

Научная статья

УДК 629.7.054.07; 629.7.051.2; 519.853.62

URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=183598>

EDN: <https://www.elibrary.ru/EGLFRE>



## Зависимость параметров выведения РКН на орбиту от начальной выставки платформенной инерциальной системы

Владислав Павлович Наумченко

Филиал АО «ЦЭНКИ» – «НИИ ПМ им. академика В.И. Кузнецова»,

Москва, Российская Федерация

8987nau@mail.ru

**Аннотация.** В настоящей статье продолжается начатое в [14, 15] исследование алгоритма начальной выставки инерциальной навигационной системы (ИНС) платформенного класса для объектов различных классов и применений. Представлены два концептуальных подхода к построению алгоритма, обсуждаются их достоинства и недостатки.

Показаны результаты моделирования алгоритма при использовании метода наискорейшего спуска в двух концептуальных подходах при выставке трехосной платформы. Проведено сравнение быстродействия и точности выставки, и определены параметры корректирующих блоков в контуре стабилизации, при которых время и ошибка выставки минимальны.

Приведены результаты моделирования задачи выведения ракеты космического назначения (РКН) на переходную орбиту при ошибках начальной выставки платформы. Определен конус рассеивания погрешности выведения РКН в зависимости от подобранных коэффициентов в блоке регулирования скорости выставки, входящем в модель алгоритма решения оптимизационной задачи.

**Ключевые слова:** инерциальная навигационная система, гиropлатформа, оптимизационный алгоритм начальной выставки, метод градиентного спуска, ракета космического назначения, точность выведения на целевую орбиту

**Для цитирования:** Наумченко В.П. Зависимость параметров выведения РКН на орбиту от начальной выставки платформенной инерциальной системы // Вестник Московского авиационного института. 2024. Т. 31. № 4. С. 185–196. URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=183598>

Original article

## Dependence of the Space-Intended Rocket Insertion into Orbit Parameters on the Inertial Platform System Initial Alignment

Vladislav P. Naumchenko

JSC “TsENKI” – “NII PM”,

Moscow, Russian Federation

8987nau@mail.ru

### Abstract

Cutting time and structure simplification of the initial alignment algorithm for efficiency increasing of the inertial navigation systems (INS) in the instances requiring operative turn-on and execution of the carrier target task is an important problem. To this end, an optimization algorithm development for the initial alignment of the INS platform keeps on. As part of the previously obtained backlog, a refined functional diagram of the initial alignment and block diagram of the optimization problem solution algorithm were compiled.

© Наумченко В.П., 2024



Conceptual mathematical model of the three-axis platform alignment is being adduced for the first time jointly with the functional diagram clarifications. The form of the model record herewith allows its application for the equations of initial alignment description for leveling and gyro-compassing of both uniaxial and biaxial platforms. Logic elaboration of the initial alignment algorithm is possible with the two conceptual approaches with regard to readings anti-gradient  $d$  and method step  $\lambda$ . The first approach, widely adduced in the technical literature, is based on the classical interpretation consisting in employing objective function of the measurement model and its derivatives. The second one consists in direct application of the filtered primary readings of sensitive element for the anti-gradient computing. Scaling of the method steps  $\lambda$  for the algorithm speeding is feasible by adding the alignment speed regulation block.

To enhance modeling speed and computer resources assignment, modeling is being performed in multiprocessor mode and with the Python3 language libraries aid. A significant amount of parameters has to be varied while simulation, and Pareto optimal methods are being applied to search for the best results, namely the method of effective multi-criteria programming and the method of negative weighting according to the criteria of error of the alignment and overshoot. In the course of the simulation results filtering, a set of adjustment coefficients, which can be entered into the non-volatile memory of the INS, is being obtained.

To assess the impact of the errors in the initial alignment on the target problem solving accuracy, the task of a space rocket (SR) launching into a low Earth orbit is being modeled. The leading-out error is being regarded as a function of the initial platform alignment error without account for the atmospheric model errors, the errors of aerodynamic forces and thrust of the SR engine.

**Keywords:** inertial navigation system, gyro platform, initial alignment optimization algorithm, gradient descent method, space rocket, accuracy of launching into the target orbit

**For citation:** Naumchenko V.P. Dependence of the Space-Intended Rocket Insertion into Orbit Parameters on the Inertial Platform System Initial Alignment. *Aerospace MAI Journal*, 2024, vol. 31, no. 4, pp. 185–196. (In Russ.). URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=183598>

## Введение

Как известно [1, 2], инерциальные навигационные системы (ИНС) обладают рядом преимуществ, делающих их одними из важных составляющих пилотажно-навигационных систем летательных аппаратов. Это помехозащищенность, автономность, информативность и универсальность применения, возможность высокоскоростной выдачи информации. Столь же значительным является сокращение времени и упрощение структуры алгоритма начальной выставки для повышения эффективности ИНС в случаях, требующих оперативного включения и выполнения целевой задачи носителя. Вместе с тем накопление ошибок с течением времени [3, 4], а также ошибки начальной выставки [5, 6] являются существенными недостатками ИНС, усложняющими точное выполнение задач выведения ракет космического назначения (РКН) на целевую орбиту [7] и проведения целевых маневров [8] космических аппаратов (КА) уже на орбите.

Наиболее широко распространен автономный способ выставки платформенных ИНС на неподвижном относительно Земли объекте, описанный еще в фундаментальном труде [9]. Этот метод существенно зависит от точности используемых инерциальных датчиков и разделяется на этапы горизонтирования и гироскопирования [6]. Большую часть времени выставки занимает этап гироскопирования, что определяется наличием

в первичных показаниях чувствительных элементов (ЧЭ) измерительных шумов, возникающих вследствие непостоянства условий внешней среды (температура, влажность, электромагнитное поле) или внутренних особенностей ЧЭ и электроники (электронные шумы, нестабильность в запуске). Поэтому для сокращения времени замера в конкретном положении при достижении требуемой точности необходимо применение либо метода усреднения, либо фильтрации выходных показаний ЧЭ.

Общемировые тенденции, в том числе и в России, сводятся к проведению исследований в части комплексирования навигационных систем при решении задачи выставки БИНС [10–13], и отсутствуют сведения о концептуальных исследованиях, направленных на улучшение начальной выставки платформенных ИНС. Ранее автором были опубликованы работы [14–16], в которых приводились общие концепции построения оптимизационного алгоритма начальной выставки и рассматривалось влияние шумов на его точность и быстродействие.

В настоящей статье продолжают исследования в данной области и приводятся математические модели построения оптимизационного алгоритма на примере градиентного метода наискорейшего спуска (метода первого порядка). Причем возможны два концептуально разных способа формирования алгоритма, влияющих в том числе и на синтез



контура стабилизации платформы: первый заключается в классическом строгом расчете шага метода  $\lambda$  через производную от уравнения измерения показаний на ось чувствительности ЧЭ в зависимости от угла [17, 18]; второй состоит в вычислении шага метода  $\lambda$  без использования производной, а подстановкой средней оценки измерений ЧЭ в конкретном положении. Второй способ в большинстве случаев оказался более удачным благодаря гибкости самих оптимизационных методов подстройки выбора шага метода  $\lambda$  – оптимальным с точки зрения скорости сходимости образом. Стоит обратить внимание, что сведений о применении второго способа, особенно для решения задачи выставки, в технической литературе обнаружено не было.

