

УДК 629.78

Модифицированный навигационный алгоритм для определения положения ИСЗ по сигналам GPS/ГЛОНАСС

Куршин А. В.

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),

МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия

e-mail: avkurshin@mail.ru

Аннотация

Рассматривается задача определения местоположения искусственного спутника Земли (ИСЗ) с применением глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) GPS и ГЛОНАСС. Для повышения точности навигации предлагается использовать модифицированный навигационный алгоритм, в котором, помимо измерений ГНСС, используется информация о модели движения ИСЗ в нецентральной гравитационном поле Земли.

Ключевые слова: спутниковая навигация, искусственный спутник Земли, космический потребитель, модифицированный фильтр Калмана, модель движения ИСЗ

Введение

Навигация с применением глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) GPS/ГЛОНАСС на искусственном спутнике Земли имеет свои особенности. Так, в космосе отсутствует тропосфера, а для орбит выше 800 км – и ионосфера, таким образом, отсутствует тропосферные и ионосферные задержки навигационного сигнала.

С другой стороны, поскольку диаграмма направленности антенн навигационных космических аппаратов (НКА) оптимизирована для земных потребителей, ИСЗ функционирует в условиях разрывного навигационного поля, при котором число видимых космическим потребителем НКА недостаточно для решения навигационной задачи методом одномоментных измерений.

Отсюда следует вывод о необходимости создания алгоритма, основанного на обработке измерений нарастающего объема с привлечением дополнительной информации

о модели движения ИСЗ. В данной статье приведен алгоритм, представляющий собой модификацию фильтра Калмана, а также результаты его применения при моделировании навигации космического потребителя.

1. Постановка задачи

Кратко опишем постановку исходной навигационной задачи. Потребитель – искусственный спутник Земли, движется в навигационном поле GPS/ГЛОНАСС. Основные возмущающие воздействия – нецентральность гравитационного поля Земли и ускорения, вызываемые притяжениями Луны и Солнца. Считается, что ИСЗ находится на пассивном участке полета, то есть с выключенными двигателями.

В каждый момент времени потребитель проводит дальномерные измерения до N_{gps} навигационных спутников системы GPS, и $N_{\text{глонас}}$ навигационных спутников ГЛОНАСС, положения которых известны с некоторыми погрешностями. Измерения проводятся также с погрешностями. Необходимо для каждого момента измерений найти положение и скорость потребителя.

Вектор состояния потребителя

$$X_k = [x \quad y \quad z \quad B \quad F] \quad (1.1)$$

для эпохи k включает в себя координаты потребителя, уход часов B приемника потребителя от системного времени GPS, а также смещение F между шкалами системного времени GPS и ГЛОНАСС.

Псевдодальность между потребителем и i спутником есть :

$$R_i = |r_i - r| + e_i, \quad (1.2)$$

где r_i – радиус-вектор i НКА;

r – радиус-вектор потребителя;

e_i – погрешность измерения дальности между потребителем и i спутником.

Соотношение для погрешности измерений e_i можно записать в виде:

$$e_i = Iono_i + B - b_i + \xi_i + \psi_i, \quad (1.3)$$

где $Iono_i$ – ионосферная составляющая погрешности измерения (для потребителей с высотой орбиты меньше 800 км);

b_i – уход часов i -го спутника;

ξ_i – систематические погрешности, как-то: эфемеридные и частотно-временные погрешности.

ψ_i – прочие погрешности, например, шум приемника.

2. Использование модифицированного фильтра Калмана

Применение фильтра Калмана позволяет найти оценку вектора потребителя в задаче спутниковой навигации в условиях разрывного навигационного поля.

Будем использовать следующие обозначения:

- H – матрица частных производных (матрица измерений);
- W – ковариационная матрица погрешностей измерений;
- Φ – переходная матрица;
- Q – ковариационная матрица возмущений;
- P – ковариационная матрица ошибки определения вектора X .

Априорные оценки вектора потребителя и ковариационной матрицы ошибки определения вектора потребителя обозначены верхним индексом ($-$), а апостериорные оценки – индексом ($+$).

Процедура применения фильтра Калмана на каждом шаге измерений k имеет следующий вид:

Вычисляется ковариационная матрица погрешностей измерений W – диагональная матрица, состоящая из дисперсий погрешностей измерений соответствующих НКА, зависящих от угла возвышения, фактора точности(ФТ) для спутников ГЛОНАСС или от параметра URАспутников GPS.

