

## Исследование условий измерения вращательных и нестационарных производных бокового движения летательных аппаратов

М. А. Захаров.

*Представлены методы измерения вращательных ( $m_x^{\bar{\omega}_x}$ ,  $m_x^{\bar{\omega}_y}$ ,  $m_y^{\bar{\omega}_y}$ ,  $m_y^{\bar{\omega}_x}$ ) и нестационарных ( $m_x^{\bar{\beta}}$ ,  $m_y^{\bar{\beta}}$ ) производных и их комплексов на динамических установках, установленных в аэротрубах. Определены выражения полей относительных скоростей летательного аппарата (ЛА) в колебательном полете и модели ЛА при его имитации. Показано, что при постоянном потоке воздуха измеряются комплексы  $\left[ m_x^{\bar{\omega}_x} + \sin(\alpha_0) \cdot m_x^{\bar{\beta}} \right]$ ,  $\left[ m_y^{\bar{\omega}_x} + \sin(\alpha_0) \cdot m_y^{\bar{\beta}} \right]$  (при колебаниях модели по крену) и  $\left[ \cos(\alpha_0) \cdot m_x^{\bar{\omega}_y} + m_y^{\bar{\beta}} \right]$ ,  $\left[ \cos(\alpha_0) \cdot m_y^{\bar{\omega}_y} + m_y^{\bar{\beta}} \right]$  (при колебаниях по рысканию), где  $\alpha_0$  – угол атаки. Производные ( $m_x^{\bar{\beta}}$ ,  $m_y^{\bar{\beta}}$ ) могут быть измерены при неподвижной модели и угловых колебаниях потока или при линейных колебаниях модели и постоянном потоке. При равных угловых колебаниях модели и потока могут быть измерены производные  $m_x^{\bar{\omega}_y}$ ,  $m_y^{\bar{\omega}_y}$  (при антифазных ко-*

*лебаниях) или комплексы  $\left( \frac{m_x^{\bar{\omega}_y}}{2} + m_x^{\bar{\beta}} \right)$ ,  $\left( \frac{m_y^{\bar{\omega}_y}}{2} + m_y^{\bar{\beta}} \right)$  (при синфазных).*

Известно [1-3], что для нахождения вращательных ( $m_x^{\bar{\omega}_x}$ ,  $m_x^{\bar{\omega}_y}$ ,  $m_y^{\bar{\omega}_y}$ ,  $m_y^{\bar{\omega}_x}$ ) и нестационарных ( $m_x^{\bar{\beta}}$ ,  $m_y^{\bar{\beta}}$ ) безразмерных производных коэффициентов аэродинамического момента бокового движения летательных аппаратов (ЛА) на динамических стендах, установленных в аэротрубах, сначала при постоянном потоке воздуха измеряют комплексы производных:  $\left[ m_x^{\bar{\omega}_x} + \sin(\alpha_0) \cdot m_x^{\bar{\beta}} \right]$ ,  $\left[ m_y^{\bar{\omega}_x} + \sin(\alpha_0) \cdot m_y^{\bar{\beta}} \right]$  (при колебаниях модели ЛА по крену) и  $\left[ m_x^{\bar{\omega}_y} + \cos(\alpha_0) \cdot m_x^{\bar{\beta}} \right]$ ,  $\left[ m_y^{\bar{\omega}_y} + \cos(\alpha_0) \cdot m_y^{\bar{\beta}} \right]$  (при колебаниях по рысканию). Где  $\alpha_0$  – постоянный угол атаки. Для разделения комплексов и измерения нестационарных производных ( $m_x^{\bar{\beta}}$ ,  $m_y^{\bar{\beta}}$ ) требуются эксперименты на установках другого типа: с периодическим поворотом потока, набегающего на неподвижную модель, или с периодическим линейным перемещением модели при постоянном потоке.

В монографии [4] сообщается, что на установках с постоянным потоком и угловыми колебаниями модели из-за кинематических связей параметров движения модели измеряют комплексы

$$\left[ m_{\bar{x}}^{\bar{\omega}_x} + m_{\bar{x}}^{\bar{\beta}} \cdot \sin(\alpha_0) - m_{\bar{x}}^{\bar{\alpha}} \cdot \frac{2b_A}{1} \cdot \cos(\alpha_0) \cdot \operatorname{tg}(\beta_0) \right], \left[ m_{\bar{y}}^{\bar{\omega}_x} + m_{\bar{y}}^{\bar{\beta}} \cdot \sin(\alpha_0) - m_{\bar{y}}^{\bar{\alpha}} \cdot \frac{2b_A}{1} \cdot \cos(\alpha_0) \cdot \operatorname{tg}(\beta_0) \right] \text{ (при колебаниях по крену) и } \left[ m_{\bar{x}}^{\bar{\omega}_y} + m_{\bar{x}}^{\bar{\beta}} \cdot \cos(\alpha_0) - m_{\bar{x}}^{\bar{\alpha}} \cdot \frac{2b_A}{1} \cdot \sin(\alpha_0) \cdot \operatorname{tg}(\beta_0) \right], \left[ m_{\bar{y}}^{\bar{\omega}_y} + m_{\bar{y}}^{\bar{\beta}} \cdot \cos(\alpha_0) - m_{\bar{y}}^{\bar{\alpha}} \cdot \frac{2b_A}{1} \cdot \sin(\alpha_0) \cdot \operatorname{tg}(\beta_0) \right] \text{ (при колебаниях по рысканию) (где } \beta_0 \text{ – постоянный угол скольжения,}$$

$b_A$  – средняя аэродинамическая хорда,



– размах крыла).

Поскольку в [1-4] не имеется выводов о справедливости значений измеряемых комплексов, то представляет определенный интерес попытка математического рассмотрения процесса измерений с целью выяснения фактических значений измеряемых комплексов, а также получения возможности измерения комплексов с новыми пропорциями производных в составе комплексов.

Эта цель достигается методом (подобно методу, примененному в [5] для анализа измерений производных продольного движения), заключающимся в том, что сначала рассматривают частные режимы колебательного полета ЛА с постоянными углами атаки и тангажа, малыми переменными углами крена или рыскания и независимо изменяющимся углом скольжения. Определяют приближенное поле скоростей этого ЛА относительно неподвижного воздуха и коэффициенты момента бокового движения. Проводят анализ кинематики модели ЛА на динамическом стенде, находят поле скоростей модели относительно обдувающего воздуха. Определяют соответствие между полями скоростей частных режимов полета ЛА и полями модели частных случаев использования динамической установки. При совпадении полей модели и ЛА переходят к определению коэффициентов момента модели ЛА и анализу этих коэффициентов с выделением комплексов производных. При этом в результате исследования значения комплексов производных несколько отличаются от приведенных в [1-4].

Условимся параметры ЛА обозначать индексом “л”, параметры модели - индексом “м”. Постоянные параметры обозначаем индексом “0”, переменные – “1”. Переходим к рассмотрению режима полета ЛА.

Пусть ЛА (например, маневренный самолет) совершает полет (см. рис.1) при отсутствии ветра и с угловыми колебаниями вокруг осей  $X$  и  $Y$  со скоростями  $\omega_{xl}(t)$ ,  $\omega_{yl}(t)$ . При этом углы крена  $\gamma_l(t)$  и рыскания  $\psi_l(t)$  являются малыми, а угол тангажа  $\vartheta_l = 0$ .

Соответственно угловые скорости в этом случае [1]:

$$\omega_{xl}(t) \cong \dot{\gamma}_{1l}(t) ; \omega_{yl}(t) \cong \dot{\psi}_{1l}(t) . \quad (1)$$

Для точки А поверхности ЛА с координатами  $x, y, z$  (связанной системы координат  $OXYZ$ , см. рис. 2) векторы линейных скоростей относительно центра масс ЛА (точки  $O$ )  $V_{(вр.х)_л}$ ,

$V_{(вр.у)_л}$ , соответствующие угловым скоростям  $\omega_{хл}$ ,  $\omega_{ул}$ , имеют модули:

$$V_{(вр.х)_л} = \omega_{хл} \cdot r ; V_{(вр.у)_л} = \omega_{ул} \cdot R$$

и направления (перпендикулярные отрезкам  $r$  и  $R$ ) против часовой стрелки, наблюдаемые соответственно с концов осей  $X$  и  $Y$ , где:  $r, R$  - соответственно расстояния от точки А до осей  $X$  и  $Y$ .

Проекции суммы этих векторов на связанные оси  $X, Y, Z$ :

$$\begin{aligned} V_{хлз} + V_{улз} &= \omega_{хл} \cdot R \cdot \sin(\varepsilon) + \omega_{ул} \cdot z ; \\ V_{хлх} + V_{улх} &= -\omega_{хл} \cdot r \cdot \cos(\varepsilon) + \omega_{ул} \cdot x ; \\ V_{хлы} + V_{улы} &= \omega_{хл} \cdot r \cdot \sin(\varepsilon) - \omega_{ул} \cdot R \cdot \cos(\varepsilon) + \omega_{ул} \cdot y - \omega_{хл} \cdot x ; \end{aligned} \quad (2)$$

где:  $\varepsilon$  – соответственно углы наклонов отрезка  $r$  к плоскости  $XOZ$  и  $R$  к плоскости  $XOY$ .

Пусть вектор скорости центра масс ЛА относительно Земли (частиц невозмущенного воздуха) -  $V_{ц.м.з}$  (модуль  $V_{ц.м.з}$ ). Проекция этого вектора на связанные оси [1]:

$$\begin{aligned} V_{ц.м.зX} &= V_{ц.м.з} \cdot \cos(\beta_{л}) \cdot \cos(\alpha_{л}) ; \\ V_{ц.м.зY} &= -V_{ц.м.з} \cdot \cos(\beta_{л}) \cdot \sin(\alpha_{л}) ; \\ V_{ц.м.зZ} &= V_{ц.м.з} \cdot \sin(\beta_{л}) , \end{aligned} \quad (3)$$

где:  $\alpha_{л}$  – угол атаки ЛА, будем рассматривать полет с постоянным углом атаки ( $\alpha_{0л}$ );  $\beta_{л}$  – угол скольжения ЛА, может принимать значения, независимые от  $\omega_{хл}$ ,  $\omega_{ул}$ ,  $\alpha_{0л}$  (за счет возмущающих сил и моментов аэродинамического или другого происхождения; в дальнейшем считаем, что заданные законы  $\beta_{л}(t)$  обеспечены аэродинамикой – периодическим изменением углового положения органа управления “ $\delta$ ”, например, отклонением руля направления, см. уравнения бокового возмущенного движения [4]). Соответственно

$$\beta_{л} = \beta_{0л} + \beta_{1л} ; \delta_{л} = \delta_{0л} + \delta_{1л} ,$$

где:  $\beta_{0л}$  – постоянная и  $\beta_{1л}$  – переменная составляющие угла скольжения,  $\delta_{0л}$  – постоянная и  $\delta_{1л}$  – переменная составляющие углового положения органа управления.