По результатам моделирования алгоритма выставки получены массивы данных, которые применялись для моделирования задачи выведения РКН на низкую околоземную орбиту (НОО) высотой 200 км с целью оценки степени разброса ошибки выведения как функции погрешности начальной выставки ИНС.

Актуальность, новизна и практическая значимость исследования обусловлены возможностью применения нового подхода к проведению начальной выставки платформенных инерциальных систем без изменения их конструктивных исполнений, а посредством уточнения их программного обеспечения в центральном вычислителе. Применение оптимизационных методов позволяет проводить начальную выставку в ускоренном режиме, а широкий арсенал самих методов дает возможность уточнять алгоритм в зависимости от внешних условий среды.

В ходе написания работы были использованы следующие методы исследования: общенаучные (анализ, синтез, индукция, дедукция, аналогия), специальные (логический, сравнительный, моделирование).

### Модель показаний инерциальных датчиков

Как уже было описано в работах [14, 15], с платформой связан ортогональный трехгранник  $Ox_n y_n z_n$ , где  $O$  – геометрический центр масс платформы, совпадающий с центром подвеса;  $x_n$  – ось платформы, совпадающая с продольной осью РКН;  $y_n$  – ось платформы, направленная на географический север;  $z_n$  – ось платформы, направленная на восток и дополняющая трехгранник до правой тройки. Если опустить связь между инерциальным измерительным блоком (ИИБ) и платформой в виде вектора невязок  $\vec{\Delta} = [\Delta_{xy}, \Delta_{xz}, \Delta_{yx}, \Delta_{yz}, \Delta_{zy}, \Delta_{zx}]^T$ , задача выставки сводится к совмещению осей географического базового трехгранника  $OHNE$ , формирующего плоскость горизонта и истинной вертикали, и осей трехгранника  $Ox_n y_n z_n$ .

Принимая во внимание паспортизацию на заводе-изготовителе систематических ошибок ЧЭ, модель показаний гироскопов и акселерометров можно представить в следующем виде:

$$\begin{pmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11}^0 + \Delta S_{11}^0 & 0 & 0 \\ 0 & S_{22}^0 + \Delta S_{22}^0 & 0 \\ 0 & 0 & S_{33}^0 + \Delta S_{33}^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta \Omega_x \\ \Delta \Omega_y \\ \Delta \Omega_z \end{pmatrix}; \quad (1)$$

$$\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11}^a + \Delta S_{11}^a & 0 & 0 \\ 0 & S_{22}^a + \Delta S_{22}^a & 0 \\ 0 & 0 & S_{33}^a + \Delta S_{33}^a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta a_x \\ \delta a_y \\ \delta a_z \end{pmatrix},$$

где  $S_{11}, S_{22}, S_{33}$  – номинальные значения масштабных коэффициентов;  $\delta S_{11}, \delta S_{22}, \delta S_{33}$  – случайные погрешности масштабных коэффициентов;  $\Omega_{x,y,z}, a_{x,y,z}$  – фактические величины проекций угловой скорости вращения Земли на оси чувствительности (ОЧ) соответствующих гироскопов и проекций ускорения свободного падения на ОЧ соответствующих акселерометров;  $\delta \Omega_{x,y,z}, \delta a_{x,y,z}$  – случайные составляющие нулевого сигнала (шумы измерений).

Система (1) показывает, что решающий вклад в точность, а также быстроедействие выставки вносят измерительные шумы ЧЭ. Для их снижения необходимо прибегать либо к методу усреднения показаний, что приведет к увеличению времени выставки, либо к цифровой фильтрации выходных показаний ЧЭ.

### Подходы к построению алгоритма выставки

Функциональная схема, описывающая алгоритм начальной выставки, приведена на рис. 1.

Блок акселерометров (БА) и блок гироскопов (БГ) в составе инерциального измерительного блока (ИИБ) измеряют проекции вектора ускорения свободного падения  $g$  и вектора угловой скорости вращения Земли  $\Omega$  на ОЧ соответствующих инерциальных датчиков. Измеренные параметры  $n_n$  и  $\Omega_n$  вследствие воздействия шумов отличаются от действительных и соответствуют  $n_n^*$  и  $\Omega_n^*$ . Они поступают в центральный вычислительный модуль (ЦВМ), где проходят первичное аналого-цифровое преобразование в соответствующих аналого-цифровых преобразователях (АЦП). Ошибки преобразования  $\Delta N$  приводят к дополнительному искажению сигналов.

После первичной обработки сигналов показания подвергаются фильтрации для снижения интенсивности шумов измерений ЧЭ. Система управления (СУ) устанавливает приоритетный критерий (критерии) для решения задачи начальной выставки – повышение скорости выставки (быстроедействие), минимизация ошибки выставки (точность), снижение динамических характеристик контура стабилизации (перерегулирование, колебательность). Далее



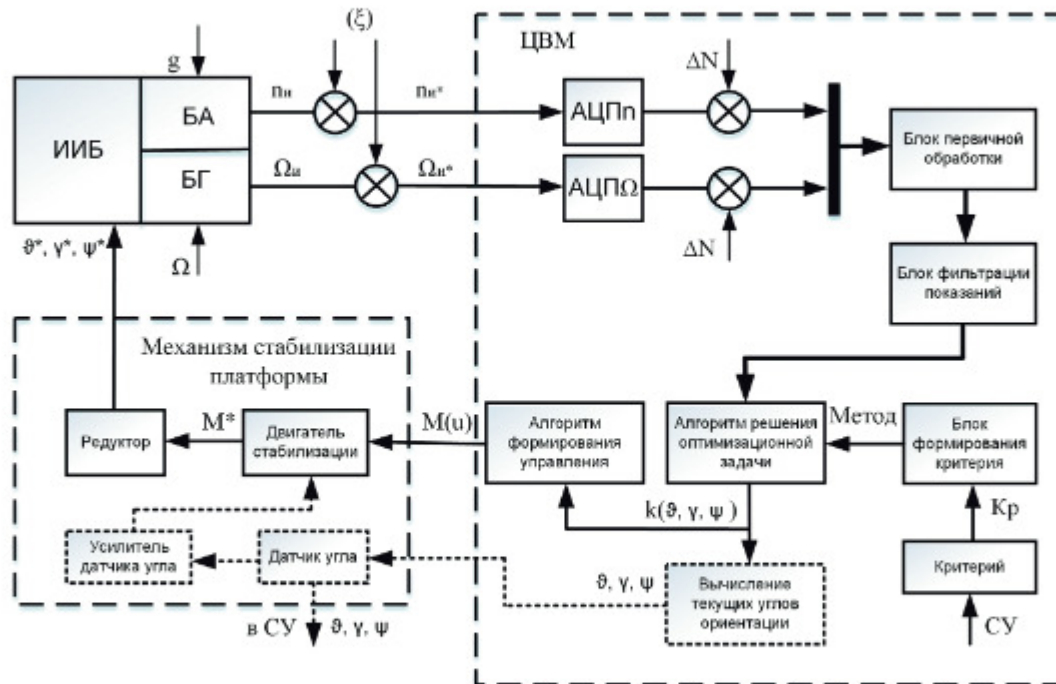


Рис. 1. Функциональная схема алгоритма начальной выставки

определяется оптимизационный метод, способный удовлетворить назначенным критериям или части критериев. В самом алгоритме решения оптимизационной задачи на основе текущих показаний датчиков, а также истории показаний в предыдущих промежуточных положениях платформы формируются шаги разворота платформы (колец карданова подвеса) по соответствующим осям.

