УДК: 629.7

Алгоритм двухуровневой оптимизации параметров космической системы при наличии неконтролируемых факторов

В. В. Ламзин, Ю. А. Матвеев

Аннотация

Приводится алгоритм двухуровневого согласованного оптимизационного поиска, включающий решение двух стохастических задач проектирования космической системы дистанционного зондирования Земли. Алгоритм учитывает особенности поиска проектных решений в конструкторском бюро при разработке перспективных космических систем.

Ключевые слова

космическая система; неопределенность; проектное решение; многоуровневый процесс; двухуровневая модель; алгоритм..

При проведении проектных исследований перспективных космических систем важно не только выявить основные задачи и связи параметров, но и сформировать эффективный алгоритм согласованной многоуровневой оптимизации параметров системы, исследовать вопросы сходимости и согласования проектных решений.

Можно выделить две схемы алгоритма решения задачи двухуровневой согласованной оптимизации: открытую и закрытую (замкнутую).

К алгоритмам открытой схемы относятся: полный перебор согласованных решений и случайный выбор согласованных решений (процедура ненаправленного поиска).

В первом случае строится целочисленная решетка в неотрицательном ортанте n-мерного линейного пространства: $R^n({}^{i-1}G({}^{i-2}\Pi) \in R^n)$. Для каждой узловой точки линейного пространства решается задача оценки на адаптированных (согласованных) моделях. Алгоритм прост в организации и гарантирует нахождение решения, однако при большой размерности пространства R^n варьируемых параметров значительна трудоёмкость расчётов. При увеличении точности в два раза (уменьшение «ячейки» целочисленной решётки в два раза) число расчётов возрастает в 2^n раз.

Более рационален в этом случае алгоритм случайного выбора согласованных решений. Однако здесь гарантируется попадание пробной точки в δ окрестность экстремума, т.е. нахождение решения с заданной точностью при заданном числе испытаний лишь с некоторой доверительной вероятностью μ. В настоящее время разработаны модификации этого метода, которые позволяют при заданных значениях δ и μ сократить число расчётов. Так в [1] предложен, например, алгоритм случайного выбора с самоорганизацией границ поиска.

Алгоритм закрытой схемы – это квазиградиентный согласованный поиск и алгоритм согласованного оптимизационного поиска. Рассмотрим вначале алгоритм двухуровневого квазиградиентного согласованного поиска, блок-схема которого приведена на рис. 1.

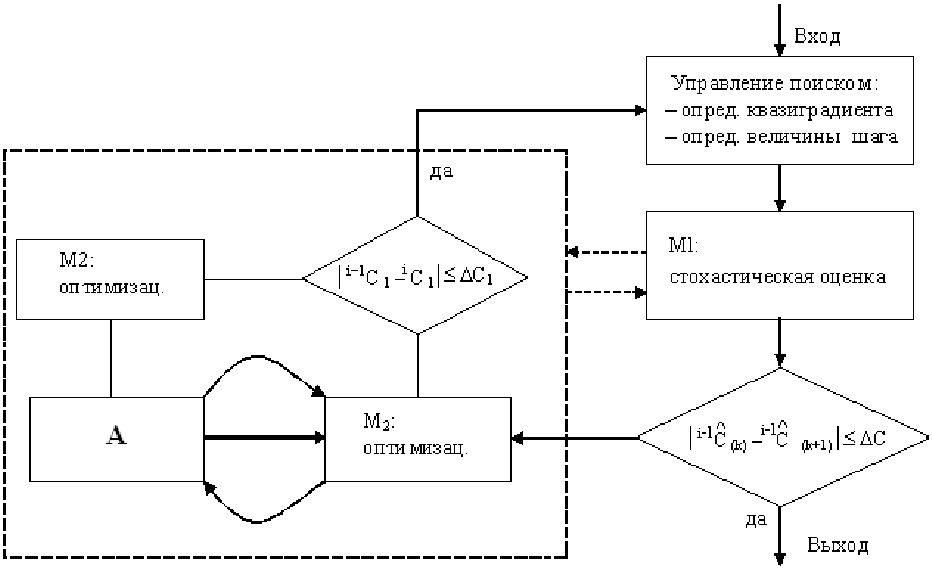

Рис. 1 – Блок-схема алгоритма двухуровневого квазиградиентного согласованного поиска

Идея алгоритма состоит в следующем. Модель системы М1 – стохастическая по природе, т.к. коэффициенты определяются статистическим образом при адаптации (блок А). Естественно, в этом случае воспользоваться процедурой квазиградиентного поиска при решении экстремальной проектной задачи [2]. На каждом шаге поиска здесь проводится определение направления следующего (определение статистических квазиградиентов), переход в новую точку в направлении квазиградиента на заданную величину шага, адаптацию модели в новой точке (т.е. согласование решений на 2-х уровнях управления разработкой на моделях М1 и М2).

