

Аналитические исследования механических перемещений в элементах баромембранного аппарата

Лазарев С.И.*, Ломакина О.В., Хорохорина И.В.***, Кочетов В.И.******

Тамбовский государственный технический университет, ТГТУ,

ул. Советская, 106, Тамбов, 392000, Россия

**e-mail: sergey.lazarev.1962@mail.ru*

***e-mail: lomakinaolga@mail.ru*

****e-mail: kotelnikovirina@yandex.ru*

*****e-mail: geometry@mail.nnn.tstu.ru*

Статья поступила 09.02.2021

Аннотация

Статья посвящена аналитическим исследованиям напряженно-деформированного состояния различных вариантов конструкций фланца баромембранного аппарата плоскокамерного типа, работающих под трансмембранным давлением. Предложена рациональная конструкция фланца с точки зрения прочности и жесткости. Приводится сравнение аналитических и численных методов решения, полученное методом конечных элементов (МКЭ), подтверждающее правильность выбора расчетной схемы и метода расчета торцевого фланца баромембранного аппарата плоскокамерного типа.

Ключевые слова: аппарат, фланец, расчетная схема, напряжение, перемещение, мембрана.

Введение

Для очистки или концентрирования водных (разбавленных) растворов широко используются баромембранные процессы, к таковым относятся микрофильтрация, ультрафильтрация и обратный осмос, осуществляемые под действием перепада давления. Баромембранные аппараты плоскокамерного типа используются в технологии водоподготовки и водоочистки для промышленных предприятий, бытовых нужд, в производстве напитков и лекарственных препаратов.

Можно выделить некоторые особенности мембранных аппаратов плоскокамерного типа, работающих под избыточным давлением. Во-первых, они отличаются простотой в сборке и монтаже и достаточно надежны при эксплуатации. Во-вторых, имеют высокую удельную площадь разделения и обладают допустимым перепадом трансмембранного давления. Сложность в работе таких аппаратов, например, для обратного осмоса, заключается в больших значениях рабочего трансмембранного давления. Для решения данной проблемы мы предлагаем использовать торцевые фланцы. При этом они отличаются повышенной жесткостью и прочностью.

Автор работы [1] рассматривает соединение с не контактирующими фланцами, которое герметизируется за счёт установки в узел Z-образного уплотнения и, соответственно, ставится вопрос о необходимости получения метода расчёта на прочность и жёсткость.

В работе [2] представлены результаты расчетно-экспериментального исследования и математического моделирования элементов конструкции изделия при

соударении с твердой преградой, в результате расчеты деформаций и напряжений сопоставлены с результатами испытаний, которые показали их достоверность.

В статье [3] представлен анализ напряженно-деформированного состояния сферических оболочек из слоистых композиционных материалов, получена система дифференциальных уравнений равновесия и соответствующие граничные условия.

Целью исследования работы [4] являлось определение совместного движения механической системы: балка-пружина-тело, где рассматривается задача о динамической нагрузке балки ударяющим телом в присутствии промежуточного демпфера, в качестве которого используется пружина заданной жёсткости.

Авторы работ [5-8] занимаются вопросами исследования технологических особенностей таких устройств, подбором расчетных схем и методов расчета на прочность, жесткость. В данной работе для решения поставленной задачи применяется метод конечных элементов, зарекомендовавший себя в решениях подобного рода вопросах. Так, в работах [9-11] рассматриваются вопросы напряженно-деформированного состояния различных тел, расчет жесткости и деформации.

Проведенный анализ литературы позволил поставить цель данной работы - исследовать напряженно-деформированное состояние конструкций торцевых фланцев баромембранного аппарата плоскокамерного типа, работающих под высоким трансмембранным давлением.