Вектор скорости точки А ЛА относительно Земли (частиц невозмущенного воздуха)

$$V_{лв} = V_{ц.м.з} + V_{(вр.х)_л} + V_{(вр.у)_л} . \quad (4)$$

Так что проекции вектора  $V_{лв}$  на связанные оси из (2) – (4) (система уравнений поля скоростей ЛА):

$$\begin{aligned} V_{лвX} &= V_{ц.м.з} \cdot \cos(\alpha_{0л}) \cdot \cos(\beta_{л}) + \omega_{ул} \cdot z ; \\ V_{лвY} &= -V_{ц.м.з} \cdot \sin(\alpha_{0л}) \cdot \cos(\beta_{л}) - \omega_{хл} \cdot z ; \\ V_{лвZ} &= V_{ц.м.з} \cdot \sin(\beta_{л}) + \omega_{хл} \cdot y - \omega_{ул} \cdot x . \end{aligned} \quad (5)$$

$$\text{Пусть } \gamma_{л} = \gamma_{мл} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\gamma_{л}}); \psi_{л} = \psi_{мл} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{л}}); \beta_{л} = \beta_{0л} + \beta_{мл} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\beta}), \quad (6)$$

где:  $\Omega$  – угловая частота колебаний;  $\gamma_{мл}$ ,  $\psi_{мл}$ ,  $\beta_{мл}$  – соответственно амплитуды,  $\zeta_{\gamma_{л}}$ ,  $\zeta_{\psi_{л}}$ ,  $\zeta_{\beta}$  – начальные фазы колебаний углов  $\gamma_{л}$ ,  $\psi_{л}$ ,  $\beta_{л}$ .

Тогда из (1), (6) имеем:

$$\omega_{хл} \cong \omega \cdot \gamma_{мл} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\gamma_{л}}) \quad ; \quad \omega_{ул} \cong \omega \cdot \psi_{мл} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{л}}) \quad ; \quad \beta_{л} = \omega \cdot \beta_{мл} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\beta}). \quad (7)$$

Соответственно поле скоростей ЛА (5) будет иметь вид:

$$\begin{aligned} V_{лвX} &= V_{ц.м.з} \cdot \cos(\alpha_{0л}) \cdot \cos[\beta_{0л} + \beta_{мл} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\beta})] + \omega \cdot \psi_{мл} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{л}}) \cdot z \quad ; \\ V_{лвY} &= -V_{ц.м.з} \cdot \sin(\alpha_{0л}) \cdot \cos[\beta_{0л} + \beta_{мл} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\beta})] - \omega \cdot \gamma_{мл} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\gamma_{л}}) \cdot z \quad ; \\ V_{лвZ} &= V_{ц.м.з} \cdot \sin[\beta_{0л} + \beta_{мл} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\beta})] + \omega \cdot \gamma_{мл} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\gamma_{л}}) \cdot y - \\ &- \omega \cdot \psi_{мл} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{л}}) \cdot x \quad . \end{aligned} \quad (8)$$

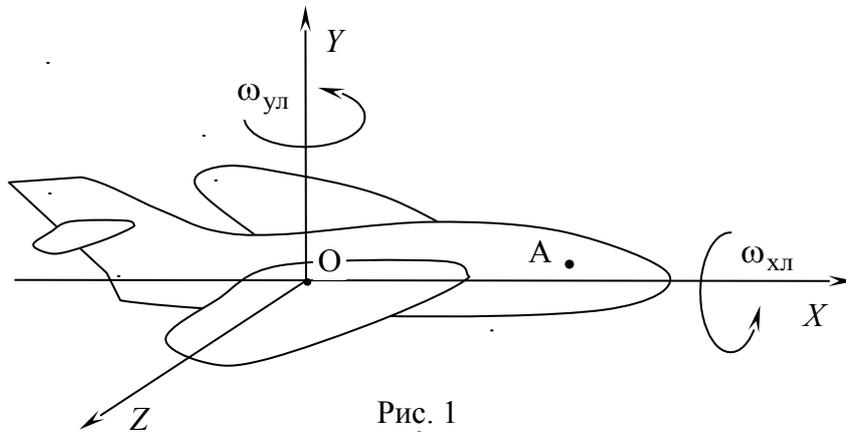


Рис. 1

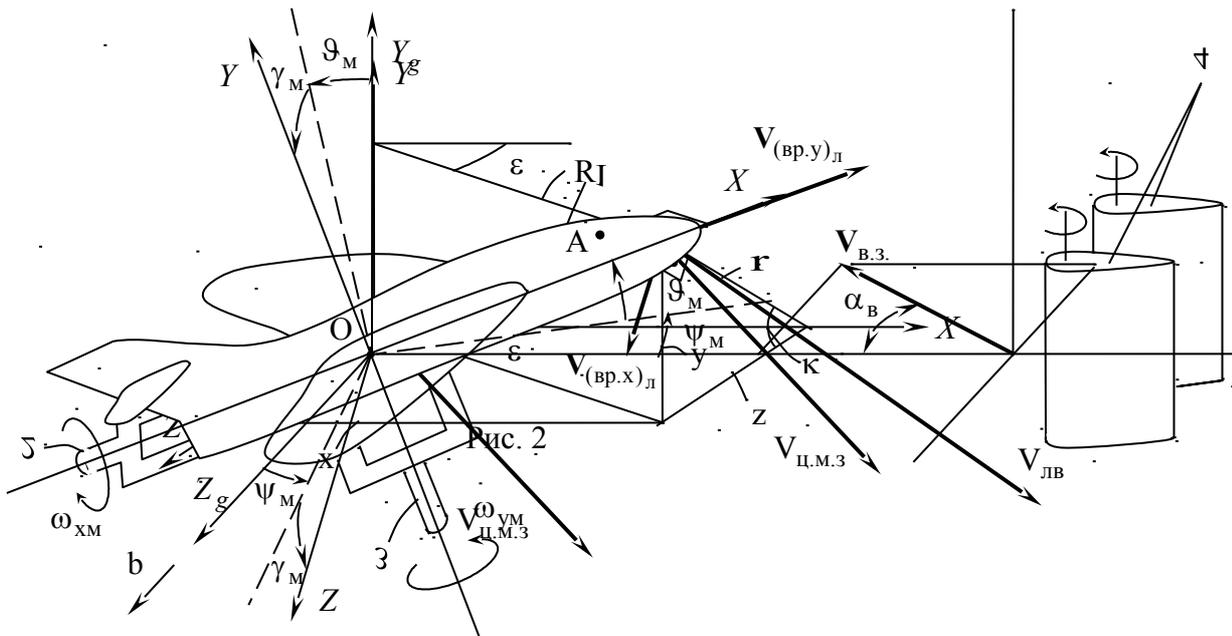


Рис. 2

Рис. 3

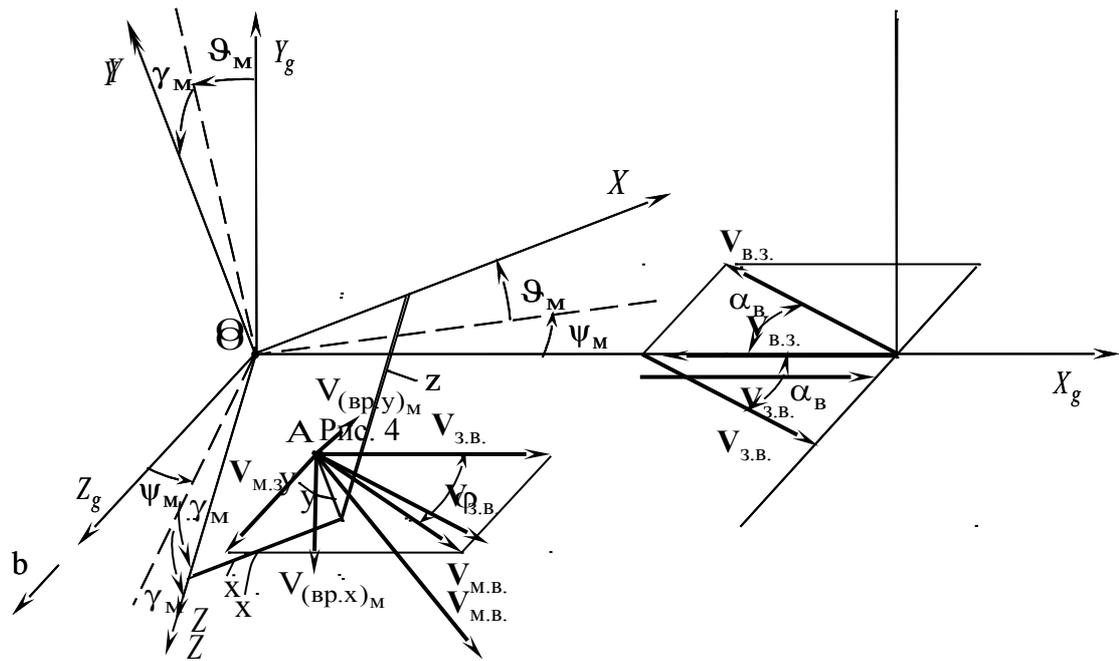


Рис. 5

В соответствии с [4] при  $\bar{\alpha}_l = \bar{\omega}_{z_l} = 0$  для колебательного полета запишем выражения коэффициентов аэродинамических моментов бокового движения с безразмерными производными.

$$m_x = m_{x_{ст}}(\alpha_{0л}, \beta_{0л}, \delta_{0л}) + m_x^\delta \cdot \delta_{1л} + m_x^\beta \cdot \beta_{1л} + m_x^{\bar{\omega}_x} \cdot \bar{\omega}_{xл} + m_x^{\bar{\beta}} \cdot \bar{\beta}_{1л} + m_x^{\bar{\omega}_y} \cdot \bar{\omega}_{yл} ;$$

$$m_y = m_{y_{ст}}(\alpha_{0л}, \beta_{0л}, \delta_{0л}) + m_y^\delta \cdot \delta_{1л} + m_y^\beta \cdot \beta_{1л} + m_y^{\bar{\omega}_x} \cdot \bar{\omega}_{xл} + m_y^{\bar{\beta}} \cdot \bar{\beta}_{1л} + m_y^{\bar{\omega}_y} \cdot \bar{\omega}_{yл} ,$$

Где:  $m_{x_{ст}}(\alpha_{0л}, \beta_{0л}, \delta_{0л})$ ,  $m_{y_{ст}}(\alpha_{0л}, \beta_{0л}, \delta_{0л})$  – статические составляющие;  $m_x^\delta$ ,  $m_y^\delta$ ,  $m_x^\beta$ ,  $m_y^\beta$  – статические производные.

