## Исследование условий измерения вращательных и нестационарных производных на динамических установках в аэродинамических трубах. М. А. Захаров.

Проанализированы измерения вращательных  $(C_y^{\overline{w}_z}, m_z^{\overline{w}_z})$  и нестационарных  $(C_y^{\overline{a}}, m_z^{\overline{a}})$  производных и их комплексов на динамических установках. Определены выражения полей относительных скоростей летательного аппарата (ЛА) в колебательном полете и модели ЛА при его имитации. В соответствии с современной моделью аэродинамических коэффициентов предложена терминология производных. Показано, что при неподвижной модели и угловых колебаниях потока измеряются результирующие нестационарные производные  $C_{y_{\Sigma}}^{\overline{a}}$ ,  $m_{z_{\Sigma}}^{\overline{a}}$  (с методической ошибкой от горизонтального оперения (ГО)). В условиях вращающейся модели и постоянного потока измеряются комплексы  $(C_{y_{\Sigma}}^{\overline{a}} + C_{y}^{\overline{w}_z})$ ,  $(m_{z_{\Sigma}}^{\overline{a}} + m_z^{\overline{w}_z})$  (без ошибки от ГО). При вращении модели и угло-

вых колебаниях потока измеряются комплексы  $(C_{y_{\Sigma}}^{\overline{a}} + \frac{C_{y_{\Sigma}}^{\overline{w}_{z}}}{2}), (m_{z_{\Sigma}}^{\overline{a}} + \frac{m_{z_{\Sigma}}^{\overline{w}_{z}}}{2})$  (при синфазных колебаниях модели и потока) и  $C_{y_{\Sigma}}^{\overline{w}_{z}}, m_{z_{\Sigma}}^{\overline{w}_{z}}$  (при антифазных колебаниях). При измерении  $C_{y_{\Sigma}}^{\overline{a}}, m_{z_{\Sigma}}^{\overline{a}}$  с по-стоянным потоком и вертикальными колебаниями модели ошибки от ГО нет.

Как известно [1], для нахождения безразмерных вращательных ( $C_{y}^{\overline{\omega}_{z}}$ ,  $m_{z}^{\overline{\omega}_{z}}$ ) и нестационарных производных ( $C_{y}^{\overline{\alpha}}$ ,  $m_{z}^{\overline{\alpha}}$ ) аэродинамических коэффициентов продольного движения (соответственно нормальной силы и момента тангажа), необходимо проведение динамических испытаний в аэродинамической трубе. При этом применяют динамические установки, в которых модель самолета в трубе (с постоянным потоком воздуха, набегающим на модель) может колебаться по тангажу вокруг оси *Z*, проходящей через ее центр масс. Используя метод вынужденных колебаний, замеряют действующие на модель аэродинамические силы и моменты. Поскольку в таком эксперименте происходит одновременное изменение угла атаки  $\alpha$  и угла тангажа  $\vartheta$ , то при обработке результатов одновременно определяют суммарные комплексы производных ( $C_{y}^{\overline{\omega}} + C_{y}^{\overline{\alpha}}$ ), ( $m_{z}^{\overline{\omega}} + m_{z}^{\overline{\alpha}}$ ). Для разделения комплексов возможно проводить замеры сил и моментов периодически поворачивая поток, набегающий на неподвижную модель, (или задавая вертикальные колебания модели с постоянным потоком воздуха) под тем же углом атаки и определяя производные  $C_{y}^{\overline{\alpha}}$ ,  $m_{z}^{\overline{\alpha}}$ . В работах [2], [3] предполагается, что при указанных поворотных колебаниях потока измеряются разностные комплексы производных ( $C_{y}^{\overline{\alpha}} - C_{y}^{\overline{\omega}}$ ), ( $m_{z}^{\overline{\alpha}} - m_{z}^{\overline{\omega}}$ ). Поскольку два источника информации ([1], [2]) сообщают о различных измеряемых производных в одних и тех же условиях испытаний, то очевидно, что какой-либо источник информации содержит ошибку.

В другом способе [2] измерений производных выполняют замеры при одновременных угловых (синфазных и антифазных) колебаниях модели и потока в трубе. При синфазных колебаниях предполагается измерение производных:  $2C_y^{\overline{\alpha}}$ ,  $2m_z^{\overline{\alpha}}$ , при антифазных:  $2C_y^{\overline{\omega}_z}$ ,  $2m_z^{\overline{\omega}_z}$ . Как показывает настоящее исследование, здесь имеется ошибка, вызванная несоответствием имитации полета на динамической установке условиям самого полета. Это относится к измерениям разностных комплексов производных ( $C_y^{\overline{\alpha}} - C_y^{\overline{\omega}_z}$ ), ( $m_z^{\overline{\alpha}} - m_z^{\overline{\omega}_z}$ ) при колебаниях потока и измерениям производных  $2C_y^{\overline{\alpha}}$ ,  $2m_z^{\overline{\alpha}}$  при синфазных колебаниях модели и потока.

Кроме того, в связи с обнаружением зависимости измеряемых комплексов вращательной и нестационарной производных от частоты колебаний динамической установки и усложнением разделения комплексов, была усовершенствована модель аэродинамических коэффициентов с включением составляющей, соответствующей структуре обтекания [4]-[6]. Однако терминология при определении нестационарных и вращательных производных остается старой, поэтому во избежание путаницы в обозначениях необходима терминология, соответствующая новой модели аэродинамических коэффициентов.

В работе [7] показано, что при измерении нестационарных производных  $C_y^{\overline{\alpha}}$ ,  $m_z^{\overline{\alpha}}$  в условиях неподвижной модели и колеблющегося потока возникает методическая ошибка, обусловленная отличием условий обдува в аэротрубе и в полете и связанная с наличием горизонтального оперения (ГО):

$$\Delta C_{y}^{\overline{\dot{\alpha}}} = -C_{ya_{\Gamma,0.}}^{\alpha_{\Gamma,0.}} \cdot \frac{L_{\Gamma,0.} \cdot S_{\Gamma,0.} \cdot \sqrt{K_{\Gamma,0.}}}{b_{A} \cdot S} ;$$

$$\Delta m_{z}^{\overline{\dot{\alpha}}} = C_{ya_{\Gamma,0.}}^{\alpha_{\Gamma,0.}} \cdot \frac{L_{\Gamma,0.}^{2} \cdot S_{\Gamma,0.} \cdot \sqrt{K_{\Gamma,0.}}}{S \cdot b_{A}^{2}} .$$

$$(1)$$

где: С<sup>*α*<sub>г.0.</sub> <sub>*ya*<sub>г.0.</sub></sub> – аэродинамическая производная коэффициента подъемной силы ГО; S – площадь крыла; S<sub>*г.0.*</sub> – площадь ГО; b<sub>A</sub> – средняя аэродинамическая хорда крыла; К<sub>*г.0.*</sub> – коэффициент</sup>

торможения потока в области ГО;  $K_{\Gamma.0.} = \left(\frac{V_{\Gamma.0.}}{V}\right)^2$ ,  $K_{\Gamma.0.} \approx 0.7 \dots 0.95$ .