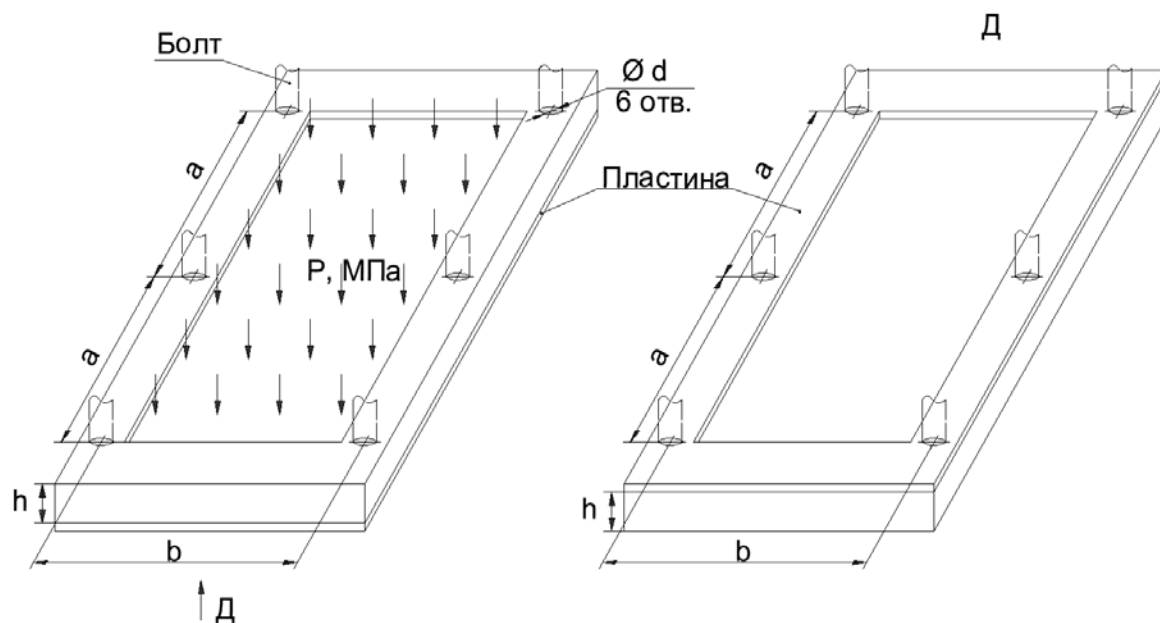
Материалы и методы

К основным элементам баромембранного аппарата плоскокамерного типа относятся торцевые фланцы. Для них, как к несущим элементам аппарата, предъявляются повышенные требования. Это обусловлено трансмембранным давлением раствора внутри камер аппарата, достигающее 10 МПа [12-13].

Фланцы, имеющие форму прямоугольных плит, изготовлены из «капролона» (диэлектрический материал). На крышке имеются отверстия под болты для крепления рабочих камер аппарата. Для повышения прочностных характеристик в его конструкции предусмотрена металлическая пластина, которая накладывается на фланцы.

Во время работы аппарата отдельные его рабочие поверхности подвергаются воздействию высококонцентрированных растворов. Выбор оптимальных размеров из условия прочности и жесткости, в данном случае фланцев, является, на наш взгляд, актуальной задачей [14-17].

Общий вид фланца с действующим на него трансмембранным давлением приведен на рисунке 1а, б.



а) внутренняя сторона фланца

б) наружная сторона фланца

Рис.1. Общий вид фланца

На рисунке 2 показана упрощенная расчетная схема нагружения фланца, освобожденная от несущественно влияющих особенностей конструкции на работу системы в целом с точки зрения проводимого расчёта. Схема представлена в виде плиты, загруженной равномерно-распределенным давлением, и опертой на шесть опор, равнорасположенных по контуру.

