

Научная статья  
УДК 621.45.02

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГАЗОДИНАМИЧЕСКОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ КОЭФФИЦИЕНТА РАСХОДА КОЛЬЦЕВЫХ СОПЕЛ С ПРЯМЫМ КРИТИЧЕСКИМ СЕЧЕНИЕМ

Андрей Наилевич Сабирзянов<sup>1</sup>✉, Артур Сергеевич Ахметзянов<sup>2</sup>, Руслан Денисович Коновалов<sup>3</sup>

<sup>1, 2, 3</sup> Казанский национальный исследовательский технический университет – КАИ им. А.Н. Туполева,  
Казань, Россия

<sup>1</sup> ANSabirzyanov@kai.ru✉

<sup>2</sup> Artur\_Hunter@mail.ru

<sup>3</sup> konrus2019@yandex.ru

**Аннотация.** Рассмотрено влияние формы центрального тела на газодинамическую составляющую коэффициента расхода кольцевого сопла с прямым критическим сечением. Представлены результаты численного моделирования влияния формы центрального тела и геометрических параметров входного участка на коэффициент расхода сопла в адиабатной постановке квазистационарного осесимметричного приближения, проведенного средствами программного продукта Ansys Fluent. Использовался подход, основанный на решении осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса с применением модели турбулентности  $k-\omega$  SST. В качестве рабочего тела рассматривался гомогенный газ. Результаты моделирования показали, что значение коэффициента расхода кольцевых сопел сопоставимо со значением коэффициента расхода в двигателе с традиционным центральным соплом, а при хорошо обтекаемом профиле входного участка центрального тела может превышать его.

**Ключевые слова:** кольцевое сопло, газодинамические потери, коэффициент расхода, вычислительная газодинамика, распределение параметров потока по соплу

**Для цитирования:** Сабирзянов А.Н., Ахметзянов А.С., Коновалов Р.Д. Численное моделирование газодинамической составляющей коэффициента расхода кольцевых сопел с прямым критическим сечением // Вестник Московского авиационного института. 2023. Т. 30. № 3. С. 147–154.

Original article

## NUMERICAL MODELING OF THE FLOW COEFFICIENT GAS-DYNAMIC COMPONENT OF ANNULAR NOZZLES WITH STRAIGHT CRITICAL SECTION

Andrei N. Sabirzyanov<sup>1</sup>✉, Artur S. Akhmetzyanov<sup>2</sup>, Ruslan D. Kononov<sup>3</sup>

<sup>1, 2, 3</sup> Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev,  
Kazan, Russia

<sup>1</sup> ANSabirzyanov@kai.ru✉

<sup>2</sup> Artur\_Hunter@mail.ru

<sup>3</sup> konrus2019@yandex.ru

### Abstract

Annular nozzles are competitive with traditional central nozzles in a number of characteristics. This is stipulated by the presence of a central body, which determines the required flow structure during supersonic expansion. In

the narrowing section of the nozzle, the central body contributes to the friction losses increase, and its geometric characteristics will determine the uneven flow parameters distribution and total pressure losses up to the critical section. The authors conducted numerical studies of the central body shape and of inlet section geometric parameters impact on the gas-dynamic component of the flow coefficient of an annular nozzle with a direct critical section.

The outflow processes simulation was performed with the ANSYS Fluent software within the framework of the axisymmetric approximation in the adiabatic formulation of the quasi-stationary problem, assuming that the structural supports that secure the central body do not significantly change the flow coefficient. The approach based on solving the Reynolds-averaged Navier–Stokes equations closed by the k– $\omega$  SST turbulence model widely used in engineering calculations with a typical set of model constants was employed. A homogeneous gas was considered as a working fluid.

The simulation results revealed that the flow coefficient gas-dynamic component of the annular nozzles with a straight critical section can be comparable to the value of traditional central nozzles, and exceed it for certain geometric parameters of the central body, which is stipulated by more uniform distribution of parameters in the critical section. A linear dependence of the washed area increase of the central body with its ellipsoidity increase, and a nonlinear nature of the change in the total values of the friction stresses with an extremum for the spherical shape of the central body are shown. The most optimal shape of the central body is a spherical one.

The flow coefficient of annular nozzles with a straight critical section depends significantly on the conjoint distribution of the central body geometric parameters and the outer contour of the narrowing section. With the optimal shape of the central body, and the ratio of central body diameter to the outer contour diameter in the minimum nozzle cross-section of the order of 0.7, the flow coefficient gas dynamic component acquires maximum value, exceeding this value of the conventional central nozzle by 0.3%.

In contrast to the flow coefficient of conventional central nozzles, the flow coefficient of the annular nozzles increases with pressure increasing in the combustion chamber.

**Keywords:** annular nozzle, gas dynamic losses, flow coefficient, computational fluid dynamics, flow parameters distribution over the nozzle

**For citation:** Sabirzyanov A.N., Akhmetzyanov A.S., Konovalov R.D. Numerical Modeling of the Flow Coefficient Gas-Dynamic Component of Annular Nozzles with Straight Critical Section. *Aerospace MAI Journal*, 2023, vol. 30, no. 3, pp. 147–154.