Проведем приближенную оценку ошибки измерения нестационарной производной момента тангажа модели, соответствующей размерам самолета СУ-27. Примем: К<sub>г.о.</sub> ≈ 0.9 , С<sup>*α*<sub>г.о.</sub> <sub>*ya*<sub>г.o.</sub> = 0.3 (из рис. 10, 11 в [8]). Используя эскиз самолета СУ-27 [9] и формулу (3.4) из [8], получаем его ори-</sup></sub>

ентировочные геометрические данные:  $b_0 = 6.63 \text{ м}$ ,  $b_k = 1.81 \text{ м}$ ,  $S = 62 \text{ M}^2$ ,  $S_{\text{г.о.}} = 12.25 \text{ M}^2$ ,  $K_{\text{г.о.}} = 5.8 \text{ м}$ ,  $b_A = 4.68 \text{ м}$ .

где: b<sub>0</sub>, b<sub>k</sub> – соответственно центральная и концевая хорды крыла.

После подстановки данных в (1) имеем:

$$\Delta m_z^{\overline{\alpha}} = 0.3 \cdot \frac{(5.8)^2 \cdot (12.25) \cdot \sqrt{0.9}}{62 \cdot (4.68)^2} = 0.0864$$

Для компоновки, соответствующей самолету СУ-27, (из табл.1, стр.364 [5]) нестационарная производная момента тангажа равна:  $m_z^{\overline{\alpha}} = -1.023$ . Следовательно относительная методическая ошибка измерения составляет:

$$\delta m_{z}^{\overline{\dot{\alpha}}} = \frac{\Delta m_{z}^{\dot{\alpha}}}{m_{z}^{\overline{\dot{\alpha}}}} \cdot 100\% = \frac{0.0864}{-1.023} \cdot 100\% = -8.44\%$$

Эта ошибка в основном зависит от отношения  $\frac{L_{\Gamma.o.}}{b_A}$  и при измерениях нестационарных производных необходимо с ней считаться.

Таким образом представляет определенный интерес анализ применяемых методов работы с динамическими установками с целью выявления указанных методических ошибок, подтверждения правильности имитации производных и введения новой терминологии.

Для выполнения цели будем проводить математическое исследование, включающее рассечение модели летательного аппарата (ЛА) (и самого ЛА) продольной плоскостью, нахождение поля относительных (относительно частиц воздуха) скоростей точек контура выделенной плоскости модели в условиях измерений и точек контура ЛА в полетных условиях. При этом предполагаем массогабаритные параметры модели и ЛА одинаковыми, падением амплитуды колебаний скорости воздуха по линии распространения потока в трубе пренебрегаем. При правильной имитации и задании соответствующих параметров колебаний динамической установкой, поля скоростей модели и ЛА должны совпадать. На этапе анализа аэродинамических коэффициентов будут предложены уточняющие термины.

Рассмотрим функционирование установки [2], допускающей одновременные угловые колебания модели и потока воздуха в аэротрубе.

Пусть модель ЛА (см. рис.1) подвешена в опорах с возможностью вращения вокруг центра масс (точки О). <sup>X, Y</sup> – оси, связанные с моделью ЛА;  $V_{B.3.}$  – вектор скорости воздуха (частиц воздуха относительно Земли). Составляющие вектора  $V_{B.3.}$ :  $V_{гор.}$  – горизонтальная,  $V_{вер.}$  – вертикальная.  $V_{3.B.}$  – вектор скорости Земли относительно воздуха. По смыслу относительности:  $V_{3.B.} = -V_{B.3.}$  (2) Проведем продольную секущую плоскость  $z = z_{\kappa}$  ( $z_{\kappa}$  – координата секущей). Линия пересечения плоскости с моделью является контуром модели.

Примем допущения: вектор скорости  $V_{B.3.}$  лежит в секущей плоскости, скорость изменения по времени вектора  $V_{B.3.}$  – мала, размеры модели невелики, так что скорости воздуха в любой точке по контуру модели – одинаковые, равные  $V_{B.3.}(t)$  (на самом деле из-за влияния обтекания скорость потока на поверхности модели направлена по касательной к контуру и из-за реальных размеров модели информация изменения  $V_{B.3.}$  запаздывает по линии движения потока воздуха).

Угол тангажа модели (  $\vartheta_{M}$  ) содержит две составляющие:

$$\vartheta_{M}(t) = \vartheta_{0M} + \vartheta_{1M}(t) ,$$

где:  $\vartheta_{0M}$  – постоянная составляющая,  $\vartheta_{1M}(t)$  – переменная составляющая.

Тогда угловая скорость модели относительно Земли (  $\omega_{z_M}$  ) будет равна:

$$\omega_{z_{M}} = \frac{d\vartheta_{M}(t)}{dt} = \frac{d\vartheta_{1M}(t)}{dt} = \dot{\vartheta}_{1M}.$$
(3)

Выделим точку А на контуре модели (с координатами х, у). Линейная скорость точки А модели относительно Земли:

$$\mathbf{V}_{\mathbf{M}.\mathbf{3}.} = \boldsymbol{\omega}_{\mathbf{Z}_{\mathbf{M}}} \cdot \mathbf{r}, \tag{4}$$

(где: r – расстояние OA). V<sub>м.3.</sub> направлена перпендикулярно OA.

Скорость точки А модели относительно частиц воздуха ( V<sub>м.в.</sub> ) определяется суммой:

$$\mathbf{V}_{M.B.} = \mathbf{V}_{M.3.} + \mathbf{V}_{3.B.} \,. \tag{5}$$

Найдем (см. рис. 1) составляющие вектора  $V_{M.B.}$  на связанные оси *X*, *Y*:

$$V_{MB_{x}} = -V_{M,x} \cdot \sin \mu + V_{3,B} \cdot \cos(\alpha_{B} + \vartheta_{M});$$

$$V_{MB_{x}} = V_{M,3} \cdot \cos \mu - V_{3,B} \cdot \sin(\alpha_{B} + \vartheta_{M});$$
(6)

где: µ - угол между осью *X* и отрезком ОА.

Имея в виду составляющие  $\mathfrak{P}_{M}$ , (3), (4), а также

$$\sin \mu = \frac{y}{r} \quad ;$$

$$\cos \mu = \frac{x}{r} \quad ,$$
(7)

преобразуем (6):

$$V_{\text{M.B}_{x}} = -\dot{9}_{1\text{M}} \cdot y + V_{3\text{B}} \cdot \cos(\alpha_{\text{B}} + 9_{0\text{M}} + 9_{1\text{M}});$$
  

$$V_{\text{M.B}_{y}} = \dot{9}_{1\text{M}} \cdot x - V_{3\text{B}} \cdot \sin(\alpha_{\text{B}} + 9_{0\text{M}} + 9_{1\text{M}}).$$
(8)

Примем вектор скорости движения воздуха  $V_{B.3.}$  постоянным по модулю и с малыми угловым отклонениями от горизонтали ( $\alpha_{B}$ ). Для малых углов  $|\alpha_{B}| < 6^{\circ}$  можно считать:

$$V_{\text{B3.}} \cong V_{\text{rop}}; \alpha_{\text{B}} \cong \frac{V_{\text{Bep}}(t)}{V_{\text{rop}}}.$$

Пусть

 $\alpha_{\rm B} = \alpha_{\rm BM} \cdot \sin(\omega t + \gamma_{\rm B}); \ \vartheta_{\rm 1M} = \vartheta_{\rm MM} \cdot \sin(\omega t + \gamma_{\rm M}), \qquad \text{откуда:} \dot{\vartheta}_{\rm 1M} = \omega \vartheta_{\rm MM} \cdot \cos(\omega t + \gamma_{\rm M}), \tag{9}$ где:  $\Theta$  – угловая частота;  $\gamma_{\rm B}$  – начальная фаза воздуха;  $\gamma_{\rm M}$  – начальная фаза модели.

