

Научная статья

УДК 531.3; УДК 629.7.015; УДК 629.73

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=179678>

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ МНОГОСВЯЗНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ПОМОЩЬЮ НОВОГО ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА

Леонид Анатольевич Кондратенко¹, Любовь Ивановна Миронова²✉

^{1,2}Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия

¹kondrat.leonid@yandex.ru

²mironova_lub@mail.ru ✉

Аннотация. Изложена суть моделирования динамики многосвязных нелинейных механических систем с помощью нового численного метода. Построена система нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих взаимодействие различных деталей планера самолета при посадке с неравномерной нагрузкой опор. Представлено решение системы на основе применения модернизированного авторами и экспериментально проверенного метода Рунге-Кутты 4-го порядка. Изложен алгоритм решения и приведены расчетные осциллограммы процесса. Отмечено, что полученные результаты носят качественный характер. Вместе с этим, применение предложенного метода моделирования позволяет детально изучать

динамические явления многосвязных нелинейных механических систем с учетом конструктивных особенностей входящих объектов.

Ключевые слова: механические системы, планер самолета, трение, упругость, скорость, напряжение, нелинейность

Для цитирования: Кондратенко Л.А., Миронова Л.И. Моделирование динамики многосвязных нелинейных механических систем с помощью нового численного метода // Труды МАИ. 2024. № 135. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=179678>

Original article

MODELING THE DYNAMICS OF MULTIPLY CONNECTED NONLINEAR MECHANICAL SYSTEMS USING A NEW NUMERICAL METHOD

Leonid A. Kondratenko¹, Lyubov' I. Mironova²✉

^{1,2}Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

¹kondrat.leonid@yandex.ru

²mironova_lub@mail.ru ✉

Abstract. The article regards the initial stage of an aircraft landing, particularly the Yak-42 aircraft, as a dynamic process of a multi-connected nonlinear mechanical system. Despite the measures taken by pilots on dampening vertical speed and angular oscillations of the aircraft during landing under the impact of the external factors, such as wind, or factors determined by the design properties of the aircraft or its components, there is a possibility

that the landing speed may be exceeded and unacceptable angular oscillations occur. Such deviations, arising at the initial stage of the process under consideration, affect significantly the subsequent aircraft movement along the airfield.

A numerical method developed by the authors, based on the 4-th order Runge-Kutta method, was applied for this process dynamics studying. This method allows studying dynamic processes in almost any system containing any number of nonlinearities, including significant ones. To develop a mathematical model of the process, the method developed by the authors for analyzing motion speeds and stresses is used as well.

A system of linear differential equations has been compiled to describe the movement of different parts of the aircraft airframe. Based on this system of equations, a system of right-hand sides of the equations was compiled. When developing the computational program the system was supplemented with nonlinearities, such as nonlinear friction in the supports (chassis), nonlinear aerodynamic impact on the aircraft airframe parts.

The movement of the consoles was considered from the conditions of deformation under the action of concentrated forces, reduced to the position of the average aerodynamic chord. The article presents the modeling algorithm. Computed oscilloscope patterns, characterizing the initial stage of landing, were obtained while modeling.

Computing process is limited by the physical time for the object in question, equal to one second. Besides, the computation did not account for the change in the supports elasticity caused by the specific dynamics of the aircraft landing gear.

Keywords: mechanical systems, airframe, friction, elasticity, speed, stress, nonlinearity

For citation: Kondratenko L.A., Mironova L.I. Modeling the dynamics of multiply connected nonlinear mechanical systems using a new numerical method // Trudy MAI, 2024, no. 135. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=179678>

Применяемые во многих отраслях промышленности механизмы в большинстве случаев представляют собой многосвязные нелинейные механические системы. Механическая система, являясь носителем определенных движений, представляет собой совокупность взаимосвязанных тел, преобразующих движения одних тел в требуемые движения других. В большинстве таких механизмов имеются движущиеся звенья. При функционировании эти звенья либо совершают полезную работу, либо передают энергию движения для совершения такой работы [1].

Рассматривая особенности функционирования многосвязных механических систем, следует выделить нелинейные зависимости, приводящие к различным динамическим явлениям, например, автоколебаниям, существенно влияющим на все процессы в механизме.

Нелинейности обусловлены разными факторами, в числе которых [1]:

- нелинейное трение, зависящее как от величин скорости скольжения и контактного напряжения сопрягаемых деталей, так и от вектора движения;
- упругость (жесткость) конструкций, осуществляющих передачу мощности;
- люфты, зазоры, гистерезисные петли, ограничения, зоны нечувствительности и др., затрудняющие передачу сигналов (воздействий) по механизму;
- динамические нелинейности, обусловленные зависимостью силы сопротивления от квадрата скорости набегания потока воздуха.

Современные методы исследования динамики механизмов основаны на применении уравнения Лагранжа второго рода и теоремы Гельмгольца, на основе которых выведено известное волновое уравнение, описывающее перемещение частиц вещества [2, 3]. С использованием указанных подходов практические задачи по исследованию колебаний скоростей движения и напряжений решаются опосредованно. Здесь возникает необходимость в поиске изменений второй производной перемещения и в пересчете перемещения в напряжение.