Блок-схема алгоритма двухуровневого согласованного оптимизационного поиска приведена на рис. 2. Реализация процедуры включает последовательное решение экстремальных задач верхнего и нижнего уровней управления разработкой, адаптации модели верхнего уровня – формирование аппроксимирующих зависимостей М1 по данным статистических испытаний на М2 в области, определённой на предыдущем шаге. При условии, что целевая функция достаточно хорошая, т.е. гладкая, слабо выпуклая вниз, область поиска невелика или начальная точка находится недалеко от точки экстремума, такой алгоритм обеспечивает нахождение согласованного оптимального решения практически за небольшое число итераций равное 3-4.

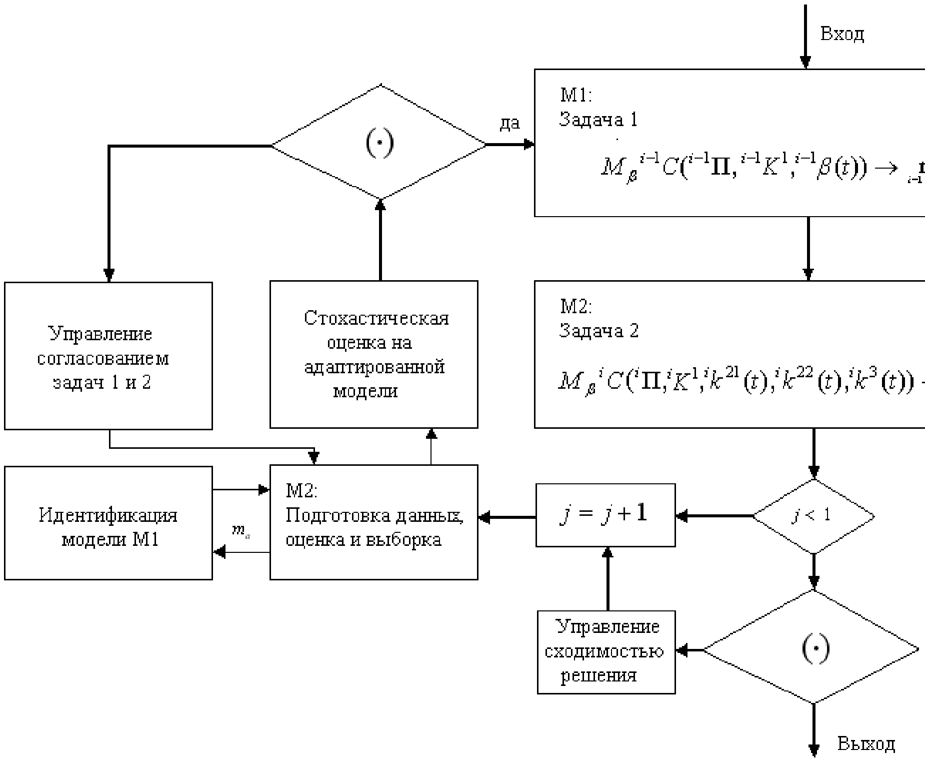

Рис. 2 - Блок-схема алгоритма двухуровневого согласованного оптимизационного поиска

Если условие 2 не выполняется, то может потребоваться несколько большее число итераций, которое связано как с уточнением модели М1 в области решения так и самого решения. Число итераций может значительно увеличиться при сложном характере целевой функции. В случае, когда условие 1 не выполняется, может более экономным оказаться квазиградиентный алгоритм согласованной оптимизации. При определённых условиях поиска может быть также полезен комбинированный алгоритм, когда на начальном этапе используется квазиградиентная процедура, на заключительном – согласованный оптимизационный поиск.

Надо отметить, что последние два алгоритма – квазиградиентный согласованной оптимизации и согласованного оптимизационного поиска – во многом схожи, используются одинаковые процедуры и различна лишь их последовательность использования. Может показаться, что соотношение между указанными алгоритмами такое же, как между алгоритмами градиентной оптимизации и наискорейшего спуска. Однако, эта аналогия чисто внешняя, существо дела здесь разное. Во втором случае при поиске минимума целевой функции сохраняется постоянным не направление поиска, а модель (статистические характеристики модели: $\hat{\beta}$, $\sigma^2\hat{\beta}$).

С практической точки зрения алгоритм согласованного оптимизационного поиска более интересен. В этом случае решение задачи управления на верхнем и нижнем уровне проводится отдельно, т.е. реализуется принцип самостоятельности подготовки решений на верхнем и нижнем уровнях управления с учётом наложенных связей. Поэтому далее мы остановимся на нём подробнее и исследуем сходимость процесса согласованного оптимизационного поиска. При рассмотрении сходимости ограничимся алгоритмом двухуровневого согласованного оптимизационного, блок-схема которого приведена на рис.2.