Тогда система уравнений поля скоростей (8) для колебательного режима (9) будет иметь

вид:

$$V_{M,B,x} = -\omega \cdot \vartheta_{MM} \cdot \cos(\omega t + \gamma_{M}) \cdot y + V_{3,B,x} \cdot \cos[\alpha_{BM} \cdot \sin(\omega t + \gamma_{B}) + \vartheta_{0M} + \vartheta_{MM} \cdot \sin(\omega t + \gamma_{M})];$$

$$V_{M,B,y} = \omega \cdot \vartheta_{MM} \cdot \cos(\omega t + \gamma_{M}) \cdot x + V_{3,B,x} \cdot \sin[\alpha_{BM} \cdot \sin(\omega t + \gamma_{B}) + \vartheta_{0M} + \vartheta_{MM} \cdot \sin(\omega t + \gamma_{M})].$$
(10)

Рассмотрим частные случаи использования установки рис.1 и соответствующие этим случаям проекции **V**<sub>м.в.</sub>, применяя (10):

1) Колебания воздуха отсутствуют:  $\alpha_{_{BM}} = 0$ .

$$V_{\text{M.B}_{X}} = -\omega \cdot \vartheta_{\text{MM}} \cdot \cos(\omega t + \gamma_{\text{M}}) \cdot y + V_{3,\text{B}_{N}} \cdot \cos[\vartheta_{0\text{M}} + \vartheta_{\text{MM}} \cdot \sin(\omega t + \gamma_{\text{M}})] ;$$
  

$$V_{\text{M.B}_{Y}} = \omega \cdot \vartheta_{\text{MM}} \cdot \cos(\omega t + \gamma_{\text{M}}) \cdot x - V_{3,\text{B}_{N}} \cdot \sin[\vartheta_{0\text{M}} + \vartheta_{\text{MM}} \cdot \sin(\omega t + \gamma_{\text{M}})] .$$
(11)

2) Колебания воздуха и модели – одинаковые по амплитуде и в фазе:  $\alpha_{BM} = \vartheta_{MM}$ ;  $\gamma_B = \gamma_M$ .  $V_{M.B._X} = -\omega \cdot \vartheta_{MM} \cdot \cos(\omega t + \gamma_M) \cdot y + V_{3.B.} \cdot \cos[\vartheta_{0M} + 2\vartheta_{MM} \cdot \sin(\omega t + \gamma_M)]$ ;  $V_{M.B._Y} = \omega \cdot \vartheta_{MM} \cdot \cos(\omega t + \gamma_M) \cdot x - V_{3.B.} \cdot \sin[\vartheta_{0M} + 2\vartheta_{MM} \cdot \sin(\omega t + \gamma_M)]$ . (12)

3) Колебания воздуха и модели – одинаковые по амплитуде и в

противофазе:  $\alpha_{BM} = \vartheta_{MM}$ ;  $\gamma_B = \gamma_M + 180^\circ$ .  $V_{M.B._X} = -\omega \cdot \vartheta_{MM} \cdot \cos(\omega t + \gamma_M) \cdot y + V_{3.B.} \cdot \cos \vartheta_{0M}$ ;  $V_{M.B._Y} = \omega \cdot \vartheta_{MM} \cdot \cos(\omega t + \gamma_M) \cdot x - V_{3.B.} \cdot \sin \vartheta_{0M}$ . (13)

4) Колебания модели отсутствуют:  $\vartheta_{MM} = 0$ .

$$V_{B_{X}} = V_{3.B.} \cdot \cos[\vartheta_{0M} + \alpha_{BM} \cdot \sin(\omega t + \gamma_{B})];$$
  

$$V_{B_{Y}} = -V_{3.B.} \cdot \sin[\vartheta_{0M} + \alpha_{BM} \cdot \sin(\omega t + \gamma_{B})].$$
(14)

Пусть модель на установке рис.2 зажата в точке О:

$$\vartheta_{\rm M} = \vartheta_{0{\rm M}} = {\rm const}$$
,

и действует только горизонтальная составляющая скорости воздуха относительно Земли  $V_{B.3.} = V_{rop} \ (\alpha_B = 0).$  Обеспечим модели на установке рис.2 колебательное вертикальное перемещение. Пусть расстояние между подвижной и неподвижной частями установки:  $h = h_0 + h_M \cdot \cos(\omega t + \gamma_M)$ ,

где: h<sub>0</sub> – постоянное смещение; h<sub>м</sub> – амплитуда перемещений.

Соответственно линейная скорость точки А модели относительно Земли ( V<sub>м.3.</sub> ) равна:

$$V_{M.3.} = \dot{h} = -\omega \cdot h_M \cdot \sin(\omega t + \gamma_M)$$
(15)

и направлена вертикально вверх. Поскольку скорость точки А модели относительно частиц воздуха ( V<sub>м.в.</sub> ) равна (5), то, учитывая (2), из рис. 2 составляющие этой <sup>скорости</sup> на связанные оси равны :

$$V_{M,B,X} = V_{M,3} \cdot \sin \vartheta_{0M} + V_{3,B} \cdot \cos \vartheta_{0M} ;$$
  

$$V_{M,B,Y} = V_{M,3} \cdot \cos \vartheta_{0M} - V_{3,B} \cdot \sin \vartheta_{0M} .$$
(16)

Угол Ф (между вектором V<sub>м.в.</sub> и горизонталью) составляет:

$$\varphi = arctg\left(\frac{V_{\text{M.3.}}}{V_{\text{3.B.}}}\right).$$

При малых углах  $|\phi| < 6^{\circ}$  (с учетом (15)) этот угол определяется как:

$$\varphi \cong \frac{V_{M.3.}}{V_{3.B.}} = \frac{-\omega \cdot h_{M} \cdot \sin(\omega t + \gamma_{M})}{V_{3.B.}} = -\varphi_{M} \cdot \sin(\omega t + \gamma_{M}), \qquad (17)$$

где:

$$\phi_{\rm M} = \frac{\omega \cdot h_{\rm M}}{V_{_{3.B.}}} < 0.1$$

Уравнения (16) с учетом (17) имеют вид:

$$V_{M,B,\chi} = V_{3,B} \left[ -\phi_M \cdot \sin(\omega t + \gamma_M) \cdot \sin \vartheta_{0M} + \cos \vartheta_{0M} \right];$$
  

$$V_{M,B,\chi} = -V_{3,B} \left[ \phi_M \cdot \sin(\omega t + \gamma_M) \cdot \cos \vartheta_{0M} + \sin \vartheta_{0M} \right].$$
(18)

Угол между вектором  $V_{M.B.}$  и осью X (угол атаки) в точке А:

$$\alpha = \vartheta_{0M} - \varphi = \vartheta_{0M} + \varphi_M \cdot \sin(\omega t + \gamma_M) .$$
<sup>(19)</sup>

Выражения (18), (19) не зависят от координат (x, y). И благодаря постоянству во времени вектора  $V_{B.3.}$  угол атаки изменяется во всех точках модели одинаково, независимо от размера модели (нет допущений на отсутствие запаздывания информации).

Рассмотрим движения летательного аппарата в полете при нулевой скорости ветра. Пусть ЛА в полете (см. рис.3) имеет:

 $\alpha_{\pi}(t)$  – угол атаки,  $\theta_{\pi}(t)$  – угол наклона траектории,  $\vartheta_{\pi}(t)$  – угол тангажа. Обозначим вектор линейной скорости центра масс ЛА относительно частиц воздуха –  $V_{\mu M}$ . Угловая скорость поворота ЛА относительно центра масс ЛА –  $\omega_{z_{\pi}}(t)$ .

$$\omega_{\mathbf{z}_{\pi}}(t) = \dot{\vartheta}_{\pi}(t).$$

Проведем продольную секущую плоскость z = z<sub>к</sub>. Соответственно линейная скорость вращения точки A (контура, образованного пересечением секущей с ЛА) вокруг центра масс (точки O):

$$V_{\rm BP} = \omega_{\rm Z_{\pi}} \cdot r$$

где: г – расстояние ОА.

