

УДК 533

Математическое моделирование потока разреженной плазмы, истекающей из плазменного двигателя.

В.А. Котельников, М.В. Котельников, А.В. Морозов

Рассмотрена структура плазменной струи истекающей из сопла электро-реактивного двигателя в вакуум, путем решения системы уравнений Власова-Пуассона, получены функции распределения заряженных частиц, скоростей, концентрации и самосогласованных электрических полей в потоке плазмы, в зависимости от характерных параметров задачи: направленной скорости на срезе сопла, концентрации, ширины, отношении температур ионов и электронов.

Ключевые слова: поток разреженной плазмы, стационарный плазменный движитель, уравнения Власова-Пуассона, метод крупных частиц, функция распределения заряженных частиц.

Введение

Проведено численное моделирование задачи о квазинейтральной струе плазмы, истекающей из сопла плазменного двигателя. Рассматривалась геометрическая форма сопла в виде удлиненного прямоугольника, что позволило существенно понизить размерность задачи. Если в общем случае задача шестимерная в фазовом пространстве и нестационарная, то в данной геометрии она становится четырехмерной нестационарной. Исследовано влияние температуры, скорости струи и концентрации на срезе сопла, ширины сопла на функции распределения частиц в установившемся потоке плазмы. Рассмотрены также профили концентраций и скоростей заряженных частиц в потоке, а также изолинии самосогласованного электрического поля.

Постановка задачи

Квазинейтральная струя плазмы истекает из сопла со скоростью U_0 в вакуумное пространство (рис. 1). Предполагается, что геометрическая форма сопла имеет вид удлиненного прямоугольника. Ширина щели L совпадает с осью X удлиненная сторона прямоугольника направлена по оси Z . Задача в фазовом пространстве оказывается

четырёхмерной нестационарной и может быть решена с использованием настольных компьютеров средней мощности. Полная система уравнений в данном случае включает кинетические уравнения для ионов и электронов, что в классической бoльцмановской постановке в указанных на рис. 1 координатах, принимает вид (уравнение Власова): [1, 2]

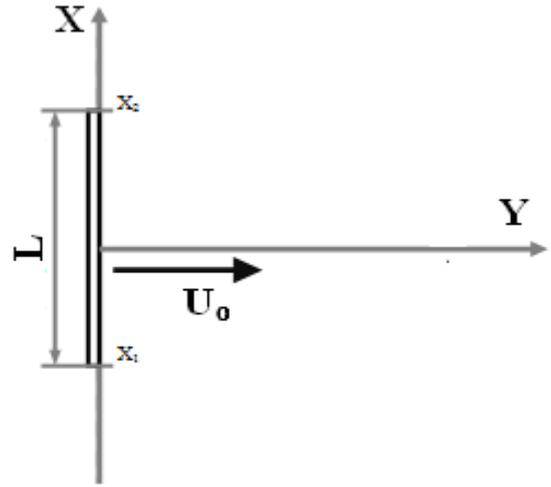


Рис.1 Геометрия задачи

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + U_{x_\alpha} \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial x} + U_{y_\alpha} \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial y} + \frac{E_x q_\alpha}{m_\alpha} \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial U_{x_\alpha}} + \frac{E_y q_\alpha}{m_\alpha} \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial U_{y_\alpha}} = 0$$

Уравнение Власова дополняется уравнением Пуассона для самосогласованного электрического поля:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = -\frac{1}{\varepsilon_0} \sum q_\alpha \cdot n_\alpha; \quad E = -\nabla \varphi$$

$$n_\alpha = \sqrt{\left(\frac{2kT_\alpha}{m_\alpha}\right)} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f_\alpha(x, y, U_x, U_y, t) dU_x dU_y$$

$\alpha = i, e$. Индексы i и e относятся к ионам и электронам.