## Введение

Уровень совершенства любого реактивного сопла как газодинамического устройства характеризуется коэффициентами потерь, к числу которых относится коэффициент расхода, представляющего собой интегральную величину потерь [1], обусловленную воздействием различных факторов, и, в общем случае, соответствует отношению реального расхода рабочего тела к идеальному. Для твердотопливных двигателей коэффициент расхода используется при расчете внутрибаллистических параметров.

Некоторые составляющие коэффициента расхода превышают значение газодинамической составляющей [1], но именно газодинамическая структура потока, формируемая параметрами рабочего тела и геометрическими характеристиками рабочего тракта сужающегося участка сопла, определяет другие возможные потери.

Различные реализации кольцевых сопел внутреннего и внешнего расширения по ряду характеристик могут конкурировать с традиционными центральными соплами [2–5]. Обусловлено это наличием центрального тела, которое определяет

требуемую структуру потока при сверхзвуковом расширении. В свою очередь, центральное тело в сужающемся участке сопла, на первый взгляд, должно существенно увеличить потери на трение, а его геометрические характеристики будут определять неравномерность распределения параметров потока вплоть до критического сечения. Потери на трение, потери полного давления, неравномерность параметров по тракту сужающейся части сопла совместно определяют газодинамическую составляющую коэффициента расхода [1]:

$$\mu = \mu_{\text{тр}} \mu_p \mu_n. \quad (1)$$

Математическому моделированию течений в кольцевых соплах в периодических изданиях уделяется достаточное внимание, например [6–10], но на данный момент закономерности изменения коэффициента расхода кольцевых сопел в зависимости от конструктивных схем, внутрибаллистических и геометрических параметров в литературе не представлены. Отсутствие подобных результатов обусловлено ограниченным применением кольцевых сопел из-за проблем, связанных с тепловым состоянием центрального тела. Поэтому определен-

ный интерес вызывает сравнение коэффициента расхода кольцевых сопел с коэффициентом расхода традиционных центральных сопел внутреннего расширения, определение влияния формы профиля и геометрических параметров входного участка кольцевого сопла на коэффициент расхода. Чтобы сравнение было корректным, в качестве объекта исследования выбраны кольцевые сопла с прямым критическим сечением, а предметом исследования выбрана газодинамическая составляющая коэффициента расхода.

**Модель расчета**

Решать поставленные задачи целесообразно с применением современных методов вычислительной гидродинамики [11–13], позволяющих корректно описывать газодинамическую структуру потока рабочего тела энергетических установок и с достаточной точностью определять газодинамическую составляющую коэффициента расхода [14–16].

Варианты геометрических моделей исследуемого объекта для определения влияния геометрической формы центрального тела на коэффициент расхода приведены на рис. 1. Рассмотрены несколько геометрических моделей с неизменным внешним контуром сужающейся части сопла, в которых изменялся только параметр вылета центрального тела  $\bar{b} = b/a$ , где  $b$  – ось эллипса, совпадающая с осью модели;  $a$  – ось эллипса, перпендикулярная оси модели. Рассматриваемые значения  $\bar{b}$ : 5/2; 4/2; 3/2; 2/2; 2/3; 2/4; 2/5. Если принять допущение, что наличие конструктивных опор, обеспечивающих крепление центрального тела, не вносит существенных изменений в коэффициент расхода, то допустима осесимметричная постановка задачи. Геометрическая модель (рис. 1) включает дополнительный объем за срезом сопла для моделирования истечения сверхзвуковой струи в свободное пространство, что

исключило необходимость определения граничных условий на выходе из сопла.

Моделирование процессов истечения проводилось средствами программного продукта ANSYS Fluent в рамках осесимметричного приближения в адиабатной постановке квазистационарной задачи. Использовался подход, основанный на решении осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса, замкнутых моделью турбулентности  $k-\omega$  SST с типовым набором модельных констант [11]. Данный подход широко применяется в практике инженерных расчетов. Двухпараметрическая модель  $k-\omega$  SST обеспечивает практически одинаковые результаты прогнозирования значения газодинамической составляющей коэффициента расхода сопел с непроницаемым входным участком в широком диапазоне изменения параметра  $y^+$  [17].

Граничные условия моделирования (рис. 1): на входе в камеру сгорания (КС) на расстоянии одного калибра от входа в сопло задавались равномерные распределения расхода, температуры и параметры турбулентности потока; на выходе дополнительного объема задавалось постоянное атмосферное давление; стенки КС и сопла гладкие с условиями прилипания и непротекания рабочего тела.

В качестве рабочего тела рассматривался гомогенный газ, подчиняющийся уравнению состояния идеального газа. Температура рабочего тела 2780 К, расходонапряженность КС 98,91 кг/(с · м<sup>2</sup>). Температурная зависимость динамической вязкости рабочего тела определялась формулой Сазерленда.

