya* (Applied system analysis and structural mathematical modeling (dynamics of transport and technological machines: connectivity of movements, vibration interactions, lever bonds)), Irkutsk, IrGUPS, 2018, 692 p.

13. Popov I.P. *Trudy MAI*, 2021, no. 116. URL: http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=121007. DOI: 10.34759/trd-2021-116-01

14. Kuznetsov N.K. *Dinamika upravlyaemykh mashin s dopolnitel'nymi svyazyami* (Dynamics of controlled machines with additional connections), Irkutsk, IRGTU, 2009, 290 p.

15. Bol'shakov R.S. *Osobennosti vibratsionnykh sostoyanii transportnykh i tekhnologicheskikh mashin. Dinamicheskie reaktsii i formy vzaimodeistviya elementov* (Vibration states specifics of transportation technological machines. Dynamic reactions and forms of elements interaction), Novosibirsk, Nauka, 2020, 411 p.

16. Ganiev R.F., Kononenko V.O. *Kolebaniya tverdykh tel* (Vibrations of solids), Moscow, Nauka, 1976, 432 p.

17. Chelomei V.N. *Vibratsii v tekhnike. Kolebaniya lineinykh system* (Vibrations in technology. Oscillations of linear systems), Moscow, Mashinostroenie, 1978, 352 p.

18. Harris S.M., Srede C.E. *Shock and Vibration Handbook*, New York, McGraw, Hill Book So, 2002, 1457 p.

19. Relei D.V. *Teoriya zvuka* (Theory of Sound), Moscow-Leningrad, Gostekhteoretizdat, 1940, vol. 1, 500 p.

20. Lur'e A.I. *Operatsionnoe ischislenie i primenenie v tekhnicheskikh prilozheniyakh* (Operational calculus and its application in technical applications), Moscow, Nauka, 1959, 368 p.