Истечение плазмы из сопла моделировалось путем решения приведенной системы уравнений с граничными условиями для f_α (f_α - функции распределения заряженных частиц на срезе сопла). В качестве начального распределения было выбрано равновесное распределение Максвелла со сдвигом на величину направленной скорости потока плазмы, истекающей из сопла:

$$f_\alpha = n_0 (m_\alpha / (2\pi kT_\alpha))^{3/2} \cdot \exp \left[-\frac{m_\alpha (v - U_0)^2}{2kT_\alpha} \right],$$

Граничное условие для потенциала на срезе сопла:

$$\varphi = 0$$

Приведенная к безразмерному виду система уравнений Власова-Пуассона решалась методом последовательных итераций по времени. В качестве масштабов были выбраны:

- Масштаб длины $M_L = r_{Дебая} = ((\epsilon_0 k T_i / (e^2 n_{i0}))^{1/2}$;
- Масштаб потенциала $M_\phi = k T_i / e$;
- Масштаб скорости $M_{v\alpha} = (2k T_\alpha / m_\alpha)^{1/2}$, $\alpha = i, e$.

Остальные масштабы находятся по формулам размерностей.

Моделировалась динамика истечения плазмы из сопла в вакуум на заданной расчетной области. На каждом шаге по времени уравнение Пуассона решалось методом конечных разностей (FDM) с граничными условиями Дирихле и/или Неймана, а уравнения Власова решались с использованием явной схемы метода крупных частиц Ю.М. Давыдова [3]. Использовались значения E_x, E_y полученные в результате решения уравнения Пуассона на предыдущем временном шаге. Шаг по времени выбирался по результатам методических расчетов, в качестве начального значения бралось значение, удовлетворяющее условию Куранта:

$$\Delta t \leq \min \left\{ h_r / U_{max}, r h_v / E_{max} \right\}.$$

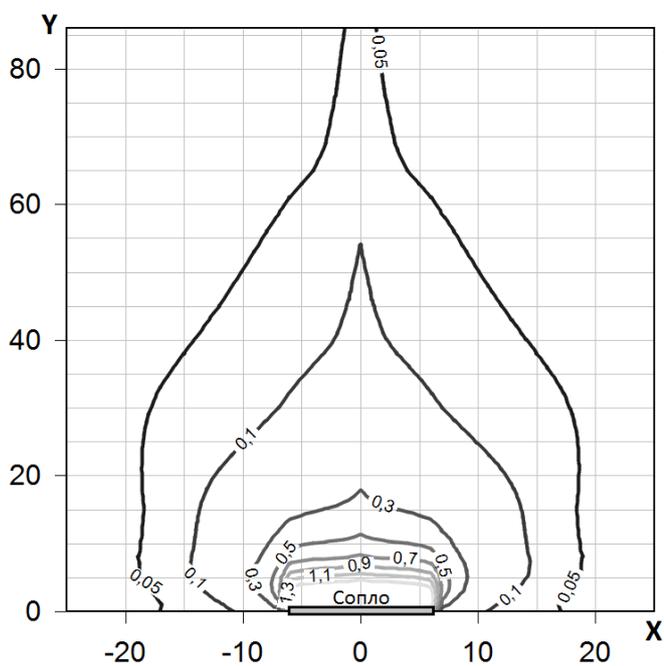
Точность метода во много зависит от размеров области с эйлеровой сеткой, а численная диффузия идет в направлении сноса и слабо зависит от размерности фазового пространства.

Расчет продолжался до установления структуры потока в пределах расчетной области.