С учетом формализма Гамильтона [2, 3] динамические характеристики объекта, как правило, описываются интегрируемыми дифференциальными соотношениями, которые связывают скорость движения точки тела с силовым воздействием в условиях равновесия. Такие соотношения сводятся в системы линейных и нелинейных дифференциальных уравнений. Поиск решений подобных систем также связан с математическими трудностями.

Кроме этого, разрабатываемая математическая модель будет охватывать класс символических математических объектов в виде чисел и векторов [4], поскольку параметры системы передачи движения могут быть описаны обобщенными координатами в многомерном пространстве [3]. Данный подход предполагает осуществлять математическое моделирование в линейном векторном пространстве методами линейной или векторной алгебры.

Часто для определенных ситуаций движение в нелинейных механических системах можно описать линеаризованными дифференциальными уравнениями. Однако встречаются случаи, например, в системах с люфтом на входном звене, когда это сделать трудно. Если же в конструкции несколько подобных

нелинейностей, то аналитическое решение становится проблемным. В таких ситуациях применяют численные методы [5-10].

В данной работе рассматривается использование модернизированного метода Рунге-Кутты 4-го порядка [11] для решения системы уравнений, описывающих линейные и нелинейные взаимосвязи деталей планера летательного аппарата (ЛА) при посадке.

Рассмотрим начальный этап посадки самолета, в частности самолета Як-42, как динамический процесс многосвязной нелинейной механической системы. Посадка ЛА может осуществляться не только с некоторой вертикальной и горизонтальной скоростями v , v_x , но и при наличии угловой скорости вращения ω относительно центральной оси ЛА, а также при перекосе крыла γ относительно горизонта.

Несмотря на принимаемые пилотами меры по гашению вертикальной скорости и угловых колебаний самолета при посадке под действием внешних факторов, например ветра, или факторов, определяемых конструктивными свойствами самолета или его составных частей, возможно, что может быть превышена посадочная скорость и возникнуть недопустимые угловые колебания. Такие отклонения, возникающие на начальном этапе рассматриваемого процесса, оказывают существенное влияние на последующее движение самолета по аэродрому.

Пусть при посадке имеет место случай, показанный на рис. 1.

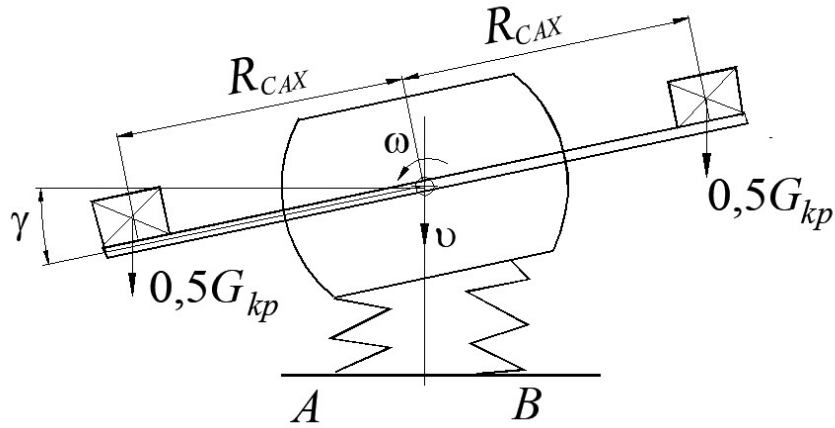


Рис. 1. Взаимодействие опор с поверхностью

Для разработки математической модели данного процесса применим метод анализа скоростей движения и напряжений, изложенный в работах [1], [11, 12]. Положим, что масса каждой консоли крыла сосредоточена в зоне средней аэродинамической хорды (САХ) [13], расположенной от главной центральной оси ЛА на расстоянии $R_{САХ}$.

Систему линейных дифференциальных уравнений, описывающих движение разных частей ЛА, представим в виде

$$m_f \frac{dv_f}{dt} + m_{k1} \frac{dv_{k1}}{dt} + m_{k2} \frac{dv_{k2}}{dt} = f_n [\sigma_{y1,0} + \Delta\sigma_{y1} + \sigma_{y2,0} + \Delta\sigma_{y2}] - H_f - H_{y1} - H_{y2}; \quad (1)$$

$$J_f \frac{d\omega_f}{dt} + m_{k1} R_{САХ}^2 \frac{d(\omega_{k1} + \omega_f)}{dt} + m_{k2} R_{СА}^2 \frac{d(\omega_f - \omega_{k1})}{dt} = f_n b [(\sigma_{y1,0} + \Delta\sigma_{y1})(1 - c \operatorname{sgn} v_1) - (\sigma_{y2,0} + \Delta\sigma_{y2})(1 - c_2 \operatorname{sgn} v_2)] - H_{\omega f} - H_{\omega k1} - H_{\omega k2}; \quad (2)$$

$$- \mathfrak{G}_1 f_{n1} \frac{d\sigma_{y1}}{dt} = v_{f0} + \Delta v_f + \Delta v_{k2} + \Delta v_{k1} + b(\Delta\omega_f + \Delta\omega_{k1} - \Delta\omega_{k2}) + b\omega_{f0}; \quad (3)$$