Коэффициент расхода сопел определялся через параметры торможения по известному соотношению:

$$\mu = \frac{\dot{m} \sqrt{RT_0}}{A(k) p_0 F_M}, \tag{2}$$

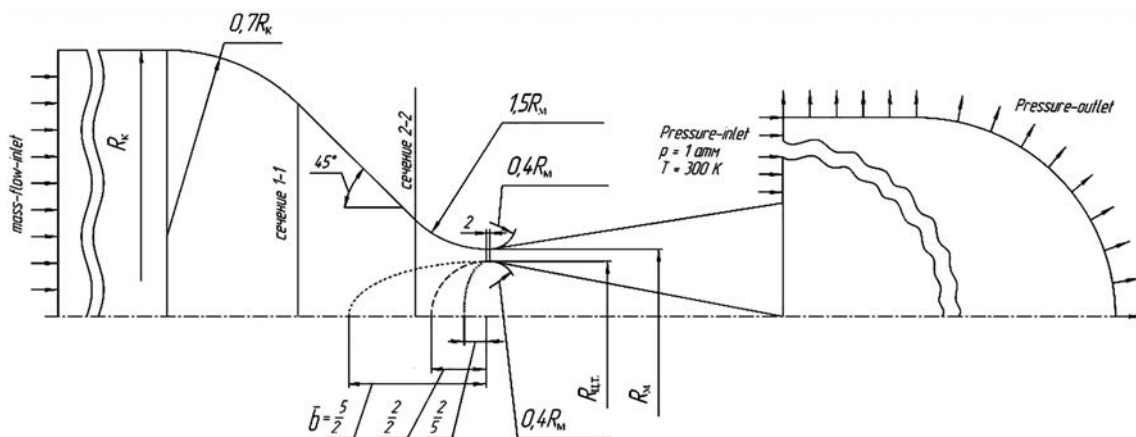


Рис. 1. Геометрические модели и расчетная схема

где  $\dot{m}$  – действительное значение секундного расхода рабочего тела;  $p_0, T_0$  – полное давление и температура, определяемые на цилиндрическом участке минимального сечения там, где осредненная по массе приведенная скорость потока соответствует скорости звука ( $M = 1$ );  $F_m$  – площадь минимального сечения;  $k$  и  $R$  – показатель адиабаты и равновесное значение газовой постоянной рабочего тела:

$$A(k) = \sqrt{k} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}}.$$

Все сеточные модели исследуемых геометрических вариантов сопел, включая традиционное центральное, в сужающейся части и в минимальном сечении обеспечивали значения  $y^+ = 3 \div 7$ . В этом диапазоне параметра  $y^+$  изменение коэффициента расхода для традиционного центрального сопла с эквивалентной площадью минимального сечения составляло 0,01%.

### Результаты моделирования

Зависимость газодинамической составляющей коэффициента расхода кольцевых сопел от формы центрального тела при постоянном профиле внешнего контура сужающейся части представлена на рис. 2. Наглядно показано наличие максимального значения газодинамической составляющей коэффициента расхода при сферической форме центрального тела ( $\bar{b} = 1$ ). Увеличение эллипсоидности центрального тела ( $\bar{b}$ ) обуславливает повышение равномерности распределения параметров в поперечных сечениях по тракту сужающегося участка сопла, но начиная с отношения  $\bar{b} = 1$  снижение

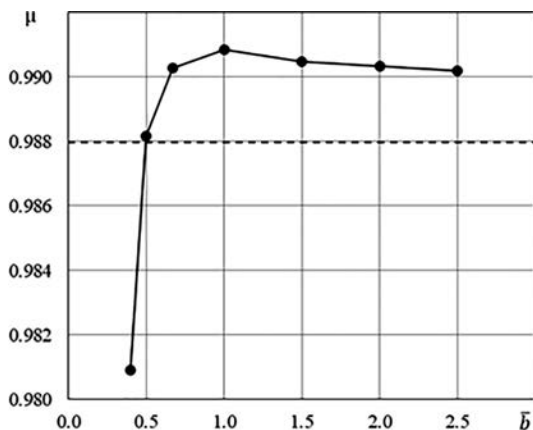


Рис. 2. Газодинамическая составляющая коэффициента расхода кольцевых сопел с прямым критическим сечением при постоянном профиле наружного контура сужающейся части (пунктир – традиционное центральное сопло)

газодинамической составляющей коэффициента расхода связано с увеличением потерь на трение. Показано, что при  $\bar{b} < 0,5$  газодинамическая составляющая кольцевых сопел меньше, чем у традиционного центрального сопла. Следует отметить, что для корректного сопоставления, включающего обеспечение эквивалентной площади минимального сечения, сохранение заданной расходонапряженности на входе в КС и геометрических характеристик сужающегося участка, дозвуковая часть традиционного сопла была удлинена.