Откуда, с учетом (6), (7) и выражений безразмерных скоростей и безразмерных производных [4], получаем:

$$\begin{aligned} m_x &= m_{x_{ст}}(\alpha_{0л}, \beta_{0л}, \delta_{0л}) + m_x^\delta \cdot \delta_{1л} + m_x^\beta \cdot \beta_{мл} \cdot \sin(\omega t + \zeta_\beta) + m_x^{\bar{\omega}_x} \cdot \frac{l}{2 \cdot V_{ц.м.3}} \cdot \omega \cdot \gamma_{мл} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\gamma_l}) + \\ &+ m_x^{\bar{\beta}} \cdot \frac{l}{2 \cdot V_{ц.м.3}} \cdot \omega \cdot \beta_{мл} \cdot \cos(\omega t + \zeta_\beta) + m_x^{\bar{\omega}_y} \cdot \frac{l}{2 \cdot V_{ц.м.3}} \cdot \omega \cdot \psi_{мл} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_l}) ; \\ m_y &= m_{y_{ст}}(\alpha_{0л}, \beta_{0л}, \delta_{0л}) + m_y^\delta \cdot \delta_{1л} + m_y^\beta \cdot \beta_{мл} \cdot \sin(\omega t + \zeta_\beta) + m_y^{\bar{\omega}_x} \cdot \frac{l}{2 \cdot V_{ц.м.3}} \cdot \omega \cdot \gamma_{мл} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\gamma_l}) + \\ &+ m_y^{\bar{\beta}} \cdot \frac{l}{2 \cdot V_{ц.м.3}} \cdot \omega \cdot \beta_{мл} \cdot \cos(\omega t + \zeta_\beta) + m_y^{\bar{\omega}_y} \cdot \frac{l}{2 \cdot V_{ц.м.3}} \cdot \omega \cdot \psi_{мл} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_l}) . \end{aligned} \quad (9)$$

Для имитации частных случаев такого колебательного полета и измерения соответствующих комбинаций вращательных и нестационарных производных бокового движения применяют динамические установки [1, 2], устанавливаемые в аэродинамических трубах. Для расширения функциональных возможностей имеющегося средства измерений комплексов производных бокового движения дополним установку устройством поворота потока [3, 6] и рассмотрим функционирование получившейся установки (см. рис.3). Модель 1 ЛА установлена в аэродинамической трубе и закреплена на опоре 2 (при задании угловой скорости  $\omega_{хм}$  колебаний по оси  $X$ ) или на опоре 3 (при задании угловой скорости  $\omega_{ум}$  колебаний по оси  $Y$ ). Модель повернута в азимуте относи-

тельно оси  $X_g$  (нормальной системы координат  $OX_gY_gZ_g$ ) на угол  $\psi_M$ , имеет угол тангажа  $\vartheta_M$  и, при колебаниях вокруг  $X$ , отклоняется на угол крена  $\gamma_M$ . Устройство поворота потока воздуха имеет створки 4 (показаны только две), которые могут поворачиваться вокруг своих осей, параллельных вертикальной оси  $X_g$ . При периодических поворотах створок 4 воздушный поток на выходе створок также периодически изменяет направление. Так что частицы воздуха перед моделью имеют вектор скорости (относительно Земли)  $\mathbf{V}_{в.з.}$  (с модулем  $V_{в.з.}$ ), лежащий в горизонтальной плоскости (в плоскости  $X_gOZ_g$ ). При этом угол в горизонтальной плоскости между вектором  $\mathbf{V}_{в.з.}$  и направлением противоположным оси  $X_g$  обозначим  $\alpha_B$ .

Массогабаритные параметры модели и исследуемого ЛА предполагаем одинаковыми, падением амплитуды колебаний скорости воздуха по линии распространения потока в трубе пренебрегаем. Считаем, что при задании  $\omega_{xM}$ ,  $\omega_{yM}$  модель поворачивается через ее центр масс (точку O).

Для определения поля скоростей модели рассмотрим рис.4, где показано нахождение результирующего вектора скорости точки A модели. Имеем проекции вектора ( $\mathbf{V}_{з.в.} = -\mathbf{V}_{в.з.}$ ) скорости Земли относительно воздуха на оси  $X_g, Y_g, Z_g$  нормальной системы координат:

$$V_{з.в.X_g} = V_{в.з.} \cdot \cos(\alpha_B); \quad V_{з.в.Y_g} = 0; \quad V_{з.в.Z_g} = V_{в.з.} \cdot \sin(\alpha_B).$$

Для нахождения проекций вектора  $\mathbf{V}_{з.в.}$  на связанные оси воспользуемся формулами перехода [1] (направляющими косинусами) от нормальной к связанной системе координат:

$$V_{з.в.X} = V_{з.в.X_g} \cdot \cos(\psi_M) \cdot \cos(\vartheta_M) + V_{з.в.Y_g} \cdot \sin(\vartheta_M) + V_{з.в.Z_g} \cdot [-\sin(\psi_M) \cdot \cos(\vartheta_M)];$$

$$V_{з.в.Y} = V_{з.в.X_g} \cdot [-\cos(\psi_M) \cdot \sin(\vartheta_M) \cdot \cos(\gamma_M) + \sin(\psi_M) \cdot \sin(\gamma_M)] + V_{з.в.Y_g} \cdot \cos(\vartheta_M) \cdot \cos(\gamma_M) + V_{з.в.Z_g} \cdot [\cos(\psi_M) \cdot \sin(\gamma_M) + \sin(\psi_M) \cdot \sin(\vartheta_M) \cdot \cos(\gamma_M)];$$

$$V_{з.в.Z} = V_{з.в.Z_g} \cdot [\cos(\psi_M) \cdot \sin(\vartheta_M) \cdot \sin(\gamma_M) + \sin(\psi_M) \cdot \cos(\gamma_M)] + V_{з.в.Z_g} \cdot [-\cos(\vartheta_M) \cdot \sin(\gamma_M)] + V_{з.в.Z_g} \cdot [\cos(\psi_M) \cdot \cos(\gamma_M) - \sin(\psi_M) \cdot \sin(\vartheta_M) \cdot \sin(\gamma_M)].$$

Так что после подстановки значений  $V_{з.в.X_g}$ ,  $V_{з.в.Y_g}$ ,  $V_{з.в.Z_g}$  и упрощений требуемые проекции имеют вид:

$$V_{з.в.X} = V_{в.з.} \cdot \cos(\alpha_B + \psi_M) \cdot \cos(\vartheta_M);$$

$$V_{з.в.Y} = -V_{в.з.} \cdot [\cos(\alpha_B + \psi_M) \cdot \sin(\vartheta_M) \cdot \cos(\gamma_M) - \sin(\alpha_B + \psi_M) \cdot \sin(\gamma_M)]; \quad (10)$$

$$V_{з.в.Z} = V_{в.з.} \cdot [\sin(\alpha_B + \psi_M) \cdot \cos(\gamma_M) + \cos(\alpha_B + \psi_M) \cdot \sin(\vartheta_M) \cdot \sin(\gamma_M)].$$

Поскольку вектор ( $\mathbf{V}_{м.в.}$ ) скорости точки A модели (с координатами x, y, z) относительно воздуха равен сумме векторов от вращения модели ( $\mathbf{V}_{(вр.x)M}$ ,  $\mathbf{V}_{(вр.y)M}$ ) и вектора ( $\mathbf{V}_{з.в.}$ ) скорости Земли относительно воздуха:

$$\mathbf{V}_{\text{м.в.}} = \mathbf{V}_{(\text{вр.х})_M} + \mathbf{V}_{(\text{вр.у})_M} + \mathbf{V}_{\text{з.в.}}, \quad (11)$$

то проекции  $\mathbf{V}_{\text{м.в.}}$  на оси  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  равны:

$$\begin{aligned} V_{\text{м.в.}X} &= V_{(\text{вр.х})_{MX}} + V_{(\text{вр.у})_{MX}} + V_{\text{з.в.}X}; \\ V_{\text{м.в.}Y} &= V_{(\text{вр.х})_{MY}} + V_{(\text{вр.у})_{MY}} + V_{\text{з.в.}Y}; \\ V_{\text{м.в.}MZ} &= V_{(\text{вр.х})_{MZ}} + V_{(\text{вр.у})_{MZ}} + V_{\text{з.в.}Z}. \end{aligned} \quad (12)$$

Из (12), с учетом (2) (с изменением индексов “л” на “м”) и (10) (с учетом того, что постоянный крен модели должен отсутствовать и угол  $\gamma_M$  может содержать в дальнейшем только переменную составляющую  $\gamma_{1M}$ ), имеем систему уравнений поля скоростей модели:

$$\begin{aligned} V_{\text{м.в.}X} &= \omega_{\text{ум}} \cdot z + V_{\text{в.з.}} \cdot \cos(\alpha_B + \psi_M) \cdot \cos(\vartheta_M); \\ V_{\text{м.в.}Y} &= -\omega_{\text{хм}} \cdot z - V_{\text{в.з.}} [\cos(\alpha_B + \psi_M) \cdot \sin(\vartheta_M) \cdot \cos(\gamma_{1M}) - \sin(\alpha_B + \psi_M) \cdot \sin(\gamma_{1M})]; \\ V_{\text{м.в.}Z} &= \omega_{\text{хм}} \cdot y - \omega_{\text{ум}} \cdot x + V_{\text{в.з.}} [\sin(\alpha_B + \psi_M) \cdot \cos(\gamma_{1M}) + \cos(\alpha_B + \psi_M) \cdot \sin(\vartheta_M) \cdot \sin(\gamma_{1M})]. \end{aligned} \quad (13)$$

При этом кинематическая связь параметров движения модели ([1] при  $\omega_{\text{зм}} = 0$ ):

$$\dot{\gamma}_M = \omega_{\text{ум}} \cdot \sin(\gamma_M); \quad \dot{\psi}_M = \frac{\omega_{\text{ум}} \cdot \cos(\gamma_M)}{\cos(\vartheta_M)}; \quad \dot{\gamma}_M = \omega_{\text{хм}} - \text{tg}(\vartheta_M) \cdot \omega_{\text{ум}} \cdot \cos(\gamma_M). \quad (14)$$

