

УДК 537.868

## **Эксперимент, касающийся нелокальности электродинамики**

Р.И. Храпко

### **Аннотация**

Предлагается эксперимент, подтверждающий теорию электромагнитного луча круговой поляризации, который можно использовать для решения конкретной задачи в области космических систем. В частности, с помощью такого луча, направляемого с земли или орбитальной станции, можно дистанционно изменять ориентацию космических объектов в пространстве, уменьшив или исключив использование двигателей самого объекта. При этом эксперимент имеет общетеоретическое значение в области теории поля: согласно классической электродинамике, момент импульса такого луча сосредоточен на его поверхности, однако квантовая теория предсказывает, что спиновый момент импульса распределен внутри луча. Мы предлагаем интерферировать две составляющие луча, прошедшие через две полуволновые пластинки, одна из которых разделена на две коаксиальные части. При ручном вращении одной из частей изменится частота проходящего через неё света, и это вызовет смещение интерференционных полос.

### **Ключевые слова**

электродинамический вращающий момент силы, классический спин, интерферометр

### **1. Введение**

Больше века назад, в 1899 г., А. А. Садовский [1] показал, что поляризованная по кругу электромагнитная волна должна обладать угловым импульсом относительно направления её распространения, вследствие чего тело, поглощающее такую волну или меняющее характер её поляризации, должно испытывать вращающий момент силы.

В настоящее время естественно возникает идея использовать поляризованное по кругу электромагнитное излучение для решения конкретных задач в области космических систем. Именно, с помощью луча такого излучения, направляемого с земли или орбитальной станции, можно дистанционно изменять ориентацию космических объектов в пространстве. Такое изменение является типичной проблемой в области космических систем и обычно осуществляется небольшими двигателями, расположенными на самом космическом объекте. Однако это, естественно, утяжеляет объект и требует расхода расположенных на объекте запасов энергии. Использование поляризованного по кругу электромагнитного излучения в некоторых случаях поможет эффективному дистанционному решению проблемы ориентации.

В работах [2,3], а также в статье [4], опубликованной за границей, приведены конкретные расчёты вращающего момента силы, испытываемого облучаемым объектом. К сожалению, до сих пор отсутствует непротиворечивая теория электромагнитного луча круговой поляризации. В частности, не ясно, как поток углового импульса распределён по сечению луча и даже какова общая величина этого потока углового импульса при заданной мощности луча. Другими словами, отсутствует общепризнанное предсказание величины вращающего момента силы.

Л. Аллен и др. пишут: «Локальное значение отношения углового импульса к энергии изменяется от точки к точке в световом луче» [5, р. 300]. «В различных точках волнового фронта ожидаются различные количества углового импульса» [6]. «Поток углового импульса, делённый на поток энергии, не имеет простого выражения для конкретной точки» [7].

Симмондз и Гуттман пишут: «Поверхность [луча] является единственным местом, где z-компонента углового импульса не равна нулю» [8]

Общая величина потока углового импульса в луче круговой поляризации, то есть вращающий момент силы  $\tau$ , пропорционален мощности луча  $W$ . В работах [5-8] он представлен формулой

$$\tau = W / \omega . \quad (1)$$

Однако в ряде статей [9,10] указывается вдвое больший вращающий момент

$$\tau = 2W / \omega . \quad (2)$$

Причиной такого расхождения является то, что в работах [5-8] в качестве углового момента называется только момент линейного импульса, тогда как в работах [9,10] учитывается вклад тензора спина электродинамики вдобавок к моменту линейного импульса. В работах [5-8], написанных в рамках стандартной электродинамики, тензор спина принимается равным нулю.

Правда, это находится в противоречии с тем, что выражение  $[\mathbf{E}\mathbf{A}]$ , векторное произведение напряжённости электрического поля на векторный магнитный потенциал, рассматривается иногда как плотность потока спина, то есть как компонента тензора спина. Поясним это расхождение более детально.