Входная информация включает следующие данные:

j - порядковый номер итераций поиска (j = 0);

${}^{i-1}K^{21} = {}^{i-2}\Pi^{1}$ - параметры, определяющие внешние связи;

${}^{i-1}\hat{K}^{22}$, $\sigma^{2\,i-1}K^{22}$, ${}^{i}\hat{K}^{22}$ и $\sigma^{2\,i}K^{22}$ - среднее значение и дисперсия определяющих параметров модели верхнего (i-1-го) и нижнего (i-го) уровня;

${}^{i-1}\hat{K}^{3}$ и $\sigma^{2\,i-1}\hat{K}^{3}$ - оценки коэффициентов аппроксимирующих зависимостей;

${}^{i-1}K^{1}$ и ${}^{i}K^{1}$ - неизменяемые параметры.

В алгоритме решаются две экстремальные стохастические задачи верхнего и нижнего уровней управления разработкой. В соответствии с принятыми методами решения этих задач, должны быть заданы параметры:

- управления поиском;

- задающие точность решения и его согласованность ($\Delta C^{зад}$ и $\Delta C_1^{зад}$);

- управления согласованием решений (${}^{i-1}m$, ${}^{i}m$, P и m_a) и их сходимостью ($u_\delta\,{}^{i-1}\Pi^{опт}(j)$).

На каждом j-ом шаге (j=0,1,2,…) согласованного двухуровневого оптимального поиска решаются стохастические задачи:

- на верхнем i-1-ом уровне решается задача 1, решением являются:

${}^{i-1}\Pi^{1опт}$ и $M\,{}^{i}\hat{C}_1^{опт}(j)$;

- на нижнем i - ом уровне решается задача 2, решением являются:

${}^{i-1}\Pi^{опт}(j)$ и $M\,{}^{i}\hat{C}_1^{опт}(j)$.

Проводятся мероприятия по адаптации модели *i*-1-го уровня, определенной в области

$$u_\delta\,{}^{i-1}\Pi^{\text{опт}}(j-1) \in M\,{}^{i-1}G(\cdot),$$

где $M\,{}^{i-1}G(\cdot)$ - математическое ожидание области допустимых значений, определяется, когда функциональные значения случайны: $f(\Pi,\beta) \le 0 \Rightarrow M_{\beta_a}(\Pi,\beta) \le 0$. То есть при соответствующем подборе параметров управления (${}^{i-1}m$, ${}^{i}m$, P и m_a) обеспечивается выполнение неравенства

$$\sigma\left| M_{{}^{i-1}\beta^1}\,{}^{i-1}C_1^{\text{опт}}(j-1) - M_{{}^{i}\beta^1}\,{}^{i}C_1^{\text{опт}}(j-1)\right| \le \Delta C_1^{\text{зад}}.$$

При этом значения ${}^{i-1}\Pi^{1\text{опт}}(j) \ne {}^{i-1}\Pi^{1\text{опт}}(j+1)$ и $M\,{}^{i-1}\hat{C}^{\text{опт}}(j) \ne M\,{}^{i-1}\hat{C}^{\text{опт}}(j+1)$, т.к. оценки аппроксимирующих зависимостей модели 1 (${}^{i-1}\hat{R}^3, \sigma\,{}^{i-1}\hat{R}^3$) на каждом *j*-ом шаге случайны (в основе их лежат случайные данные моделирования на нижнем уровне) и, кроме того, область определения этих зависимостей $u_\delta\,{}^{i-1}\Pi^{\text{опт}}(j-1)$ меняется (центр области и соответственно центр плана испытаний определяется на предыдущем шаге поиска). Известно, что точность решения стохастической задачи верхнего уровня зависит от особенностей используемого метода и числа испытаний ${}^{i-1}m$. Тогда решение случайно, то есть имеет место ${}^{i-1}\hat{\Pi}_{j\text{-}1}^{\text{опт}}$ и $\sigma^2\,{}^{i-1}\hat{\Pi}_{j\text{-}1}^{\text{опт}}$.

Учет этой случайности можно провести при решении задачи 1 и 2 в смешанных стратегиях. Это потребует несколько иного подхода к организации согласованной двухуровневой оптимизации.

Рассмотрим случай решения задач в чистых стратегиях: полагается, что находится достаточно точно ${}^{i-1}\Pi^{\text{опт}}$, при котором выражение $M_\beta C({}^{i-1}\Pi, {}^{i-1}\beta) = \min M_\beta C(\cdot)$ практически имеет место при значительных ${}^{i-1}m$ и ${}^{i}m$ (если используется статистическое моделирование) и при высокой точности используемого метода оптимизации (большом числе итераций).