В качестве динамики изменения параметров по тракту сужающегося участка рассматриваемых геометрических вариантов сопел на рис. 3 представлены изменения профилей скорости, отнесенные к местной скорости звука, по приведенному радиусу в характерных сечениях ( $\bar{R} = (R_i - R_0) / (R_{max} - R_0)$ ,  $R_0$  – радиус центрального тела характерного сечения). Очевидно, что центральное тело не оказывает влияния на профиль скорости на входе в сопло, но для традиционного сопла, ввиду его удлинения, отличие его профиля скорости от профиля скорости кольцевых сопел все же наблюдается при значениях  $\bar{R} = 0 \div 0,4$ . Для сечения 1–1 (см. рис. 1) в этом же диапазоне  $\bar{R}$  наблюдается влияние центрального тела на неравномерность профилей скорости (рис. 3,а). Менее наполненные профили скорости в ядре потока соответствуют соплам с вылетом центрального тела  $\bar{b} > 1,0$ . В сечении 2–2, которое проходит не через все формы центрального тела, неравномерность приведенной скорости может достигать 60% от наибольшей скорости (рис. 3,б). Отличительной особенностью является то, что центральному телу с наибольшей эллипсоидностью ( $\bar{b} = 2,5$ ) соответствует наиболее наполненный профиль скорости. Характер профилей скорости с вылетом центрального тела  $\bar{b} < 1,0$  приблизительно одинаков. Профиль скорости традиционного сопла в данном сечении превышает диапазон скорости кольцевых сопел (на рис. 3,б не представлен). Наиболее показательны иллюстрации в критическом сечении (рис. 3,в), наглядно демонстрирующие равномерное распределение параметров, начиная с  $\bar{b} \approx 1,0$ , т. е. для данных условий профили скорости практически «плоские». В целом увеличение параметра  $\bar{b}$  обеспечивает постепенное уменьшение неравномерности скорости по сечению и увеличение толщины пограничного слоя как по центральному телу, так и по наружному контуру, что приводит к увеличению потерь на трение. Наибольшая неравномерность соответствует кольцевым соплам с параметром  $\bar{b}$  и традиционному центральному соплу.

Согласованное изменения омываемой суммарной поверхности сужающейся части сопла и сум-

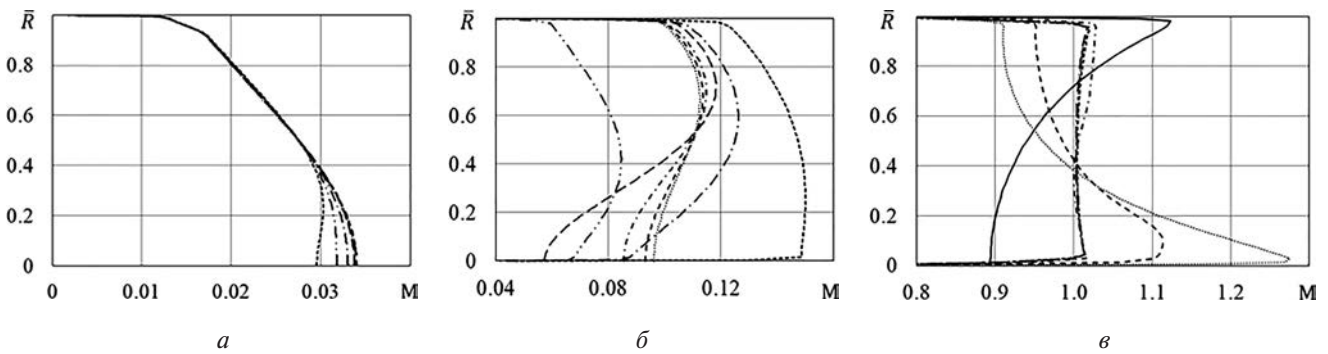


Рис. 3. Профили приведенной скорости в зависимости формы центрального тела (а – сечение 1–1; б – сечение 2–2; в – критическое сечение):  
 ..... –  $\bar{b} = 0,4$ ; — — — — 0,5; - - - - - 0,67; — — — — 1,0; — . — — — — 1,5; - - - - - 2,0; — — — — 2,5;  
 ————— — традиционное сопло

марных напряжений трения для рассматриваемых сопел приведено на рис. 4, где параметр  $\bar{b} = 0$  соответствует традиционному соплу без центрального тела. Зависимости представлены в приведенном виде: суммарная поверхность обтекания отнесена к площади поперечного сечения КС:  $\bar{F}_{пов} = F_{\Sigma} / F_{КС}$ ; осредненные по всей омываемой поверхности сужающейся части сопла напряжения трения отнесены к постоянному динамическому давлению на входе в сопло:  $\bar{\tau} = 2\tau_{\Sigma} / \rho_c u_c^2$ . Отчетливо видны практически линейная зависимость увеличения омываемой площади центрального тела с увеличением его эллипсоидности и характер изменения суммарных значений напряжений трения с экстремумом для сферической формы центрального тела.