Вычисляется матрица измерений:

$$H_k = \begin{bmatrix} \frac{(x-x_1)}{r_1} & \frac{(y-y_1)}{r_1} & \frac{(z-z_1)}{r_1} & B & F_1 \\ \frac{(x-x_2)}{r_2} & \frac{(y-y_2)}{r_2} & \frac{(z-z_2)}{r_2} & B & F_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{(x-x_v)}{r_v} & \frac{(y-y_v)}{r_v} & \frac{(z-z_v)}{r_v} & B & F_v \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

где:

$x_1, y_1, z_1, \dots, x_v, y_v, z_v$ – координаты НКА GPS/ГЛОНАСС;

x, y, z – компоненты апостериорного вектора X_k^- ;

$$r_k = \sqrt{(x-x_k)^2 + (y-y_k)^2 + (z-z_k)^2};$$

$$B = 1;$$

$$F_{1,\dots,v} = \begin{cases} 1, & \text{для ГЛОНАСС;} \\ 0, & \text{для GPS} \end{cases};$$

Вычисляется матрица обратной связи K_k :

$$K_k = P_k^{(-)} H_k^T (H_k P_k^{(-)} H_k^T + W_k)^{-1} \quad (2.2)$$

Определяется апостериорная оценка вектора потребителя:

$$X_k^{(+)} = X_k^{(-)} + K_k (\eta_k^{\text{измеренные}} - \eta_k^{\text{вычисленные}}) \quad (2.3)$$

где $\eta_k^{\text{измеренные}}$, $\eta_k^{\text{вычисленные}}$ – вектор измеренных и вычисленных значений дальности от потребителя до НКА с учетом всех погрешностей.

Определяем апостериорную оценку вектора скорости путем нахождения приращений относительно k-1 шага:

$$\begin{aligned} v_{x\ k}^{(+)} &= \frac{x_k^{(+)} - x_{k-1}^{(+)}}{dt}; \\ v_{y\ k}^{(+)} &= \frac{y_k^{(+)} - y_{k-1}^{(+)}}{dt}; \\ v_{z\ k}^{(+)} &= \frac{z_k^{(+)} - z_{k-1}^{(+)}}{dt}; \end{aligned} \quad (2.4)$$

Определяется апостериорная ковариационная матрица ошибки определения вектора потребителя:

$$P_k^{(+)} = (I - K_k H_k) P_k^{(-)} (I - K_k H_k)^T + K_k W_k K_k^T \quad (2.5)$$

где I – единичная матрица.

Производится априорная оценка вектора состояния потребителя на следующую эпоху, алгоритм вычисления $x_k^{(+)}$, $y_k^{(+)}$, $z_k^{(+)}$ приведен в главе 3:

$$X_{k+1}^{(-)} = \begin{bmatrix} x_{k+1}^{(-)} & y_{k+1}^{(-)} & z_{k+1}^{(-)} & B & F \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Вычисляется переходная матрица на шаге k :

$$\Phi_k = \begin{bmatrix} \frac{x_{k+1}^{(-)}}{x_k^{(+)}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{y_{k+1}^{(-)}}{y_k^{(+)}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{z_{k+1}^{(-)}}{z_k^{(+)}} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Вычисляется априорная оценка ковариационной матрицы на следующую эпоху:

$$P_{k+1}^{(-)} = \Phi_k P_k^{(+)} \Phi_k^T + Q \quad (2.8)$$

Значения матрицы шумов Q зависят от адекватности выбранной модели прогнозирования вектора состояния потребителя, и приведены в таблице 1. Первоначальное решение получается методом наименьших квадратов.

Таблица 1 - Начальные значения $P_k^{(-)}$ и значения матрицы шумов Q

Номер элемента диагональной матрицы	Начальные значения матрицы $P_k^{(-)}$	Q (дисперсия ошибок модели прогнозирования вектора состояния)
11 – X(WGS-84)	25 м ²	dt · 0,9 м ²
22 – Y(WGS-84)	25 м ²	dt · 0,9 м ²
33 – Z(WGS-84)	25 м ²	dt · 0,9 м ²
44 – Уход часов приемника относительно шкалы GPS	100 м ²	100 м ²
55 – Смещение шкалы ГЛОНАСС относительно GPS	1 м ²	0.001 м ²

Здесь dt – временной интервал между эпохами, секунд.