Таким образом, при сравнении решений на каждом j-ом шаге имеем:

$$\Delta\hat{C}(j) = \left| M_{{}^{i-1}\beta}\,{}^{i-1}C^{\text{опт}}(j) - M_{{}^{i-1}\beta}\,{}^{i-1}C^{\text{опт}}(j-1)\right|.$$

С учетом того, что $M_{{}^{i-1}\beta}\,{}^{i-1}C^{\text{опт}} = {}^{i-1}\hat{C}^{\text{опт}}$ - оценка среднего, выражение для случайной величины $\Delta\hat{C}(j)$ имеет вид

$$\Delta\hat{C}(j) = \left| {}^{i-1}C^{\text{опт}}(j) - {}^{i-1}\hat{C}^{\text{опт}}(j-1)\right|.$$

По аналогии с детерминированным случаем, здесь также как в [3] будем говорить о сходимости в среднем: итерационная процедура согласованной двухуровневой оптимизации сходится, если

$$\forall \Delta C_1^{\text{зад}} \ \eta \ \exists N, \text{ что } M\{\Delta C(j)\} < \Delta C^{\text{зад}} \ \text{ при } \ j \geq N \qquad (1)$$

При наличии неконтролируемых факторов это справедливо для случая $\Delta C^{\text{зад}} > \Delta C^{\text{пред}}$.

Рассмотрим вопросы сходимости.

Если параметры ${}^{i-1}m$, ${}^{i}m$, P и m_a определены или подобраны из условия обеспечения согласованности решений (при постоянном δ, определяющее область значений модели MI: $u_\delta \Pi$), то на сходимость, очевидно, будет влиять организация (положение и величина) области $u_{\delta j}\,{}^{i-1}\Pi^{\text{опт}}(j-1)$ на каждом j-ом шаге поиска. Сформулируем условия, при выполнении которых рассматривается сходимость процедуры согласованного оптимизационного поиска. Будем полагать, что:

1. ${}^{i-1}C({}^{i-1}C_1(\cdot), {}^{i-1}\Pi^*, {}^{i-1}\beta)$, ${}^{i-1}C_1({}^{i-1}\Pi^1, {}^{i-1}\beta)$, ${}^{i}C_1^i({}^{i}\Pi, {}^{i}\beta)$ - функции выпуклые вниз относительно параметров ${}^{i-1}\Pi^*$, ${}^{i-1}\Pi^1$ и ${}^{i}\Pi$ при любых допустимых значениях векторов ${}^{i-1}\beta$ и ${}^{i}\beta$.

2.Области определения ${}^{i-1}G({}^{i-2}\Pi^1, {}^{i-1}\beta)$ и ${}^{i}G({}^{i-1}\Pi, {}^{i}\beta)$ выпуклые, ограниченные и замкнутые множества при любых допустимых ${}^{i-2}\Pi^1, {}^{i-1}\Pi^1, {}^{i-1}\beta, {}^{i}\beta$ и удовлетворяют условию Слейтера, т.е. области не пусты.

3. Пусть план испытаний P, число испытаний m_a, а также число испытаний при решении стохастических задач верхнего и нижнего уровня (${}^{i-1}m$, ${}^{i}m$) не меняется на каждом j-ом шаге поиска.

4. Функция ${}^{i-1}C_1(\cdot)$ линейна относительно вектора коэффициентов ${}^{i-1}K^3$, представлена в виде скалярного произведения (обозначение - $\langle \ \rangle$):

$${}^{i-1}C_1(\cdot) = \langle {}^{i-1}K^3, f({}^{i-1}\Pi - {}^{i-1}\overline{\Pi}, {}^{i-1}K^{22}, {}^{i-1}K^1) \rangle,$$

где $f(\cdot)$ - вектор-функция такой же размерности что и ${}^{i-1}K^3$ ($f_1({}^{i-1}\Pi - {}^{i-1}\overline{\Pi}) = 1$ и $\forall$К - $f_{\text{К}}(\cdot) = 0$ при ${}^{i-1}\Pi = {}^{i-1}\overline{\Pi}$); ${}^{i-1}\Pi$ - вектор параметров управления; ${}^{i-1}\overline{\Pi}$ - фиксированный (средний) вектор параметров управления, определяющий центр плана испытаний при формировании аппроксимирующей модели.

5. Функция ${}^{i-1}C(\cdot)$ аддитивна относительно ${}^{i-1}C_1(\cdot)$.

Таким образом, $M\left\{ {}^{i-1}C(\cdot) \right\} = \sum_{l=1}^{L} \left\{ M\, {}^{i-1}C_l(\cdot) \right\}$.

Первое и второе допущения обусловлены необходимостью решения стохастических экспериментальных задач на верхнем и нижнем уровнях управления (частных стохастических задач оптимизации) квазиградиентным методом [2] .