Таким образом, согласно численным расчетам в рамках осесимметричного приближения, коэффициент расхода кольцевого сопла с прямым

критическим сечением и центральным телом со сферическим входным участком превышает данную величину традиционного центрального сопла на 0,3%. Ранее показано, что расхождение расчетных значений коэффициента расхода традиционного центрального сопла, имеющего радиусный входной участок [14], с обобщенными экспериментальными данными [18] не превышает 0,5%. Меньшее расхождение наблюдается при сравнении с данными [19], включающими как экспериментальные, так и расчетные значения.

Следует отметить, что доверительный интервал суммарных потерь импульса для различных контуров сопла укладывается в значение 0,5% [20]. Очевидно, что коэффициент расхода является составляющей в суммарных потерях импульса, а доверительный интервал его гипотетического измерения, корректное выполнение которого весьма затруднительно, должен быть меньше. Используя одинаковые подходы к моделированию коэффициента расхода как кольцевых, так и традиционных классических сопел, можно считать, что результаты расчетов сопоставимы и лежат в рамках доверительного интервала.

С целью определения влияния на коэффициент расхода совместного изменения геометрических параметров центрального тела и внешнего контура сужающегося участка сопла была выбрана геометрия центрального тела со сферическим входным участком ( $\bar{b} = 2/2$ ). Для построения вариантов геометрических моделей был введен параметр относительного диаметра  $\bar{d} = D_{ц.т} / D_M \approx 0,7$ , где  $D_{ц.т}$   $D_M$  – диаметры центрального тела и внешнего контура в минимальном сечении сопла соответственно. Параметр  $\bar{d}$  принимал значения: 0; 0,15; 0,3; 0,5; ...; 0,9, где предельное  $\bar{d} = 0$  соответствует традиционному центральному соплу. Геометрии исследуемых сопел строилась согласно соотношению

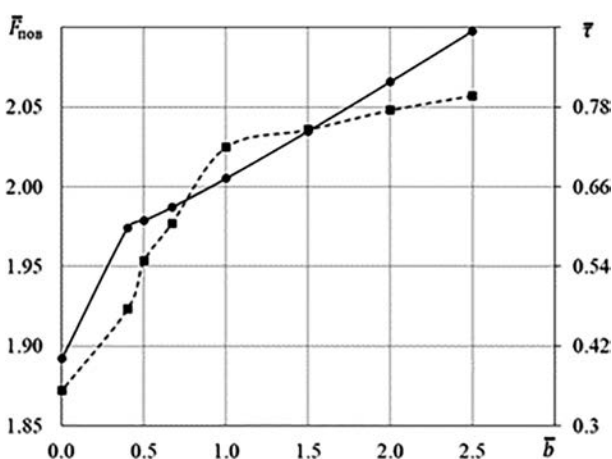


Рис. 4. Суммарная поверхность сужающейся части кольцевых сопел при постоянном профиле наружного контура и напряжении трения:  
 ● – приведенная суммарная площадь;  
 ■ – приведенное напряжение трения

$$D_M = \sqrt{\frac{4F_M}{\pi(1-d^2)}}$$

при обеспечении условия  $F_M = \text{const}$ . Изменения внешнего контура сужающейся части сопла осуществлялись за счет уменьшения длины конусного участка при сохранении угла образующей и радиусов скругления. В качестве примера, некоторые исследуемые геометрические модели сопел приведены на рис. 5. Результаты численных исследований представлены на рис. 6, где показано наличие ярко выраженного максимума газодинамической составляющей коэффициента расхода при  $\bar{d} = 0,7$ , обеспечивающего прирост  $\mu$  по сравнению с традиционным центральным соплом ( $\bar{d} = 0$ ) приблизительно на 0,3%.

При увеличении  $\bar{d}$  уменьшается длина конического участка наружного контура, и для каждой исследуемой геометрии в фиксируемых сечениях поток разгоняется до разных скоростей, но профили скорости качественно сопоставимы. По тракту сопла распределение наполненности профилей скорости в исследуемых геометрических моделях не меняется, а характер изменения профилей скорости обусловлен поджатием потока в зависимости от формы сужающегося канала.

В критическом сечении профили приведенной скорости при комплексном изменении геометрических параметров сопел представлены на рис. 7. Наибольшая неравномерность профиля, как со сто-

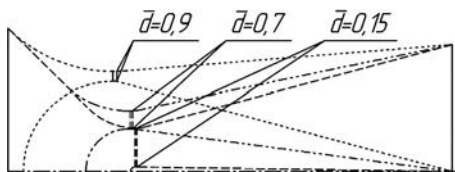


Рис. 5. Геометрические модели кольцевых сопел, обеспечивающие  $F_M = \text{const}$