$$- \mathfrak{G}_2 f_{n2} \frac{d\sigma_{y2}}{dt} = v_{f0} + \Delta v_f + \Delta v_{k2} + \Delta v_{k1} - b(\Delta\omega_f + \Delta\omega_{k1} - \Delta\omega_{k2}) - b\omega_{f0}; \quad (4)$$

$$K_{k1} \left(\frac{dv_f}{dt} - \frac{dv_{kr1}}{dt} \right) = \Delta\sigma_{kr1,0} W_{kr1,0} - H_{\omega k1}; \quad (5)$$

$$\frac{d\sigma_{kr1}}{dt} = -\frac{v_f - v_{kr1}}{\mathfrak{G}_{kr1}}; \quad (6)$$

$$K_{k2} \left(\frac{dv_f}{dt} - \frac{dv_{kr2}}{dt} \right) = \Delta\sigma_{kr2,0} W_{kr2,0} - H_{\omega k2}; \quad (7)$$

$$\frac{d\sigma_{kr2}}{dt} = -\frac{v_f - v_{kr2}}{\mathfrak{G}_{kr2}}; \quad (8)$$

$$K_{k2} \frac{dv_{k2}}{dt} = \Delta\sigma_{kr2,0} W_{kr2,0} - H_{\omega k2} R_{CAx}^{-1}, \quad (9)$$

$$\frac{d\sigma_{kr2}}{dt} = -\frac{\Delta v_{k2}}{\mathfrak{G}_{kr2}}, \quad (10)$$

$$\Delta\omega_{k1} = \frac{\Delta v_{k1}}{R_{CAx}}; \quad \Delta\omega_{k2} = \frac{\Delta v_{k2}}{R_{CAx}}; \quad (11)$$

$$v_{y1} = \omega_f b + v_f; \quad (12)$$

$$v_{y2} = -\omega_f b + v_f. \quad (13)$$

$$v_f = dy_1 / dt; \quad v_{k1} = dy_2 / dt; \quad v_{k2} = dy_3 / dt; \quad \omega_f = d\gamma_f / dt; \quad \omega_{k1} = d\gamma_{k1} / dt; \quad \omega_{k2} = d\gamma_{k2} / dt \quad (14);$$

$$K_{k,1,2} = (0.5G_{kp} + G_d) R_{CAx} / g. \quad (15)$$

В выражениях (1)–(13) индекс «1» отнесен к параметрам левой консоли, индекс «2» – соответственно к правой, рис. 1. Также приняты следующие обозначения: J_f – маховой момент инерции фюзеляжа относительно главной центральной оси ЛА; m_{k1} , m_{k2} – соответственно, массы левой и правой консолей крыла; m_f – масса фюзеляжа при посадке; σ_{y1} , σ_{y2} – условные напряжения (давления) в опорах A и B ; v_{f0} , ω_{f0} – вертикальная и угловая скорости фюзеляжа в момент контакта с поверхностью; Δv_f , $\Delta\omega_f$ – изменения вертикальной и угловой скоростей фюзеляжа; Δv_{k1} , Δv_{k2} , $\Delta\omega_{k1}$, $\Delta\omega_{k2}$ –

изменения соответственно, вертикальных и угловых скоростей движения участков крыла; H_{yf} – потери на трение в фюзеляже при вертикальном движении ЛА; H_{y1}, H_{y2} – потери на трение в левой и правой опорах; $H_{\omega f}$ – потери на трение при вращении фюзеляжа относительно главной центральной оси ЛА; $H_{\omega k1}, H_{\omega k2}$ – потери на трение при угловых колебаниях левой и правой консолей крыла, $H_{\omega k1} = bH_{y1}, H_{\omega k2} = bH_{y2}$; c_1, c_2 – коэффициенты, характеризующие трение скольжения в опорах, пропорциональные нагрузке; ϑ_1, ϑ_2 – функции упругости опор; $2b$ – расстояние между опорами; $\Delta\sigma_{kr1}, \Delta\sigma_{kr2}$ – изменения условных напряжений изгиба в корневом сечении крыла для левой и правой консолей; $W_{kr1,0}, W_{kr2,0}$ – условные геометрические моменты сопротивления корневого сечения крыла для левой и правой консолей; ϑ_{kr} – коэффициент упругости консоли крыла; E_{kr}, J_{kr0} – условный модуль упругости и маховой момент инерции консолей крыла; y_1 – вертикальное перемещение фюзеляжа; y_2 – вертикальное перемещение точки консоли 1 в зоне САХ; y_3 – вертикальное перемещение точки консоли 2 в зоне САХ; γ_f – угол поворота фюзеляжа; γ_{k1} – угол поворота консоли 1; γ_{k2} – угол поворота консоли 2; $\upsilon_f, \upsilon_{k1}, \upsilon_{k2}$ – массовые характеристики консолей крыла, приведенные к зоне САХ; G_{kp} – вес крыла; G_d – дополнительный груз в консоли, $G_d = m_d g$; $K_{k,1,2}$ – коэффициенты, характеризующие инерционные характеристики консолей, приведенные к зоне САХ.