Докажем теорему сходимости двухуровневого согласованного оптимального поиска при наличии неконтролируемых факторов. Пусть при сделанных выше допущениях в процессе согласованной оптимизации выполняются условия:

1. На каждом j-ом шаге за центр плана испытаний выбирается решение на j-1-ом шаге: $u_{\delta j}({}^{i-1}\Pi^{1\text{опт}}(j-1))$;

2. $u_{\delta j}\, {}^{i-1}\Pi^{1\text{опт}}(j-1) \in G({}^{i-2}\Pi^{1})$;

3. ${}^{i-1}\Pi^{1\text{опт}}(j) \in u_{\delta j}\, {}^{i-1}\Pi^{1\text{опт}}(j-1)$;

4. $\delta_{j-1} \geq \delta_j$; $\delta_j \geq 0$.

Тогда процесс оптимизации сходится, и полученное оптимальное решение является согласованным. Причем согласованность и сходимость понимается в смысле, определенном выше (1).

Пункты 1,2 и 3 определяют управление процессом согласованной двухуровневой оптимизации.

Доказательство:

1. При условии, что ${}^{i-1}\Pi^{1\text{опт}}(j) \in u_{\delta j}\, {}^{i-1}\Pi^{1\text{опт}}(j-1)$ и $\delta_j \geq 0$, при $j \to \infty$ следует: $\Delta\Pi_j = \left| {}^{i-1}\Pi^{1\text{опт}}(j) - {}^{i-1}\Pi^{1\text{опт}}(j-1) \right| \to 0$ или ${}^{i-1}\Pi^{1\text{опт}}(j) \to {}^{i-1}\Pi^{1\text{опт}}$. Если существует ${}^{i-1}\Pi^{1\text{опт}}$, то $\left| {}^{i-1}\Pi^{1\text{опт}}(j) - {}^{i-1}\Pi^{1\text{опт}} \right| \to 0$ и $j \to \infty$.

2. $\Delta C = \left| {}^{i-1}\tilde{C}(j) - {}^{i-1}C(j-1) \right|$; $M\{\Delta C\} = M\left\{ \left| {}^{i-1}\tilde{C}(j) - {}^{i-1}\tilde{C}(j-1) \right| \right\} = M\left\{ \Delta\tilde{C}_{\Sigma}(j) \right\} - M\left\{ \Delta\tilde{C}_{\Sigma}(j-1) \right\}$

при условии статистической независимости $\tilde{C}_{\Sigma}(j)$ и $\tilde{C}_{\Sigma}(j-1)$.

Пусть ${}^{i-1}C(j) \in N\left(M\, {}^{i-1}\tilde{C}(j), \sigma^{2}\, {}^{i-1}\tilde{C}(j) \right)$. Покажем, что при принятом управлении процессом согласованной двухуровневой оптимизации при больших значениях j ($j \to \infty$):

$M\, {}^{i-1}\tilde{C}(j) \cong M\, {}^{i-1}\tilde{C}(j-1)$ и $\sigma^{2}\, {}^{i-1}\tilde{C}(j) \cong \sigma^{2}\, {}^{i-1}\tilde{C}(j-1)$.

Известно, что значение ${}^{i-1}C$ определяется вектором ${}^{i-1}\Pi$ и случайными коэффициентами ${}^{i-1}K^{22}$, ${}^{i-1}K^{3}$, β^{*}, то есть ${}^{i-1}C = f\left({}^{i-1}\Pi, {}^{i-1}K^{22}, {}^{i-1}K^{3}, \beta^{*} \right)$. Причем, с изменением

j изменяются ${}^{i-1}\Pi(j)$ и численные характеристики случайных оценок ${}^{i-1}K^3$: $M\left\{{}^{i-1}\tilde{K}^3\right\}$ и $\sigma^2\left\{{}^{i-1}\tilde{K}^3\right\}$.

Замечание: при многоуровневой статистической оптимизации полагаем, что на каждом j-ом шаге изменение численных характеристик случайных величин

$$ {}^{i-1}K^{22}, {}^{i}K^{22}, \sigma^*\left({}^{i-1}\tilde{K}^{22}, \sigma^2\left\{{}^{i-1}\tilde{K}^{22}\right\}, {}^{i}\tilde{K}^{22}, \sigma^2\left\{{}^{i}\tilde{K}^{22}\right\}, {}^{i-1}\tilde{\beta}^*, \sigma^2\left\{{}^{i-1}\tilde{\beta}^*\right\}\right) $$

не происходит. Однако, если исследование носит многоэтапный характер и происходит совершенствование прогноза определяющих параметров ${}^{i-1}K^{22}, {}^{i}K^{22}, \beta^*$, то согласованная оптимизация на каждом этапе позволит уточнять решение.