На выход алгоритма поступает шаг разворота платформы по трем углам, затем он поступает в алгоритм формирования управления и блок вычисления текущих углов ориентации платформы, которые фиксируются датчиком угла платформы и передаются в СУ. Значение сформированного момента поступает на двигатель стабилизации (ДС) платформы, который формирует силовое воздействие для разворота платформы одновременно на три угла. Сформированный ДС момент поступает на редуктор, который поворачивает платформу с ИИБ. Процесс может повторяться итерационно, пока показания инерциальных датчиков не достигнут таких значений, при которых трехгранник платформы будет совмещен с базовым трехгранником.

Алгоритм способен работать в полностью автономном режиме даже при отсутствии датчика угла и его усилителя. В этом случае также отсутствует блок вычисления текущих углов ориентации. В таком режиме нет информации об ориентации платформы в текущий момент времени и об окончании выставки можно судить только по завершении функционирования алгоритма, когда трехгранник

платформы будет совмещен с базовым трехгранником. Как раз наличие каскада датчика угла и определяет концептуальный подход при построении алгоритма: первый – классическое применение оптимизационных градиентных методов; второй – усовершенствованная модификация классических оптимизационных методов.

Концептуальная математическая модель алгоритма начальной выставки имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \vartheta_k = \vartheta_{k-1} + h_{\vartheta_k} \cdot \lambda_{\vartheta_k} \cdot d_{\vartheta_k}; \\ \gamma_k = \gamma_{k-1} + h_{\gamma_k} \cdot \lambda_{\gamma_k} \cdot d_{\gamma_k}; \\ \psi_k = \psi_{k-1} + h_{\psi_k} \cdot \lambda_{\psi_k} \cdot d_{\psi_k}; \end{cases} \quad (2)$$

где  $\vartheta_k, \gamma_k, \psi_k, \vartheta_{k-1}, \gamma_{k-1}, \psi_{k-1}$  – углы ориентации платформы на  $k$ -м такте выставки (или при  $k$ -й ориентации платформы);  $h_{\vartheta_k}, h_{\gamma_k}, h_{\psi_k}$  – начальные шаги разворота платформы по соответствующим угловым каналам, которые в зависимости от метода автоматически устанавливаются в блоке формирования критерия;  $d_{\vartheta_k}, d_{\gamma_k}, d_{\psi_k}$  – антиградиенты показаний ЧЭ по соответствующим угловым каналам;  $\lambda_{\vartheta_k}, \lambda_{\gamma_k}, \lambda_{\psi_k}$  – шаги методов, рассчитываемые в зависимости от выбранного оптимизационного метода.

В табл. 1 приведены способы расчета антиградиентов  $d$  и шагов метода  $\lambda$  в зависимости от подхода к построению выставки – классического подхода (КП) или модифицированного подхода (МП).

Таблица 1

Подходы к построению алгоритма выставки

Классический подход	Модифицированный подход
$d_{\alpha_k} =  -\nabla f_k(\vartheta_k, \gamma_k, \psi_k) $ $\lambda_{\alpha_k} = \frac{ \alpha^* - \alpha_k }{d_{\alpha_k}}$	$d_{\alpha_k} =  A_{\alpha_k}(\vartheta_k, \gamma_k, \psi_k) - A_{\alpha_{k-1}}(\vartheta_k, \gamma_k, \psi_k) $ $\lambda_{\alpha_k} = \frac{A_{\alpha_k}(\vartheta_k, \gamma_k, \psi_k)}{d_{\alpha_k}}$
$\alpha = \vartheta, \gamma, \psi$ – угол для каждого конкретного канала; $A_\alpha$ – показания ЧЭ.	

Как мы видим, для расчета антиградиента  $d$  и шага метода  $\lambda$  КП необходимы модель измерений ЧЭ и значения текущих углов ориентации платформы.  $\vartheta^*, \gamma^*, \psi^*$  – контрольные углы. Для каналов горизонтирования они равны  $90^\circ$ , а для канала гирокомпасирования могут варьироваться и составлять  $0^\circ, 180^\circ$  и  $360^\circ$ .

При расчете антиградиента  $d$  и шага метода  $\lambda$  МП нам достаточно знать только показания ЧЭ на текущем и предыдущем такте выставки.

Блок-схема алгоритма решения оптимизационной задачи из функциональной схемы на рис. 1 приведена на рис. 2.



Рис. 2. Блок-схема алгоритма решения оптимизационной задачи

Перед началом итерационной работы алгоритма выполняется алгоритм пробного шага с целью определения направления дальнейшего разворота путем вычисления градиентов показаний ЧЭ между начальным и повернутым положением. Начальный шаг выбирается таким, чтобы можно было однозначно установить направления разворота на фоне измерительных шумов ЧЭ.

После определения направления разворота платформы проводится контроль вхождения показаний ЧЭ в заранее установленный точностный диапазон, а также осуществляется переход соответствующей оси чувствительности через экстремум. В этом случае уменьшается шаг  $h$  и изменяется направление поиска.

На каждом шаге выставки проводится расчет антиградиентов  $d$  и шагов метода  $\lambda$ . Для повышения быстродействия алгоритма проводится дополнительное масштабирование шагов метода  $\lambda$  через блок регулирования скорости выставки. В блоке регулирования скорости реализуются следующие соотношения:

$$\begin{cases} \lambda_{\alpha_k} = \frac{|\alpha^* - \alpha_k|}{d_{\alpha_k}}, & |\alpha_k| > ov\_angle; \\ \lambda_{\alpha_k} = \frac{|\alpha^* - \alpha_k|}{d_{\alpha_k}} * ov, & |\alpha_k| \leq ov\_angle; \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \lambda_{\alpha_k} = \frac{|A_{\alpha_k}|}{d_{\alpha_k}}, & |\alpha_k| > ov\_angle; \\ \lambda_{\alpha_k} = \frac{|A_{\alpha_k}|}{d_{\alpha_k}} * ov, & |\alpha_k| \leq ov\_angle, \end{cases}$$

где  $ov\_angle$  – контрольный угол, с которого начинается масштабирование шага метода  $\lambda$ ;  $ov$  – коэффициент масштаба.

Параметры в блоке регулирования скорости определяются для каждого конкретного метода путем калибровки и испытаний алгоритма на этапе изготовления прибора либо путем предварительного расчета на имитационной модели алгоритма.



Полученные коэффициенты заносят в энергонезависимую память ЦВМ.