Скорость точки А летательного аппарата относительно Земли (или частиц воздуха) (V<sub>лв</sub>) составляет сумму:

$$\mathbf{V}_{\mathrm{JB}} = \mathbf{V}_{\mathrm{BP}} + \mathbf{V}_{\mathrm{II.M.}}$$

Проекции этой скорости на связанные оси:

$$V_{\Pi B_{\chi}} = -V_{Bp} \cdot \sin \mu + V_{U,M} \cdot \cos \alpha_{\Pi} ;$$
  

$$V_{\Pi B_{\chi}} = V_{Bp} \cdot \cos \mu - V_{U,M} \cdot \sin \alpha_{\Pi} .$$
  
C yuetom (7), (20):  

$$V_{\Pi B_{\chi}} = -\omega_{Z_{\Pi}} \cdot y + V_{U,M} \cdot \cos \alpha_{\Pi} ;$$
  

$$V_{\Pi B_{\chi}} = \omega_{Z_{\Pi}} \cdot x - V_{U,M} \cdot \sin \alpha_{\Pi} .$$
(21)

При этом угол наклона траектории определяется разностью:

$$\theta_{\pi}(t) = \vartheta_{\pi}(t) - \alpha_{\pi}(t),$$

а  $\alpha_{\pi}(t)$  и  $\vartheta_{\pi}(t)$  определяются действующими моментами и силами.

Допустим, что в полете обеспечены следующие законы изменения угловых параметров:

$$\begin{aligned} \alpha_{\pi}(t) &= \alpha_{0\pi} + \alpha_{1\pi}(t) = \alpha_{0\pi} + \alpha_{M\pi} \cdot \sin(\omega t + \gamma) ; \\ \vartheta_{\pi}(t) &= \vartheta_{0\pi} + \vartheta_{1\pi}(t) = \vartheta_{0\pi} + \vartheta_{M\pi} \cdot \sin(\omega t + \gamma_{\vartheta}) . \end{aligned}$$

$$(22)$$

где:  $\alpha_{0\pi}$ ,  $\vartheta_{0\pi}$  – постоянные составляющие;  $\alpha_{1\pi}(t)$ ;  $\vartheta_{1\pi}(t)$  – переменные составляющие;  $\alpha_{M\pi}$ ,  $\vartheta_{M\pi}$  –

максимальные значения; ү, ү - начальные фазы, соответственно углов атаки и тангажа.

Так что из (22) угловые скорости изменения угла атаки и тангажа:

$$\dot{\alpha}_{\pi}(t) = \dot{\alpha}_{1\pi}(t) = \omega \cdot \alpha_{M\pi} \cdot \cos(\omega t + \gamma) ;$$
  

$$\omega_{Z_{\pi}}(t) = \dot{\vartheta}_{\pi}(t) = \dot{\vartheta}_{1\pi}(t) = \omega \cdot \vartheta_{M\pi} \cdot \cos(\omega t + \gamma_{\vartheta}) .$$
(23)

Тогда из (21) имеем:

$$V_{_{\Pi B_{X}}} = -\omega \cdot \vartheta_{_{M\Pi}} \cdot \cos(\omega t + \gamma_{\vartheta}) \cdot y + V_{_{II,M.}} \cdot \cos[\alpha_{_{\Pi}} + \alpha_{_{M\Pi}} \cdot \sin(\omega t + \gamma)];$$

$$V_{_{\Pi B_{Y}}} = \omega \cdot \vartheta_{_{M\Pi}} \cdot \cos(\omega t + \gamma_{\vartheta}) \cdot x - V_{_{II,M.}} \cdot \sin[\alpha_{_{\Pi}} + \alpha_{_{M\Pi}} \cdot \sin(\omega t + \gamma)].$$
(24)

Для такого колебательного полета с малыми  $\alpha_{M\pi}$  можно записать соответствующие аэродинамические коэффициенты продольного движения. Для примера рассмотрим коэффициент нормальной силы  $C_y$  [6] (структура коэффициента момента тангажа  $m_z$  будет аналогичной):  $C_y = C_{y_{cr}}(\alpha_{0\pi}, \phi_{cr}) + C_y^{\alpha} \cdot \alpha_{1\pi} + C_{y_{c.0,\pi}}(\alpha_{1\pi}, \dot{\alpha}_{1\pi}) + C_y^{\overline{\omega}} \cdot \overline{\omega}_{z_{\pi}} + C_{y_{\pi}}^{\overline{\alpha}} \cdot \overline{\dot{\alpha}}_{1\pi} = C_{y_{cr}}(\alpha_{0\pi}, \phi_{cr}) + C_{y_1}$ , (25)

где:  $C_{y_{ct}}(\alpha_{0,r}, \phi_{ct})$  – статическая составляющая, зависящая от углов атаки и поворота руля высоты (или поворотного стабилизатора);  $C_y^{\alpha}$  – статическая производная;  $C_{y_*}^{\overline{\alpha}}$  – нестационарная аэроди-

намическая производная (безразмерная), учитывающая нестационарные эффекты, не связанные с отрывным обтеканием и взрывом вихрей на крыле и фюзеляже;  $C_{y_{c.o.n}}(\alpha_n, \dot{\alpha}_n)$  – нестационарная составляющая коэффициента нормальной силы, соответствующая структуре обтекания (линеаризованное представление);  $C_{y_1}$  – изменяющаяся составляющая;  $\overline{\omega}_{z_n}$ ,  $\dot{\overline{\alpha}}_n$  – безразмерные угловая скорость тангажа ЛА и производная угла атаки.

$$\overline{\omega}_{z_{\pi}} = \frac{\omega_{z_{\pi}} \cdot b_{A}}{V_{u,M.}}; \qquad \overline{\dot{\alpha}}_{\pi} = \frac{\dot{\alpha}_{\pi} \cdot b_{A}}{V_{u,M.}}, C_{y_{c,0,\pi}}(\alpha, \dot{\alpha}) = K_{c}(\alpha_{0,\pi}) \cdot L^{-1}\left(\frac{p \cdot \alpha_{1,\pi}(p)}{1 + \tau_{1} \cdot p}\right)$$

Здесь: К<sub>с</sub>( $\alpha_{\pi}$ )– зависимость [c], определяемая структурой обтекания [6]; L<sup>-1</sup> – символ обратного преобразования Лапласа; p – оператор Лапласа;  $\tau_1$  – постоянная времени [c], обусловленная инерционностью процессов развития отрывного обтекания или восстановления безотрывного обтекания.