Таким образом, данный метод обеспечивает многоуровневую многоэтапную оптимизацию характеристик космической системы.

Принимая во внимание пункт 2 доказательства, при больших значениях j следует

$$ {}^{i-1}\Pi^{\text{опт}}(j) \cong {}^{i-1}\Pi^{\text{опт}}(j-1) \cong {}^{i-1}\Pi^{\text{опт}} $$

Т.о. центры испытаний при больших значениях j совпадают, также по условию одинаковы планы испытаний и число испытаний. При неизменяемом числе монтекарловских испытаний при решении стохастических задач верхнего и нижнего уровней (${}^{i-1}m$, ${}^{i}m$) следует ожидать, что

$$ M\left\{{}^{i-1}\tilde{K}^3\right\}_j \cong M\left\{{}^{i-1}\tilde{K}^3\right\}_{j-1} \text{ и } \sigma^2\left\{{}^{i-1}\tilde{K}^3\right\}_j \cong \sigma^2\left\{{}^{i-1}\tilde{K}^3\right\}_{j-1}. $$

Тогда, если справедливы условия 4 и 5, то выполняется (1). Следовательно, при больших значениях j можно положить, что

$$ {}^{i-1}C^{\text{опт}}(j), {}^{i-1}C^{\text{опт}}(j-1) \in \mathrm{N}\left(M\,{}^{i-1}\tilde{C}(j), \sigma^2\,{}^{i-1}\tilde{C}(j)\right). $$

В таком случае справедлива оценка математического ожидания случайной величины $\Delta\tilde{C}(j)$.

Рассмотрим некоторые утверждения.

Утверждение 1: при заданных ${}^{i-1}m$, ${}^{i}m$, P, m_a, $\Delta C_1^{\text{зад}} > \sigma\varepsilon_{\text{пред}}$ и $\sigma\Delta C_1^{\text{зад}} > \sigma\Delta C_1^{\text{пред}}$ обеспечивается согласованность решений, принимаемых на верхнем и нижнем уровнях управления разработкой при $u_\delta\,{}^{i-1}\overline{\Pi}^{1} \to 0$.

Утверждение 2. При управлении согласованием $u_\delta\,{}^{i-1}\overline{\Pi}^{1} \to 0$ и постоянных значениях ${}^{i-1}m$, ${}^{i}m$, P, m_a величина $\sigma^2\,{}^{i-1}C(\cdot)$ стремится к предельному значению

$$ \sigma^2\,{}^{i-1}C(\cdot) \to \sigma^2\,{}^{i-1}C^{\text{пред}}. \tag{2} $$

Действительно, если ${}^{i-1}C(\cdot) = {}^{i-1}C\left({}^{i-1}C_1(\cdot), \Pi^*, \beta^*(t)\right)$ аддитивна относительно ${}^{2\,i-1}C_1(\cdot)$ и, как показано выше, $\sigma^{2\,i-1}C_1(\cdot) \to \sigma^{2\,i-1}C_1$ при $u_\delta{}^{i-1}\overline{\Pi}^1 \to 0$, то справедливо выражение (2).

В таком случае при $j \to \infty$ и $u_{\delta j}{}^{i-1}\overline{\Pi} \to 0$ и конечных ${}^{i-1}m$, ${}^{i}m$, имеем, что $\sigma^{2\,i-1}\tilde{C}(j)$ уменьшается и стремится к $\Delta^{i-1}C^{\text{пред}}$.

Если $\Delta^{i-1}C^{\text{зад}}(\cdot) > 6\Delta^{i-1}C^{\text{пред}}$, то при некотором значении N и $j \geq N$ выполняется условие сходимости процесса согласованной двухуровневой оптимизации.

Если к условию теоремы добавить требование $\sigma\Delta^{i-1}C^{1\text{зад}} > \sigma\Delta^{i-1}C^{1\text{пред}}$, то справедливо утверждение 1 и, следовательно, полученное оптимальное решение будет согласованным.

Выводы и рекомендации практического использования предложенного алгоритма:

1. При решении экстремальных задач разработчика интересуют вопросы существования и единственности решения. Очевидно, в случае статистической одноуровневой согласованной оптимизации существование и единственность решения обусловлены решением указанных вопросов для частных экстремальных задач верхнего и нижнего уровня управления разработкой. Выполнение условий 1 и 2, приведенных выше, обеспечивает получение единственного решения при согласованной двухуровневой оптимизации.

