

МОДЕЛЬ БОЕВЫХ ДЕЙСТВИЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПЕРСПЕКТИВНОГО АВИАЦИОННОГО ВООРУЖЕНИЯ

Александр Михайлович ЖЕРЕБИН родился в 1937 г. в городе Наро-Фоминске Московской области. Заместитель генерального директора ФГУП ГосНИИАС. Доктор технических наук, профессор. Основные научные интересы — в области исследования операций и эффективности сложных технических систем. Автор более 150 научных работ. E-mail: zham@gosniias.ru

Alexander M. ZHEREBIN, D.Sci., was born in 1937, in the Moscow Region. He is a Deputy Director General at the State Research Institute of Aviation Systems (GosNIAS). His main research interests are in operations research and effectiveness of complex systems. He has published over 150 technical papers. E-mail: zham@gosniias.ru

Николай Иванович ЗУРАБЬЯН родился в 1983 г. в городе Москве. Аспирант МАИ. Основные научные интересы — в области математического моделирования операций применения авиационных комплексов различного назначения. Автор двух научных работ. E-mail: nikolay666@mail.ru

Nickolay I. ZURABIAN, was born in 1983, in Moscow. He is a Postgraduate Student at the MAI. His research interests are in mathematical modeling of air operations. He has published 2 technical papers. E-mail: nikolay666@mail.ru

Описана аналитическая модель двустороннего конфликта, с помощью которой может быть решена задача по определению оптимального облика перспективного авиационного вооружения. Специфика модели состоит в подразделении объектов каждой из сторон на ценностные, поражение которых является целью боевой операции, и средства нападения, с помощью которых поражение осуществляется. Для рассматриваемой ситуации решается задача целераспределения. Приведенные результаты параметрических исследований модели демонстрируют важность учета разумного целераспределения в рассматриваемом конфликте. С помощью предлагаемой модели может быть решен целый ряд задач, связанных с оценкой влияния параметров возможного конфликта на его исход.

An analytical model of some two-sided conflict is suggested to support solution of conceptual design optimization problems for advanced aviation ordnance. A peculiarity of the model consists in dividing of objects used by both conflict sides into two categories including target objects appointed to hit in the given operation and striking objects used to realize the operation. A distribution problem is solved for the attacked targets as applies to the situation analyzed. Parametric analysis results demonstrate us how much important is to distribute targets properly in the conflict considered. The proposed model can be used to solve many problems related to evaluation of conflict parameters influence on conflict results.

Ключевые слова: ракета, конфликт, вооружение, самолет, авиация.

Key words: missile, conflict, weapons, aircraft, aviation.

Введение

За последние десятилетия роль авиационной составляющей в вооруженных конфликтах существенно возросла. Этот процесс неразрывно связан с созданием нового авиационного вооружения [1].

Необходимость оценки эффективности новых видов вооружения требует разработки моделей, учитывающих уровни информированности сторон, типы и параметры используемых самолетов, масштабы конфликта и расположение целей и аэродромов, степени защищенности целей и аэродромов, типы и параметры целей, состав и организацию системы ПВО, основные обликосые параметры используемого вооружения.

Одним из возможных типов конфликта, подлежащих рассмотрению, будет конфликт, в котором каждая из сторон имеет возможность наносить удары по территории противника.

В настоящее время существует большое количество аналитических моделей боевых действий, наиболее известными из которых являются модели Ланчестера, Вольтера и т.д [2]. Специфика предлагаемой модели состоит в том, что объекты каждой стороны подразделяются на ценностные, поражение которых является целью боевой операции, и средства нападения, с помощью которых поражение осуществляется. В этом случае для каждой из сторон возникает проблема целераспределения между

средствами нападения противника и целями, подлежащими уничтожению, согласно боевой задаче.

Модель оперирует средними значениями численностей противоборствующих сторон, а также средним числом пораженных целей с каждой стороны, что позволяет установить аналитические зависимости между математическими ожиданиями численностей сторон и пораженных целей с каждой стороны и начальными численностями сторон для заданного конфликта определенной протяженности по времени.