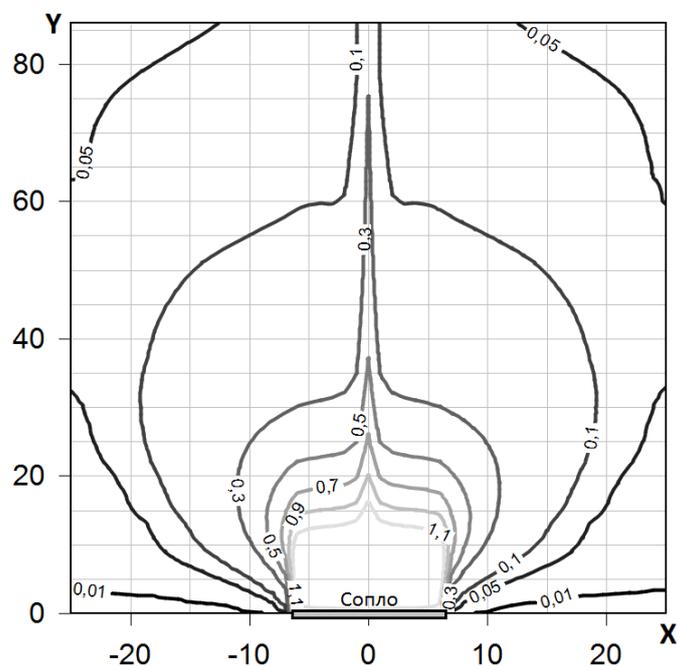
Результаты вычислительных экспериментов

На рис. 2а, 2б, 2в, 2г приведены поля концентраций ионов при различных параметрах задачи: отношении температур ионов T_i и электронов T_e $\epsilon = \frac{T_i}{T_e}$, величины направленной скорости на срезе сопла U_0 , ширины сопла L . При повышении начальной скорости U_0 и отношения температур ϵ , поля концентраций приобретают более остроконечную каплевидную форму, что связано с увеличением температуры электронов, которое оказывает влияние на распределение потенциала в потоке, приводя к образованию "ямы" отрицательного заряда (рис 3а). Как видно из рис. 3б,в при уменьшении температуры электронов "яма" почти исчезает. Таким образом, образующийся отрицательный потенциал притягивает ионы, тем самым увеличивая их скорость (рис 5 в, г), что и оказывает влияние на поток ионов и его поле концентраций. На рис. 4 приведена зависимость максимума потенциала от Y , при $X = 0$. Из графика видно влияние различных

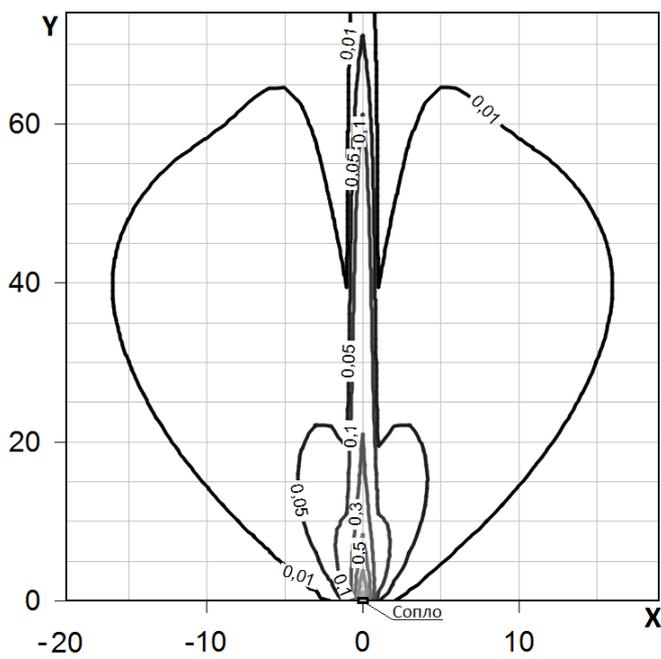
параметров на максимум потенциала, а именно: с увеличением направленной скорости U , происходит резкий рост максимум потенциала, а увеличение температуры электронов уменьшает потенциал и приводит к образованию большей "ямы" потенциала. При уменьшении ширины сопла L максимум потенциала становится меньше, что связано с более быстрым рассеиванием ионов и электронов по оси X . На рис. 6. показано изменение функции распределение ионов при удалении от сопла: с увеличением расстояния ФРИ приобретает все более вытянутую форму по оси U_y , сдвигаясь в сторону возрастания U_y . С ростом координаты Y насыщение ФРИ уменьшается, что связано с уменьшением концентрации n_i , n_e . Поскольку тепловая скорость электронов много больше направленной, их функции распределения мало отличаются от начальных (максвелловских).