Для нахождения закона изменения C<sub>y1</sub> при синусоидальных угловых воздействиях (23) воспользуемся методом комплексных амплитуд, применяемым (в основном в электротехнике [10]) при получении амплитудно-фазочастотных характеристик. Для этого выполним преобразования Лапласа изменяющейся части коэффициента C<sub>y</sub> из (25):

$$\begin{split} C_{y_{1}}(p) &= C_{y}^{\alpha} \cdot \alpha_{1\pi}(p) + K_{c}(\alpha_{0\pi}) \cdot \frac{p \cdot \alpha_{1\pi}(p)}{1 + \tau_{1} \cdot p} + C_{y}^{\overline{\omega}_{z}} \cdot \frac{b_{A}}{V_{u,M.}} \cdot p \cdot \vartheta_{1\pi}(p) + C_{y}^{\overline{\alpha}} \cdot \frac{b_{A}}{V_{u,M.}} \cdot p \cdot \alpha_{1\pi}(p) = \\ &= \alpha_{1\pi}(p) \Biggl[ C_{y}^{\alpha} + K_{c}(\alpha_{0\pi}) \cdot \frac{p}{1 + \tau_{1} \cdot p} + C_{y_{*}}^{\overline{\alpha}} \cdot \frac{b_{A}}{V_{u,M.}} \cdot p \Biggr] + \vartheta_{1\pi}(p) \cdot C_{y}^{\overline{\omega}_{z}} \cdot \frac{b_{A}}{V_{u,M.}} \cdot p \Biggr] . \end{split}$$

Выбираем угловые комплексы  $\alpha_{1\pi}(j\omega t) = \alpha_{M\pi} \cdot e^{j(\omega t + \gamma)}$ ,  $\vartheta_{1\pi}(j\omega t) = \vartheta_{M\pi} \cdot e^{j(\omega t + \gamma_{\vartheta})}$  (где  $j = \sqrt{-1}$ ) такие, что их мнимые части соответственно равны синусоидальным функциям  $\alpha_{M\pi} \cdot \sin(\omega t + \gamma)$ ,  $\vartheta_{M\pi} \cdot \sin(\omega t + \gamma_{\vartheta})$ . Комплексное значение  $C_{y_1}(j\omega t)$  определится при подстановке в это выражение вместо  $\alpha_{1\pi}(p)$  и  $\vartheta_{1\pi}(p)$  соответствующих комплексов:  $\alpha_{1\pi}(j\omega t)$ ,  $\vartheta_{1\pi}(j\omega t)$  и вместо p-одночлена  $j\omega$ :

$$C_{y_1}(j\omega t) = \alpha_{_{M\!\Pi}} \cdot e^{j(\omega t + \gamma)} \cdot \left[ C_y^{\alpha} + K_c(\alpha_{0\pi}) \cdot \frac{j\omega}{1 + \tau_1 \cdot j\omega} + C_{y_*}^{\overline{\alpha}} \cdot \frac{b_A}{V_{_{I\!I\!M\!I}}} \cdot j\omega \right] + \vartheta_{_{M\!\Pi}} \cdot e^{j(\omega t + \gamma_\vartheta)} \cdot C_y^{\overline{\omega}_z} \cdot \frac{b_A}{V_{_{I\!I\!M\!I}}} \cdot j\omega \ .$$

Изменяющаяся часть коэффициента  $C_y$  выражается мнимой частью комплексного значения  $C_{y_1}(j\omega t)_{:}$ 

 $C_{y_1}(t) = Im \left[ C_{y_1}(j\omega t) \right] .$ 

После упрощения этого выражения имеем закон изменения Су:

$$C_{y} = C_{y_{cT}}(\alpha_{0\pi}, \phi_{cT}) + C_{y_{1}}(t) = C_{y_{cT}}(\alpha_{0\pi}, \phi_{cT}) + C_{y}^{\alpha} \cdot \alpha_{M\pi} \cdot \sin(\omega t + \gamma) + C_{y_{c.0,\pi}}^{\alpha}(\omega) \cdot \alpha_{M\pi} \cdot \sin(\omega t + \gamma) + C_{y_{c.0,\pi}}^{\alpha}(\omega) \cdot \alpha_{M\pi} \cdot \sin(\omega t + \gamma) + C_{y_{c.0,\pi}}^{\overline{\omega}}(\omega) \cdot \alpha_{M\pi} \cdot \cos(\omega t + \gamma) + C_{y}^{\overline{\omega}} \cdot \frac{b_{A}}{V_{u,M.}} \cdot \omega \cdot \vartheta_{M\pi} \cdot \cos(\omega t + \gamma_{\vartheta}) + C_{y_{x}}^{\overline{\alpha}}(\alpha) \cdot \frac{b_{A}}{V_{u,M.}} \cdot \omega \cdot \alpha_{M\pi} \cdot \cos(\omega t + \gamma) = C_{y_{cT}}(\alpha_{0,\pi}, \phi_{cT}) + \left(C_{y}^{\alpha} + C_{y_{c.0,\pi}}^{\alpha}(\omega)\right) \cdot \alpha_{M\pi} \cdot \sin(\omega t + \gamma) = C_{y_{cT}}(\alpha_{0,\pi}, \phi_{cT}) + \left(C_{y}^{\alpha} + C_{y_{c.0,\pi}}^{\alpha}(\omega)\right) \cdot \alpha_{M\pi} \cdot \sin(\omega t + \gamma) + \frac{b_{A}}{V_{u,M.}} \cdot \cos(\omega t + \gamma) + C_{y}^{\overline{\omega}} \cdot \vartheta_{M\pi} \cdot \cos(\omega t + \gamma_{\vartheta}) = C_{y_{cT}}(\alpha_{0,\pi}, \phi_{cT}) + C_{y}^{\overline{\omega}} \cdot \vartheta_{M\pi} \cdot \cos(\omega t + \gamma) + C_{y}^{\overline{\omega}} \cdot \vartheta_{M\pi} \cdot \cos(\omega t + \gamma_{\vartheta}) = C_{y_{cT}}(\alpha_{0,\pi}, \phi_{cT}) + C_{y}^{\alpha} \cdot \alpha_{M\pi} \cdot \sin(\omega t + \gamma) + \frac{b_{A}}{V_{u,M.}} \cdot \omega \cdot \left[C_{y_{\Sigma}}^{\overline{\alpha}} \cdot \alpha_{M\pi} \cdot \cos(\omega t + \gamma) + C_{y}^{\overline{\omega}} \cdot \vartheta_{M\pi} \cdot \cos(\omega t + \gamma)\right] ,$$

$$(26)$$

где:  $C^{\alpha}_{y_{c.o.n}}(\omega)$  – производная позиционной (синфазной) составляющей коэффициента  $C_{y}$ , обусловленная структурой обтекания;  $C^{\overline{\alpha}}_{y_{c.o.n}}(\omega)$  – нестационарная производная квадратурной составляющей коэффициента  $C_{y}$ , обусловленная структурой обтекания;  $C^{\alpha}_{y_{\Sigma}}$  – результирующая производная позиционной (синфазной) составляющей  $C_{y}$ ;  $C^{\overline{\alpha}}_{y_{\Sigma}}$  – результирующая нестационарная производная квадратурной составляющей коэффициента  $C_{y}$ .

$$\begin{split} & C^{\alpha}_{y_{c.0,\pi}}\left(\omega\right) = K_{c}\left(\alpha_{0,\pi}\right) \frac{\tau_{1} \cdot \omega^{2}}{1 + \tau_{1}^{2} \cdot \omega^{2}} \\ & C^{\overline{\alpha}}_{y_{c.0,\pi}}\left(\omega\right) = \frac{K_{c}\left(\alpha_{0,\pi}\right)}{1 + \tau_{1}^{2} \cdot \omega^{2}} \cdot \frac{V_{\mu,M.}}{b_{A}} ; \\ & C^{\alpha}_{y_{\Sigma}} = C^{\alpha}_{y_{c.0,\pi}}\left(\omega\right) + C^{\alpha}_{y}\left(\omega\right) ; \\ & C^{\overline{\alpha}}_{y_{\Sigma}} = C^{\overline{\alpha}}_{y_{c.0,\pi}}\left(\omega\right) + C^{\overline{\alpha}}_{y_{*}}\left(\omega\right) . \end{split}$$

Рассмотрим частные режимы такого полета при изменении угловых параметров. 1) Пусть колебания по углам тангажа и атаки – одинаковые по амплитуде и в фазе:  $\vartheta_{M\pi} = \alpha_{M\pi}$ ;  $\gamma_{\vartheta} = \gamma$ .