Луч круговой поляризации принято описывать в параксиальном приближении выражением [11,12]

$$\mathbf{E} = \omega \exp(ikz - i\omega t) [\mathbf{x} + iy + \frac{1}{k} \mathbf{z}(i\partial_x - \partial_y)] u(x, y), \quad \mathbf{B} = -ik\mathbf{E}/\omega \quad (3)$$

Вместе с [8,11,12], мы рассмотрим широкий луч. Мы полагаем, что амплитуда луча постоянна в центральной части,  $u = u_0$ , и спадает до нуля в узком поверхностном слое на расстоянии  $R$  от оси (см. рис. 1а, а также [8, Fig. 9.3]; [12, Fig.1]).

Согласно [5,13],  $z$ -компонента плотности момента импульса,  $j_z$ , и  $z$ -компонента плотности потока момента импульса,  $\mu_z$ , т.е. плотности момента силы даётся формулами

$$j_z = -\varepsilon_0 \omega r \partial_r |u(r)|^2 / 2, \quad \mu_z = -c\varepsilon_0 \omega r \partial_r |u(r)|^2 / 2. \quad (4)$$

Эти плотности пропорциональны радиальному градиенту интенсивности в луче, тогда как плотность энергии,  $w$ , и вектор Пойнтинга,  $S$ , зависят от самой интенсивности:

$$w = \varepsilon_0 \omega^2 |u|^2, \quad S = c\varepsilon_0 \omega^2 |u|^2. \quad (5)$$

Поэтому отношение этих плотностей,

$$\frac{j_z}{w} = \frac{\mu_z}{S} = -\frac{r \partial_r |u(r)|^2}{2\omega |u(r)|^2}, \quad (6)$$

значительно изменяется от места к месту. Аллен et al. [5] специально подчеркивали неизбежность изменения этого отношения. Симмондз и Гуттманн [8] писали: «Из уравнения (4) следует, что электромагнитное поле может иметь ненулевую  $z$ -компоненту только внутри тонкого поверхностного слоя. Эта ненулевая компонента предполагает существование ненулевой  $z$ -компоненты момента импульса в этом слое».

Таким образом, отношение  $|\mu_z/S| \gg (1/\omega)$  в поверхностном слое, и  $\mu_z/S = 0$  во всех других местах. Отсюда естественно сделать вывод, что объект, поглощающий рассматриваемый луч, испытывает момент силы только там, где поглощается поверхностный слой луча, а большая внутренняя область поглотителя не испытывает вращающего момента силы, хотя она поглощает всю мощность луча, согласно (5).

В противоположность этому Р. Фейнман [14] объяснял возникновение момента силы, действующего на поглотитель, совсем по-другому. Он использовал понятие спинового момента импульса фотонов луча света круговой поляризации:

«... Вектор  $\mathbf{E}$  электрического поля света круговой поляризации бежит по кругу (фиг. 15.5,а). Теперь положим, что мы осветили таким светом стенку, способную поглотить его, и рассмотрим один из атомов стенки, опираясь на классические представления.... В итоге электрон этого атома будет двигаться по кругу (фиг. 15.5,б). Он сместится из положения равновесия в начале координат на величину  $\mathbf{r}$  и начнет ходить по кругу, как-то отставая по фазе от вектора  $\mathbf{E}$ . Электрическое поле с течением времени поворачивается, но с такой же частотой поворачивается и смещение, так что относительная ориентация остается той же. Посмотрим теперь, какая работа производится над электроном. Скорость, с которой электрону подается энергия, равна его скорости  $v$ , умноженной на компоненту  $\mathbf{E}$ , параллельную этой скорости:  

$$W = eE_t v$$

Но вы не можете не заметить, что у электрона в это время непрерывно увеличивается и момент количества движения, потому что он все время испытывает действие момента, вращающего его вокруг начала координат. Вращательный момент равен  $\tau = eE_t r$ , и он обязан равняться скорости изменения момента количества движения  $dJ_z / dt$ :

$$dJ_z / dt = \tau = eE_t r .$$

Вспоминая, что  $v = \omega r$ , имеем

$$\tau / W = 1 / \omega .$$

Таким образом, по Фейнману, плотность вращающего механического момента силы,  $\mu_z$ , сопровождается плотностью потока энергии на поглощающую поверхность,  $S$ , в таком же соотношении, как полный вращающий момент относится к полному потоку энергии.

$$|\mu_z / S| = 1 / \omega \tag{7}$$

И, стало быть, плотность вращающего момента постоянна на поглощающей поверхности в пределах освещенной области, а не приложена к границе освещенной области, как это следует из теории Максвелла (4). Эта плотность вообще не выражается в терминах максвелловского тензора, хотя вызывает механические напряжения сдвига в освещенной области [10].