2. Управление сходимостью и согласованиям решений при двухуровневой оптимизации осуществляется изменением положения и размера области $u_{\delta j}\Pi(j\text{-}1)$. При $\delta_j \to 0$ и $\Pi_j \in u_{\delta j}{}^{i-1}\Pi^{\text{опт}}(j\text{-}1)$ обеспечивается выполнение условия

$$\Delta\Pi = \max_k \left|\Pi_k^{\text{опт}}(j) - \Pi_k^{\text{опт}}(j-1)\right| \leq \Delta\Pi^{\text{зад}},$$

где k – номер шага итерационного решения задачи оптимизации.

При этом решение частной задачи нижнего уровня сходится к оптимальному согласованному. В силу выполнения условий ${}^{i-1}\tilde{R}^3(j) \cong {}^{i-1}\tilde{R}^3(j-1)$ и $\sigma\left\{{}^{i-1}\tilde{R}^3(j)\right\} \cong \sigma\left\{{}^{i-1}\tilde{R}^3(j-1)\right\}$ решение задачи верхнего уровня управления сходится к оптимальному согласованному. Имеет место также уменьшение $M\left\{\Delta\tilde{C}_1(\Pi_j)\right\}, \sigma\left\{\Delta\tilde{C}_1(\Pi_j)\right\}, M\left\{\Delta\tilde{C}\right\}, \sigma\left\{\Delta\tilde{C}\right\}$. Этот процесс может быть представлен в виде рисунка, на котором приводятся возможные траектории изменения оценок $\sigma\left\{\Delta\tilde{C}_1(\Pi_j)\right\}$, $\sigma\left\{\Delta\tilde{C}\right\}$ при различных значениях $u_{\delta j}{}^{i-1}\Pi^{\text{опт}}(j\text{-}1)$. Следует также отметить, что возможна различная очередность выполнения условий согласованности и сходимости.

3. Практическая проверка условия сходимости весьма трудоемка и связана с многократным повторением каждого j-го цикла поиска (для обеспечения достаточной

статистической достоверности число повторений j-го цикла итерационного поиска решения $m_k(j)$ должно быть достаточно большим), а также с определением

$$M\left\{{}^{i-1}\tilde{C}(j)\right\}=\frac{\sum_{1}^{m_k(j)} {}^{i-1}\tilde{C}_k(j)}{m_k(j)} .$$

Представляется целесообразным в таком случае воспользоваться значением $\sigma^2\left\{\Delta^{i-1}\tilde{C}(j)\right\}$.

Имеем: $\Delta^{i-1}\tilde{C}(j)={}^{i-1}\tilde{C}\left({}^{i-1}\Pi(j),{}^{i-1}\tilde{K}^{з}(j),{}^{i-1}\tilde{\beta}\right)$, $\sigma^{2\,i-1}\tilde{C}(j)=\sigma^2\tilde{C}\left({}^{i-1}\Pi(j),\sigma^2\left\{{}^{i-1}\tilde{K}^{з}(j)\right\},\sigma^2\left\{{}^{i-1}\tilde{\beta}\right\}\right)$ и при $j\to\infty$ обеспечивается ${}^{i-1}\Pi(j)\to{}^{i-1}\Pi^{опт}$, $\left|{}^{i-1}\tilde{K}^{з}(j)-{}^{i-1}\tilde{K}^{з}(j-1)\right|\to 0$, $\left|\sigma\left\{{}^{i-1}\tilde{K}^{з}(j)\right\}-\sigma\left\{{}^{i-1}\tilde{K}^{з}(j-1)\right\}\right|\to 0$.

Тогда одновременно обеспечивается уменьшение $M\left\{\Delta C(j)\right\}=M\left\{\left|\Delta C(j)-{}^{i-1}\tilde{C}(j-1)\right|\right\}$ и $\sigma^2\left\{\Delta C(j)\right\}=\sigma^2\left\{...\right\}\to\sigma\Delta C^{пред}$.

Имеем также оценки

$$\sigma^2\left\{{}^{i-1}\tilde{C}(j)\right\}=\frac{\sigma^{2\,i-1}C(j)}{{}^{i-1}m};$$

$$\sigma^{2\,i-1}C(j)=\frac{\sum_{k=1}^{{}^{i-1}m}\left({}^{i-1}C_{jk}-{}^{i-1}C(j)\right)^2}{{}^{i-1}m}; \qquad (3)$$

$${}^{i-1}\tilde{C}(j)=\frac{\sum_{k=1}^{{}^{i-1}m}{}^{i-1}C_k(j)}{{}^{i-1}m}.$$

Т.е. определение $\sigma^2\left\{{}^{i-1}\tilde{C}(j)\right\}$ не требует многократного повторения j-го цикла в процессе поиска решения.