В связи с большим объемом данных в результате моделирования проводится поиск наиболее оптимальных решений при помощи парето-оптимальных методов, а именно: метода эффективного многокритериального программирования (Efficient Multi-Objective Programming, EMOP) [20–21] и метода негативных взвешиваний (Weighted Sum Method, WSM) [22].

### Результаты моделирования выставки

Эффективность начальной выставки в первую очередь определяется ее быстродействием. Как было указано выше, влиять на быстродействие выставки, а также на точность и перерегулирование можно путем подбора и установки регулировочных

коэффициентов. Для этого они варьировались при различных начальных ориентациях платформы. Углы тангажа  $\theta$  и крена  $\gamma$  задавались в диапазоне от  $0^\circ$  до  $90^\circ$  с шагом  $30^\circ$ , а угол курса  $\psi$  – в диапазоне от  $0^\circ$  до  $360^\circ$  с шагом  $45^\circ$ . Далее варьировались начальные шаги  $h_x, h_y, h_z$  угловых контуров от  $0,6^\circ$  до  $1,8^\circ$  с шагом  $0,4^\circ$ . И наконец, варьировались регулировочные коэффициенты  $ov\_angle, ov\_a, ov\_g, dc$  и  $dg$ . Два последних коэффициента отвечают за поддержку контура гирокомпасирования, пока каналы горизонтирования не уменьшат рассогласование с плоскостью горизонта.

В результате моделирования для КП было получено 368640 реализаций, а для МП 516276. Для сокращения времени моделирования вычисления проводились в параллельном режиме на шести процессорах одновременно с помощью библиотек

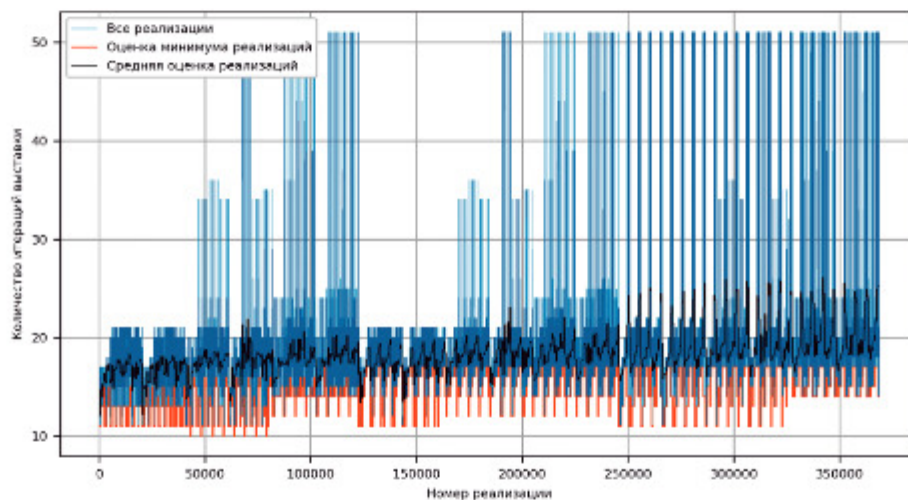


Рис. 3. Зависимость количества итераций выставки от номера реализации при КП

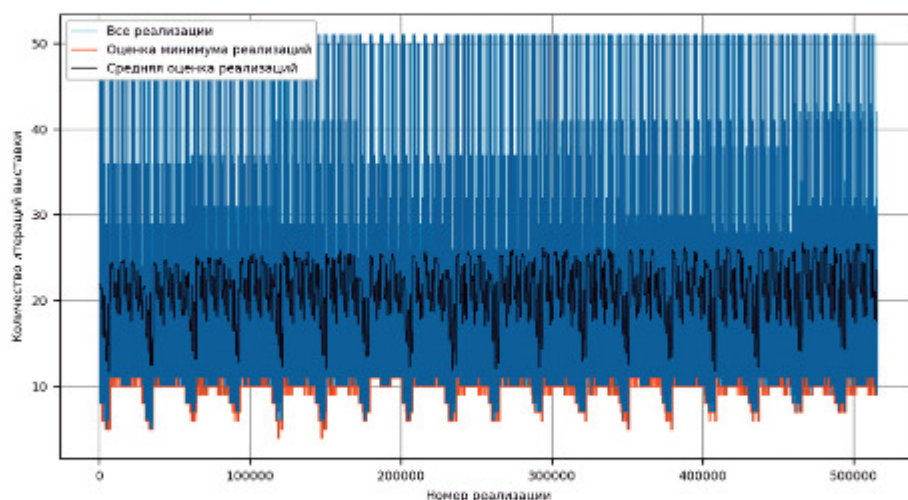


Рис. 4. Зависимость количества итераций выставки от номера реализации при МП

itertools и multiprocessing языка программирования Python3. На рис. 3 и 4 приведены графики зависимости количества итераций выставки от номера реализации моделирования.

При большем удалении от экстремума КП необходимо большее число итераций (рис. 3), это хорошо видно при осреднении реализаций. При МП (рис. 4) такая особенность не наблюдается. Число реализаций с итерациями выставки меньше чем 10 (при минимальном числе итераций 4) при МП имеется в каждой ориентации платформы (60358 шт.), в то время как при КП таких реализаций в 300 раз меньше (200 шт.). Однако из-за большего числа реализаций при МП число реализаций, в которых число итераций выставки более 50 (38016 шт.), в пять раз больше, т. е. алгоритм оказался либо длительным, либо вообще расходящимся. При КП таких реализаций 7646 шт.

На рис. 5 приведены итоги фильтрации результатов моделирования задачи выставки методами EMOP и WSM.

Для более детального сравнения на рис. 6 представлены реализации КП и МП в одной ориентации платформы для  $\gamma = 60^\circ$ ,  $\nu = 60^\circ$  и  $\psi = 45^\circ$  при варьировании остальных параметров. В табл. 2 приводится оценка показателей.

Таблица 2

Сравнение реализаций в одной начальной ориентации

Подход	КП	МП
Всего реализаций	5120	7188
Реализаций с итерациями больше 50	292	784
Реализаций с итерациями меньше 10	0	163
Среднее число итераций	20,42	22,32
Минимальное число итераций	14	7

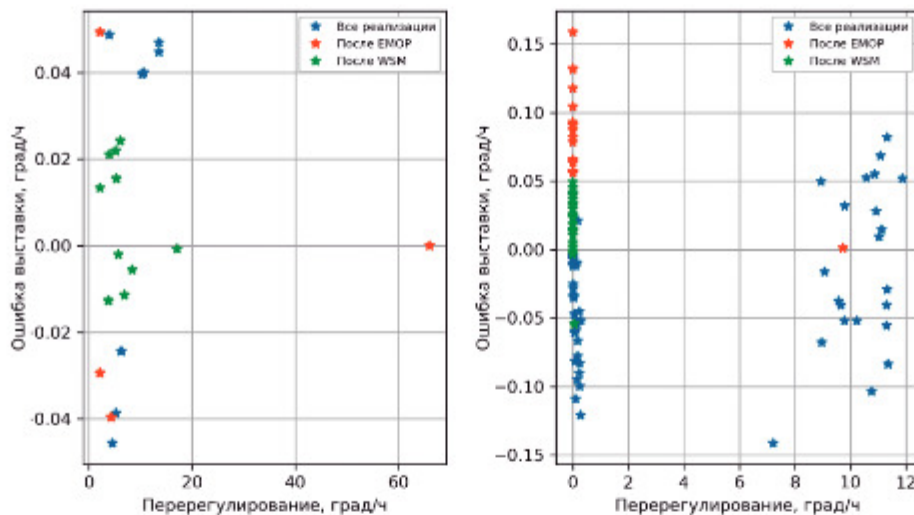


Рис. 5. Параметрические графики зависимости перерегулирования от ошибки выставки при КП (слева) и МП (справа)