Обратим внимание на то, что угловое положение органа управления модели – постоянное

$$\delta_M = \delta_{0M}.$$

Рассмотрим частные случаи использования установки рис.3 и соответствующие этим случаям проекции вектора  $\mathbf{V}_{\text{м.в.}}$ , применяя (13). Частные случаи будут отличаться друг от друга нулевыми или ненулевыми значениями следующих параметров модели: угловых скоростей  $\omega_{\text{хм}}$ ,  $\omega_{\text{ум}}$ , постоянных составляющих угла рыскания  $\psi_{0M}$  и угла тангажа  $\vartheta_{0M}$ , угла поворота потока воздуха  $\alpha_B$  (наличие или отсутствие колебаний потока воздуха).

$$1) \alpha_B = 0; \quad \omega_{\text{ум}} = 0; \quad \omega_{\text{хм}} \neq 0; \quad \psi_{0M} = 0; \quad \vartheta_{0M} \neq 0.$$

Из (14) следует:  $\dot{\gamma}_M = 0$  и  $\vartheta_M = \vartheta_{0M} = \text{const}$ ;  $\dot{\psi}_M = 0$  и  $\psi_{1M} = 0$ ; (соответственно  $\psi_M = 0$ )

$$\dot{\gamma}_M = \omega_{\text{хм}}.$$

Пусть  $\gamma_{1M} = \gamma_{\text{мм}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\gamma_M})$ , где:  $\gamma_{\text{мм}}$  - амплитуда (малый угол) и  $\zeta_{\gamma_M}$  - начальная фаза колебаний модели по углу крена, тогда  $\omega_{\text{хм}} = \dot{\gamma}_M = \dot{\gamma}_{1M} = \omega \cdot \gamma_{\text{мм}} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\gamma_M})$ , и поле скоростей из (13) будет иметь вид:

$$\begin{aligned} V_{\text{м.в.}X} &= V_{\text{в.з.}} \cdot \cos(\vartheta_{0M}); \\ V_{\text{м.в.}Y} &= -\omega \cdot \gamma_{\text{мм}} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\gamma_M}) \cdot z - V_{\text{в.з.}} \cdot \sin(\vartheta_{0M}); \\ V_{\text{м.в.}Z} &= \omega \cdot \gamma_{\text{мм}} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\gamma_M}) \cdot y + V_{\text{в.з.}} \cdot \sin(\vartheta_{0M}) \cdot \gamma_{\text{мм}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\gamma_M}). \end{aligned} \quad (15)$$

$$2) \alpha_B = 0; \quad \omega_{\text{хм}} = 0; \quad \omega_{\text{ум}} \neq 0; \quad \psi_{0M} \neq 0; \quad \vartheta_{0M} \neq 0.$$

Считаем, что  $\gamma_{1M}$  - малый угол ( $\gamma_M \cong 0$ ). Из (14) следует:  $\dot{\vartheta}_M = 0$  (т.е.  $\vartheta_M = \vartheta_{0M} = \text{const}$ );

$$\dot{\psi}_M = \frac{\omega_{yM}}{\cos(\vartheta_{0M})} ; \dot{\gamma}_M = -\text{tg}(\vartheta_{0M}) \cdot \omega_{yM} .$$

Пусть  $\psi_{1M} = \psi_{MM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_M})$ , где  $\psi_{MM}$  - амплитуда (малый угол) и  $\zeta_{\psi_M}$  - начальная фаза ко-

лебаний модели по углу рыскания. Следовательно  $\dot{\psi}_M = \omega \cdot \psi_{MM} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M})$ , соответственно:

$$\omega_{yM} = \cos(\vartheta_{0M}) \cdot \omega \cdot \psi_{MM} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M}) , \dot{\gamma}_{1M} = -\text{tg}(\vartheta_{0M}) \cdot \cos(\vartheta_{0M}) \cdot \omega \cdot \psi_{MM} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M}) \text{ и}$$

$\gamma_{1M} = -\sin(\vartheta_{0M}) \cdot \psi_{MM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_M})$  (подтверждение малости угла  $\gamma_{1M}$ ). Тогда поле скоростей модели из (13) с пренебрежением слагаемыми, включающими  $\sin(\gamma_{1M})$ :

$$\begin{aligned} V_{M.B.X} &= \cos(\vartheta_{0M}) \cdot \omega \cdot \psi_{MM} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M}) \cdot z + V_{B.3} \cdot \cos[\psi_{0M} + \psi_{MM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_M})] \cdot \cos(\vartheta_{0M}) ; \\ V_{M.B.Y} &= -V_{B.3} \cdot \cos[\psi_{0M} + \psi_{MM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_M})] \cdot \sin(\vartheta_{0M}) ; \\ V_{M.B.Z} &= -\cos(\vartheta_{0M}) \cdot \omega \cdot \psi_{MM} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M}) \cdot x + V_{B.3} \cdot \sin[\psi_{0M} + \psi_{MM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_M})] . \end{aligned} \quad (16)$$

$$3) \omega_{xM} = 0 ; \omega_{yM} = 0 ; \alpha_B \neq 0 ; \psi_{0M} \neq 0 ; \vartheta_{0M} \neq 0 .$$

Из (14) следует:  $\dot{\vartheta}_M = 0$  ( $\vartheta_M = \vartheta_{0M}$ ),  $\dot{\psi}_M = 0$  ( $\psi_{MM} = 0$ ,  $\psi_M = \psi_{0M}$ );  $\dot{\gamma}_M = 0$  ( $\psi_{1M} = 0$ ). Принимаем  $\alpha_B = \alpha_{BM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_B)$ , где  $\alpha_{BM}$  - амплитуда и  $\zeta_B$  - начальная фаза угловых колебаний воздуха. Тогда поле скоростей из (13):

$$\begin{aligned} V_{M.B.X} &= V_{B.3} \cdot \cos[\alpha_{BM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_B) + \psi_{0M}] \cdot \cos(\vartheta_{0M}) ; \\ V_{M.B.Y} &= -V_{B.3} \cdot \cos[\alpha_{BM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_B) + \psi_{0M}] \cdot \sin(\vartheta_{0M}) ; \\ V_{M.B.Z} &= V_{B.3} \cdot \sin[\alpha_{BM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_B) + \psi_{0M}] . \end{aligned} \quad (17)$$

$$4) \alpha_B \neq 0 ; \omega_{xM} = 0 ; \omega_{yM} \neq 0 ; \psi_{0M} \neq 0 ; \vartheta_{0M} = 0 .$$

Считаем  $\gamma_{1M}$  - малый угол ( $\gamma_{1M} \cong 0$ ). Из (14) следует  $\dot{\vartheta}_M = 0$  (т.е.  $\vartheta_M = \vartheta_{0M} = 0$ );  $\dot{\psi}_M = \omega_{yM}$ ;

Пусть:  $\psi_M = \psi_{0M} + \psi_{MM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_M})$ ,  $\alpha_B = \alpha_{BM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_B)$ . Тогда  $\omega_{yM} = \dot{\psi}_M = \omega \cdot \psi_{MM} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M})$  и поле скоростей из (13):

$$\begin{aligned} V_{M.B.X} &= \omega \cdot \psi_{MM} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M}) \cdot z + V_{B.3} \cdot \cos[\alpha_{BM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_B) + \psi_{0M} + \psi_{MM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_M})] ; \\ V_{M.B.Y} &= 0 ; \\ V_{M.B.Z} &= -\omega \cdot \psi_{MM} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M}) \cdot x + V_{B.3} \cdot \sin[\alpha_{BM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_B) + \psi_{0M} + \psi_{MM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_M})] . \end{aligned} \quad (18)$$

а) колебания модели и воздуха одинаковые и в противофазе:  $\alpha_{BM} = \psi_{MM}$ ;  $\zeta_{\psi_M} = \zeta_B + \pi$ .

Поле скоростей из (18):

$$\begin{aligned}
V_{M.B.X} &= \omega \cdot \psi_{MM} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M}) \cdot Z + V_{B.3} \cdot \cos(\psi_{0M}) ; \\
V_{M.B.Y} &= 0 ; \\
V_{M.B.Z} &= -\omega \cdot \psi_{MM} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M}) \cdot X + V_{B.3} \cdot \sin(\psi_{0M}) .
\end{aligned} \tag{19}$$

б) колебания модели и воздуха одинаковые и в фазе:  $\alpha_{BM} = \psi_{MM}$  ;  $\zeta_{\psi_M} = \zeta_B$  .

Поле скоростей из (18):

$$\begin{aligned}
V_{M.B.X} &= \omega \cdot \psi_{MM} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M}) \cdot Z + V_{B.3} \cdot \cos[\psi_{0M} + 2\psi_{MM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_M})] ; \\
V_{M.B.Y} &= 0 ; \\
V_{M.B.Z} &= -\omega \cdot \psi_{MM} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M}) \cdot X + V_{B.3} \cdot \sin[\psi_{0M} + 2\psi_{MM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_M})] .
\end{aligned} \tag{20}$$

Рассмотрим также поле скоростей модели при условии, что модель допускает периодические перемещения (величиной “b” [M]) вдоль оси  $Z_g$  (см. рис.3, 5). Рис. 5 отличается от рис. 4 тем, что в рис. 5  $\alpha_B = 0$  и  $\gamma_M = 0$  . Помимо этого на рис. 5 отсутствуют векторы  $V_{(вр.х)_M}$  ,  $V_{(вр.у)_M}$  , и показан вектор  $V_{M.3}$  . (скорости модели относительно Земли), вызванный наличием перемещения “b” .