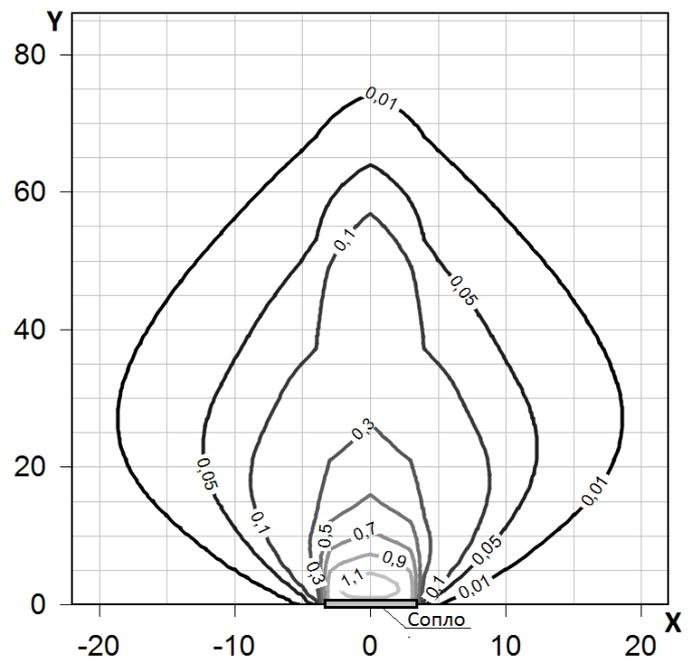
а) $U_0 = 4, \varepsilon = 1, L = 13$



б) $U_0 = 10, \varepsilon = 1, L = 13$