3. Априорная оценка вектора состояния потребителя (ИСЗ)

Поскольку модель движения потребителя (искусственного спутника Земли) достаточно хорошо известна, мы можем производить априорную оценку вектора состояния потребителя с высокой точностью.

Пересчет эфемерид с момента времени эпохи k на момент эпохи $k+1$ производится численным интегрированием дифференциальных уравнений движения ИСЗ:

$$\begin{aligned}
\frac{dx}{dt} &= V_x, \\
\frac{dy}{dt} &= V_y, \\
\frac{dz}{dt} &= V_z, \\
\frac{dV_x}{dt} &= -\frac{\mu}{r^3}x - \frac{3}{2}C_{20}\frac{\mu a_e^2}{r^5}x\left(1 - 5\frac{z^2}{r^2}\right) + \omega^2x + 2\omega V_x, \\
\frac{dV_y}{dt} &= -\frac{\mu}{r^3}y - \frac{3}{2}C_{20}\frac{\mu a_e^2}{r^5}y\left(1 - 5\frac{z^2}{r^2}\right) + \omega^2y - 2\omega V_y, \\
\frac{dV_z}{dt} &= -\frac{\mu}{r^3}z - \frac{3}{2}C_{20}\frac{\mu a_e^2}{r^5}z\left(3 - 5\frac{z^2}{r^2}\right),
\end{aligned} \tag{3.1}$$

где:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2},$$

$\mu = 398600,4418 \cdot 10^9 \text{ м}^3 / \text{с}^2$ – константа гравитационного поля Земли;

$a_e = 6378136 \text{ м}$ – экваториальный радиус Земли;

$C_{20} = 1082625,75 \cdot 10^{-9}$ – вторая зональная гармоника разложения

гравитационного потенциала Земли в ряд по сферическим функциям;

$\omega = 7,2921151467 \cdot 10^{-5}$ радиан/с – угловая скорость вращения Земли.

Начальными условиями интегрирования системы уравнений (3.1) является апостериорный вектор состояния потребителя на k шаге: $x = x_k^{(+)}$, $y = y_k^{(+)}$, $z = z_k^{(+)}$,

$$V_x = v_x^{(+)}{}_k, V_y = v_y^{(+)}{}_k, V_z = v_z^{(+)}{}_k.$$

4. Результаты моделирования навигации космического потребителя

Для проверки работоспособности предложенного навигационного алгоритма проведем моделирование решения навигационной задачи ИСЗ-потребителем. В качестве эталонной траектории потребителя возьмем траекторию НКАНº1 ГЛОНАСС, взятую из finalsp3 файла, вычисленного InternationalGNSSService (IGS) <http://igs-ip.net/home>. IGS гарантирует точность координат НКА $\pm 2,5$ см, чего вполне достаточно для проверки алгоритма.

Измеренная дальность определяется как расстояние между НКА GPS/ГЛОНАСС и ИСЗ-потребителем (НКА №1 ГЛОНАСС), координаты которых взяты из sp3 файла. Для

имитации ошибок измерений псевдодальности добавим в измеренную дальность следующие случайные величины.

Для имитации ξ_i – систематической погрешности, как-то: эфемеридные и частотно-временные погрешности – добавим случайную величину, сгенерированную по закону равномерного распределения в диапазоне от -1,5 м до 1,5 м.

Для имитации ψ_i – прочих погрешностей, например, шум приемника, добавим случайную величину, рассчитанную по закону нормального распределения с мат. ожиданием 0 м и среднеквадратичным отклонением 0,15 м.

Для имитации диаграммы направленности антенны все НКА, у которых угол между линиями потребитель-Земля и потребитель-НКА меньше 75° , считаются невидимыми. Таким образом, количество видимых НКА равно 5(3 GPS, 2 ГЛОНАСС).

Решение навигационной задачи будет вестись тремя методами – методом наименьших квадратов, линейным фильтром Калмана, и модифицированным фильтром Калмана, алгоритм которого приведен в главе 2.

Результаты моделирования приведены на рисунках 1, 2, 3 и в таблице 2.