Для численного исследования данной механической системы на базе уравнений (1) – (13) составим систему правых частей.

$$F(1) = Y(7); \quad (16)$$

$$F(2)=Y(8)+Y(7); \quad (17)$$

$$F(3)=Y(9)+Y(7); \quad (18)$$

$$F(4)=Y(10); \quad (19)$$

$$F(5)=Y(11); \quad (20)$$

$$F(6)=Y(12); \quad (21)$$

$$F(7) = \frac{-m_{k1}F(8) - m_{k2}F(9) + f_n(Y(15) + Y(16)) - H_{yf} - H_k - H_{y1} - H_{y2}}{m_f}; \quad (22)$$

$$F(8) = F(7) - \frac{Y(13)W_{kr1,0} - H_{\omega k1}}{K_{k1}}; \quad (23)$$

$$K_{k1} \left(\frac{d\upsilon_f}{dt} - \frac{d\upsilon_{kr1}}{dt} \right) = \Delta\sigma_{kr1,0}W_{kr1,0} - H_{\omega k1}; \quad (24)$$

$$F(9) = \frac{Y(14)W_{kr2,0} - H_{\omega k2}}{K_{k2}}; \quad (25)$$

$$F(10) = \frac{-m_{k1}R_{CAX}F(8) - m_{k2}R_{CAX}F(9) + f_n b(Y(15) - Y(16)) - H_{\omega f} - H_{\omega k1} - H_{\omega k2}}{J_f + R_{CAX}^2(m_{k1} + m_{k2})}, \quad (26)$$

$$F(11) = 0; \quad (27)$$

$$F(12) = 0; \quad (28)$$

$$F(13) = (Y(7) - Y(8)) / \mathfrak{G}_{kr1}; \quad (29)$$

$$F(14) = (Y(7) - Y(9)) / \mathfrak{G}_{kr2}; \quad (30)$$

$$F(15) = - \frac{Y(7) + Y(8) + b(Y(10) + K_{\omega}(Y(8) - Y(9)) / R_{CAX})}{\mathfrak{G}_1 f_{n1}}; \quad (31)$$

$$F(16) = - \frac{Y(7) + Y(9) - b(Y(10) + K_{\omega}(Y(8) - Y(9)) / R_{CAX})}{\mathfrak{G}_2 f_{n2}}. \quad (32)$$

Здесь K_{ω} – коэффициент, учитывающий угловое вращение.

Нелинейностями здесь являются трение в опорах (шасси), аэродинамическое сопротивление деталей планера, упругость опор.

Решение осуществляется по методу Рунге-Кутты 4-го порядка [14], но при этом после каждого из четырех этапов шагового расчета переменной y_i проводится корректировка вычислений с учетом параметров каждой нелинейности.

Алгоритм счета приведен на рис. 2, где в блоке (А) вычисляются правые части дифференциальных уравнений, а в блоке (В) учитываются ограничения. Правильность метода имеет экспериментальное подтверждение.

Моделирование осуществлялось для параметров самолета ЯК-42, имеющего следующие исходные данные [13]. Размах и площадь крыла – $L_K=34.9$ м, $S_K= 150$ м²; масса пустого самолета – $m_0=34500$ кг; масса дополнительного груза – $m_d = 22000$ кг; средняя аэродинамическая хорда – $b_{CAХ} = 4.3$ м; $R_{CAХ} = 8.9$ м; расстояние между опорами – $2b = 5.63$ м; длина самолета – $L_{LA}=36.4$ м; диаметр фюзеляжа – $D_f = 3.8$ м; толщина крыла – $t_K = 0.5$ м; масса каждой консоли – $m_{K1}=m_{K2} = 0.2m_0 = 6900$ кг; масса фюзеляжа с двигателями и хвостовым оперением при посадке – 37200 кг ($m_f= m_n= 0,4m_0$); масса топлива – $m_t = 8925$ кг; площадь фюзеляжа – $S_f = D_f L_{LA}=136.8$ м²; $G_d=0$.