Описание модели

Рассмотрим модель боевых действий однородных авиационных группировок авиационного комплекса (АК), одна из которых имеет N_x средств нападения, а другая N_y , и будем считать, что интересы конфликтующих сторон строго противоположны, т.е. сторона X стремится максимизировать выбранный критерий эффективности, а сторона Y — минимизировать его. Стоит заметить, что в действительности это не всегда отражает реальные намерения сторон.

При этом группировки имеют возможность наносить удары как по целям, так и по аэродромам базирования противоборствующей стороны для снижения собственных потерь на аэродромах базирования и ущерба своим ценностным объектам.

В качестве критерия эффективности принимается разница между числом целей, пораженных стороной X , и числом целей, пораженных стороной Y .

Пусть ξ_x, ξ_y — интенсивности потерь АК при преодолении системы ПВО для сторон X и Y соответственно, определяемые как отношения вероятности поражения самолета в системе ПВО противника за определенный промежуток времени к величине этого временного промежутка; β_x, β_y — коэффициенты, характеризующие интенсивность потерь на аэродромах базирования для сторон X и Y соответственно, определяемые как отношения математического ожидания числа пораженных одним самолетом самолетов противника, находящихся на аэродромах базирования, за определенный промежуток времени к величине этого временного промежутка; p_x, p_y — интенсивности поражения целей противной стороны в расчете на один самолет для сторон X и Y соответственно, определяемые как отношения математического ожидания числа пораженных одним самолетом целей за определенный промежуток времени к величине этого временного промежутка.

Тогда дифференциальные уравнения, написанные в предположении, что совершаются независи-

мые вылеты группами из N_x, N_y самолетов, имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{dN_x}{dt} &= -\beta_x N_y v(t) - \xi_x N_x; \\ \frac{dN_y}{dt} &= -\beta_y N_x u(t) - \xi_y N_y; \\ \frac{dn_x}{dt} &= p_y N_y (1 - v(t)); \\ \frac{dn_y}{dt} &= p_x N_x (1 - u(t)). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $u(t), v(t)$ — часть сил сторон X и Y соответственно, выделенных для ударов по аэродромам базирования:

$$0 \leq u(t) \leq 1; \quad 0 \leq v(t) \leq 1; \quad (2)$$

$N_x(t), N_y(t)$ — численности сторон X и Y в момент времени t ; $n_x(t), n_y(t)$ — текущее число пораженных целей сторон X и Y соответственно.

Значение критерия эффективности при условии, что время операции задано и равно T , будет рассчитываться по формуле

$$K = n_y(T) - n_x(T). \quad (3)$$

Управления $u(t)$ и $v(t)$ определим с учетом того, что каждая сторона осуществляет целераспределение с учетом разумных действий противника.

В этом случае $u(t)$ и $v(t)$ будут решением игры, цена которой определяется соотношением (3) при начальных численностях сторон в момент времени $t = 0$: $N_x(t = 0) = N_x^0$; $N_y(t = 0) = N_y^0$ и при условии, что стороны имеют информацию относительно $\xi_x, \xi_y, \beta_x, \beta_y, p_x, p_y$.

Если процесс описывается линейными дифференциальными уравнениями относительно фазовых координат при

$$\beta_x \neq \beta_x(t), \quad \beta_y \neq \beta_y(t), \quad \xi_x \neq \xi_x(t), \quad \xi_y \neq \xi_y(t),$$

то седловая точка (u^*, v^*) определяется как

$$\max_{u(t)} \min_{v(t)} K(u, v) = \min_{v(t)} \max_{u(t)} K(u^*, v^*). \quad (4)$$

В случае нелинейности дифференциальных уравнений, описывающих процесс, седловая точка может отсутствовать и необходимо искать решение в виде смешанных стратегий [1]. Принципиально это обстоятельство ничего нового в решении не

дает, поэтому далее для простоты будем рассматривать случай (4).

В принятых предположениях в результате решения с помощью функции Гамильтона задачи по отысканию седловой точки (u^*, v^*) оптимальные управления будут иметь вид:

$$u^*(t) = \begin{cases} 1, & \text{если } t < t_x; \\ 0, & \text{если } t \geq t_x; \end{cases} \quad (5)$$

$$v^*(t) = \begin{cases} 1, & \text{если } t < t_y; \\ 0, & \text{если } t \geq t_y. \end{cases} \quad (6)$$

То есть в начальный момент времени обе стороны атакуют только самолеты противника, находящиеся на аэродромах, и в определенный момент времени каждая из сторон переключается полностью на атаку целей.