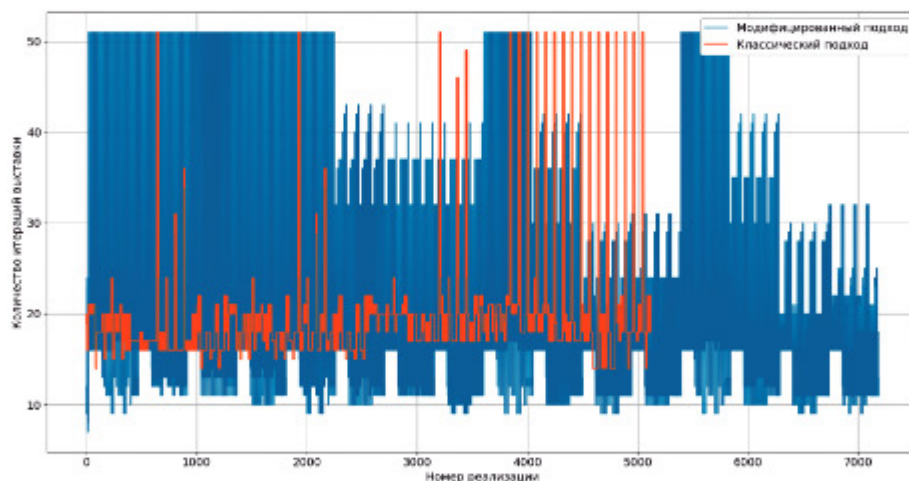


Рис. 6. Реализации двух способов при одной ориентации платформы



На рис. 7 и 8 представлены графики изменения углов крена, тангажа и курса в зависимости от числа итераций в одной начальной ориентации при варьировании параметров. Явно видно, что в случае МП число итераций не превышает 18, в то время как при КП их 22. Стоит отметить, что при КП оказались случаи, когда выставился угол курса в 180°. Это связано со слишком большими регулировочными коэффициентами, изменившими логику его работы. Тем не менее и в таком случае можно считать выставку завершённой, поскольку по проекциям ЧЭ удастся однозначно установить ориентацию платформы. Для компенсации этой ориентации достаточно совершить разворот вокруг оси Z на 180°. В табл. 3 приводятся некоторые из регулировочных коэффициентов, при которых в табл. 3 приводятся некоторые из регулировочных коэффициентов, при которых наблюдается наименьшее число итераций при минимальном перерегулировании и минимальной конечной ошибке ориентации платформы.

**Моделирование задачи выведения и анализ полученных результатов**

Систему уравнений сил и моментов сил, действующих на РКН в осях стартовой системы координат, будем рассматривать в следующем виде [23] при учете распределения массы РКН в плоскости симметрии:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} P_{xln} + X_{ln} + X_{ln}^{(ctr)} \\ P_{yln} + Y_{ln} + Y_{ln}^{(ctr)} \\ P_{zln} + Z_{ln} + Z_{ln}^{(ctr)} \end{bmatrix} = C \cdot \begin{bmatrix} P_x + X + X_{ctr} \\ P_y + Y + Y_{ctr} \\ P_z + Z + Z_{ctr} \end{bmatrix}; \\ \begin{cases} M_{\Sigma x} = M_{cx} + (I_{yy} - I_{zz})\omega_y\omega_z - I_{xy}\omega_x\omega_z; \\ M_{\Sigma y} = M_{cy} + (I_{zz} - I_{xx})\omega_z\omega_x; \\ M_{\Sigma z} = M_{cz} + (I_{xx} - I_{yy})\omega_x\omega_y, \end{cases} \end{cases} \quad (4)$$