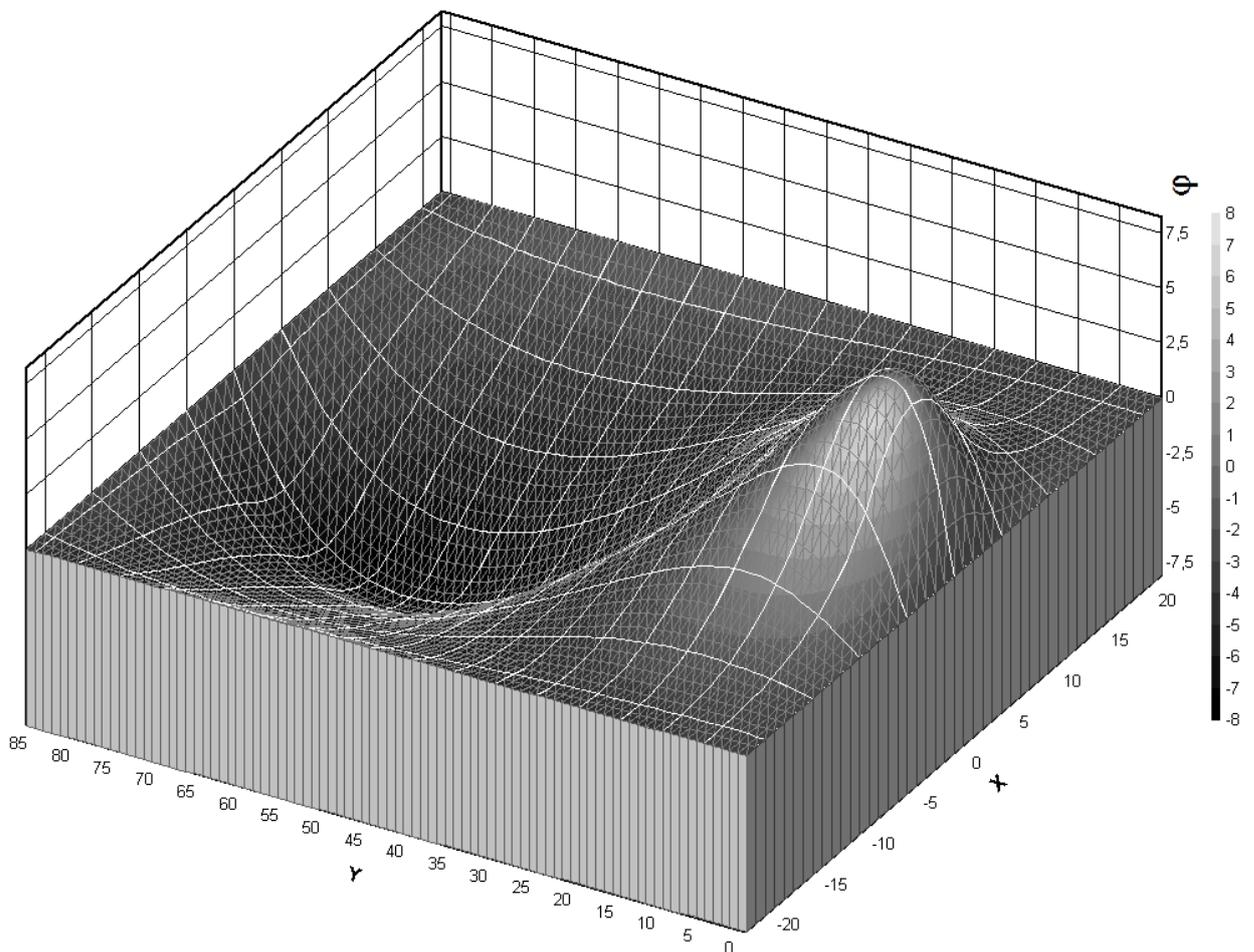


в) $U_0 = 4, \varepsilon = 1, L = 1$

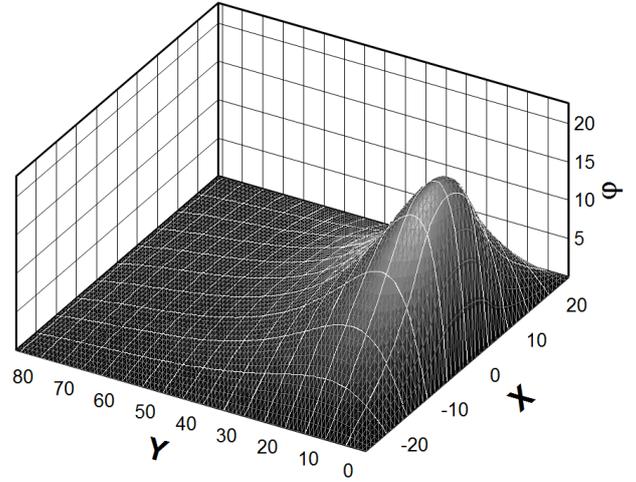
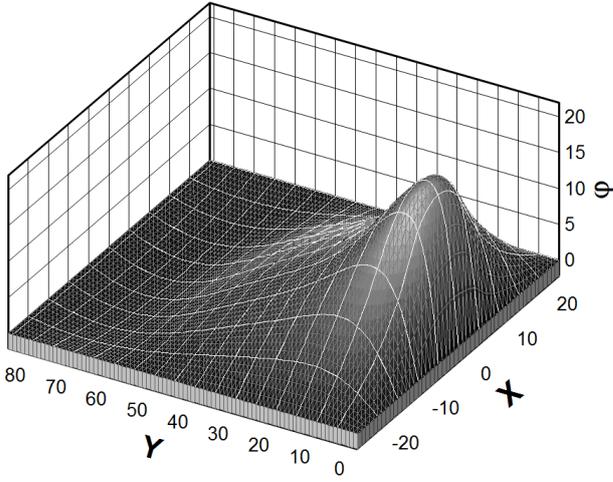