Пусть  $b = b_0 - b_M \cdot \cos(\omega t + \zeta_b)$  , где:  $\zeta_b$  – начальная фаза линейных колебаний модели;  $b_0$  – постоянное смещение [M];  $b_M$  – амплитуда линейных колебаний [M]. Тогда проекция вектора  $V_{M.3}$  на ось  $OZ_g$  :

$$V_{M.3} = \dot{b} = \omega \cdot b_M \cdot \sin(\omega t + \zeta_b) . \tag{21}$$

Так что проекции вектора  $V_{M.3}$  на оси нормальной системы координат:

$$V_{M.3.X_g} = 0; \quad V_{M.3.Y_g} = 0; \quad V_{M.3.Z_g} = V_{M.3} ;$$

Проекции вектора  $V_{M.3}$  на связанные оси найдем по формулам перехода [1] при  $\gamma_M = 0$  :

$$\begin{aligned}
V_{M.3.X} &= V_{M.3.X_g} \cdot \cos(\psi_M) \cdot \cos(\vartheta_M) + V_{M.3.Y_g} \cdot \sin(\vartheta_M) + V_{M.3.Z_g} \cdot [-\sin(\psi_M) \cdot \cos(\vartheta_M)] ; \\
V_{M.3.Y} &= V_{M.3.X_g} \cdot [-\cos(\psi_M) \cdot \sin(\vartheta_M)] + V_{M.3.Y_g} \cdot \cos(\vartheta_M) + V_{M.3.Z_g} \cdot [\sin(\psi_M) \cdot \sin(\vartheta_M)] ; \\
V_{M.3.Z} &= V_{M.3.X_g} \cdot \sin(\psi_M) + V_{M.3.Y_g} \cdot 0 + V_{M.3.Z_g} \cdot \cos(\psi_M) .
\end{aligned}$$

После подстановки значений проекций и упрощения имеем проекции  $V_{M.3}$  на оси  $X$  ,  $Y$  ,  $Z$  :

$$\begin{aligned}
V_{M.3.X} &= -V_{M.3} \cdot \cos(\vartheta_M) \cdot \sin(\psi_M) ; \\
V_{M.3.Y} &= V_{M.3} \cdot \sin(\vartheta_M) \cdot \sin(\psi_M) ; \\
V_{M.3.Z} &= V_{M.3} \cdot \cos(\psi_M) .
\end{aligned} \tag{22}$$

Поскольку вектор  $V_{M.B}$  (скорости модели относительно частиц воздуха) равен сумме векторов  $V_{M.3}$  и  $V_{B.3}$  , то проекции  $V_{M.B}$  на оси  $X$  ,  $Y$  ,  $Z$  равны

$$\begin{aligned}
V_{M.B.X} &= V_{M.3.X} + V_{3.B.X} ; \\
V_{M.B.Y} &= V_{M.3.Y} + V_{3.B.Y} ; \\
V_{M.B.Z} &= V_{M.3.Z} + V_{3.B.Z} .
\end{aligned} \tag{23}$$

Проекции вектора  $V_{3.B.}$  на оси  $X, Y, Z$  вычисляются по формулам (10) при  $\alpha_B = 0$  и  $\gamma_M = 0$ . Таким образом из (23) с учетом (10) (для  $\alpha_B = 0, \gamma_M = 0$ ) и (22) имеем:

$$\begin{aligned}
V_{M.B.X} &= -V_{M.3.} \cdot \cos(\vartheta_M) \cdot \sin(\psi_M) + V_{B.3.} \cdot \cos(\psi_M) \cdot \cos(\vartheta_M) ; \\
V_{M.B.Y} &= V_{M.3.} \cdot \sin(\vartheta_M) \cdot \sin(\psi_M) - V_{B.3.} \cdot \cos(\psi_M) \cdot \sin(\vartheta_M) ; \\
V_{M.B.Z} &= V_{M.3.} \cdot \cos(\psi_M) + V_{B.3.} \cdot \sin(\psi_M) .
\end{aligned} \tag{24}$$

Обозначим через  $\Phi$  (см. рис. 5) угол между векторами  $V_{M.B.}$  и  $V_{3.B.}$ :

$$\varphi = \arctg\left(\frac{V_{M.3.Zg}}{V_{3.B.Xg}}\right) = \arctg\left(\frac{V_{M.3.}}{V_{B.3.}}\right) .$$

Поскольку в аэротрубе практически всегда обеспечивается  $\frac{V_{M.3.}}{V_{B.3.}} < 0.05$ , то можно считать угол

$\Phi$  малым и поэтому:

$$\varphi \cong \frac{V_{M.3.}}{V_{B.3.}} . \tag{25}$$

При этом из (24) имеем:

$$\begin{aligned}
V_{M.B.X} &= V_{B.3.} \cdot \cos(\vartheta_M) \cdot [\cos(\psi_M) - \varphi \cdot \sin(\psi_M)] ; \\
V_{M.B.Y} &= -V_{B.3.} \cdot \sin(\vartheta_M) \cdot [\cos(\psi_M) - \varphi \cdot \sin(\psi_M)] ; \\
V_{M.B.Z} &= V_{B.3.} \cdot [\sin(\psi_M) + \varphi \cdot \cos(\psi_M)] .
\end{aligned} \tag{26}$$

Представим угол  $\Phi$  из (25) с учетом (21)

$$\varphi = \frac{\omega \cdot b_M \cdot \sin(\omega t + \zeta_b)}{V_{B.3.}} = \varphi_M \cdot \sin(\omega t + \zeta_b) ,$$

$$\text{где: } \varphi_M = \frac{\omega \cdot b_M}{V_{B.3.}} < 0.05 .$$

Тогда из (26) имея в виду, что угловые параметры модели (кроме  $\Phi$ ) – постоянные, получаем:

$$\begin{aligned}
V_{M.B.X} &= V_{B.3.} \cdot \cos(\vartheta_{0M}) \cdot [\cos(\psi_{0M}) - \varphi_M \cdot \sin(\omega t + \zeta_b) \cdot \sin(\psi_{0M})] ; \\
V_{M.B.Y} &= -V_{B.3.} \cdot \sin(\vartheta_{0M}) \cdot [\cos(\psi_{0M}) - \varphi_M \cdot \sin(\omega t + \zeta_b) \cdot \sin(\psi_{0M})] ; \\
V_{M.B.Z} &= V_{B.3.} \cdot [\sin(\psi_{0M}) + \varphi_M \cdot \sin(\omega t + \zeta_b) \cdot \cos(\psi_{0M})] .
\end{aligned} \tag{27}$$

Возвратимся к ЛА и рассмотрим поля скоростей (8) и соответствующие аэродинамические коэффициенты (19) колебательного полета частных режимов при изменении угловых параметров.

$$1) \quad \text{Пусть } \psi_{MЛ} = 0; \delta_{1Л} = \delta_{1Л1}; \beta_{0Л} = 0; \beta_{MЛ} = \sin(\alpha_{0Л}) \cdot \gamma_{MЛ}; \zeta_\beta = \zeta_{\gammaЛ} \text{ (т.е.: } \dot{\beta}_Л = \sin(\alpha_{0Л}) \cdot \omega_{ХЛ} \text{).}$$

Для данных параметров из (8) имеем поле скоростей:

$$\begin{aligned}
V_{\text{ЛВ}X} &= V_{\text{Ц.М.З}} \cdot \cos(\alpha_{0\text{Л}}) \cdot \cos\left[\sin(\alpha_{0\text{Л}}) \cdot \gamma_{\text{МЛ}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\gamma_{\text{Л}}})\right]; \\
V_{\text{ЛВ}Y} &= -V_{\text{Ц.М.З}} \cdot \sin(\alpha_{0\text{Л}}) \cdot \cos\left[\sin(\alpha_{0\text{Л}}) \cdot \gamma_{\text{МЛ}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\gamma_{\text{Л}}})\right] - \omega \cdot \gamma_{\text{МЛ}} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\gamma_{\text{Л}}}) \cdot Z; \\
V_{\text{ЛВ}Z} &= V_{\text{Ц.М.З}} \cdot \sin\left[\sin(\alpha_{0\text{Л}}) \cdot \gamma_{\text{МЛ}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\gamma_{\text{Л}}})\right] + \omega \cdot \gamma_{\text{МЛ}} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\gamma_{\text{Л}}}) \cdot Y.
\end{aligned} \tag{28}$$

При этом аэродинамические коэффициенты бокового движения из (9) соответственно:

$$\begin{aligned}
m_x &= m_{x_{\text{СТ}}}(\alpha_{0\text{Л}}, \beta_{0\text{Л}}, \delta_{0\text{Л}}) + m_x^{\delta} \cdot \delta_{1\text{Л}1} + m_x^{\beta} \cdot \sin(\alpha_{0\text{Л}}) \cdot \gamma_{\text{МЛ}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\gamma_{\text{Л}}}) + \frac{l}{2 \cdot V_{\text{Ц.М.З}}} \cdot \omega \cdot \gamma_{\text{МЛ}} \cdot \\
&\cdot \cos(\omega t + \zeta_{\gamma_{\text{Л}}}) \cdot \left[ m_x^{\bar{\omega}^x} + \sin(\alpha_{0\text{Л}}) \cdot m_x^{\bar{\beta}} \right]; \\
m_y &= m_{y_{\text{СТ}}}(\alpha_{0\text{Л}}, \beta_{0\text{Л}}, \delta_{0\text{Л}}) + m_y^{\delta} \cdot \delta_{1\text{Л}1} + m_y^{\beta} \cdot \sin(\alpha_{0\text{Л}}) \cdot \gamma_{\text{МЛ}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\gamma_{\text{Л}}}) + \frac{l}{2 \cdot V_{\text{Ц.М.З}}} \cdot \omega \cdot \gamma_{\text{МЛ}} \cdot \\
&\cdot \cos(\omega t + \zeta_{\gamma_{\text{Л}}}) \cdot \left[ m_y^{\bar{\omega}^x} + \sin(\alpha_{0\text{Л}}) \cdot m_y^{\bar{\beta}} \right].
\end{aligned} \tag{29}$$

Такой частный режим можно имитировать на установке рис.3 (см. частный случай 1) использования установки). При этом поле скоростей модели (15) будет приближенно равно полю скоростей ЛА (28) (учитывая, что  $\gamma_{\text{МЛ}}$  – малый угол) при выборе  $V_{\text{В.З.}} = V_{\text{Ц.М.З}}$ ;  $\vartheta_{0\text{М}} = \alpha_{0\text{Л}}$ ;

$$\gamma_{0\text{М}} = \beta_{0\text{М}} = 0; \delta_{0\text{М}} = \delta_{0\text{Л}}; \gamma_{\text{ММ}} = \gamma_{\text{МЛ}}; \zeta_{\gamma_{\text{М}}} = \zeta_{\gamma_{\text{Л}}}.$$

Тогда аэродинамические коэффициенты (29) во время имитации (с учетом отсутствия колебаний управляющего органа модели) примут вид:

$$\begin{aligned}
m_{x_{\text{И}}} &= m_{x_{\text{СТ}}}(\vartheta_{0\text{М}}, \gamma_{0\text{М}} = 0, \delta_{0\text{М}}) + m_x^{\beta} \cdot \sin(\vartheta_{0\text{М}}) \cdot \gamma_{\text{ММ}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\gamma_{\text{М}}}) + \frac{l}{2 \cdot V_{\text{В.З.}}} \cdot \omega \cdot \gamma_{\text{ММ}} \cdot \\
&\cdot \cos(\omega t + \zeta_{\gamma_{\text{М}}}) \cdot \left[ m_x^{\bar{\omega}^x} + \sin(\vartheta_{0\text{М}}) \cdot m_x^{\bar{\beta}} \right]; \\
m_{y_{\text{И}}} &= m_{y_{\text{СТ}}}(\vartheta_{0\text{М}}, \gamma_{0\text{М}} = 0, \delta_{0\text{М}}) + m_y^{\beta} \cdot \sin(\vartheta_{0\text{М}}) \cdot \gamma_{\text{ММ}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\gamma_{\text{М}}}) + \frac{l}{2 \cdot V_{\text{В.З.}}} \cdot \omega \cdot \gamma_{\text{ММ}} \cdot \\
&\cdot \cos(\omega t + \zeta_{\gamma_{\text{М}}}) \cdot \left[ m_y^{\bar{\omega}^x} + \sin(\vartheta_{0\text{М}}) \cdot m_y^{\bar{\beta}} \right].
\end{aligned} \tag{30}$$

В соответствующем эксперименте, непрерывно проводя замеры аэродинамических моментов и далее вычисляя сигналы  $m_{x_{\text{И}}}$  и  $m_{y_{\text{И}}}$ , в результате анализа этих сигналов (при известных начальных фазах  $\gamma_{\text{М}}$ ) можно определить амплитуды косинусоидальных составляющих этих сигналов и соответственно величины комплексов  $\left[ m_x^{\bar{\omega}^x} + \sin(\alpha_{0\text{Л}} = \vartheta_{0\text{М}}) \cdot m_x^{\bar{\beta}} \right]$ ,  $\left[ m_y^{\bar{\omega}^x} + \sin(\alpha_{0\text{Л}} = \vartheta_{0\text{М}}) \cdot m_y^{\bar{\beta}} \right]$  при  $\beta_{0\text{Л}} = \gamma_{0\text{М}} = 0$ , содержащих вращательные и нестационарные производные бокового движения.