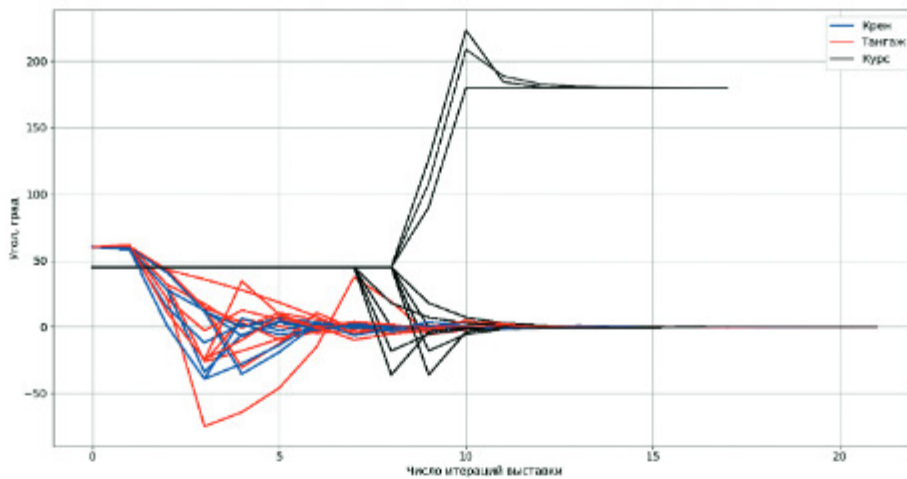


Рис. 7. Реализации в одной ориентации при КП

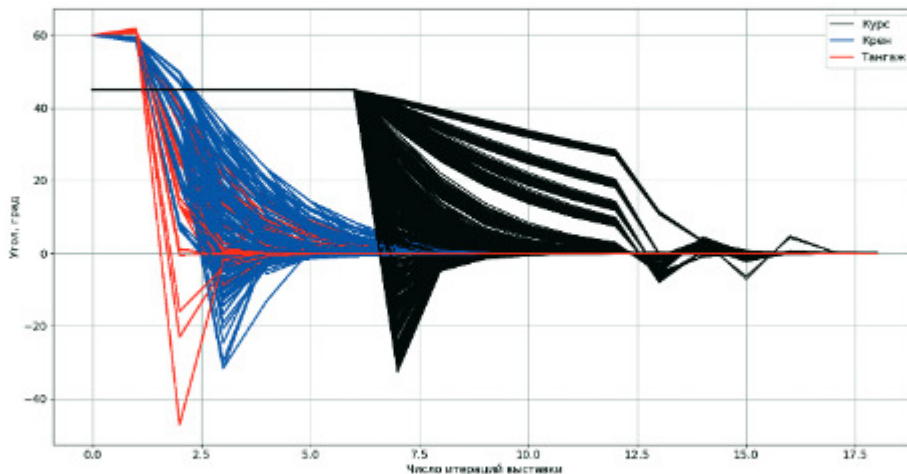


Рис. 8. Реализации в одной ориентации при МП



Таблица 3

## Регулируемые коэффициенты при моделировании

Способ	Классический			Модифицированный		
	1	2	3	1	2	3
$\gamma_{init}$	60					
$v_{init}$	60					
$\psi_{init}$	45					
$\gamma_{fin}$	-0,0112	0,0098	-0,0112	0,0482	0,0312	0,0102
$v_{fin}$	0,0094	0,0094	0,0094	-0,0429	0,0133	-0,0172
$\psi_{fin}$	0	-0,0052	-0,04	0,0433	0,455	-0,006
$i$	14	14	14	9	9	10
$\Delta\gamma$	24,492	24,49	24,492	24,64	0	4,16
$\Delta v$	11,736	39,10	11,736	4,16	0	6,69
$\Delta\psi$	0	36	36	0	0	0,03
$hx$	1,8	1,8	1,8	1	1,4	1
$hy$	-1,4	-1,8	-1,4	-1,8	-1,4	-1,8
$hz$	1	1,8	1,8	1	1	1,4
$ang_{ov}$	50	30	40	30	70	60
$ov_a$	1	5	1	7	3	7
$ov_g$	-	-	-	7	7	5
$dc$	7	7	8	6	6	6
$dg$	7	7	6	5	5	5

где  $P_{xln}, P_{yln}, P_{zln}$  – составляющие тяги маршевых двигателей в проекциях на стартовую систему координат;  $X_{ln}, Y_{ln}, Z_{ln}$  – составляющие полной аэродинамической силы в проекциях на стартовую систему координат;  $X_{ln}^{(ctr)}, Y_{ln}^{(ctr)}, Z_{ln}^{(ctr)}$  – составляющие тяги управляющих двигателей в проекциях на стартовую систему координат;  $C$  – матрица перехода от связанной к начальной стартовой системе координат;  $I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}, I_{xy}$  – осевые и центробежные моменты инерции РКН относительно центра масс;  $M_{cx}, M_{cy}, M_{cz}$  – главные моменты всех внешних сил;  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  – угловые скорости вращения РКН;  $M_{\Sigma x}, M_{\Sigma y}, M_{\Sigma z}$  – составляющие в связанных осях всех действующих на РКН моментов.

Матрица перехода от связанной к начальной стартовой системе координат  $C$  с учетом погрешностей начальной выставки будет иметь вид (5), где  $\vartheta^0, \psi^0, \gamma^0$  – действительные урыскания (курса) и вращения (крена) РКН;  $\Delta\vartheta, \Delta\psi, \Delta\gamma$  – погрешности

начальной выставки платформы;  $\vartheta, \psi, \gamma$  – фактические углы тангажа, рыскания (курса) и вращения (крена) РКН.

На рис. 9 приведены графики ошибки координаты РКН при ее выведении на НОО высотой 200 км в зависимости от ошибки начальной выставки платформы. Для количественного анализа ошибки выведения погрешности задания модели атмосферы, аэродинамических сил и тяги двигателей не учитываются. Это позволит оценить влияние только ошибки начальной выставки на точность выведения РКН. Задача считается успешно решенной, если координата РКН находится в границах допуска, обусловленных эллипсом рассеивания радиусом 2 км. Как видно подавляющее большинство реализаций находятся в установленных границах допуска. Те реализации, при которых координата РКН находится за пределом эллипса, соответствуют случаям длительной выставки алгоритма или его

$$C = \begin{pmatrix} \cos \vartheta \cos \psi & \sin \gamma \sin \psi - \cos \gamma \sin \vartheta \cos \psi & \cos \gamma \sin \psi + \sin \gamma \sin \vartheta \cos \psi \\ \sin \vartheta & \cos \gamma \cos \vartheta & \sin \gamma \cos \vartheta \\ \cos \vartheta \sin \psi & \sin \gamma \cos \psi + \cos \gamma \sin \vartheta \sin \psi & \cos \gamma \cos \psi - \sin \gamma \sin \vartheta \sin \psi \end{pmatrix}; \quad (5)$$

$$\vartheta = \vartheta^0 + \Delta\vartheta; \quad \psi = \psi^0 + \Delta\psi; \quad \gamma = \gamma^0 + \Delta\gamma,$$

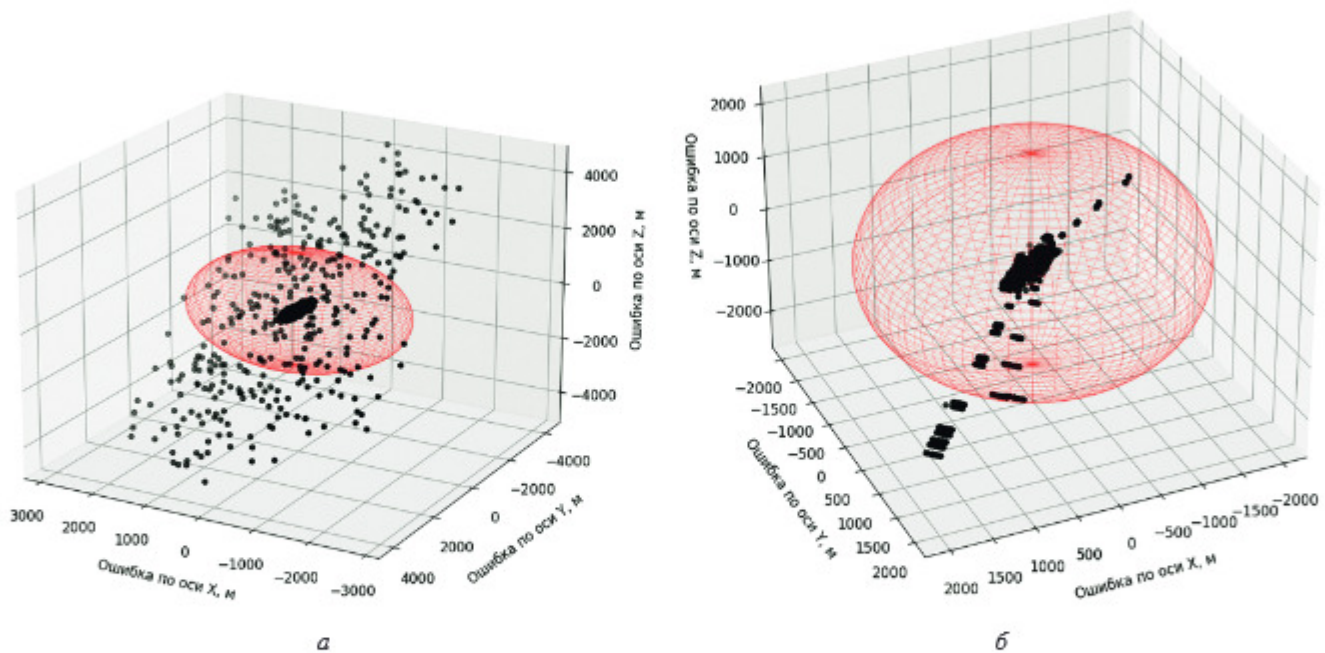


Рис. 9. Результаты моделирования задачи выведения РКН при КП (слева) и при МП (справа)

Таблица 4

Оценка разброса координаты РКН при выведении

Способ	Классический			Модифицированный		
	X, м	Y, м	Z, м	X, м	Y, м	Z, м
Средняя ошибка	-11,85	16,54	-4,68	23,40	42,80	-66,21
Максимальная ошибка	2889,46	4096,51	4274,88	1640,93	1017,81	1169,39
Минимальная ошибка	-2822,88	-4226,11	-4490,45	-1169,39	-141,87	-2411,54
СКО	351,16	530,60	559,25	286,83	140,08	394,15
Размах	5712,34	8322,62	8765,33	2810,33	1159,69	3580,93

расхождению. Оценки ошибок выведения представлены в табл. 4.