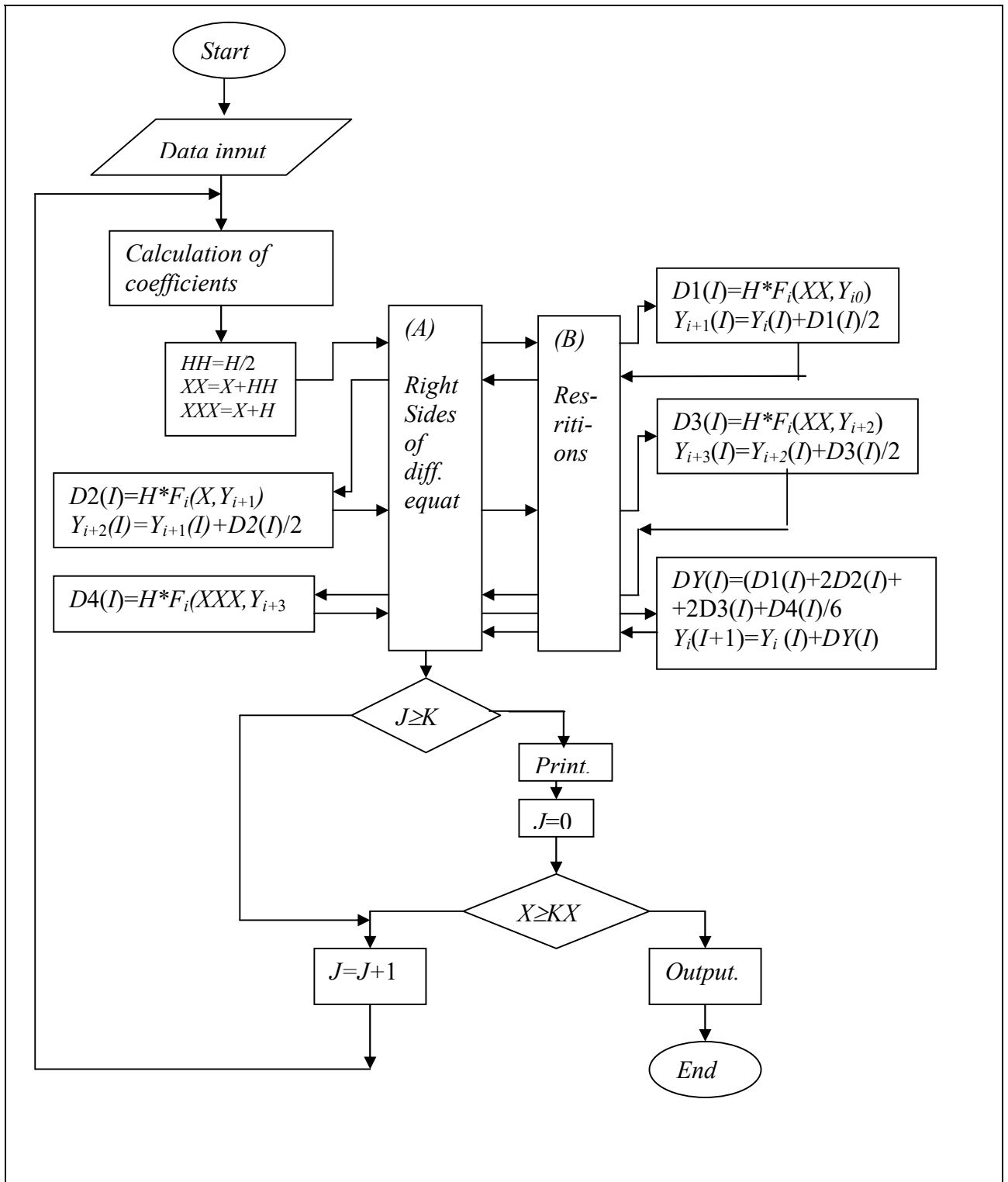


Рис. 2. Алгоритм решения системы нелинейных дифференциальных уравнений

В предположении, что просадка опор ЛА при максимальной нагрузке составляет примерно $0,01 L_K$, коэффициент начальной упругости каждой опоры оценим выражением

$$g = \frac{1}{C_n} = \frac{0.02L_K}{(m_0 + m_d)g} = 1.26 \cdot 10^{-5}, \text{ м/Н.} \quad (33)$$

Для реализации приведенного алгоритма необходимо определить ряд характеристик, вычисление которых приведем ниже.

В случае применения азотно-гидравлической амортизационной стойки в шасси [15] гидродинамическую силу сопротивления движению штока в каждой опоре опишем выражением [16]

$$P_z = f_n 0,5 \zeta_h k_{nh}^2 v_i^2 \rho_m \approx 225 \cdot 0,028 \cdot 400 \cdot v_1^2 = 2520 \cdot v_1^2, \text{ Н; } k_{nh} = f_n / f_h, \quad (34)$$

где ζ_h – коэффициент гидравлического сопротивления отверстия d_h в дросселе, $\zeta_h = 0,5$; ρ_m – плотность масла, $\rho_m = 900 \text{ кг/м}^3$; v_h – скорость движения масла в отверстии диаметром d_h ; f_n – площадь дросселирующих отверстий; f_{hn} – площадь поршня опоры; v_i – скорость перемещения штока, i – индексы опор, $i = 1, 2$.

Также на шток действует сила трения от уплотнений [17]

$$F_{tr} = \mu \pi d_{st} b_{st} P_k, \text{ Н,} \quad (35)$$

где μ – коэффициент трения; d_{st} – диаметр штока; P_k – контактное давление, величина которого зависит от установки уплотнений; b_{st} – длина контакта уплотнений с поверхностью штока.

График изменения коэффициента трения резиновых колец опоры твердостью, равной 75 единиц по Шору, для минерального масла представим полулогарифмической зависимостью, рис. 3 [18], в результате аппроксимации которой получим уравнение