Р. Бет в своём классическом эксперименте [15] использовал не поглощающее тело, а пластинку двойного лучепреломления. Он приходит к тому же выводу, что и Фейнман:

«Световая волна, проходящая сквозь среду с двойным лучепреломлением, вызывает момент силы из-за того, что диэлектрическая постоянная  $\mathbf{K}$  является тензором. Поэтому напряженность электрического поля  $\mathbf{E}$ , вообще говоря, не параллельна электрической поляризации  $\mathbf{P}$  или электрической индукции  $\mathbf{D} = \mathbf{KE} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}$  в среде. Момент силы в единице объёма, возникающий из-за воздействия электрической напряженности на поляризацию среды равняется  $\tau/V = [\mathbf{PE}]$ ».

Весной 1999 года проблема распределения момента импульса по сечению луча круговой поляризации обсуждалась на Московском Семинаре В. Л. Гинзбурга и была сформулирована в терминах эксперимента [16]. Позже проблема была детально проанализирована теоретически в статье [10].

Анализ заключался в следующем. Предположим, что поглотитель разделён концентрически на радиусе  $r_1 < R$  на внутреннюю часть, где  $r < r_1$ , и внешнюю часть ( $r > r_1$ ) так, что поверхностный слой луча света поглощается внешней частью. Будет внутренняя часть испытывать момент силы (и вращаться)? Этот вопрос имеет критическую важность.

Действительно, если внутренняя часть не испытывает момент силы, спиновый момент импульса фотонов поглощается на периферии поглотителя, тогда как энергия фотонов поглощается внутренней частью. Если внутренняя часть поглотителя испытывает момент силы, это не может быть описано максвелловским тензором напряжений электродинамики, потому что этот тензор не обеспечивает касательных сил во внутренней части [8].

Во всяком случае, интересно получить экспериментальное решение проблемы, так как оба ответа предполагают существенную нелокальность электродинамики. Соответствующий эксперимент описывается далее в этой статье.

## 2. Эксперимент Ригхи (Righi) (1882)

Рассмотрим, как в опыте Бета, вместо поглощающего тела полуволновую пластинку, которая изменяет направление круговой поляризации на обратное, так что пластинка испытывает плотность момента силы  $\mu = 2\mu_z$ . В эксперименте Ригхи [17] такую пластинку вращали вручную (в плоскости пластинки) с угловой скоростью  $\Omega$ . Таким образом, совершалась работа. Эта работа приводила к изменению энергии фотонов, как в случае эффекта Доплера. Изменение энергии фотонов означает изменение частоты света и приводит к

смещению интерференционных полос в подходящем интерференционном эксперименте. Изменение вектора Пойнтинга,  $\Delta S = 2\mu_z \Omega$ , сопровождается сдвигом по частоте

$$\Delta\omega = \omega \frac{\Delta S}{S} = 2\Omega\omega \frac{\mu_z}{S}, \quad (8)$$

где  $\omega$  есть угловая частота света. Соответствующий фазовый сдвиг за время  $t$  равен  $\varphi = \Delta\omega t$ , фазовый сдвиг за полный оборот ( $\Omega t = 2\pi$ ) составляет

$$\Phi = 4\pi \frac{\mu_z}{S} \omega, \quad (9)$$

и интерференционная картина сдвигается при этом на

$$N = 2 \frac{\mu_z}{S} \omega \quad (10)$$

число полос.

Согласно стандартной концепции (4), сдвиг интерференционных полос не должен происходить во внутренней освещённой части пластинки, потому что там  $\mu_z/S = 0$ , и чрезвычайно большой сдвиг,  $N \gg 1$ , должен происходить в узкой зоне поглощения поверхностного слоя луча, потому что там  $(\mu_z/S) \gg (1/\omega)$ .