Время переключения управления t_x (с $u^* = 1$ на $u^* = 0$) для стороны X и t_y (с $v^* = 1$ на $v^* = 0$) для стороны Y вычисляется по формулам:

$$t_x = \begin{cases} \frac{1}{\xi_y} \ln \left(1 - \frac{p_x \xi_y}{\beta_y p_y} \right) + T & \text{при } \begin{cases} \frac{1}{\xi_y} \ln \left(1 - \frac{p_x \xi_y}{\beta_y p_y} \right) < T; \\ p_x \xi_y < p_y \beta_y; \end{cases} \\ 0 & \text{при } \begin{cases} \frac{1}{\xi_y} \ln \left(1 - \frac{p_x \xi_y}{\beta_y p_y} \right) \geq T; \\ p_x \xi_y \geq p_y \beta_y; \end{cases} \end{cases} \quad (7)$$

$$t_y = \begin{cases} \frac{1}{\xi_x} \ln \left(1 - \frac{p_y \xi_x}{\beta_x p_x} \right) + T & \text{при } \begin{cases} \frac{1}{\xi_x} \ln \left(1 - \frac{p_y \xi_x}{\beta_x p_x} \right) < T; \\ p_y \xi_x < p_x \beta_x; \end{cases} \\ 0 & \text{при } \begin{cases} \frac{1}{\xi_x} \ln \left(1 - \frac{p_y \xi_x}{\beta_x p_x} \right) \geq T; \\ p_y \xi_x \geq p_x \beta_x. \end{cases} \end{cases} \quad (8)$$

Неравенство $p_x \xi_y < p_y \beta_y$ может быть переписано в виде

$$\frac{p_x}{\beta_y} < \frac{p_y}{\xi_y}. \quad (9)$$

Правая часть получившегося соотношения представляет собой среднее значение пораженных стороной Y целей на один потерянный самолет стороны Y , наносящий удары по целям стороны X .

Тогда $\frac{p_y}{\xi_y} \beta_y$ — возможное среднее уменьшение числа пораженных целей стороны X за определен-

ный промежуток времени в расчете на один самолет при условии, что он будет наносить удары по самолетам стороны Y , находящимся на аэродромах.

Тогда как одно из необходимых условий нанесения самолетами стороны X ударов по аэродромам базирования стороны Y можно записать:

$$p_x < \frac{p_y}{\xi_y} \beta_y. \quad (10)$$

То есть величина возможного ущерба, нанесенного стороне Y одним самолетом стороны X за определенный промежуток времени, оказывается меньше возможного среднего уменьшения ущерба, нанесенного стороне X стороной Y в случае, если самолет стороны X будет наносить удары по аэродромам базирования стороны Y .

Полученные соотношения позволяют проинтегрировать систему уравнений (1) в квадратурах и получить оптимальные траектории $z^*(t)$, где вектор-функция $z^*(t) = \{N_x^*(t), N_y^*(t), n_x^*(t), n_y^*(t)\}$. При этом решение при $0 < t_x < T$ и $0 < t_y < T$ можно разбить на три случая в зависимости от соотношения t_x и t_y .

Рассмотрим подробно случай $t_x < t_y$.

Здесь оптимальные траектории для $N_x^*(t)$ и $N_y^*(t)$ состоят из трех участков.

Первый участок $0 \leq t \leq t_x$, $u^* = 1$, $v^* = 1$ характеризуется тем, что в первый период конфликта противоборствующие стороны наносят удары по аэродромам базирования.

Система уравнений (1) имеет следующий вид:

$$\frac{dN_x}{dt} = -\beta_x N_y(t) - \xi_x N_x(t);$$

$$\frac{dN_y}{dt} = -\beta_y N_x(t) - \xi_y N_y(t);$$

$$\frac{dn_x}{dt} = 0; \quad (11)$$

$$\frac{dn_y}{dt} = 0.$$

Интегрирование уравнений (11) при начальных условиях дает

$$N_x^*(t) = N_x^0 e^{-\eta t} \left[\text{ch} \theta t - \frac{1}{\theta} \left(K_x \beta_x + \frac{\xi_x - \xi_y}{2} \right) \text{sh} \theta t \right];$$

$$N_y^*(t) = N_y^0 e^{-\eta t} \left[\text{ch} \theta t - \frac{1}{\theta} \left(K_y \beta_y + \frac{\xi_y - \xi_x}{2} \right) \text{sh} \theta t \right], \quad (12)$$