$$\mu = (0,39v^2 - 0,21v + 0,044) \text{ sign}v. \quad (36)$$

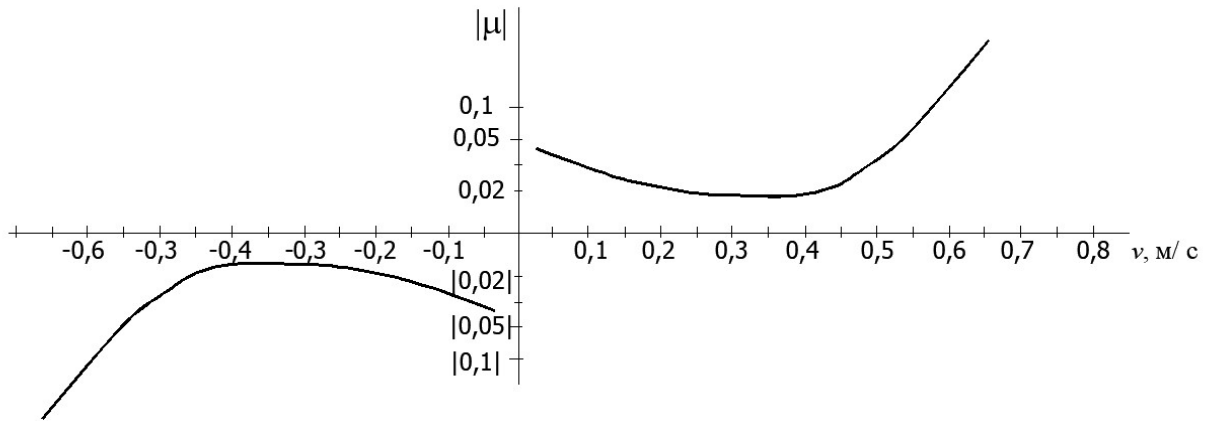


Рис. 3. Зависимость функции трения резинового кольца от скорости v

С учетом (35), (36) силу трения при однонаправленном движении и контактном давлении $P_k = 3$ МПа выразим соотношением

$$F_{tr} = 35325 \cdot (0,39v_1^2 - 0,21v_1 + 0,044), \text{ Н.} \quad (37)$$

Аэродинамическую силу сопротивления оценим из выражения [19]

$$F_{cy} = 0,5 \rho_b v_j^2 C_{yc} S_j, \text{ Н,} \quad (38)$$

где ρ_b – плотность воздуха, $\rho_b = 1,22 \text{ кг/м}^3$; S_j , v_j – площадь и линейная скорость движения части ЛА ($j = 1, 2, 3$ для левой, правой консолей крыла и фюзеляжа соответственно); C_{yc} – коэффициент сопротивления, $C_{yc} = 1,28$ [20].

Потери на трение в фюзеляже при вертикальном движении ЛА составят

$$H_{yf} = 0,5 \cdot 1,22 \cdot 1,28 \cdot D_f L_{LA} = 0,78 \cdot 3,8 \cdot 36,4 v_3^2 = 108 v_3^2, \text{ Н;} \quad (39)$$

Определим потери на трение в левой и правой консолях крыла при угловых колебаниях с учетом потерей на трение в опорах H_{k1} и H_{k2} , соответственно

$$H_{k1} = 0,78 \cdot 0,5 S_K v_I^2 = 0,39 \cdot 150 \cdot v_I^2 = 58,56 v_I^2, \text{ Н;}$$

$$H_{ok1} = R_{CAH} H_{k1} = 8,9 \cdot 58,56 v_I^2 = 521,18 v_I^2, \text{ Нм;} \quad (40)$$

$$H_{k2} = 5,56v_2^2, \text{ Н};$$

$$H_{ok2} = 521,18v_2^2, \text{ Нм}. \quad (41)$$

Вычислим маховые моменты инерции относительно главной центральной оси ЛА [21] для крыла (J_K), фюзеляжа с нагрузкой (J_{fn}), всего ЛА при посадке (J_{LA})

$$J_K = 0,4m_0 L_K^2/12 = 0,033m_0L_K^2 = 0,033*34500*34,9^2 = 1,387*10^6 \text{ кг*м}^2; \quad (42)$$

$$J_{fn} = 0,5(m_f + 13500) (0,5D_f)^2 = 2,47*10^5 \text{ кг*м}^2; \quad (43)$$

$$J_{LA} = J_K + J_{fn} = 16,34*10^5 \text{ кг*м}^2. \quad (44)$$

Массовые характеристики крыла, приведенные к зоне САХ, определим следующим образом

$$K_{k1,2} = 0,5m_{kp} R_{CAH} = 6900*8,9 = 6,14*10^4, \text{ кг*м}. \quad (45)$$

Таким образом, реализуя алгоритм решения системы линейных дифференциальных уравнений (1) – (13) программным способом с учетом вычисленных параметров (34) – (45), проведем моделирование динамики процесса посадки летательного аппарата ЯК-42.

На рис. 4 приведена расчетная осциллограмма изменения параметров процесса посадки ЛА с вертикальной скоростью $v = 3$ м/с и угловой скоростью $\omega = 0,01$ с⁻¹. В программе вычислялись изменения вертикальной v и угловой ω скоростей ЛА, относительные значения давлений в опорах $\Delta P^* = p/p_0$ и напряжений изгиба в корневом сечении консоли $\sigma^* = \sigma_u/\sigma_n$, где p_0 – соответствовало давлению (7 МПа) в опорах при взлете, а σ_n – предельно допустимому напряжению (140 МПа).

Как показали расчеты, физическое время счета одного шага при частоте процессора 2,5 ГГц составляет $\tau = 0,01 \dots 0,04$ мс, что значительно меньше известных вычислительных комплексов.