В таком случае, при выполнении условия $\Delta\Pi(j)\le\Delta\Pi^{зад}$ можно рекомендовать при оценке сходимости использовать сравнение

$$\sigma^2\left\{\Delta C(j)\right\}>\sigma^2\Delta C^{зад},\ \sigma^2\Delta C^{зад}>\sigma^2\Delta C^{пред}.$$

Причем $\sigma^2\left\{\Delta C(j)\right\}=\sigma^{2\,i-1}\tilde{C}(j)+\sigma^{2\,i-1}\tilde{C}(j-1)\le 2\sigma^2\tilde{C}(j-1)$, где оценка правой части находится по формуле (3).

На рис. 3 показан типовой график сходимости двухуровневой согласованной оптимизации.

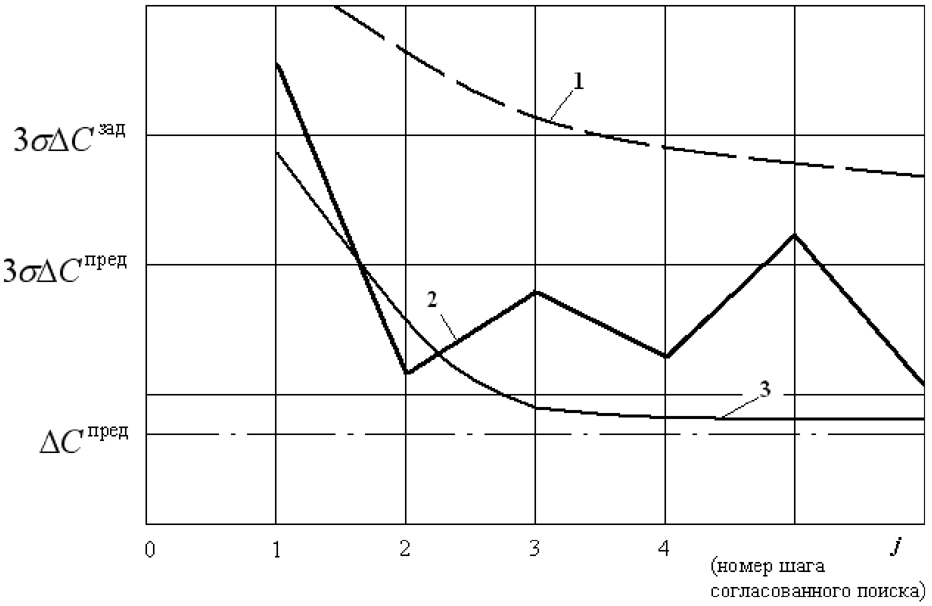

Рис. 3 - Типовой график сходимости двухуровневой согласованной оптимизации: 1 – $3\sigma\left\{{}^{i-1}\hat{C}(j)\right\}$; 2 - $\Delta^{i-1}\hat{C}(j)$; 3 - $M\left\{{}^{i-1}\hat{C}(j)\right\}$.

4. По сравнению с детерминированным случаем [3] при наличии неконтролируемых факторов бывает трудно указать $\sigma^2\Delta C^{\text{зад}}$ и $\sigma^2\Delta C_1^{\text{зад}}$. Поэтому практически индикатором сходимости при условии $\delta_j < \delta_{j-1} < \delta^{\text{пред}}$ является оценка

$$\Delta\Pi(j) = \max_k\left(\Pi_k^{\text{опт}}(j) - \Pi_k^{\text{опт}}(j-1)\right).$$

При выполнении условия $\Delta\Pi(j) \le \Delta\Pi^{\text{зад}}$ процесс поиска согласованного оптимального решения прекращается и определяется $\sigma\left\{\Delta C^1(j)\right\}$ и $\sigma\left\{\hat{C}(j)\right\}$, характеризующие согласование и полученную точность решения, а также величину разброса $\Delta\hat{C}(j)$.

Работа выполнена в рамках реализации мероприятия 1.1 ФЦП "Научно-педагогические кадры инновационной России на 2009-2013 гг. Госконтракт 02.740.11.0471 от 30.09.2009.

Библиографический список

1. Шейнин В.М., Козловский В.И. Весовое проектирование и эффективность пассажирских самолетов. – М.: Машиностроение, 1984. 552 с.

2. Ермольев Ю.М. Методы стохастического программирования. М.: Наука, 1976. 239

с.

3. Матвеев Ю.А., Ламзин В.В. Оптимизация параметров космической системы дистанционного зондирования Земли с учетом особенностей проектно-конструкторских решений космических аппаратов// Вестник МАИ, Москва, 2009. Т.16, № 6. С. 55 - 66.

Сведения об авторах

Ламзин Владимир Владимирович, старший научный сотрудник Московского авиационного института (государственного технического университета), к.т.н., тел.: +7 499 158-42-88, e-mail: matveev_ya@mail.ru

Матвеев Юрий Александрович, профессор Московского авиационного института (государственного технического университета), д.т.н., тел.: +7 499 158-42-88, e-mail: matveev_ya@mail.ru