Тогда из (23) следует  $\dot{\alpha}_{\pi} = \omega_{z_{\pi}}$ . Соответственно проекции скорости  $\mathbf{V}_{\pi B}$  из (24):  $V_{\pi B_{X}} = -\omega \cdot \alpha_{M\pi} \cdot \cos(\omega t + \gamma) \cdot y + V_{I,M.} \cdot \cos[\alpha_{0\pi} + \alpha_{M\pi} \cdot \sin(\omega t + \gamma)]$ ;  $V_{\pi B_{Y}} = \omega \cdot \alpha_{M\pi} \cdot \cos(\omega t + \gamma) \cdot x - V_{I,M.} \cdot \sin[\alpha_{0\pi} + \alpha_{M\pi} \cdot \sin(\omega t + \gamma)]$ .
(27)

И соответственно коэффициент С<sub>у</sub> из (26):

;

$$C_{y} = C_{y_{CT}}(\alpha_{0\pi}, \phi_{cT}) + C_{y_{\Sigma}}^{\alpha} \cdot \alpha_{M\pi} \cdot \sin(\omega t + \gamma) + \frac{b_{A}}{V_{II,M.}} \cdot \omega \cdot \alpha_{M\pi} \cdot \left(C_{y_{\Sigma}}^{\overline{\alpha}} + C_{y}^{\overline{\omega}_{z}}\right) \cdot \cos(\omega t + \gamma) \quad .$$
(28)

Такому режиму (27), (28) соответствует имитация для случая 1) использования установки рис.1 при обеспечении:

$$\gamma_{\scriptscriptstyle M}=\gamma; \hspace{0.3cm} \vartheta_{0_{\scriptscriptstyle M}}=\alpha_{0_{\scriptscriptstyle \Pi}}; \hspace{0.3cm} \vartheta_{_{\scriptscriptstyle MM}}=\alpha_{_{\scriptscriptstyle M\Pi}}; \hspace{0.3cm} V_{_{3.B.}}=V_{_{II.M.}}.$$

Тогда уравнения (27) и (11) будут идентичны. Соответственно при имитации из (28):

$$C_{y_{\mu}} = C_{y_{cT}} \left( \vartheta_{0\pi}, \phi_{cT} \right) + C_{y_{\Sigma}}^{\alpha} \cdot \vartheta_{MM} \cdot \sin(\omega t + \gamma_{M}) + \frac{b_{A}}{V_{_{3.B.}}} \cdot \omega \cdot \vartheta_{MM} \left( C_{y_{\Sigma}}^{\overline{\alpha}} + C_{y}^{\overline{\omega}_{z}} \right) \cdot \cos(\omega t + \gamma_{M})$$

В соответствующем эксперименте, непрерывно производя замеры составляющих аэродинамических сил и моментов и далее вычисляя сигналы  $C_{y_{\mu}}$ ,  $m_{z_{\mu}}$ , в результате гармонического анализа [4] можно определить амплитуды косинусоидальных составляющих  $C_{y_{\mu}}$ ,  $m_{z_{\mu}}$  и соответственно величины суммарных комплексов  $\left(C_{y}^{\overline{\omega}_{z}} + C_{y_{\Sigma}}^{\overline{\alpha}}\right)$ ,  $\left(m_{z}^{\overline{\omega}_{z}} + m_{z_{\Sigma}}^{\overline{\alpha}}\right)$  вращательных и результирующих нестационарных производных.

2) Пусть колебания по углам тангажа и атаки – одинаковые по амплитуде и в противофазе:  $\vartheta_{_{MЛ}} = \alpha_{_{MЛ}}; \ \gamma_{\vartheta} = \gamma + 180^{\circ}$ .

Тогда из (23) следует:  $\dot{\alpha}_{\pi} = -\omega_{z_{\pi}}$ . Соответственно проекции скорости  $\mathbf{V}_{_{\Pi B}}$  из (24):  $V_{_{\Pi B}_{X}} = \omega \cdot \alpha_{_{M\Pi}} \cdot \cos(\omega t + \gamma) \cdot y + V_{_{\Pi,M.}} \cdot \cos[\alpha_{_{\Pi\Pi}} + \alpha_{_{M\Pi}} \cdot \sin(\omega t + \gamma)]$ ;  $V_{_{\Pi B}_{Y}} = -\omega \cdot \alpha_{_{M\Pi}} \cdot \cos(\omega t + \gamma) \cdot x - V_{_{\Pi,M.}} \cdot \sin[\alpha_{_{\Pi\Pi}} + \alpha_{_{M\Pi}} \cdot \sin(\omega t + \gamma)]$ , (29)

и для этого режима из (26):

$$C_{y} = C_{y_{CT}} \left( \vartheta_{0\pi}, \phi_{cT} \right) + C_{y_{\Sigma}}^{\alpha} \cdot \alpha_{_{M\pi}} \cdot \sin(\omega t + \gamma) + \frac{b_{A}}{V_{_{IIM}}} \cdot \omega \cdot \vartheta_{_{M\pi}} \left( C_{y_{\Sigma}}^{\overline{\alpha}} - C_{y}^{\overline{\omega}_{z}} \right) \cdot \cos(\omega t + \gamma) \ .$$

Однако такому полю скоростей (29), нельзя подобрать из уравнений (11)-(14), (18) соответ-

ствующего поля имитации для измерения разностного комплекса  $\left(C_{y_{\Sigma}}^{\overline{\dot{\alpha}}} - C_{y}^{\overline{\omega}_{Z}}\right)$ .

3) Пусть колебания по углу атаки отсутствуют:  $\alpha_{_{MЛ}} = 0$ .

И из (24) имеем:

$$\begin{split} V_{_{\Pi B_{X}}} &= -\omega \cdot \vartheta_{_{M\Pi}} \cdot \cos(\omega t + \gamma_{\vartheta}) \cdot y + V_{_{I\!I,M.}} \cdot \cos \alpha_{_{\Pi\Pi}} ; \\ V_{_{\Pi B_{Y}}} &= \omega \cdot \vartheta_{_{M\Pi}} \cdot \cos(\omega t + \gamma_{\vartheta}) \cdot x - V_{_{I\!I,M.}} \cdot \sin \alpha_{_{\Pi\Pi}} . \end{split}$$

При этом из (23)  $\dot{\alpha} = 0$ , соответственно из (26):

$$C_{y} = C_{y_{cT}}(\alpha_{0\pi}, \phi_{cT}) + \frac{b_{A}}{V_{\mu M}} \cdot \omega \cdot \vartheta_{M\pi} \cdot C_{y}^{\overline{\omega}_{z}} \cdot \cos(\omega t + \gamma_{\vartheta}) .$$
(30)

Здесь участвуют только вращательные производные  $C_y^{\overline{\omega}_z}$ ,  $m_z^{\overline{\omega}_z}$ . Этот режим можно имитировать на установке рис.1 для случая 3) её использования в соответствии с уравнениями (13), если принять:

$$\vartheta_{0{\scriptscriptstyle M}}=\alpha_{0{\scriptscriptstyle \Pi}}; \ \vartheta_{_{MM}}=\alpha_{_{M\Pi}}; \ \gamma_{_{M}}=\gamma_{\vartheta}; \ V_{_{3.B.}}=V_{_{II.M.}}$$

При этом из (30):

$$C_{y_{\mu}} = C_{y_{cT}} \left( \vartheta_{0M}, \phi_{cT} \right) + \frac{b_{A}}{V_{3.B.}} \cdot \omega \cdot \vartheta_{MM} \cdot C_{y}^{\overline{\omega}_{z}} \cdot \cos(\omega t + \gamma_{M}) \ .$$

Видно, что, проводя замеры переменных соответствующих сил и моментов и определяя ам-

плитуду коэффициентов  $C_{y_{H}}$  и  $m_{z_{H}}$ , можно найти  $C_{y}^{\overline{\omega}_{z}}$ ,  $m_{z}^{\overline{\omega}_{z}}$ .