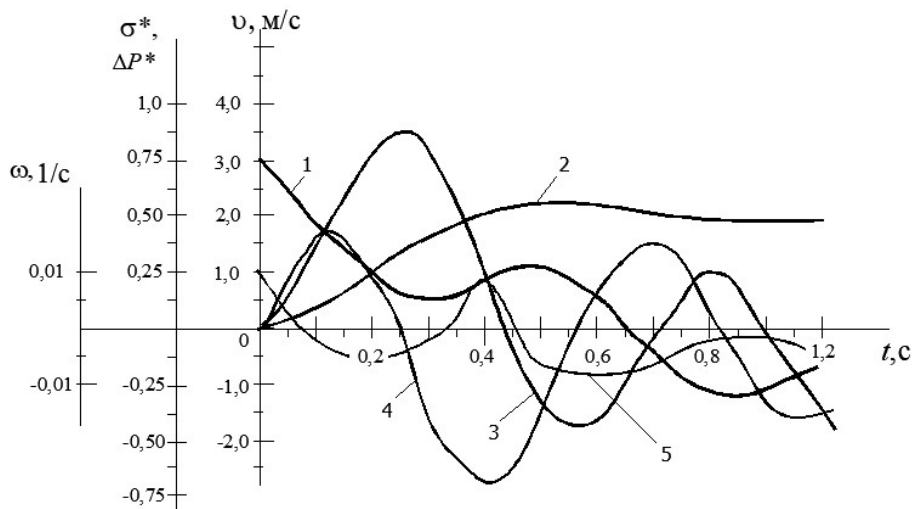


Рис. 4. Расчетная осциллограмма изменения параметров процесса посадки ЛА:

1 – вертикальная скорость (v); 2 – изменение относительного давления в амортизационной стойке ($\Delta \bar{p}$); 3 – скорость движения участка консоли на расстоянии $R_{САХ}$ (v_1); 4 – изменение относительного напряжения в заделке консоли ($\bar{\sigma}$); 5 – угловая скорость качания фюзеляжа (ω)

Процесс счета ограничен физическим временем для рассматриваемого объекта $t = 1$ сек потому, что во время посадки включаются различные тормозные системы, оказывающие сильное влияние. Кроме того, в расчете не учитывалось изменение упругости опор, обусловленное специфической динамикой шасси самолета.

Несмотря на использование известных внешних параметров ЯК-42 полученные результаты носят качественный характер, поскольку здесь не учитывались конкретные конструктивные особенности шасси, структура крыла и др.

Учет фактических параметров объекта даст возможность изучать подробно взаимодействия сопрягаемых деталей в конструкции.

Выполненное исследование показало, что изложенный метод моделирования позволяет получать результаты, адекватно отражающие физическое поведение как летательного аппарата, так и других сложных устройств. Особенно актуальным становится применение предложенного подхода к изучению динамики механизмов, представляющих собой многосвязные нелинейные системы, а также динамики быстро движущихся объектов.

Список источников

1. Кондратенко Л.А., Миронова Л.И. Моделирование динамических процессов в существенно нелинейных системах: монография. - М.: Русайн, 2021. – 226 с.
2. Седов Л.И. Механика сплошной среды. - М.: Недра, 1970. Т. 1. – 492 с. Т. 2. - 490 с.
3. Lanczos C. The variational principles of mechanics, Universitu of Toronto press, Toronto, 1962, 307 p.
4. Routh E.J. Dynamics of a System of Rigid Bodies, Macmillan and Co, London, 1905.
5. Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа. - М.: Наука, ГРФМЛ, 1967. – 368 с.
6. Никольский А.А. Численное решение обратной задачи профиля с использованием метода PGT // Труды МАИ. 2023. № 133. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=177660>

7. Тарасов А.Л. Численное исследование особенностей обтекания вертолетных профилей в эксплуатационном диапазоне изменения углов атаки и чисел Маха // Труды МАИ. 2023. № 131. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=177660>
8. Феоктистов С. И., Андрианов И.К., Марьин С.Б. Численно-аналитическая модель напряжённо деформированного состояния при раздаче тонкостенных трубных заготовок // Труды МАИ. 2023. № 132. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=176840>.
9. Елисеев А.В., Кузнецов Н.К., Миронов А.С. Карты динамических инвариантов в оценке режимов движений механических колебательных систем // Труды МАИ. 2023. № 128. URL: <https://www.trudymai.ru/published.php?ID=171386>. DOI: [10.34759/trd-2023-128-05](https://doi.org/10.34759/trd-2023-128-05)
10. Потанин Д.В., Самохин П.А., Зелёный А.Е., Яковлев И.М., Самохина Е.А. Компьютерное моделирование ударных воздействий на консоли летательного аппарата с учетом нелинейных свойств материалов // Труды МАИ. 2022. № 122. URL: <https://www.trudymai.ru/published.php?ID=164180>. DOI: [10.34759/trd-2022-122-06](https://doi.org/10.34759/trd-2022-122-06)
11. Кондратенко Л.А., Миронова Л.И. Имитационная модель механической системы с существенными нелинейностями «GDPR1_5». Свидетельство о государственной регистрации программы ЭВМ №2018617684, 28.06.2018.
12. Кондратенко Л.А., Миронова Л.И. Математическая модель процесса обработки отверстий на станках с ЧПУ // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2018. № 4. С. 80-87.