где $\eta = \frac{\xi_x + \xi_y}{2}$; $K_x = N_y^0 / N_x^0$; $K_y = N_x^0 / N_y^0$;

$$\theta = \left[\beta_x \beta_y + \frac{(\xi_x - \xi_y)^2}{4} \right]^{1/2} \quad [3].$$

Второй участок $t_x \leq t \leq t_y$, $u^* = 0$, $v^* = 1$ характеризуется тем, что сторона X производит переключения с поражения аэродромов базирования стороны Y на поражение ее целей, а сторона Y продолжает наносить удары по аэродромам базирования стороны X. При этом уравнения (1) имеют следующий вид:

$$\frac{dN_x}{dt} = -\beta_x N_y(t) - \xi_x N_x(t);$$

$$\frac{dN_y}{dt} = \xi_y N_y(t); \quad (13)$$

$$\frac{dn_x}{dt} = 0;$$

$$\frac{dn_y}{dt} = p_x N_x(t).$$

Интегрирование уравнений (13) при начальных условиях

$$N_x(t_x) = N_x^*(t_x), \quad N_y(t_y) = N_y^*(t_y), \quad n_x(t_x) = n_y(t_x) = 0,$$

определяемых из (12) при $t = t_x$, дает

$$N_x^*(t) = \begin{cases} N_x^*(t_x) - N_y^*(t_x) \frac{\beta_x}{\xi_y - \xi_x} e^{-\xi_x(t-t_x)} \times \\ \times \left[1 - e^{-(\xi_y - \xi_x)(t-t_x)} \right] \text{ при } \xi_x \neq \xi_y; \\ \left[N_x^*(t_x) - N_y^*(t_x) \beta_x (t-t_x) \right] e^{-\xi(t-t_x)} \\ \text{при } \xi_x = \xi_y = \xi; \end{cases} \quad (14)$$

$$N_y^*(t) = N_y^*(t_x) e^{-\xi_y(t-t_x)};$$

$$n_x(t) = 0;$$

$$n_y^*(t) = \begin{cases} \frac{p_x}{\xi_x} \left[N_x^*(t_x) - N_y^*(t_x) \frac{\beta_x}{\xi_y - \xi_x} \right] (1 - e^{-\xi_x(t-t_x)}) + \\ + N_y^*(t_x) \frac{\beta_x p_x}{\xi_y - \xi_x} (1 - e^{-\xi_y(t-t_x)}) \text{ при } \xi_x \neq \xi_y; \\ \frac{p_x}{\xi} \left[N_x^*(t_x) - N_y^*(t_x) \beta_x \left(\frac{1}{\xi} + t - t_x \right) \right] \times \\ \times (1 - e^{-\xi(t-t_x)}) \text{ при } \xi_x = \xi_y = \xi. \end{cases}$$

Третий участок $t_y \leq t \leq T$, $u^* = 0$, $v^* = 0$ характеризуется тем, что обе противоборствующие стороны наносят удары по целям. При этом уравнения (1) имеют следующий вид:

$$\frac{dN_x}{dt} = -\xi_x N_x(t);$$

$$\frac{dN_y}{dt} = -\xi_y N_y(t); \quad (15)$$

$$\frac{dn_x}{dt} = p_y N_y(t);$$

$$\frac{dn_y}{dt} = p_x N_x(t).$$

Интегрирование первых двух уравнений (15) при начальных условиях

$$t = t_y, \quad N_x(t_y) = N_x^*(t_y), \quad N_y(t_y) = N_y^*(t_y),$$

$$n_x(t_y) = 0, \quad n_y(t_y) = n_y^*(t_y),$$

определяемых из (14), дает:

$$N_x^*(t) = N_x^*(t_y) e^{-\xi_x(t-t_y)};$$

$$N_y^*(t) = N_y^*(t_y) e^{-\xi_y(t-t_y)}, \quad (16)$$

а значение критерия эффективности определяется из выражения

$$K^*(T) = n_y^*(T) - n_x^*(T) = n_y^*(t_y) + \\ + \frac{p_x}{\xi_x} N_x^*(t_y) (1 - e^{-\xi_x(T-t_y)}) - \\ - \frac{p_y}{\xi_y} N_y^*(t_y) (1 - e^{-\xi_y(T-t_y)}). \quad (17)$$

В случае $t_y < t_x$ расчеты будут вестись аналогично. В случае же $t_y = t_x = t_{\Pi}$ оптимальные траектории состоят из двух участков: первый при $0 \leq t \leq t_{\Pi}$ аналогичен первому участку для рассмотренного случая, а второй участок $t_{\Pi} \leq t \leq T$ аналогичен третьему участку.