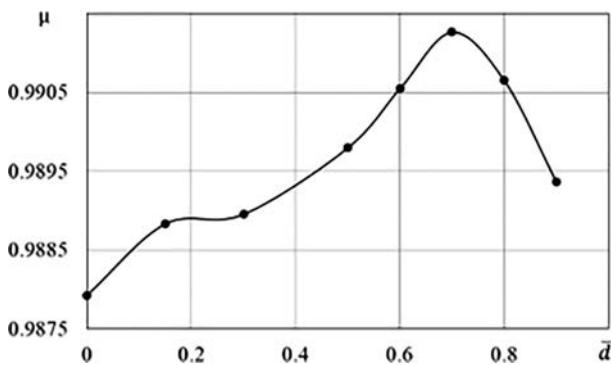


Рис. 6. Газодинамическая составляющая коэффициента расхода кольцевых сопел при комплексном изменении геометрических параметров

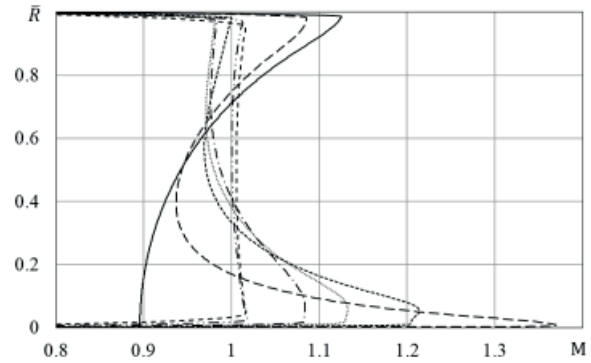


Рис. 7. Профиль приведенной скорости в критическом сечении: —  $\bar{d} = 0$  (традиционное сопло); - - -  $\bar{d} = 0,15$ ; - · - · -  $\bar{d} = 0,3$ ; ······  $\bar{d} = 0,5$ ; - - - -  $\bar{d} = 0,6$ ; - - - -  $\bar{d} = 0,7$ ; — — — —  $\bar{d} = 0,9$

роны центрального тела, так и со стороны внешнего контура сужающейся части, у сопла с параметром  $\bar{d} = 0,15$ , имеющего наименьшее значение газодинамической составляющей коэффициента расхода из рассматриваемых кольцевых сопел (рис. 6). Следует отметить, что для этого профиля у поверхности центрального тела его выпуклость существенно выше, а пограничный подслой меньше. При увеличении  $\bar{d}$  происходит постепенное выравнивание профиля скорости, что благоприятно отражается на газодинамической составляющей коэффициента расхода, но и заметно увеличение пограничного слоя, определяющего потери на трение. В диапазоне  $\bar{d} \geq 0,7$ , за исключением пристеночных областей, профили скорости претерпевают весьма незначительные изменения.

Сопоставление поверхности сужающегося участка сопла и суммарных напряжений трения на нем при комплексном варьировании геометрических параметров кольцевых сопел приведено на рис. 8. Показано, что при  $\bar{d} > 0,7$  градиент изменения трения превышает градиент увеличения омываемой поверхности, что объясняет наличие максимума газодинамической составляющей коэффициента расхода.

Представленные выше результаты моделирования получены при давлении в КС 6,34 МПа. Для кольцевого сопла со сферическим входным участком центрального тела и при  $\bar{d} = 0,7$  на рис. 9 представлены зависимости газодинамической составляющей коэффициента расхода от давления в КС. Наглядно показано, что с увеличением давления в КС коэффициент расхода для традиционного центрального сопла остается практически постоянным, а для кольцевого сопла увеличивается ввиду того, что неравномерность параметров по тракту кольцевого сопла неизменно уменьшается.

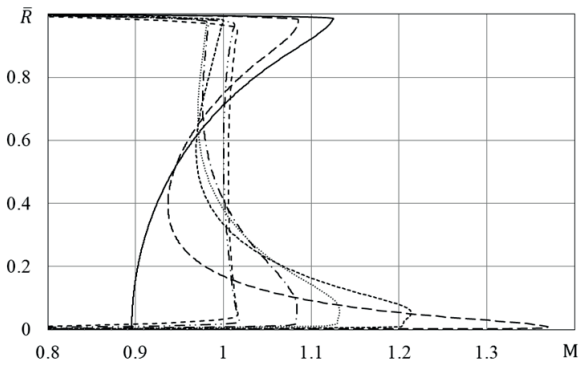


Рис. 8. Суммарная поверхность сужающейся части кольцевых сопел и напряжение трения:  
 ● – приведенная суммарная площадь;  
 ■ – приведенное напряжение трения

**Выводы**

Проведенные численные исследования в осесимметричном приближении позволяют сделать следующие выводы.

Газодинамическая составляющая коэффициента расхода кольцевых сопел с прямым критическим сечением может быть сопоставима с ее значением в традиционных центральных соплах, а при определенных геометрических параметрах центрального тела может превышать его, что обусловлено более равномерным распределением параметров в критическом сечении. Наиболее оптимальной формой центрального тела является сферическая.