г) $U_0 = 4, \varepsilon = 0.02, L = 7$

Рис. 2. Профили концентрации ионов



a) $U = 4, \varepsilon = 0.02, L = 7$



б) $U = 4, \varepsilon = 0.05, L = 13$

в) $U = 4, \varepsilon = 1, L = 13$

Рис. 3. 3х мерное распределение потенциала

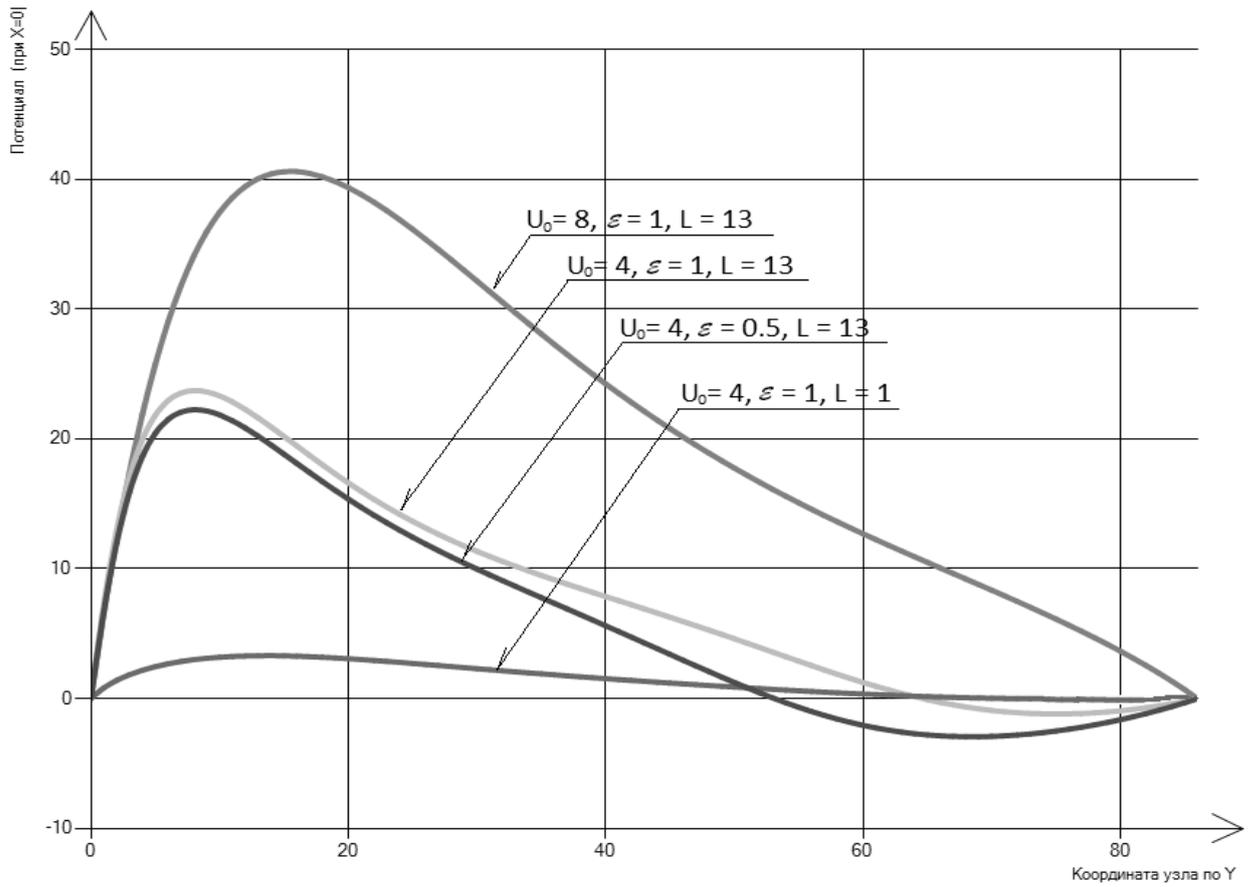


Рис. 4. Потенциальные кривые

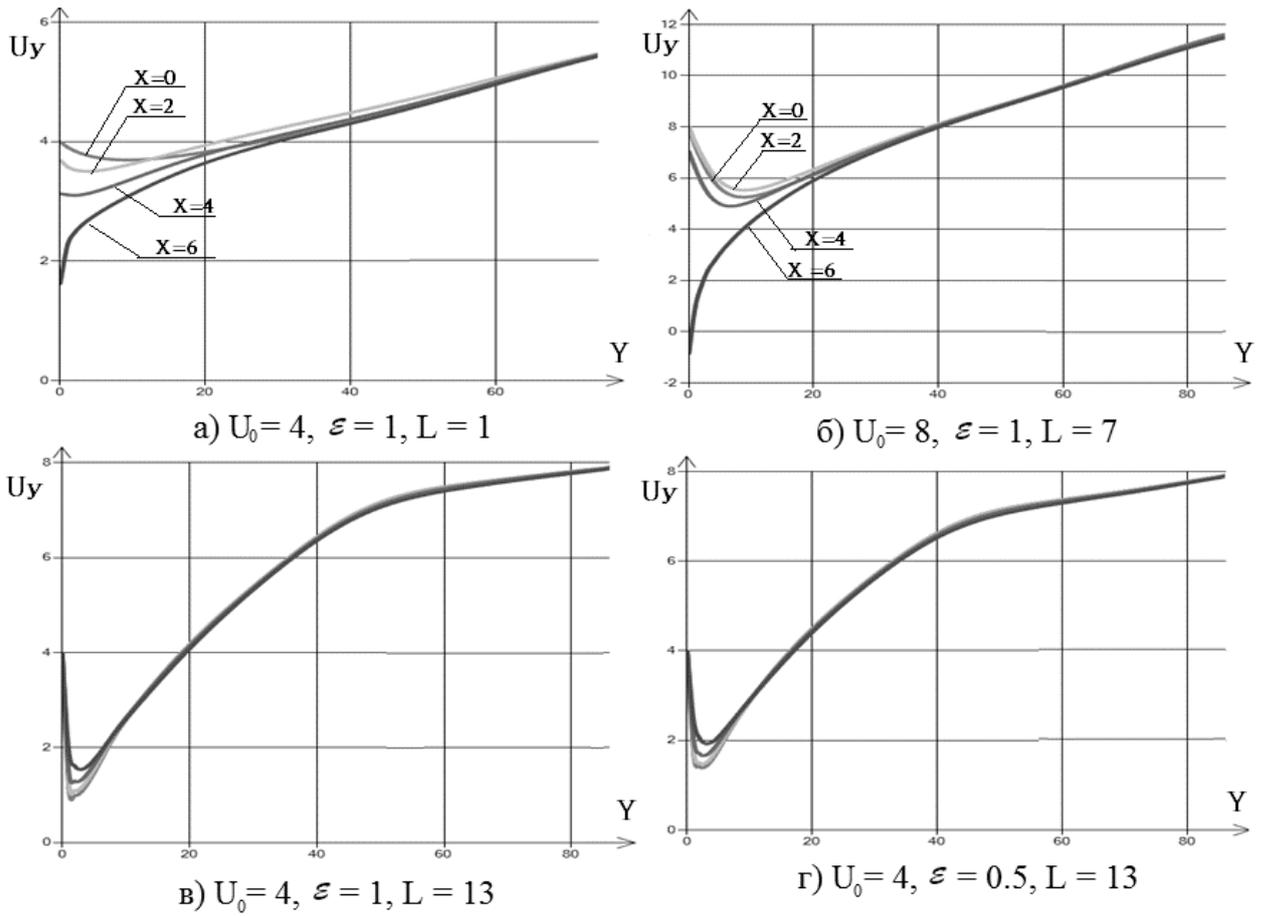


Рис. 5. Направленная скорость ионов

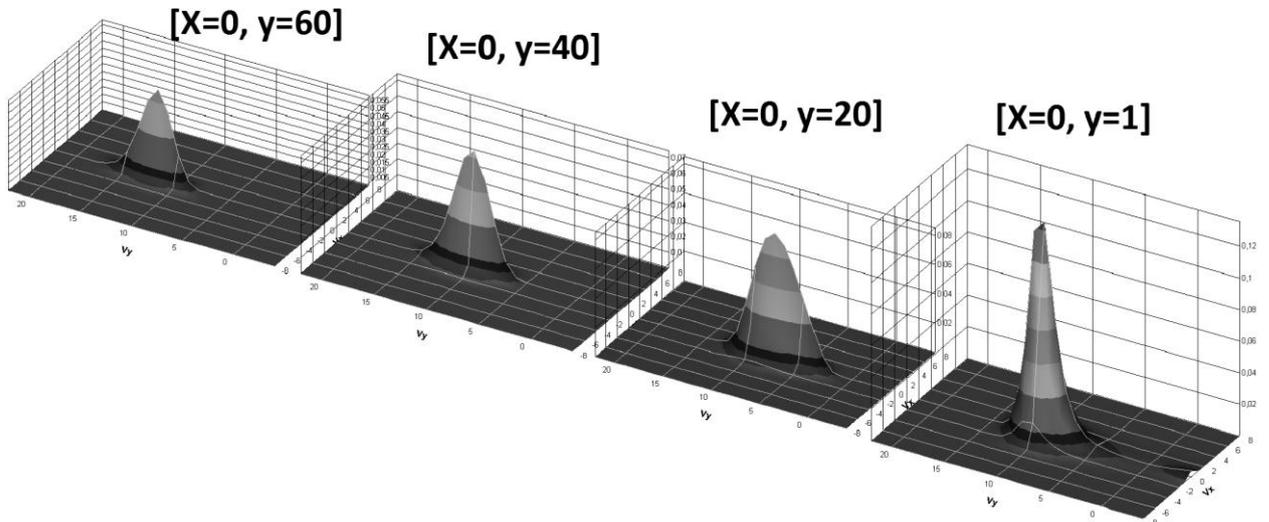


Рис. 6. Функции распределения ионов

Заключение

* Исследовано влияние скорости, концентрации, и размеров сопла на функцию распределения заряженных частиц в потоке плазмы.

* Исследовано зависимость максимума потенциала в струе от параметров плазмы и его влияние на функцию распределение ионов.