Результаты параметрических исследований модели

С помощью приложения, написанного в среде C++ Builder, были проведены исследования приведенной модели.

В качестве базовой ситуации был рассмотрен конфликт двух сторон с начальными численностями самолетов 20. Продолжительность конфликта — 10 дней.

Пусть каждой стороной совершается в среднем два вылета в сутки.

Также известны:

- 1) средние потери самолетов в системе ПВО противника — 3% и 10% за вылет;
- 2) средние потери самолетов на аэродромах — 5% и 15% в среднем за 12 часов;
- 3) математическое ожидание числа пораженных целей одним самолетом за один вылет — 1 и 1.

Тогда значения параметров модели могут быть представлены в виде таблицы ($T=10$ суток).

Стороны	X	Y
ξ [1/сутки]	0,06	0,2
β [1/сутки]	0,1	0,3
p [1/сутки]	2	2
N_0	20	20

На рисунке приведены зависимости относительных значений математических ожиданий числа пораженных целей $n_{X,Y \text{ отн}}$, а также показателя эффективности ($K_{\text{отн}}$) по отношению к итоговому значению показателя эффективности K от относительного времени $t_{\text{отн}}$.

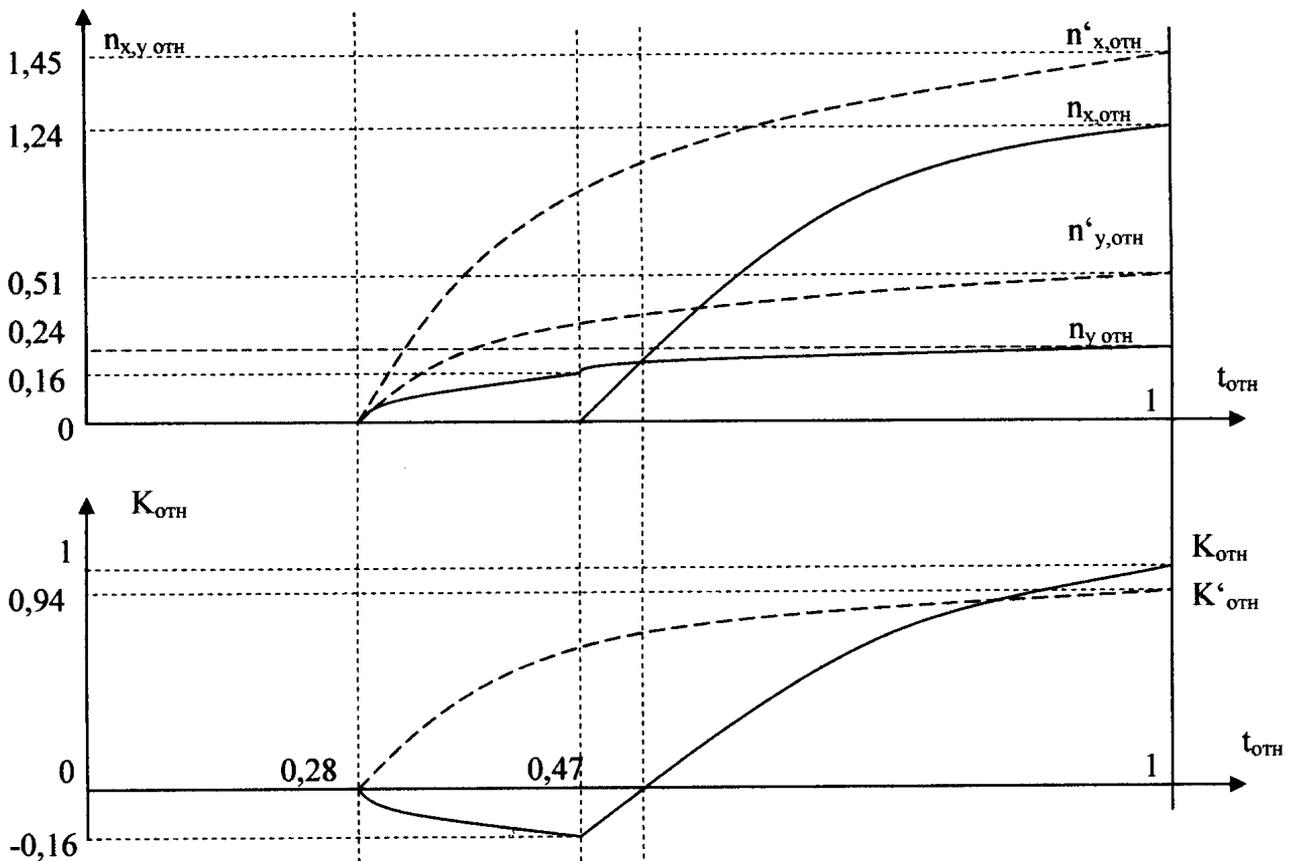
Под относительным временем будем понимать отношение времени, прошедшего от начала операции, к времени операции T .