Коэффициент расхода кольцевых сопел с прямым критическим сечением существенно зависит от совместного распределения геометрических параметров центрального тела и внешнего контура сужающегося участка. При оптимальной форме центрального тела и при относительном диаметре  $\bar{d} = D_{ц.т} / D_M \approx 0,7$  газодинамическая составля-

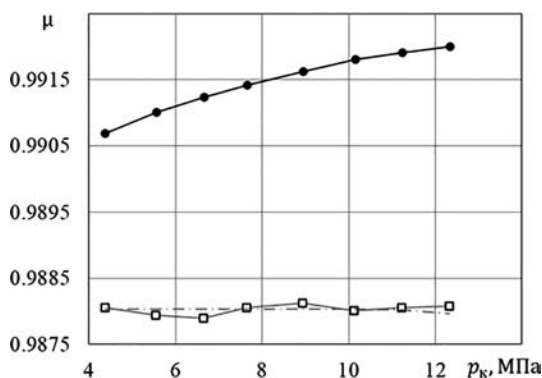


Рис. 9. Влияние давления на газодинамическую составляющую коэффициента расхода:  
 ● – кольцевое сопло;  
 □ – традиционное центральное сопло  
 (— — — — — линейная интерполяция)

ющая коэффициента расхода приобретает максимальное значение, превышающее данную величину у традиционного центрального сопла на 0,3%.

Коэффициент расхода кольцевых сопел растет с увеличением давления в камере сгорания.

**Список источников**

1. Губертов А.М., Миронов В.В., Борисов Д.М. и др. Газодинамические и теплофизические процессы в ракетных двигателях твердого топлива. – М.: Машиностроение, 2004. – 512 с.
2. Добровольский М.В. Жидкостные ракетные двигатели. Основы проектирования: Учебник для вузов. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005. – 488 с.
3. Веницкий А.М., Волков В.Т., Волковицкий И.Г., Холодилов С.В. Конструкция и отработка РДТТ. – М.: Машиностроение, 1980. – 230 с.
4. Крайко А.Н., Тилляева Н.И. Профилирование сопел с центральным телом и определение оптимального направления их первичных потоков // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2007. № 2. С. 194–203.
5. Горохов В.Д. Исследование возможности создания камеры ЖРД с кольцевым критическим сечением, расположенным в сверхзвуковом сопле // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2009. Т. 5. № 1. С. 114–119.
6. Марков В.В., Громов В.Г., Афонина Н.Е. и др. Тяговые характеристики кольцевых и плоских щелевых сопел с внутренней полостью // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2011. № 4(3). С. 971–973.
7. Карташева М.А. Моделирование динамики совершенного газа в кольцевых соплах летательных аппаратов // Вестник ЮУрГУ. Серия «Машиностроение». 2012. № 33(292). С. 40–46.
8. Ваулин С.Д., Карташева М.А. Методы моделирования течений совершенного газа в кольцевых соплах // Вестник ОГУ. 2014. № 9(170). С. 91–95.
9. Косовягин К.В., Скомоухов Г.И. Моделирование газодинамического тракта тарельчатого сопла жидкостного ракетного двигателя с обратным потоком в кольцевой камере сгорания // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2019. Т. 15. № 1. С. 100–106. DOI: 10.25987/VSTU.2019.15.1.015
10. Ваулин С.Д., Хажиахметов К.И. Жидкостные ракетные двигатели с центральным телом: состояние и перспективы // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2021. № 10(739). С. 74–83. DOI: 10.18698/0536-1044-2021-10-74-83
11. Волков К.Н., Емельянов В.Н. Газовые течения с массоподводом в каналах и трактах энергоустановок. – М.: Физматлит, 2011. – 464 с.
12. Карташев А.Л., Карташева М.А. Математическое моделирование течений многокомпонентных сред в кольцевых соплах // Вестник ЮУрГУ. Серия «Маши-

- ностроение». 2013. Т. 13. № 2. С. 37–46.
13. Левин В.А., Афонина Н.Е., Громов В.Г. и др. Исследование кольцевого сопла на продуктах сгорания углеводородных топлив // Теплофизика и аэромеханика. 2013. Т. 20. № 3. С. 269–276.
  14. Сабирзянов А.Н., Глазунов А.И., Кириллова А.Н., Титов К.С. Моделирование коэффициента расхода сопла ракетного двигателя // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2018. № 2. С. 105–111.
  15. Сабирзянов А.Н., Кириллова А.Н. Многофакторность влияния степени утопленности сопла на коэффициент расхода // Вестник Концерна ВКО «Алмаз – Антей». 2018. № 1. С. 43–50. DOI: 10.38013/2542-0542-2018-1-43-50
  16. Сабирзянов А.Н., Кириллова А.Н., Хаматнурова Ч.Б. Влияние геометрических параметров входного участка

- утопленного сопла на коэффициент расхода // Вестник Московского авиационного института. 2020. Т. 27. № 2. С. 140–148. DOI: 10.34759/vst-2020-2-140-148
17. Кириллова А.Н., Сабирзянов А.Н. Влияние вдува продуктов разложения теплозащитного покрытия на коэффициент расхода утопленного сопла // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2021. № 2. С. 129–135.
  18. Шишков А.А., Панин С.Д., Румянцев Б.В. Рабочие процессы в ракетных двигателях твердого топлива: Справочник. – М.: Машиностроение, 1988. – 240 с.
  19. Пирумов У.Г., Росляков Г.С. Газовая динамика сопел. – М.: Наука. Физматлит, 1990. – 368 с.
  20. Милехин Ю.М., Ключников А.Н., Бурский Г.В., Лавров Г.С. Энергетика ракетных двигателей на твердом топливе. – М.: Наука, 2013. – 207 с.