* Получены изолинии концентраций и потенциалов в струе в зависимости от параметров задачи.

Список литературы

1. М.В. Котельников, В.Ю. Гидаспов, В.А. Котельников. Математическое моделирование обтекания тел потоками бесстолкновительной и столкновительной плазмы. Изд-во Физматлит, 2010, 288 с. Поддержано РФФИ, грант № 08-08-13586 ОФИ-Ц.
2. Котельников В.А., Ульданов С.В., Котельников М.В. Процессы переноса в пристеночных слоях плазмы. М.: Наука, 2004г., 422с.
3. Белоцерковский О.М., Давыдов Ю.М. Методы крупных частиц в газовой динамике. М.: Наука, 1982г., 392с.

Котельников Вадим Алексеевич, профессор Московского авиационного института (национального исследовательского университета), д.т.н., профессор.
МАИ, Волоколамское ш., 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993;
тел.: (499) 158-19-70; e-mail: mvk_home@mail.ru

Котельников Михаил Вадимович, профессор Московского авиационного института (национального исследовательского университета), д.т.н., доцент.
МАИ, Волоколамское ш., 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993;
тел.: (499) 158-19-70; e-mail: mvk_home@mail.ru

Морозов Александр Валерьевич, аспирант Московского авиационного института (национального исследовательского университета).
Неманский пр., д. 1 к. 1, кв 219, Москва, 123181;
тел.: 8-903-223-07-15; e-mail: tstatic@gmail.com