При установке  $\vartheta_{0\text{М}} = \alpha_{0\text{Л}} = 0$  определяются вращательные производные  $m_x^{\bar{\omega}^x}$ ,  $m_y^{\bar{\omega}^x}$ .

2) Пусть  $\gamma_{\text{МЛ}} = 0$ ;  $\delta_{1\text{Л}} = \delta_{1\text{Л}2}$ ;  $\beta_{0\text{Л}} = 0$ ;  $\beta_{\text{МЛ}} = \cos(\alpha_{0\text{Л}}) \cdot \psi_{\text{МЛ}}$ ;  $\zeta_{\beta} = \zeta_{\psi_{\text{Л}}}$  (т.е.:  $\beta_{\text{Л}} = \cos(\alpha_{0\text{Л}}) \cdot \omega_{\text{УЛ}}$ ).

Для данных параметров из (8) имеем поле скоростей ЛА.

$$\begin{aligned}
V_{\text{ЛВ}X} &= V_{\text{ц.м.3}} \cdot \cos(\alpha_{0\text{Л}}) \cdot \cos\left[\cos(\alpha_{0\text{Л}}) \cdot \psi_{\text{МЛ}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{Л}}})\right] + \omega \cdot \psi_{\text{МЛ}} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{Л}}}) \cdot z ; \\
V_{\text{ЛВ}Y} &= -V_{\text{ц.м.3}} \cdot \sin(\alpha_{0\text{Л}}) \cdot \cos\left[\cos(\alpha_{0\text{Л}}) \cdot \psi_{\text{МЛ}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{Л}}})\right] ; \\
V_{\text{ЛВ}Z} &= V_{\text{ц.м.3}} \cdot \sin\left[\cos(\alpha_{0\text{Л}}) \cdot \psi_{\text{МЛ}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{Л}}})\right] - \omega \cdot \psi_{\text{МЛ}} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{Л}}}) \cdot x .
\end{aligned} \tag{31}$$

При этом аэродинамические коэффициенты бокового движения из (9) соответственно:

$$\begin{aligned}
m_x &= m_{x_{\text{ст}}}(\alpha_{0\text{Л}}, \beta_{0\text{Л}}, \delta_{0\text{Л}}) + m_x^{\delta} \cdot \delta_{1\text{Л}2} + m_x^{\beta} \cdot \cos(\alpha_{0\text{Л}}) \cdot \psi_{\text{МЛ}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{Л}}}) + \frac{l}{2 \cdot V_{\text{ц.м.3}}} \cdot \omega \cdot \psi_{\text{МЛ}} \cdot \\
&\cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{Л}}}) \cdot \left[ m_x^{\bar{\omega}_y} + \cos(\alpha_{0\text{Л}}) \cdot m_x^{\bar{\beta}} \right] ; \\
m_y &= m_{y_{\text{ст}}}(\alpha_{0\text{Л}}, \beta_{0\text{Л}}, \delta_{0\text{Л}}) + m_y^{\delta} \cdot \delta_{1\text{Л}2} + m_y^{\beta} \cdot \cos(\alpha_{0\text{Л}}) \cdot \psi_{\text{МЛ}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{Л}}}) + \frac{l}{2 \cdot V_{\text{ц.м.3}}} \cdot \omega \cdot \psi_{\text{МЛ}} \cdot \\
&\cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{Л}}}) \cdot \left[ m_y^{\bar{\omega}_y} + \cos(\alpha_{0\text{Л}}) \cdot m_y^{\bar{\beta}} \right] .
\end{aligned}$$

Однако полю скоростей (31) не удается подобрать соответствующее идентичное поле модели из рассмотренных.

$$3) \quad \text{Пусть } \gamma_{\text{МЛ}} = 0 ; \delta_{1\text{Л}} = \delta_{1\text{Л}3} ; \beta_{\text{МЛ}} = \frac{1}{\cos(\alpha_{0\text{Л}})} \cdot \psi_{\text{МЛ}} ; \zeta_{\beta} = \zeta_{\psi_{\text{Л}}} \text{ (т.е.: } \dot{\beta}_{\text{Л}} = \frac{1}{\cos(\alpha_{0\text{Л}})} \cdot \omega_{\text{УЛ}} \text{)} .$$

Для данных параметров из (8) имеем поле скоростей ЛА.

$$\begin{aligned}
V_{\text{ЛВ}X} &= V_{\text{ц.м.3}} \cdot \cos(\alpha_{0\text{Л}}) \cdot \cos\left[\beta_{0\text{Л}} + \frac{1}{\cos(\alpha_{0\text{Л}})} \cdot \psi_{\text{МЛ}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{Л}}})\right] + \omega \cdot \psi_{\text{МЛ}} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{Л}}}) \cdot z ; \\
V_{\text{ЛВ}Y} &= -V_{\text{ц.м.3}} \cdot \sin(\alpha_{0\text{Л}}) \cdot \cos\left[\beta_{0\text{Л}} + \frac{1}{\cos(\alpha_{0\text{Л}})} \cdot \psi_{\text{МЛ}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{Л}}})\right] ; \\
V_{\text{ЛВ}Z} &= V_{\text{ц.м.3}} \cdot \sin\left[\beta_{0\text{Л}} + \frac{1}{\cos(\alpha_{0\text{Л}})} \cdot \psi_{\text{МЛ}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{Л}}})\right] - \omega \cdot \psi_{\text{МЛ}} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{Л}}}) \cdot x .
\end{aligned} \tag{32}$$

При этом аэродинамические коэффициенты бокового движения из (9) соответственно:

$$\begin{aligned}
m_x &= m_{x_{\text{ст}}}(\alpha_{0\text{Л}}, \beta_{0\text{Л}}, \delta_{0\text{Л}}) + m_x^{\delta} \cdot \delta_{1\text{Л}3} + m_x^{\beta} \cdot \frac{1}{\cos(\alpha_{0\text{Л}})} \cdot \psi_{\text{МЛ}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{Л}}}) + \frac{l}{2 \cdot V_{\text{ц.м.3}}} \cdot \omega \cdot \\
&\cdot \psi_{\text{МЛ}} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{Л}}}) \cdot \left[ m_x^{\bar{\omega}_y} + \frac{1}{\cos(\alpha_{0\text{Л}})} \cdot m_x^{\bar{\beta}} \right] ; \\
m_y &= m_{y_{\text{ст}}}(\alpha_{0\text{Л}}, \beta_{0\text{Л}}, \delta_{0\text{Л}}) + m_y^{\delta} \cdot \delta_{1\text{Л}3} + m_y^{\beta} \cdot \frac{1}{\cos(\alpha_{0\text{Л}})} \cdot \psi_{\text{МЛ}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{Л}}}) + \frac{l}{2 \cdot V_{\text{ц.м.3}}} \cdot \omega \cdot \\
&\cdot \psi_{\text{МЛ}} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{\text{Л}}}) \cdot \left[ m_y^{\bar{\omega}_y} + \frac{1}{\cos(\alpha_{0\text{Л}})} \cdot m_y^{\bar{\beta}} \right] .
\end{aligned} \tag{33}$$

Такой частный режим можно имитировать на установке рис.3 (см. частный случай 2) использования установки). При этом поле скоростей модели (16) идентично полю скоростей ЛА (32) при выполнении условий:

$$V_{\text{в.з.}} = V_{\text{ц.м.3}} ; \vartheta_{0\text{М}} = \alpha_{0\text{Л}} ; \psi_{\text{ММ}} = \frac{\psi_{\text{МЛ}}}{\cos(\alpha_{0\text{Л}})} ; \psi_{0\text{М}} = \beta_{0\text{Л}} ; \zeta_{\psi_{\text{М}}} = \zeta_{\psi_{\text{Л}}} ; \delta_{0\text{М}} = \delta_{0\text{Л}} .$$

Аэродинамические коэффициенты в эксперименте определяются из (33) при подстановке параметров модели:

$$\begin{aligned}
m_{x_{\text{И}}} &= m_{x_{\text{СТ}}}(\vartheta_{0M}, \psi_{0M}, \delta_{0M}) + m_x^\beta \cdot \frac{1}{\cos(\vartheta_{0M})} \cdot \psi_{\text{ММ}} \cdot \cos(\vartheta_{0M}) \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_M}) + \frac{l}{2 \cdot V_{\text{В.З.}}} \cdot \omega \cdot \\
&\cdot \psi_{\text{ММ}} \cdot \cos(\vartheta_{0M}) \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M}) \cdot \left[ m_x^{\bar{\omega}_y} + \frac{1}{\cos(\vartheta_{0M})} \cdot m_x^{\bar{\beta}} \right] = m_{x_{\text{СТ}}}(\vartheta_{0M}, \psi_{0M}, \delta_{0M}) + m_x^\beta \cdot \\
&\cdot \psi_{\text{ММ}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_M}) + \frac{l}{2 \cdot V_{\text{В.З.}}} \cdot \omega \cdot \psi_{\text{ММ}} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M}) \cdot \left[ \cos(\vartheta_{0M}) \cdot m_x^{\bar{\omega}_y} + m_x^{\bar{\beta}} \right]; \\
m_{y_{\text{И}}} &= m_{y_{\text{СТ}}}(\vartheta_{0M}, \psi_{0M}, \delta_{0M}) + m_y^\beta \cdot \frac{1}{\cos(\vartheta_{0M})} \cdot \psi_{\text{ММ}} \cdot \cos(\vartheta_{0M}) \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_M}) + \frac{l}{2 \cdot V_{\text{В.З.}}} \cdot \omega \cdot \\
&\cdot \psi_{\text{ММ}} \cdot \cos(\vartheta_{0M}) \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M}) \cdot \left[ m_y^{\bar{\omega}_y} + \frac{1}{\cos(\vartheta_{0M})} \cdot m_y^{\bar{\beta}} \right] = m_{y_{\text{СТ}}}(\vartheta_{0M}, \psi_{0M}, \delta_{0M}) + m_y^\beta \cdot \\
&\cdot \psi_{\text{ММ}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_M}) + \frac{l}{2 \cdot V_{\text{В.З.}}} \cdot \omega \cdot \psi_{\text{ММ}} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_M}) \cdot \left[ \cos(\vartheta_{0M}) \cdot m_y^{\bar{\omega}_y} + m_y^{\bar{\beta}} \right].
\end{aligned}$$