Замечательно, что этот эффект может наблюдаться на обычной студенческой оптической скамье с помощью бипризмы Френеля [17].

### 3. Модификация эксперимента

Мы надеемся ответить на вопрос [16], наблюдая за *локальным* сдвигом интерференционных полос (10). Для этого предлагается использовать две полуволновые пластинки в двух лучевом интерферометре, причем одна из пластинок должна быть разделена на внутреннюю часть в виде диска и внешнюю часть, которая окружает диск (см. рис. 1a). Установка должна позволять независимое вращение вручную обеих частей разделённой пластинки. Полуволновые пластинки должны отличаться друг от друга по толщине на небольшую величину  $a$ . Из-за этого отличия интерференционные кольца возникают на наблюдательном экране, где складываются оба луча интерферометра (см. рис. 1b).

Расчет разности оптических путей представлен на рис. 2. Если  $\alpha$  есть угол падения света, оптический путь ABC равен  $an/\cos\beta + a(\tan\alpha - \tan\beta)\sin\alpha$ , а соответствующий путь AD

через воздух равен  $a/\cos \alpha$ . Условие конструктивной интерференции выглядит  $an/\cos \beta + a(\tan \alpha - \tan \beta)\sin \alpha - a/\cos \alpha = k\lambda$ , т.е.

$$n \cos \beta - \cos \alpha = k\lambda/a, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (11)$$

Если  $\sin \alpha = \alpha$ ,  $\cos \alpha = 1 - \alpha^2/2$ , равенство (11) даёт

$$n - 1 + \alpha^2(n - 1)/2n = k\lambda/a. \quad (12)$$

Опуская постоянный член  $n - 1$ , мы получаем угловой размер кольца номера  $k$

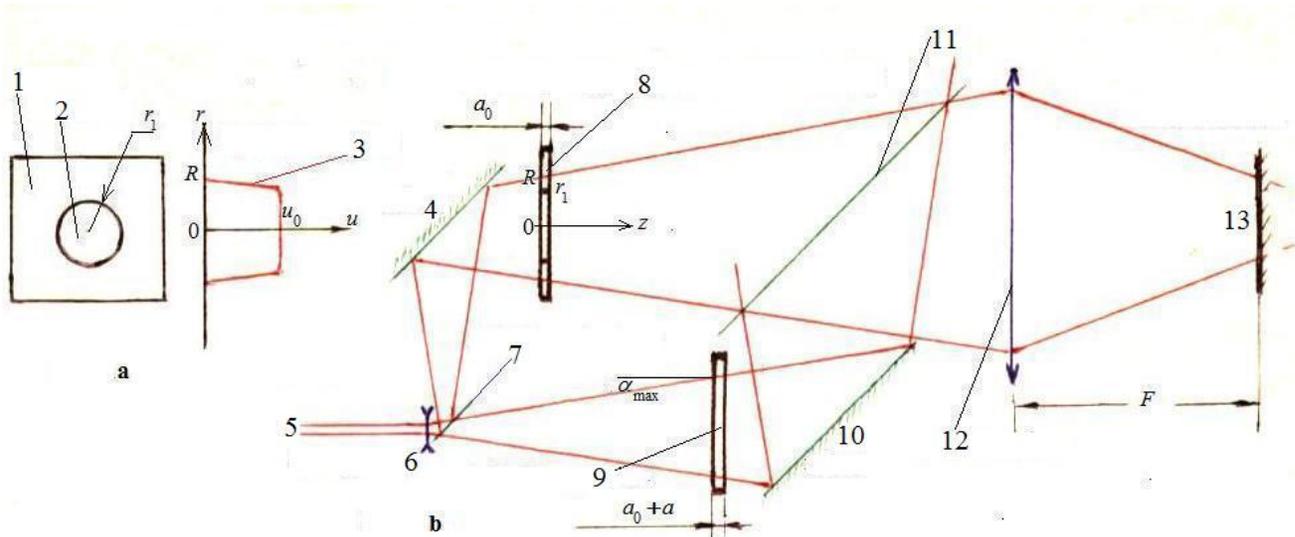


Рис. 1а. Полуволновая пластинка, части которой могут вращаться вручную.