4) Пусть колебания по углу тангажа отсутствуют:  $\vartheta_{_{M\!M}} = 0$ .

И из уравнения (24):

$$V_{_{\Pi B_{X}}} = V_{_{II,M.}} \cdot \cos[\alpha_{_{\Omega\Pi}} + \alpha_{_{M\Pi}} \cdot \sin(\omega t + \gamma)] ;$$
  

$$V_{_{\Pi B_{Y}}} = -V_{_{II,M.}} \cdot \sin[\alpha_{_{\Pi\Pi}} + \alpha_{_{M\Pi}} \cdot \sin(\omega t + \gamma)] ,$$
(31)

при (из (23)) этом  $\omega_{z_{\pi}} = \dot{9}_{\pi} = 0$ , и коэффициент C<sub>у</sub> из (26)

$$C_{y} = C_{y_{cT}}(\alpha_{0\pi}, \phi_{cT}) + C_{y_{\Sigma}}^{\alpha} \cdot \alpha_{M\pi} \cdot \sin(\omega t + \gamma) + \frac{b_{A}}{V_{IIM}} \cdot \omega \cdot \alpha_{M\pi} \cdot C_{y_{\Sigma}}^{\overline{\alpha}} \cdot \cos(\omega t + \gamma) .$$
(32)

Этот режим можно имитировать следующим способами.

а) На установке рис.1 для случая 4) её использования в соответствии с уравнениями (14), если принять:

 $\vartheta_{0{}_{M}}=\alpha_{0{}_{\pi}}; \ \alpha_{_{BM}}=\alpha_{_{M\pi}}; \ \gamma_{_{B}}=\gamma; \ V_{_{3.B.}}=V_{_{I\!I.M.}} \ .$ 

Такой имитации из (32) соответствует коэффициент С<sub>уи</sub>:

$$C_{y_{H}} = C_{y_{cT}} \left( \vartheta_{0_{M}}, \phi_{cT} \right) + C_{y_{\Sigma}}^{\alpha} \cdot \alpha_{_{BM}} \cdot \sin(\omega t + \gamma_{_{B}}) + \frac{b_{A}}{V_{_{3,B}}} \cdot \omega \cdot \alpha_{_{BM}} \cdot C_{y_{\Sigma}}^{\overline{\alpha}} \cdot \cos(\omega t + \gamma_{_{B}}) \ .$$

Аналогично по амплитуде косинусоиды определяем результирующие нестационарные производные  $C_{y_{\Sigma}}^{\overline{\dot{\alpha}}}, \ m_{z_{\Sigma}}^{\overline{\dot{\alpha}}}$ .

б) На установке рис.2 в соответствии с уравнениями (18).

При этом уравнения (31) при малой амплитуде  $\alpha_{MN} < 6^{\circ}$  преобразуются:

$$V_{_{\Pi B_{X}}} = V_{_{I\!I\!M\!.}} \{ \cos \alpha_{_{\Pi \Pi}} \cdot \cos [\alpha_{_{M\Pi}} \cdot \sin (\omega t + \gamma)] - \sin \alpha_{_{\Pi \Pi}} \cdot \sin [\alpha_{_{M\Pi}} \cdot \sin (\omega t + \gamma)] \} \approx$$

$$\approx V_{_{I\!I\!M\!.}} \{ \cos \alpha_{_{\Pi \Pi}} - \sin \alpha_{_{\Pi \Pi}} \cdot \alpha_{_{M\Pi}} \cdot \sin (\omega t + \gamma) \} ;$$

$$V_{_{\Pi B_{Y}}} = -V_{_{I\!I\!M\!.}} \{ \sin \alpha_{_{\Pi \Pi}} \cdot \cos [\alpha_{_{M\Pi}} \cdot \sin (\omega t + \gamma)] + \cos \alpha_{_{\Pi \Pi}} \cdot \sin (\omega t + \gamma)] \} \approx$$

$$\approx -V_{_{I\!I\!M\!.}} \{ \sin \alpha_{_{\Pi \Pi}} + \cos \alpha_{_{\Pi \Pi}} \cdot \sin (\omega t + \gamma) \} .$$
(33)

Таким образом, уравнения (33) и (18) идентичны при выборе:  $\gamma_{M} = \gamma; \ \vartheta_{0M} = \alpha_{0\pi}; \ \phi_{M} = \alpha_{M\pi}; \ V_{3.B.} = V_{II.M.}$ .

И из (32) коэффициент С<sub>уи</sub>:

$$C_{y_{H}} = C_{y_{CT}} \left( \vartheta_{0_{M}}, \varphi_{cT} \right) + C_{y_{\Sigma}}^{\alpha} \cdot \varphi_{M} \cdot \sin\left(\omega t + \gamma_{M}\right) + \frac{b_{A}}{V_{3.B.}} \cdot \omega \cdot \varphi_{M} \cdot C_{y_{\Sigma}}^{\overline{\alpha}} \cdot \cos\left(\omega t + \gamma_{M}\right)$$

Так что по амплитуде косинусоид С<sub>у</sub> и  $m_z$  будут определены результирующие нестационарные производные  $C_{y_{\Sigma}}^{\overline{\alpha}}$ ,  $m_{z_{\Sigma}}^{\overline{\alpha}}$ .

## 5) Пусть амплитуда колебаний по углу тангажа в 2 раза меньше амплитуды по углу атаки, при

одинаковых начальных фазах колебаний:  $\vartheta_{M\pi} = \frac{\alpha_{M\pi}}{2}, \ \gamma_{\vartheta} = \gamma$ .