### Выводы

В ходе работ моделировались задачи начальной выставки трехосной платформы и выведения РКН на низкую околоземную орбиту. Приведена уточненная функциональная схема алгоритма начальной выставки, и представлена блок-схема решения оптимизационной задачи, пояснена логика работы алгоритма. Описаны два концептуальных подхода к построению алгоритма выставки в части расчета антиградиента  $d$  и шага метода  $\lambda$ : классический и модифицированный.

Результаты моделирования показывают разницу между классическим и модифицированным подходами. При первом меньше реализаций, приводящих к расхождению алгоритма, что повышает его надежность, но увеличение числа итераций выставки зависит от удаления от экстремума. При втором наблюдается отсутствие тренда показаний и значительно больше реализаций, при которых

число итераций меньше, чем при классическом подходе. Однако за счет большего числа варьируемых параметров получается больший объем данных, а следовательно, и больше реализаций с расхождением алгоритма. Поэтому для модифицированного подхода требуется более тонкая настройка.

Ранее уже было показано [14, 15], что ключевым фактором, влияющим на точность и быстродействие как существующего алгоритма выставки, так и предлагаемого, являются измерительные шумы ЧЭ, особенно красный шум, возникающий вследствие воздействия низкочастотных возмущающих факторов, таких как нестабильность температур (градиентов температур) и нестабильность источника питания ИНС (информационных трактов в электронике). Они ослабляются на уровне ИНС или самого ЧЭ за счет термокомпенсации, магнитного экранирования совместно с применением метода усреднения либо цифровой фильтрации выходных показаний ЧЭ. Необходимость таких мер, в том числе на отечественной компонентной



базе, не является существенным препятствием при проектировании ИНС.

#### Список источников

1. *Веремеенко К.К., Желтов С.Ю., Ким Н.В.* и др. Современные информационные технологии в задачах навигации и наведения беспилотных маневренных летательных аппаратов. – М.: Физматлит, 2009. – 552 с.
2. *Алешин Б.С., Товин А.В., Черноморский А.И., Плеханов В.Е.* Проектирование бесплатформенных инерциальных навигационных систем. – М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2010. – 378 с.
3. *Эпиноза Валлес А.С.* Методика стендовой калибровки микроэлектромеханических гироскопов на базе роботоманипулятора // Вестник Московского авиационного института. 2023. Т. 30. № 1. С. 190–197. DOI: 10.34759/vst-2023-1-190-197
4. *Алешин Б.С., Максимов В.Н., Черноморский А.И., Плеханов В.Е.* Измерительная комплексная навигационная система одноосного колесного модуля // Вестник Московского авиационного института. 2012. Т. 19. № 4. С. 120–128.
5. *Ключников А.И., Маков С.А.* Анализ некоторых способов выставки инерциальных навигационных систем // Евразийский союз ученых (ЕСУ). 2018. № 7(52). С. 13–16.
6. *Балабаев О.С., Прохорцов А.В.* Сравнительный анализ методов начальной выставки БИНС на подвижном объекте // Известия ТулГУ. Технические науки. 2020. № 11. С. 389–395.
7. *Константинов М.С., Шевченко В.В.* Проектно-баллистический анализ выведения космического аппарата на гелиоцентрическую орбиту с наклоном 30 градусов к плоскости солнечного экватора // Вестник Московского авиационного института. 2024. Т. 31. № 2. С. 144–154. URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=180657>
8. *Чжоу С., Ишков С.А., Филиппов Г.А.* Оптимальное управление относительным движением космического аппарата по критерию быстродействия на околокруговых орбитах // Вестник Московского авиационного института. 2023. Т. 30. № 3. С. 163–173.
9. *Lipton A.H.* Alignment of inertial systems on a moving base. – Washington: National aeronautics and space administration, 1967. – 168 p.
10. *Yang J., Zhang G., Huang Z.* et al. Research on position and orientation measurement method for roadheader based on vision/INS. International Conference on Optical Instruments and Technology: Optoelectronic Measurement Technology and Systems. 2018:1062105. DOI: 10.1117/12.2288670
11. *Liu H.Y., Tsai S., Tsai M.L.* et al. An initial alignment method of inertial navigation system for the static state // International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences - ISPRS Archives. 2022. Vol. 43. No. B1, pp. 227–233. DOI:10.5194/isprs-archives-XLIII-B1-2022-227-2022
12. *Lu J., Ye L., Dong J.* Applied singular value decomposition method in transfer alignment and bias calibration // IET Radar, Sonar & Navigation. 2020. Vol. 14. No. 5, pp. 700–706. DOI: 10.1049/iet-rsn.2019.0397
13. *Веремеенко К.К., Жарков М.В., Кузнецов И.М., Пронькин А.Н.* Трансферная выставка бесплатформенной инерциальной навигационной системы: алгоритмические особенности и численный анализ характеристик // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2020. № 4. С. 57–64.
14. *Науменко В.П., Илюшин П.А., Пикунев Д.Г.* и др. Оценка влияния шумов инерциальных датчиков на точность выставки гироскопов // Вестник НИЯУ МИФИ. 2022. Т. 11. № 6. С. 425–441. DOI: 10.26583/vestnik.2022.16
15. *Науменко В.П., Илюшин П.А., Пикунев Д.Г., Соловьев А.В.* Оптимизационный подход к начальной выставке платформенной инерциальной системы при воздействии шумов // Вестник Московского авиационного института. 2023. Т. 30. № 2. С. 158–168. DOI: 10.34759/vst-2023-2-158-168
16. *Науменко В.П., Илюшин П.А., Пикунев Д.Г.* Способ определения начальных углов ориентации инерциальных измерительных блоков // Навигация и управление движением: Сборник тезисов XXIV конференции молодых ученых (15–18 марта 2022; Санкт-Петербург). СПб.: Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2022. С. 281–283.
17. *Васильев Ф.П.* Методы оптимизации: В 2 кн. – Изд. новое, перераб. и доп. – М.: Изд-во МЦНМО, 2011. – Кн. 1 – 620 с.
18. *Dvurechensky P., Staudigl M., Shtern S.* First-Order Methods for Convex Optimization // Optimization and Control. 2021. Vol. 9:100015. DOI: 10.48550/arXiv.2101.00935
19. *Романова И.К.* Применение аналитических методов к исследованию Парето оптимальных систем управления // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2014. № 4. С. 238–266. DOI: 10.7463/0414.0704897
20. *Pieume C., Marcotte P., Fotso L.P., Siarry P.* Generating Efficient Solutions in Bilevel Multi-Objective Programming Problems // American Journal of Operations Research. 2013. Vol. 3. No. 2, pp. 289–298. DOI: 10.4236/ajor.2013.32026
21. *Sadeghi H., Moslemi F.* A multiple objective programming approach to linear bilevel multi-follower programming // AIMS Mathematics. 2019. Vol. 4. No. 3, pp. 763–778. DOI: 10.3934/math.2019.3.763
22. *Marler R.T., Arora J.S.* The weighted sum method for multi-objective optimization: New insights // Structural and Multidisciplinary Optimization. 2010. Vol. 41. No. 6, pp. 853–862. DOI: 10.1007/s00158-009-0460-7
23. *Сихарулидзе Ю.Г.* Баллистика и наведение летательных аппаратов: Учебное пособие. – 4-е изд. – М.: Лаборатория знаний, 2020. – 410 с.