Таким образом, измеряя сигналы аэродинамических моментов, переходя к пропорциональным сигналам  $m_{x_{\text{И}}}$ ,  $m_{y_{\text{И}}}$  и анализируя их фазовый состав, можно выделить амплитуды их косинусоидальных составляющих и соответственно определить значения комплексов

$$\left[ \cos(\alpha_{0\text{Л}} = \vartheta_{0\text{Л}}) \cdot m_x^{\bar{\omega}_y} + m_x^{\bar{\beta}} \right], \left[ \cos(\alpha_{0\text{Л}} = \vartheta_{0\text{Л}}) \cdot m_y^{\bar{\omega}_y} + m_y^{\bar{\beta}} \right] \text{ для данного угла } \beta_{0\text{Л}} = \psi_{0M}.$$

4) Пусть  $\gamma_{\text{МЛ}} = 0$ ;  $\delta_{1\text{Л}} = \delta_{1\text{Л}4}$ ;  $\psi_{\text{МЛ}} = 0$ ; (т.е.:  $\omega_{x\text{Л}} = 0$ ,  $\omega_{y\text{Л}} = 0$ ).

Для данных параметров из (8) подсчитываем поле скоростей

$$\begin{aligned}
V_{\text{ЛВ}_X} &= V_{\text{Ц.М.З}} \cdot \cos(\alpha_{0\text{Л}}) \cdot \cos[\beta_{0\text{Л}} + \beta_{\text{МЛ}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_\beta)]; \\
V_{\text{ЛВ}_Y} &= -V_{\text{Ц.М.З}} \cdot \sin(\alpha_{0\text{Л}}) \cdot \cos[\beta_{0\text{Л}} + \beta_{\text{МЛ}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_\beta)]; \\
V_{\text{ЛВ}_Z} &= V_{\text{Ц.М.З}} \cdot \sin[\beta_{0\text{Л}} + \beta_{\text{МЛ}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_\beta)],
\end{aligned} \tag{34}$$

а из (9) – коэффициенты бокового движения:

$$\begin{aligned}
m_x &= m_{x_{\text{СТ}}}(\alpha_0, \beta_0, \delta_0) + m_x^\delta \cdot \delta_{1\text{Л}4} + m_x^\beta \cdot \beta_{\text{МЛ}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_\beta) + m_x^{\bar{\beta}} \cdot \frac{l}{2 \cdot V_{\text{Ц.М.З}}} \cdot \omega \cdot \beta_{\text{МЛ}} \cdot \cos(\omega t + \zeta_\beta); \\
m_y &= m_{y_{\text{СТ}}}(\alpha_0, \beta_0, \delta_0) + m_y^\delta \cdot \delta_{1\text{Л}4} + m_y^\beta \cdot \beta_{\text{МЛ}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_\beta) + m_y^{\bar{\beta}} \cdot \frac{l}{2 \cdot V_{\text{Ц.М.З}}} \cdot \omega \cdot \beta_{\text{МЛ}} \cdot \cos(\omega t + \zeta_\beta).
\end{aligned} \tag{35}$$

Такой частный режим полета можно имитировать на установке рис.3:

а) при угловых колебаниях потока (случай 3) использования установки), если принять:

$$V_{\text{В.З.}} = V_{\text{Ц.М.З}}; \vartheta_{0M} = \alpha_{0\text{Л}}; \psi_{0M} = \beta_{0\text{Л}}; \alpha_{\text{ВМ}} = \beta_{\text{МЛ}}; \zeta_{\text{В}} = \zeta_\beta, \delta_{0M} = \delta_{0\text{Л}}.$$

Тогда поля скоростей (34) и (17) будут идентичны, а коэффициенты бокового движения (35) будут иметь вид:

$$m_{x_{\text{И}}} = m_{x_{\text{СТ}}}(\vartheta_{0M}, \psi_{0M}, \delta_{0M}) + m_x^\beta \cdot \alpha_{\text{ВМ}} \cdot \sin(\omega t + \zeta_\beta) + m_x^{\bar{\beta}} \cdot \frac{l}{2 \cdot V_{\text{В.З.}}} \cdot \omega \cdot \alpha_{\text{ВМ}} \cdot \cos(\omega t + \zeta_\beta);$$

$$m_{y_{и}} = m_{y_{ст}}(\vartheta_{0M}, \psi_{0M}, \delta_{0M}) + m_y^\beta \cdot \alpha_{BM} \cdot \sin(\omega t + \zeta_B) + m_y^{\bar{\beta}} \cdot \frac{l}{2 \cdot V_{B.3}} \cdot \omega \cdot \alpha_{BM} \cdot \cos(\omega t + \zeta_B) .$$

Таким образом, в соответствующем эксперименте, имея сигналы  $m_{x_{и}}$  и  $m_{y_{и}}$ , можно по косинусоидальным составляющим определить нестационарные производные  $m_x^{\bar{\beta}}$  и  $m_y^{\bar{\beta}}$  при данных углах  $\alpha_{0л} = \vartheta_{0M}$ ,  $\beta_{0л} = \psi_{0M}$ .

б) при линейных перемещениях модели вдоль оси  $Z_3$ . Покажем это, преобразовав выражения поля скоростей ЛА (34), имея в виду, что  $\beta_{MЛ}$  - малый угол (менее  $6^\circ$ ):

$$\begin{aligned} V_{ЛВX} &= V_{ц.м.3} \cdot \cos(\alpha_{0л}) \cdot [\cos(\beta_{0л}) - \beta_{MЛ} \cdot \sin(\omega t + \zeta_\beta) \cdot \sin(\beta_{0л})] ; \\ V_{ЛВY} &= -V_{ц.м.3} \cdot \sin(\alpha_{0л}) \cdot [\cos(\beta_{0л}) - \beta_{MЛ} \cdot \sin(\omega t + \zeta_\beta) \cdot \sin(\beta_{0л})] ; \\ V_{ЛВZ} &= V_{ц.м.3} \cdot [\sin(\beta_{0л}) + \beta_{MЛ} \cdot \sin(\omega t + \zeta_\beta) \cdot \cos(\beta_{0л})] . \end{aligned} \quad (36)$$

Таким образом, уравнения (36) и (27) идентичны при выборе:

$$V_{B.3} = V_{ц.м.3} ; \vartheta_{0M} = \alpha_{0л} ; \psi_{0M} = \beta_{0л} ; \zeta_b = \zeta_\beta ; \varphi_M = \beta_{MЛ} ; \delta_{0M} = \delta_{0л} .$$

Коэффициенты бокового движения при имитации из (35):

$$\begin{aligned} m_{x_{и}} &= m_{x_{ст}}(\vartheta_{0M}, \psi_{0M}, \delta_{0M}) + m_x^\beta \cdot \varphi_M \cdot \sin(\omega t + \zeta_b) + m_x^{\bar{\beta}} \cdot \frac{l}{2 \cdot V_{B.3}} \cdot \omega \cdot \varphi_M \cdot \cos(\omega t + \zeta_b) ; \\ m_{y_{и}} &= m_{y_{ст}}(\vartheta_{0M}, \psi_{0M}, \delta_{0M}) + m_y^\beta \cdot \varphi_M \cdot \sin(\omega t + \zeta_b) + m_y^{\bar{\beta}} \cdot \frac{l}{2 \cdot V_{B.3}} \cdot \omega \cdot \varphi_M \cdot \cos(\omega t + \zeta_b) . \end{aligned}$$

5) Пусть  $\gamma_{MЛ} = 0$ ;  $\delta_{1л} = \delta_{1л5}$ ;  $\beta_{MЛ} = 0$ ;  $\alpha_{0л} = 0$  (т.е.:  $\omega_x = 0$ ,  $\dot{\beta} = 0$ ).

Из (8) имеем поле скоростей ЛА:

$$\begin{aligned} V_{ЛВX} &= V_{ц.м.3} \cdot \cos(\beta_{0л}) + \omega \cdot \psi_{MЛ} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{л}}) \cdot z ; \\ V_{ЛВY} &= 0 ; \\ V_{ЛВZ} &= V_{ц.м.3} \cdot \sin(\beta_{0л}) - \omega \cdot \psi_{MЛ} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{л}}) \cdot x . \end{aligned} \quad (37)$$

Коэффициенты из (9):

$$\begin{aligned} m_x &= m_{x_{ст}}(\alpha_{0л}, \beta_{0л}, \delta_{0л}) + m_x^\delta \cdot \delta_{1л5} + m_x^{\bar{\omega}_y} \cdot \frac{l}{2 \cdot V_{ц.м.3}} \cdot \omega \cdot \psi_{MЛ} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{л}}) ; \\ m_y &= m_{y_{ст}}(\alpha_{0л}, \beta_{0л}, \delta_{0л}) + m_y^\delta \cdot \delta_{1л5} + m_y^{\bar{\omega}_y} \cdot \frac{l}{2 \cdot V_{ц.м.3}} \cdot \omega \cdot \psi_{MЛ} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{л}}) . \end{aligned} \quad (38)$$

Такой режим можно имитировать на установке рис.3 (случай 4а) использования) с равенством полей (37) и (19) при  $V_{B.3} = V_{ц.м.3}$ ;  $\psi_{0M} = \beta_{0л}$ ;  $\zeta_{\gamma_M} = \zeta_{\psi_{л}}$ ;  $\psi_{MM} = \psi_{MЛ}$ ,  $\delta_{0M} = \delta_{0л}$ ,  $\vartheta_{0M} = \alpha_{0л} = 0$ . Соответственно коэффициенты бокового движения при имитации из (38):

$$\begin{aligned} m_{x_{и}} &= m_{x_{ст}}(\vartheta_{0M} = 0, \psi_{0M}, \delta_{0M}) + m_x^{\bar{\omega}_y} \cdot \frac{l}{2 \cdot V_{B.3}} \cdot \omega \cdot \psi_{MM} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\gamma_M}) ; \\ m_{y_{и}} &= m_{y_{ст}}(\vartheta_{0M} = 0, \psi_{0M}, \delta_{0M}) + m_y^{\bar{\omega}_y} \cdot \frac{l}{2 \cdot V_{B.3}} \cdot \omega \cdot \psi_{MM} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\gamma_M}) . \end{aligned}$$

По амплитудному значению сигналов  $m_{x_{и}}$  и  $m_{y_{и}}$  можно определить вращательные производные  $m_{x_{и}}^{\bar{\omega}_y}$  и  $m_{y_{и}}^{\bar{\omega}_x}$  при заданном  $\beta_{0л} = \psi_{0м}$  и  $\alpha_{0л} = \vartheta_{0л} = 0$ .