Тогда из (24):

...

$$\begin{split} V_{_{\Pi B_{X}}} &= -\omega \cdot \frac{\alpha_{_{M\Pi}}}{2} \cdot \cos(\omega t + \gamma) \cdot y + V_{_{I\!I,M.}} \cdot \cos[\alpha_{_{\Pi\Pi}} + \alpha_{_{M\Pi}} \cdot \sin(\omega t + \gamma)] ; \\ V_{_{\Pi B_{Y}}} &= \omega \cdot \frac{\alpha_{_{M\Pi}}}{2} \cdot \cos(\omega t + \gamma) \cdot x - V_{_{I\!I,M.}} \cdot \sin[\alpha_{_{\Pi\Pi}} + \alpha_{_{MM}} \cdot \sin(\omega t + \gamma)] . \end{split}$$

И соответственно коэффициент С<sub>у</sub> из (26):

$$C_{y} = C_{y_{cT}}(\alpha_{0,T}, \phi_{cT}) + C_{y_{\Sigma}}^{\alpha} \cdot \alpha_{MT} \cdot \sin(\omega t + \gamma) + \frac{b_{A}}{V_{IIM}} \cdot \omega \cdot \alpha_{MT} \cdot \left(C_{y_{\Sigma}}^{\overline{\alpha}} + \frac{C_{y}^{\overline{\omega}}}{2}\right) \cdot \cos(\omega t + \gamma) .$$
(34)

Указанный режим можно имитировать на установке рис.1 (случай 2) её использования). При этом необходимо обеспечить:

$$\vartheta_{_{MM}} = \frac{\alpha_{_{M\Pi}}}{2}; \ \vartheta_{0_{M}} = \alpha_{0_{\Pi}}; \ \gamma_{_{M}} = \gamma; \ V_{_{3.B.}} = V_{_{II.M.}} \ .$$

Соответственно коэффициент С<sub>уи</sub> из (34):

$$C_{y_{H}} = C_{y_{CT}} \left( \vartheta_{0_{M}}, \phi_{cT} \right) + C_{y_{\Sigma}}^{\alpha} \cdot 2\vartheta_{MM} \cdot \sin\left(\omega t + \gamma_{M}\right) + \frac{b_{A}}{V_{3.B.}} \cdot \omega \cdot 2\vartheta_{MM} \cdot \left( C_{y_{\Sigma}}^{\overline{\alpha}} + \frac{C_{y}^{\overline{\omega}_{Z}}}{2} \right) \cdot \cos\left(\omega t + \gamma_{M}\right).$$

Таким образом, по амплитуде косинусоиды определяются значения суммарных комплексов

$$\left(C_{y_{\Sigma}}^{\overline{\dot{\alpha}}}+\frac{C_{y}^{\overline{\omega}_{z}}}{2}\right), \left(m_{z_{\Sigma}}^{\overline{\dot{\alpha}}}+\frac{m_{z}^{\overline{\omega}_{z}}}{2}\right)$$
 результирующих нестационарных и половинных вращательных произ-

водных.

## Выводы.

Методическая ошибка вида (1) проявляется [4] при наличии ГО и обусловлена запаздыванием векторов скоростей потока воздуха в хвосте модели от вектора изменяющейся скорости потока на носу модели. Эта ошибка добавляется к производным  $C_{y_*}^{\overline{\alpha}}$ ,  $m_{z_*}^{\overline{\alpha}}$  и возникает при работе с динамической установкой рис.1 по методам, допускающим колебание вертикальной составляющей скорости потока. Поэтому на установке рис.2 (с продольным постоянным потоком воздуха и поперечными колебаниями модели) при имитации частного режима 4) указанного колебательного полета и измерении результирующих нестационарных производных  $C_{y_{\Sigma}}^{\overline{\alpha}}$ ,  $m_{z_{\Sigma}}^{\overline{\alpha}}$  указанной методической ошибки не имеется, что является достоинством метода рис.2. При работе на установке рис.1, по методу неподвижной модели с набегающим потоком воздуха с изменяющимся направлением, также имитируется частный режим 4) полета и измеряются значения результирующих нестационарных производных  $C_{y_{\Sigma}}^{\bar{\alpha}}$ ,  $m_{z_{\Sigma}}^{\bar{\alpha}}$ . Эти измерения сопровождаются указанной методической ошибкой. При работе на установке рис.1, по методу вращающейся модели и постоянного потока воздуха неизменного направления, имитируется частный режим 1) полета и измеряются суммарные комплексы вращательных и результирующих нестационарных производных ( $C_{y}^{\bar{\omega}_{z}} + C_{y_{\Sigma}}^{\bar{\alpha}}$ ), ( $m_{z}^{\bar{\omega}_{z}} + m_{z_{\Sigma}}^{\bar{\alpha}}$ ), причем указанной методической ошибки нет.

При работе на установке рис.1, по методу одновременных угловых колебаний модели и потока воздуха при синфазных колебаниях имитируется частный режим 5) полета и измеряются

комплексы ( $C_{y_{\Sigma}}^{\overline{\alpha}} + \frac{C_{y}^{\overline{\omega}_{z}}}{2}$ ), ( $m_{z_{\Sigma}}^{\overline{\alpha}} + \frac{m_{z}^{\overline{\omega}_{z}}}{2}$ ), при антифазных – частный режим 3) полета и измеряются вращательные производные  $C_{y}^{\overline{\omega}_{z}}$ ,  $m_{z}^{\overline{\omega}_{z}}$ . Как при синфазных так и при антифазных колебаниях измеренные производные вероятно могут содержать указанную методическую ошибку. При этом в процессе измерений трудно контролировать равенство амплитуд колебаний модели и воздуха.

Частный режим 2) полета  $\bar{\alpha}_{\pi} = -\bar{\omega}_{z_{\pi}}$ , при котором в аэродинамических коэффициентах могут быть вынесены за скобки разностные комплексы производных ( $C_{y_{\Sigma}}^{\bar{\alpha}} - C_{y}^{\bar{\omega}_{z}}$ ), ( $m_{z_{\Sigma}}^{\bar{\alpha}} - m_{z}^{\bar{\omega}_{z}}$ ), имитировать при помощи установок рис.1 и рис.2 не представляется возможным.





Рис. 1

Рис. 2



## Список литературы

- Бюшгенс Г. С., Студнев Р. В. Аэродинамика самолета: Динамика продольного и бокового движения. – М.: Машиностроение, 1979. – 352 с.
- Курьянов А. И., Столяров Г. И., Тотиашвили Л. Г., Тюнин Н. Н. Экспериментальное исследование вращательных и нестационарных производных самолета в аэродинамических трубах на дозвуковых скоростях. – Труды ЦАГИ, 1985, вып. 2290.
- Столяров Г. И., Табачников В. Г., Тюнин Н. Н. Экспериментальные исследования распределения стационарных и нестационарных аэродинамических характеристик прямоугольных крыльев (λ = 1) на больших углах атаки. Труды ЦАГИ, 1989, вып. 2420.
- Гоман М. Г., Столяров Г. И., Тартышников С. Л., Усольцев С. П., Храбров А.Н. Описание продольных аэродинамических характеристик самолета на больших углах атаки с учетом динамических эффектов отрывного обтекания. – Препринт ЦАГИ № 9. – 1990. – 56 с.
- Аэродинамика, устойчивость и управляемость сверхзвуковых самолетов. /Под редакцией Бюшгенса Г. С. – М.: Наука, 1998. – 816 с.
- Захаров М. А. Математическая модель коэффициентов аэродинамических характеристик в продольном движении летательного аппарата на больших углах атаки с учетом эффектов отрывного обтекания. //Электронный журнал "Труды МАИ", вып. 9. – <u>http://www.mai.ru</u> (04.07.02).
- Захаров М. А. Нестационарные составляющие коэффициентов нормальной силы и момента тангажа самолета, обусловленные горизонтальным оперением. //Электронный журнал "Труды МАИ", вып. 11. – <u>http://www.mai.ru</u> (11.04.03).
- 8. Аэродинамика Л. А. /Под ред. Г. А. Колесникова. М.: Машиностроение, 1993. 544 с.
- 9. В. Н. Шунков. Современная военная авиатехника. Минск: Харвест, 1997. 464 с.
- Атабеков Г. И. Теоретические основы электротехники./Ч.1. Линейные электрические цепи.
   М.: Энергия, 1970. 592 с.

Захаров Михаил Александрович, аспирант кафедры динамики и управления летательных аппаратов Московского авиационного института (государственного технического университета).