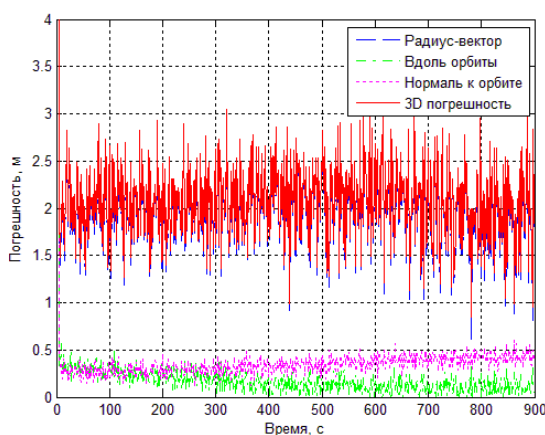


Рис.1. Погрешность определения координат ИСЗ методом наименьших квадратов

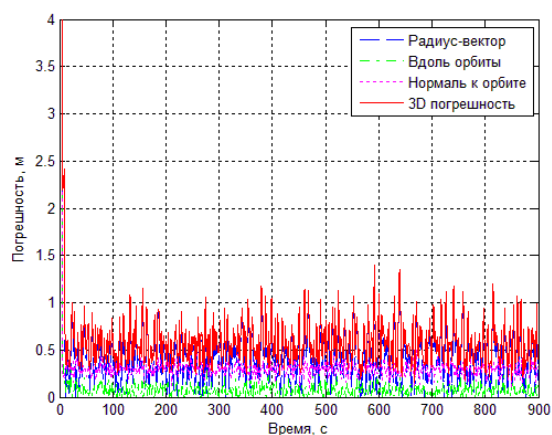


Рис.2. Погрешность определения координат ИСЗ методом линейного фильтра Калмана

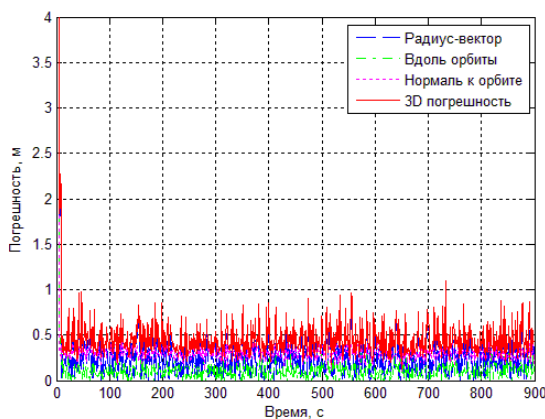


Рис.3. Погрешность определения координат ИСЗ методом модифицированного фильтра Калмана

Таблица 2 – СКО погрешности определения элементов орбит ИСЗ-потребителя

Среднеквадратичное отклонение погрешности	Метод Наименьшие квадраты	Линейный фильтр Калмана	Модифицированный фильтр Калмана
Радиус-вектор	1.42 м	0.67 м	0.51 м
Вдоль орбиты	0.40 м	0.27 м	0.31 м
Нормаль к орбите	0.58 м	0.54 м	0.54 м
3D погрешность	1.43 м	0.75 м	0.66 м

Выводы

Применение модифицированного фильтра Калмана позволило повысить точность навигации искусственного спутника Земли как по сравнению с методом наименьших квадратов, так и с линейным фильтром Калмана.

Объем необходимых вычислений для реализации модифицированного алгоритма несколько превосходит объем вычислений линейного фильтра Калмана, но в целом незначительно увеличивает весь объем навигационных вычислений.

Поэтому модифицированный навигационный алгоритм рекомендуется использовать для повышения точности определения положения потребителя – искусственного спутника Земли.

Библиографический список:

1. Интернет-сайт информационно-аналитического центра координатно-временного и навигационного обеспечения ГЛОНАСС, www.glonass-ianc.rsa.ru/
2. Шебшаевич В.С., Дмитриев П.П., Иванцевич И.В. и др. Сетевые спутниковые радионавигационные системы / Под ред. Шебшаевича В.С. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Радио и связь, 1993. 408 с.
3. ГЛОНАСС: принципы построения и функционирования / Под ред. А. И. Перова, В. Н. Харисова. — 3-е изд., перераб. М.: Радиотехника, 2005. 688 с.
4. NAVSTAR GPS Interface Control Document ICD-GPS-200E, 2008, 188 с.