б) Пусть  $\gamma_{мл} = 0$ ;  $\delta_{1л} = \delta_{1л6}$ ;  $\beta_{мл} = 2\psi_{мл}$ ;  $\zeta_{\beta} = \zeta_{\psi_{л}}$ ;  $\alpha_{0л} = 0$  (т.е.:  $\dot{\beta} = \omega_{yl}$ ).

Из (8) имеем поле скоростей ЛА:

$$\begin{aligned} V_{лвX} &= V_{ц.м.з} \cdot \cos[\beta_{0л} + 2\psi_{мл} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{л}})] + \omega \cdot \psi_{мл} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{л}}) \cdot z ; \\ V_{лвY} &= 0 ; \\ V_{лвZ} &= V_{ц.м.з} \cdot \sin[\beta_{0л} + 2\psi_{мл} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{л}})] - \omega \cdot \psi_{мл} \cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{л}}) \cdot x . \end{aligned} \quad (39)$$

Соответствующие аэродинамические коэффициенты из (9):

$$\begin{aligned} m_x &= m_{x_{ст}}(\alpha_{0л}, \beta_{0л}, \delta_{0л}) + m_x^{\delta} \cdot \delta_{1л6} + m_x^{\beta} \cdot 2\psi_{мл} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{л}}) + \frac{l}{2 \cdot V_{ц.м.з}} \cdot \omega \cdot \psi_{мл} \cdot \\ &\cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{л}}) \cdot \left( 2m_x^{\bar{\beta}} + m_x^{\bar{\omega}_y} \right) ; \\ m_y &= m_{y_{ст}}(\alpha_{0л}, \beta_{0л}, \delta_{0л}) + m_y^{\delta} \cdot \delta_{1л6} + m_y^{\beta} \cdot 2\psi_{мл} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{л}}) + \frac{l}{2 \cdot V_{ц.м.з}} \cdot \omega \cdot \psi_{мл} \cdot \\ &\cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{л}}) \cdot \left( 2m_y^{\bar{\beta}} + m_y^{\bar{\omega}_x} \right) . \end{aligned} \quad (40)$$

Такой режим можно имитировать на установке рис.3 (случай 4б) использования) с равенством полей (39) и (20) при  $V_{в.з.} = V_{ц.м.з}$ ;  $\psi_{0м} = \beta_{0л}$ ;  $\psi_{мм} = \psi_{мл}$ ;  $\zeta_{\psi_{м}} = \zeta_{\psi_{л}}$ ;  $\delta_{0м} = \delta_{0л}$ ;  $\vartheta_{0м} = \alpha_{0л} = 0$ .

Тогда из (40) имеем:

$$\begin{aligned} m_{x_{и}} &= m_{x_{ст}}(\vartheta_{0м} = 0; \psi_{0м}; \delta_{0м}) + m_x^{\beta} \cdot 2\psi_{мм} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{м}}) + \frac{l}{2 \cdot V_{в.з.}} \cdot \omega \cdot \psi_{мм} \cdot \\ &\cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{м}}) \cdot \left( 2m_x^{\bar{\beta}} + m_x^{\bar{\omega}_y} \right) ; \\ m_{y_{и}} &= m_{y_{ст}}(\vartheta_{0м} = 0; \psi_{0м}; \delta_{0м}) + m_y^{\beta} \cdot 2\psi_{мм} \cdot \sin(\omega t + \zeta_{\psi_{м}}) + \frac{l}{2 \cdot V_{в.з.}} \cdot \omega \cdot \psi_{мм} \cdot \\ &\cdot \cos(\omega t + \zeta_{\psi_{м}}) \cdot \left( 2m_y^{\bar{\beta}} + m_y^{\bar{\omega}_x} \right) . \end{aligned}$$

Так что по косинусоидальным составляющим сигналов  $m_{x_{и}}$ ,  $m_{y_{и}}$  определяются комплексы

$$\left( m_x^{\bar{\beta}} + \frac{m_x^{\bar{\omega}_y}}{2} \right) \text{ и } \left( m_y^{\bar{\beta}} + \frac{m_y^{\bar{\omega}_x}}{2} \right) \text{ для данного } \beta_{0л} = \psi_{0м} \text{ и } \alpha_{0л} = \vartheta_{0л} = 0 .$$

## Выводы

1. При работе на динамической установке по методу колеблющейся вокруг оси  $OX$  модели и постоянного потока воздуха имитируется частный режим 1) полета и измеряются комплексы вращательных и нестационарных производных со значениями:  $\left[ m_x^{\bar{\omega}_x} + \sin(\alpha_{0л}) \cdot m_x^{\bar{\beta}} \right]$ ,  $\left[ m_y^{\bar{\omega}_y} + \sin(\alpha_{0л}) \cdot m_y^{\bar{\beta}} \right]$

при  $\alpha_{0л} = \vartheta_{0м}$  для  $\beta_{0л} = 0$ . При выборе угла модели  $\vartheta_{0м} = \alpha_{0л} = 0$  соответственно измеряются вращательные производные  $m_x^{\bar{\omega}_x}$  и  $m_y^{\bar{\omega}_x}$ .

2. При работе на динамической установке по методу колеблющейся вокруг оси  $OY$  модели и постоянного потока воздуха имитируется частный режим 3) полета и измеряются комплексы

$$\left[ \cos(\alpha_{0л}) \cdot m_x^{\bar{\omega}_y} + m_x^{\bar{\beta}} \right], \left[ \cos(\alpha_{0л}) \cdot m_y^{\bar{\omega}_y} + m_y^{\bar{\beta}} \right] \text{ при } \alpha_{0л} = \vartheta_{0м} \text{ для данного угла } \beta_{0л}.$$

3. Частный режим 2) полета с  $\dot{\beta}_{л} = \cos(\alpha_{0л}) \cdot \omega_{ул}$ , при котором косинусоиды аэродинамических коэффициентов содержат комплексы  $\left[ m_x^{\bar{\omega}_y} + \cos(\alpha_{0л}) \cdot m_x^{\bar{\beta}} \right]$ ,  $\left[ m_y^{\bar{\omega}_x} + \cos(\alpha_{0л}) \cdot m_y^{\bar{\beta}} \right]$ , имитировать при помощи динамической установки не представляется возможным.

4. Частный режим 4) полета с  $\omega_{хл} = \omega_{ул} = 0$  и переменной величиной  $\dot{\beta}_{л}$  можно имитировать: а) на динамической установке при неподвижной модели и угловых колебаниях потока воздуха; б) на динамической установке при линейном боковом перемещении модели и постоянном потоке воздуха. При имитации режима 4) предлагается измерять нестационарные производные  $m_x^{\bar{\beta}}$ ,  $m_y^{\bar{\beta}}$  для данных  $\alpha_{0л}$ ,  $\beta_{0л}$ .

5. Частный режим 5) полета с  $\omega_{хл} = 0$ ,  $\dot{\beta}_{л} = 0$  можно имитировать на динамической установке при равных и антифазных колебаниях модели и потока воздуха. При этом предлагается измерять вращательные производные  $m_x^{\bar{\omega}_y}$  и  $m_y^{\bar{\omega}_y}$  для данного  $\beta_{0л}$  и  $\alpha_{0л} = 0$ .

6. Частный режим 6) полета с  $\omega_{хл} = 0$ ,  $\dot{\beta}_{л} = 2\omega_{ул}$  можно имитировать на динамической установке при равных и синфазных колебаниях модели и потока воздуха. При этом предлагается измерять

$$\text{комплексы } \left( \frac{m_x^{\bar{\omega}_y}}{2} + m_x^{\bar{\beta}} \right), \left( \frac{m_y^{\bar{\omega}_y}}{2} + m_y^{\bar{\beta}} \right) \text{ для данного } \beta_{0л} \text{ и } \alpha_{0л} = 0.$$

7. Измерение комплексов вращательных и нестационарных производных предпочтительнее производить на динамических установках с постоянным потоком воздуха (см. пункты 1, 2, 4б) выводов). При этом отсутствует методическая ошибка измерений, обусловленная запаздыванием векторов скоростей потока воздуха в хвосте модели от вектора изменяющейся скорости на носу модели.

### **Список литературы**

1. Бюшгенс Г. С., Студнев Р. В. Аэродинамика самолета: Динамика продольного и бокового движения. – М.: Машиностроение, 1979. –352 с.

2. Власов А. Н., Дубов Ю.Б., Студнев Р. В., Шибает В. М. Использование нестационарных аэродинамических производных в уравнениях бокового движения самолета. –Труды ЦАГИ, 1984, вып. 2233.
3. Курьянов А. И., Столяров Г. И., Тотиашвили Л. Г., Тюнин Н. Н. Экспериментальное исследование вращательных и нестационарных производных самолета в аэродинамических трубах на дозвуковых скоростях. – Труды ЦАГИ, 1985, вып. 2290.
4. Аэродинамика, устойчивость и управляемость сверхзвуковых самолетов. /Под редакцией Бюшгенса Г. С. – М.: Наука, 1998. – 816 с.
5. Захаров М. А. Исследование условий измерения вращательных и нестационарных производных на динамических установках в аэродинамических трубах. //Электронный журнал "Труды МАИ", вып. 14. – <http://www.mai.ru> ( \_\_. \_\_. \_\_).
6. Белоцерковский С. М., Скрипач Б. К., Табачников В. Г. Крыло в нестационарном потоке газа. – М.: Наука, 1971. – 768 с.

---

Захаров Михаил Александрович, аспирант кафедры динамики и управления летательных аппаратов Московского авиационного института (государственного технического университета).