В этом случае $n_{X,Y \text{ отн}}$ и $K_{\text{отн}}$ вычисляются как отношения математических ожиданий числа пораженных целей сторон и их разности в рассматриваемой ситуации в данный момент времени к итоговой разности между математическими ожиданиями числа пораженных целей.

Из рисунка видно, что графики состоят из трех участков. На первом участке цели не поражаются, поскольку стороны наносят удары только по самолетам противника, а значит, и не меняется значение показателя эффективности операции.

На втором участке самолеты стороны Y переключаются на цели стороны X , в то время как самолеты стороны X по-прежнему атакуют самолеты стороны Y . На этом участке разность пораженных целей оказывается в пользу стороны Y .

На третьем участке самолеты стороны X также переключаются на поражение целей и за счет того, что сторона Y на первых двух участках несла более серьезные потери самолетов, в конфликте достаточно быстро происходит переломный момент, после чего значение показателя эффективности возрастает до итогового.



Зависимости относительных значений математических ожиданий числа пораженных целей и показателя эффективности от относительного времени

Пунктиром изображены зависимости $n'_{x,y}$ от n . В случае, если сторона X переключится на поражение целей в тот же момент, что и сторона Y . В этом случае, несмотря на то что сторона X поразит большее количество целей, за счет уменьшения потерь самолетов стороны Y итоговая разница между пораженными целями уменьшится на 6% по сравнению с первым случаем.

Таким образом, представленные графики наглядно демонстрируют важность учета разумного целераспределения между ценностными объектами и средствами нападения противника в двустороннем конфликте.

Значения ξ , β и p могут быть рассчитаны с использованием существующих моделей расчета полигонной эффективности, а также потерь при преодолении системы ПВО.

Выводы

Таким образом, предлагаемая модель представляет собой аналитическую зависимость между математическими ожиданиями численностей сторон и пораженных целей с каждой стороны и начальными численностями сторон, а также масштабами конфликта, расположением аэродромов и целей, характеристиками используемых самолетов, систем

ПВО и обликowymi характеристиками используемого вооружения.

С помощью этой модели может быть решен целый ряд задач, связанных с оценкой влияния вышеперечисленных параметров на исход возможного конфликта и дальнейшим поиском оптимального решения. Одной из таких задач является определение оптимального облика перспективного вооружения.

Библиографический список

1. Попов В.А. Создание интегрированной информационно-ударной системы — приоритетное направление развития авиационных систем в США в обозримой перспективе // Авиационные системы. Научно-техническая информация. №6. 2006. М.: НИЦ ГосНИИАС, 2006. С. 2-6.
2. Венцель Е.С. Исследование операций. — М.: Советское радио, 1972.
3. Агафонов С.А., Герман А.Д., Муратова Т.В. Дифференциальные уравнения: Учебник для вузов. — М.: МГТУ им. Баумана, 2006.

Московский авиационный институт
ФГУП ГосНИИАС

Статья поступила в редакцию 13.04.2009