Рис. 1б. Луч круговой поляризации разделяется на два луча, проходящие через две полуволновые пластинки и затем интерферирующие на экране.

1 – внешняя часть пластинки; 2 – внутренняя часть пластинки; 3 – профиль светового луча; 4 – зеркало; 5 – лазерный луч; 6 – рассеивающая линза; 7 – полупрозрачное зеркало; 8 – первая полуволновая пластинка, части которой вращаются вручную; 9 – вторая полуволновая пластинка; 10 – зеркало; 11 – полупрозрачное зеркало; 12 – собирающая линза; 13 – наблюдательный экран.

$$\alpha_k = \sqrt{\frac{2n\lambda k}{(n-1)a}}. \quad (13)$$

Пусть  $\lambda = 630 \text{ nm}$  и используется кварцевая полуволновая пластинка, т.е.  $n = 1.55$ ,  $\Delta n = n_o - n_e = 0.009$ . Тогда минимальная толщина полуволновой пластинки, которая изменяет направление круговой поляризации на обратное, будет  $l_{1/2} = \lambda / 2\Delta n = 35 \mu\text{m}$ . Если мы

положим  $a = 17l_{1/2} = 595 \mu m$ , то  $\alpha_k = 0.0772\sqrt{k}$ , и  $k_{\max} \leq 167\alpha_{\max}^2$ . Согласно рисунку 1b,  $\alpha_{\max} \approx 10^\circ = 0.175$ . Соответственно,  $k_{\max} = 5$ . Эти пять колец изображены на рисунке 3.

Согласно [10], мы ожидаем, что сдвиг интерференционных полос (10) будет равен 2, когда вращается внутренняя часть пластинки, и мы ожидаем интенсивный сдвиг полос на краю освещённой области, когда вращается внешняя часть пластинки. Насколько можно судить по публикации [17], сдвиг интерференционных полос действительно был равен 2 за один оборот пластинки во внутренней освещённой области, хотя, возможно, дополнительный интенсивный сдвиг полос на границе освещённой области остался не замеченным.

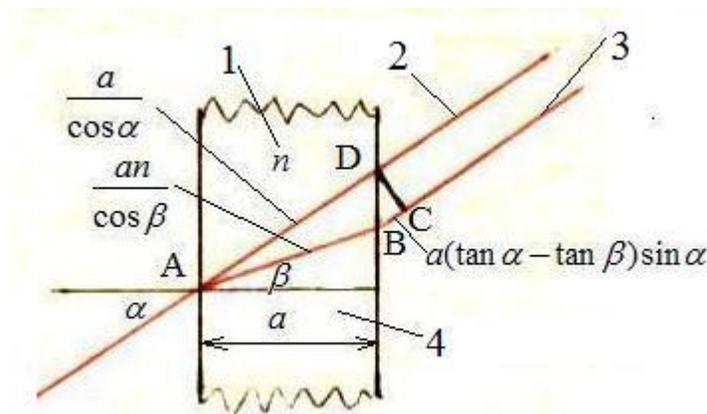


Рис. 2.

Подсчет разницы хода лучей ABC – AD

1 – коэффициент преломления; 2 – луч, проходящий толщину  $a$  по воздуху вблизи первой пластинки; 3 – луч, проходящий толщину  $a$  по второй пластинке; 4 – добавочная толщина  $a$  второй пластинки

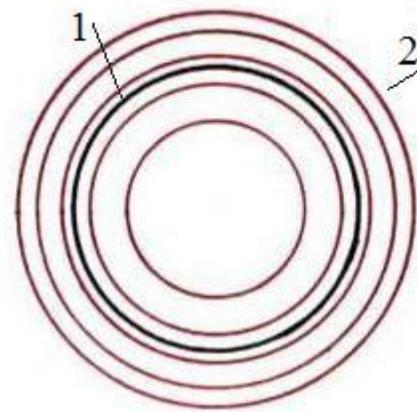


Рис. 3.

Интерференционные кольца

1 – граница между внутренней и внешней частями полуволновой пластинки;  
2 – граница освещённой области

### Благодарности

Я глубоко благодарен профессору Роберту Ромеру за отважную публикацию моего вопроса [16] (направлен в редакцию 7 октября 1999). Я также благодарю профессора Тимо Ниеминена, обратившего моё внимание на статью [17].