## References

- Veremeenko KK, Zheltov SYu, Kim NV. et al. *Sovremennyye informatsionnyye tekhnologii v zadachakh navigatsii i navedeniya bespilotnykh manevrennykh letatel'nykh apparatov* (Modern information technologies in the tasks of navigation and guidance of unmanned maneuverable aircraft). Moscow: Fizmatlit; 2009. 552 p. (In Russ.).
- Aleshin BS, Tyuvin AV, Chernomorskii AI, Plekhanov VE. *Proektirovaniye besplatformennykh inertsiyal'nykh navigatsionnykh system* (Design of inertial navigation systems). Moscow: MAI-PRINT; 2010. 378 p. (In Russ.).
- Espinoza Valles AS. Bench calibration technique for microelectromechanical gyroscopes based on a robot manipulator. *Aerospace MAI Journal*. 2023;30(1):190-197. (In Russ.). DOI: 10.34759/vst-2023-1-190-197
- Aleshin BS, Maximov VN, Chernomorskii AI, Plekhanov VE. Integrated measurement navigation system for uniaxial wheeled module. *Aerospace MAI Journal*. 2012;19(4):120-128. (In Russ.). URL: <https://vestnikmai.ru/eng/publications.php?ID=34525>
- Klyuchnikov AI, Makov SA. *Analiz nekotorykh sposobov vystavki inertsiyal'nykh navigatsionnykh system*. Evraziiskii Soyuz Uchenykh (ESU). 2018;(7):13-16. (In Russ.).
- Balabaev OS, Prokhortsov AV. Comparative analysis of the initial sins exhibition methods on a moving object. *Izvestiya TulGU. Tekhnicheskyye nauki*. 2020;(11):389-395. (In Russ.).
- Konstantinov MS, Shevchenko VV. Project-and-Ballistic Analysis of a Spacecraft Insertion into the Heliocentric Orbit with Thirty Degrees Inclination to the Solar Equator Plane. *Aerospace MAI Journal*. 2024;31(2):144-154. (In Russ.). URL: <https://vestnikmai.ru/publications.php?ID=180657>
- Chou X, Ishkov SA, Filippov GA. Optimal control of spacecraft relative motion by the response rate criterion on near-circular orbits. *Aerospace MAI Journal*. 2023;30(3):163-173. (In Russ.).
- Lipton AH. *Alignment of inertial systems on a moving base*. Washington: National aeronautics and space administration; 1967. 168 p.
- Yang J, Zhang G, Huang Z. et al. Research on position and orientation measurement method for roadheader based on vision/INS. *International Conference on Optical Instruments and Technology: Optoelectronic Measurement Technology and Systems*. 2018:1062105. DOI: 10.1117/12.2288670
- Liu HY, Tsai S, Tsai ML. et al. An initial alignment method of inertial navigation system for the static state. *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences - ISPRS Archives*. 2022;43(B1):227-233. DOI:10.5194/isprs-arch-ives-XLIII-B1-2022-227-2022
- Lu J, Ye L, Dong J. Applied singular value decomposition method in transfer alignment and bias calibration. *IET Radar, Sonar & Navigation*. 2020;14(5):700-706. DOI: 10.1049/iet-rsn.2019.0397
- Veremeenko KK, Zharkov MV, Kuznetsov IM, Pron'kin AN. Strapdown inertial navigation system transfer alignment: algorithmic features and simulation performance analysis. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Aviatsionnaya tekhnika*. 2020;(4):57-64. (In Russ.).
- Naumchenko VP, Ilyushin PA, Pikunov DG. et al. The noises influence estimation of inertial sensors on the accuracy of the gyroscopic platform exhibition. *Vestnik natsional'nogo issledovatel'skogo yadernogo universiteta "MIFI"*. 2022;11(6):425-441. (In Russ.). DOI: 10.26583/vestnik.2022.16
- Naumchenko VP, Ilyushin PA, Pikunov DG, Solovyov AV. Optimization approach to the platform inertial system alignment under the impact of noise. *Aerospace MAI Journal*. 2023;30(2):158-168. (In Russ.). DOI: 10.34759/vst-2023-2-158-168
- Naumchenko VP, Ilyushin PA, Pikunov DG. A method for determining the initial orientation angles of inertial measuring units. In: *Materialy XXIV konferentsii molodykh uchenykh "Navigatsiya i upravlenie dvizheniem" (March 15-18, 2022; St. Petersburg)*. St. Petersburg: Kontsern "TsNII "Elektropribor"; 2022. p. 281-283. (In Russ.).
- Vasil'ev FP. *Metody optimizatsii: v 2 kn* (Optimization methods. In 2 books). Moscow: MTsNMO; 2011. Book 1. 620 p. (In Russ.).
- Dvurechensky P, Staudigl M, Shtern S. First-Order Methods for Convex Optimization. *Optimization and Control*. 2021;9:100015. DOI: 10.48550/arXiv.2101.00935
- Romanova IK. Application of analytical methods to the study of Pareto optimal control systems. *Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie MGTU im. N.E. Baumana*. 2014;(4):238-266. (In Russ.). DOI: 10.7463/0414.0704897
- Pieume C, Marcotte P, Fotso LP, Siarry P. Generating Efficient Solutions in Bilevel Multi-Objective Programming Problems. *American Journal of Operations Research*. 2013;3(2):289-298. DOI: 10.4236/ajor.2013.32026
- Sadeghi H, Moslemi F. A multiple objective programming approach to linear bilevel multi-follower programming. *AIMS Mathematics*. 2019;4(3):763-778. DOI: 10.3934/math.2019.3.763
- Marler RT, Arora JS. The weighted sum method for multi-objective optimization: New insights. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2010;41(6):853-862. DOI: 10.1007/s00158-009-0460-7
- Sikharulidze YG. *Ballistika i navedeniye letatel'nykh apparatov* (Ballistics and guidance of aircraft). 4th ed. Moscow: Laboratoriya znanii; 2020. 410 p. (In Russ.).

Статья поступила в редакцию 30.10.2024; одобрена после рецензирования 06.11.2024; принята к публикации 11.11.2024.  
The article was submitted on 30.10.2024; approved after reviewing on 06.11.2024; accepted for publication on 11.11.2024.