## References

1. Gubertov A.M., Mironov V.V., Borisov D.M. et al. *Gazodinamicheskie i teplofizicheskie protsessy v raketnykh dvigatelyakh tverdogo topliva* (Gas-dynamic and thermophysical processes in solid rocket propulsion), Moscow, Mashinostroenie, 2004, 512 p.
2. Dobrovolskii M.V. *Zhidkostnye raketye dvigateli. Osnovy proektirovaniya* (Liquid propellant rocket engines. Design basics), Moscow, MGTU im. N.E. Bauman, 2005, 488 p.
3. Vinitskii A.M., Volkov V.T., Volkovitskii I.G., Kholodilov S.V. *Konstruktsiya i otrabotka RDTT* (Design and development of Solid Propellant Rocket Engines), Moscow, Mashinostroenie, 1980, 230 p.
4. Kraiko A.N., Tillyaeva N.I. *Izvestiya RAN. Mekhanika zhidkosti i gaza*, 2007, no. 2, pp. 194–203.
5. Gorokhov V.D. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2009, vol. 5, no. 1, pp. 114–119.
6. Markov V.V., Gromov V.G., Afonina N.E. et al. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo*, 2011, no. 4(3), pp. 971–973.
7. Kartasheva M.A. *Vestnik YuUrGU. Mashinostroenie*, 2012, no. 33(292), pp. 40–46.
8. Vaulin S.D., Kartasheva M.A. *Vestnik OGU*, 2014, no. 9(170), pp. 91–95.
9. Kosovyagin K.V., Skomorokhov G.I. *Vestnik Voronezhskogo Gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2019, vol. 15, no. 1, pp. 100–106. DOI: 10.25987/VSTU.2019.15.1.015
10. Vaulin S.D., Khazhiakhmetov K.I. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Mashinostroenie*, 2021, no. 10(739), pp. 74–83. DOI: 10.18698/0536-1044-2021-10-74-83
11. Volkov K.N., Emel'yanov V.N. *Gazovye techeniya s massopodvodom v kanalakh i traktakh energoustanovok* (Gas flows with mass supply in channels and paths of power plants), Moscow, Fizmatlit, 2011, 464 p.
12. Kartashev A.L., Kartasheva M.A. *Vestnik YuUrGU. Seriya "Mashinostroenie"*, 2013, vol. 13, no. 2, pp. 37–46.
13. Levin V.A., Afonina N.E., Gromov V.G. et al. *Teplofizika i aeromekhanika*, 2013, vol. 20, no. 3, pp. 269–276.
14. Sabirzyanov A.N., Glazunov A.I., Kirillova A.N., Titov K.S. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Aviatsonnaya tekhnika*, 2018, no. 2, pp. 105–111.
15. Sabirzyanov A.N., Kirillova A.N. *Vestnik Kontserna VKO "Almaz – Antei"*, 2018, no. 1, pp. 43–50. DOI: 10.38013/2542-0542-2018-1-43-50
16. Sabirzyanov A.N., Kirillova A.N., Khamatnurova C.B. Geometrical parameters effect of recessed nozzle inlet section on the flow coefficient. *Aerospace MAI Journal*, 2020, vol. 27, no. 2, pp. 140–148. DOI: 10.34759/vst-2020-2-140-148
17. Kirillova A.N., Sabirzyanov A.N. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Aviatsonnaya tekhnika*, 2021, no. 2, pp. 129–135.
18. Shishkov A.A., Panin S.D., Rummyantsev B.V. *Rabochie protsessy v raketnykh dvigatelyakh tverdogo topliva* (Working processes in solid rocket motors), Moscow, Mashinostroenie, 1988, 240 p.
19. Pirumov U.G., Roslyakov G.S. *Gazovaya dinamika sopel* (Gas dynamics of nozzles), Moscow, Nauka. Fizmatlit, 1990, 368 p.
20. Milekhin Yu.M., Klyuchnikov A.N., Burskii G.V., Lavrov G.S. *Energetika raketnykh dvigatelei na tverdom toplive* (Solid fuel rocket energy), Moscow, Nauka, 2013, 207 p.

Статья поступила в редакцию 18.06.2023; одобрена после рецензирования 30.06.2023; принята к публикации 28.08.2023.

The article was submitted on 18.06.2023; approved after reviewing on 30.06.2023; accepted for publication on 28.08.2023.