13. Зегжда И.С., Бурлуцкий С.Г., Павлов А.М. Расчет летных и маневренных характеристик самолета. - С-Петербург: ГУАП, 2015. - 35 с.
14. Kamke E. Handbook of ordinary differential equations. Leipzig, 1959, 665 p.
15. Новиков Г.А. Техническое обслуживание шасси самолета Як-42. - Самара: СГАУ, 1995. – 56 с.
16. Хохлов В.А. Электрогидравлические следящие системы. - М.: Машиностроение, 1971. - 431 с.
17. Аврутин Р.Д. Справочник по гидроприводам металлорежущих станков. - Л.: Машиностроение, 1965. - 268 с.
18. Абрамов Е.И., Колесниченко К.А., Маслов В.Т. Элементы гидропривода. - Киев, Техника, 1977. - 320 с.
19. Фролов В.А. Аэродинамические характеристики профиля и крыла. - Самара: СГАУ, 2007. - 48 с.
20. Venson T.(ed.) Shape Effects on Drag. NASA, 2010.
21. Яблонский А.А. Курс теоретической механики. - М.: Высшая школа, 1977. - 430 с.

References

1. Kondratenko L.A., Mironova L.I. *Modelirovanie dinamicheskikh protsessov v sushchestvenno nelineinykh sistemakh* (Simulation of dynamic processes in essentially nonlinear systems), Moscow, Rusain, 2021, 226 p.
2. Sedov L.I. *Mekhanika sploshnoi sredy* (Continuum Mechanics), Moscow, Nedra, 1970, vol. 1. – 492 p., vol. 2. - 490 p.

3. Lanczos C. *The variational principles of mechanics*, Universitu of Toronto press, Toronto, 1962, 307 p.
4. Routh E.J. *Dynamics of a System of Rigid Bodies*, Macmillan and Co, London, 1905.
5. Demidovich B.P., Maron I.A., Shuvalova E.Z. *Chislennyye metody analiza* (Numerical methods of analysis), Moscow, Nauka, GRFML, 1967, 368 p.
6. Nikol'skii A.A. *Trudy MAI*, 2023, no. 133. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=177660>
7. Tarasov A.L. *Trudy MAI*, 2023, no. 131. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=177660>
8. Feoktistov S. I., Andrianov I.K., Mar'in S.B. *Trudy MAI*, 2023, no. 132. URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=176840>
9. Eliseev A.V., Kuznetsov N.K., Mironov A.S. *Trudy MAI*, 2023, no. 128. URL: <https://www.trudymai.ru/eng/published.php?ID=171386>. DOI: [10.34759/trd-2023-128-05](https://doi.org/10.34759/trd-2023-128-05)
10. Potanin D.V., Samokhin P.A., Zelenyi A.E., Yakovlev I.M., Samokhina E.A. *Trudy MAI*, 2022, no. 122. URL: <https://www.trudymai.ru/eng/published.php?ID=164180>. DOI: [10.34759/trd-2022-122-06](https://doi.org/10.34759/trd-2022-122-06)
11. Kondratenko L.A., Mironova L.I. *Svidetel'stvo o gosudarstvennoi registratsii programmy EVM №2018617684*, 28.06.2018.
12. Kondratenko L.A., Mironova L.I. *Problemy mashinostroeniya i avtomatizatsii*, 2018, no. 4, pp. 80-87.
13. Zegzhda I.S., Burlutskii S.G., Pavlov A.M. *Raschet letnykh i manevrennykh kharakteristik samoleta* (Calculation of aircraft flight and maneuvering characteristics), Saint Petersburg, GUAP, 2015, 35 p.

14. Kamke E. *Handbook of ordinary differential equations*. Leipzig, 1959, 665 p.
15. Novikov G.A. *Tekhnicheskoe obsluzhivanie shassi samoleta Yak-42* (YAk-42. Aircraft landing gear maintenance), Samara, SGAU, 1995, 56 p.
16. Khokhlov V.A. *Elektrogidravlicheskie sledyashchie sistemy* (Electrohydraulic tracking systems), Moscow, Mashinostroenie, 1971, 431 p.
17. Avrutin R.D. *Spravochnik po gidroprivodam metallorezhushchikh stankov* (Handbook on hydraulic drives of metal-cutting machines), Leningrad, Mashinostroenie, 1965, 268 p.
18. Abramov E.I., Kolesnichenko K.A., Maslov V.T. *Elementy gidroprivoda* (Hydraulic drive elements), Kiev, Tekhnika, 1977, 320 p.
19. Frolov V.A. *Aerodinamicheskie kharakteristiki profilya i kryla* (Aerodynamic characteristics of the profile and wing), Samara, SGAU, 2007, 48 p.
20. Benson T.(ed.) *Shape Effects on Drag*. NASA, 2010.
21. Yablonskii A.A. *Kurs teoreticheskoi mekhaniki* (Theoretical mechanics course), Moscow, Vysshaya shkola, 1977, 430 p.

Статья поступила в редакцию 30.01.2024

Одобрена после рецензирования 02.02.2024

Принята к публикации 26.04.2024

The article was submitted on 30.01.2024; approved after reviewing on 02.02.2024; accepted for publication on 26.04.2024