### Библиографический список

1. Садовский А.А., Acta et comm. Imp. Univ. Jureviensis 7, № 1—3 (1899); 8, № 1-2 (1900).
2. Храпко Р. И. Экспериментальная проверка электродинамики Максвелла. //Измерительная техника. – 2003, № 4. с.3-6.
3. Храпко Р. И., Экспериментальная проверка электродинамики Максвелла.  
<http://www.mai.ru/science/trudy/articles/num10/article7/auther.htm> (2003)
4. Khrapko R.I. Experimental verification of Maxwellian electrodynamics. // Measurement Techniques – 2003, **46**, No. 4.- p.317.
5. Allen L., Padgett M.J., M. Babiker M, The orbital angular momentum of light // Progress in Optics XXXIX, E. Wolf, ed. (Elsevier, Amsterdam, 1999)
6. Allen L., Padgett M. J., “The Poynting vector in Laguerre-Gaussian beams and the interpretation of their angular momentum density,” Opt. Commun. 184, 67-71 (2000).
7. Allen L., Beijersbergen M. W., Spreeuw R. J. C., and Woerdman J. P., “Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian modes,” Phys. Rev. A45, 8185-8189 (1992)
8. Simmonds J. W., Guttman M. J., States, Waves and Photons (Addison-Wesley, Reading, MA, 1970)
9. Khrapko R. I., “True energy-momentum tensors are unique. Electrodynamics spin tensor is not zero,” [physics/0102084](http://physics/0102084)
10. Khrapko R.I., “Mechanical stresses produced by a light beam,” J. Modern Optics, 55, 1487-1500 (2008)
11. Jackson J. D. Classical Electrodynamics. - Wiley, 1999.- 808p.
12. Ohanian H.C. What is spin? //Amer. J. Phys. – 1986, **54**.- p.500-505
13. Zambrini R, Barnett S.M, Local transfer of optical angular momentum to matter // J. Mod. Optics – 2005, **52** –p.1045 - 1053
14. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М, Фейнмановские лекции по физике **8, 9** (М.: Мир, 1978) 526с.
15. Beth R.A. Mechanical Detection and Measurement of the Angular Momentum of Light. //Phys. Rev. – 1936, **50**.- p.115-125.
16. Khrapko R.I. Does plane wave not carry a spin? //Amer. J. of Physics. – 2001, 69.- p.405.

17. Atkinson, R. d'E. Energy and Angular Momentum in Certain Optical Problems, //Phys. Rev. - 1935, **47**, 623-627.
- 

### **Сведения об авторе**

Храпко Радий Игоревич, доцент Московского авиационного института (национального исследовательского университета), к.ф.-м.н., МАИ, Волоколамское шоссе 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993

тел.: 4991446312; e-mail: [khrapko\\_ri@hotmail.com](mailto:khrapko_ri@hotmail.com); вебсайт <http://khrapkori.wmsite.ru>

## **Concerning Electrodynamics' Nonlocality**

### **Annotation**

Experimental solution of the key problem of angular momentum transport by an electromagnetic radiation is presented. According to the classical electrodynamics, angular momentum of a circularly polarized light beam is localized near to the surface of the beam; however, the quantum theory predicts the spin angular momentum fills all body of the beam. We offer to interfere two beams, which pass through two half-wave plates, one of which is divided into two parts concentrically. When one of the parts is being rotated manually, the light frequency changes if this part absorbs angular momentum. It results in a movement of interference fringes, and makes it possible to verify theoretical predictions

### **Keywords**

electrodynamics torque; interferometer, classical spin

### **Author**

Khrapko Radi I., associate professor of Moscow Aviation Institute (National Research University), Candidate of Physics and Mathematics Science, phone: 4991446312; e-mail: [khrapko\\_ri@hotmail.com](mailto:khrapko_ri@hotmail.com); website: <http://khrapkori.wmsite.ru>

MAI, Volokolamskoye shosse, 4, Moscow, Russian Federation, A-80, GSP-3, 125993,