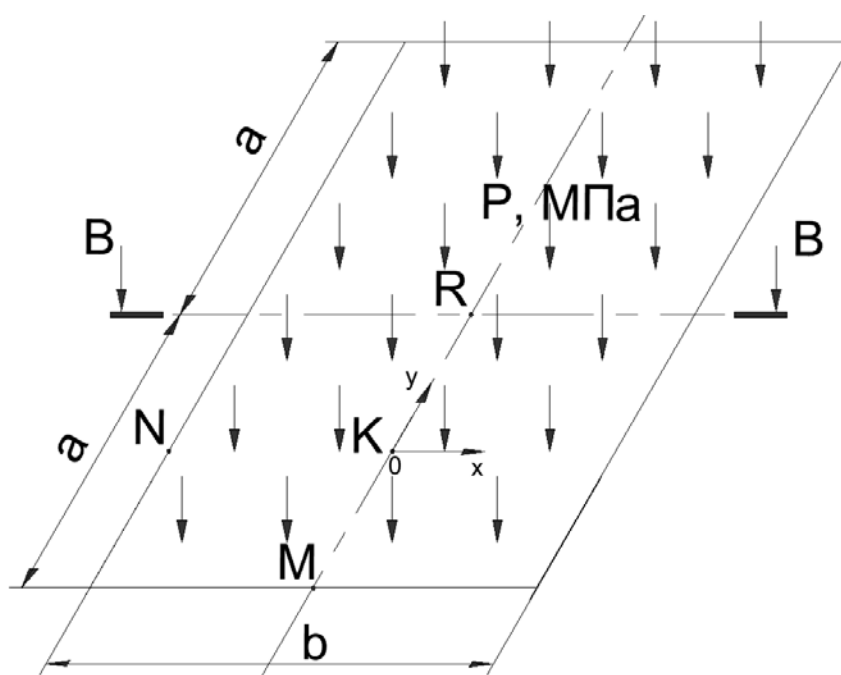


Рис. 2 Расчетная схема фланца

Для исследования напряжённо-деформированного состояния фланца воспользуемся аналитическим и численным методами. Учитывая параметры прочности и жесткости, для выбора оптимальных размеров фланца баромембранного аппарата плоскокамерного типа были рассмотрены несколько вариантов расчетной схемы: №1 – фланец без пластины с болтами; №2 – фланец с пластиной без болтов; №3 – фланец без пластины и болтов; №4 – фланец с пластиной и болтами.

На рис. 2 представлена расчетная схема. Для фланца были приняты следующие исходные данные (геометрические и силовые характеристики): $a = 0,1$ м; $b = 0,09$ м; $h = 0,035$ м; $h_0 = 0,003$ м; $E_k = 2620$ МПа; $\mu_k = 0,34$; $E_{ст} = 2 \cdot 10^5$ МПа; $\mu_{ст} = 0,3$; $P = 6$ МПа. Расчеты проводились с помощью программы SOLIDWORKS методом конечных элементов (МКЭ) [18-21]. На схеме показаны рассчитанные напряжения и перемещения в точках R, K, M, N .

Обсуждение и заключения

В таблице 1 представлены величины напряжений и перемещений, рассчитанные численным методом (МКЭ) по вариантам расчетных схем.

Таблица 1

Напряжения и перемещения в точках *R, K, M, N*

	Точки	№1	№2	№3	№4
Напряжение σ , МПа	<i>R</i>	21,808	7,970	12,495	10,957
	<i>K</i>	14,598	5,929	9,509	8,618
	<i>N</i>	10,254	4,294	6,670	5,147
	<i>M</i>	7,558	2,542	4,370	3,378
Перемещение ω , мм	<i>R</i>	2,159	0,300	0,447	1,000
	<i>K</i>	2,230	0,310	0,487	1,010
	<i>N</i>	1,954	0,130	0,204	0,397
	<i>M</i>	0,720	0,090	0,138	0,296

Сопоставляя перемещения и напряжения для фланца без болтов, но закрепленные по внутренней поверхности отверстия шарнирным креплением приходим к выводу, что максимальные перемещения и напряжения во фланце с пластиной в полтора раза меньше, чем во фланце без пластины. Для вариантов 1 и 4, где вместо крепления по внутренней поверхности отверстий установлены болты, максимальные напряжения и перемещения в два раза меньше напряжений и перемещений во фланце без пластины.

Анализируя результаты исследования можно утверждать, что варианты расчетных схем под номерами 1 и 4 максимально приближены к реальным условиям работы фланца под нагрузкой и при проектировании подобных типов конструкции мембранных аппаратов можно принимать данные схемы в качестве рабочих конструкций.

Для оптимизации фланца с точки зрения минимизации массы аппарата была сформулирована следующая задача: необходимо найти вектор управляемых параметров $\bar{h} = (h_1, h_2, \dots, h_n)$, который минимизирует целевую функцию, определяющую расход материала на конструкцию (массу, объем):

$$M(h) = \sum_i^N M_i(h), \quad (1)$$

где N - число элементов,

M - масса конструкции.

Граничные условия по прочности:

$$\sigma_{\max}^{(i)} \leq [\sigma]' (i = 1, 2, \dots, n), \quad (2)$$

по жесткости:

$$f_{\max}^{(i)} \leq [f]' (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3)$$

и ограничения по геометрическим параметрам:

$$h_{i\min} \leq h_i \leq h_{i\max} (i = 1, 2, \dots, n), \quad (4)$$

где $\sigma_{\max}^{(i)}$ - максимальное напряжение в i -ом элементе фланца,

$[\sigma]'$ - допускаемое напряжение,

$f_{\max}^{(i)}$ - максимальный прогиб фланца,

$[f]'$ - допустимый прогиб фланца.

С точки зрения сравнения массы конструкции в вариантах 1 и 4 следует отметить, что при равных напряжениях и перемещениях, а также массе, толщина фланца без пластины в 1,43 раза больше, чем у фланца с пластиной.

Следующим этапом было проведено аналитическое исследование напряженно-деформированного состояния фланца, опертого в шести точках при действии равномерно-распределенной нагрузки. В этом случае в качестве расчетной схемы принималась половина плиты, опертая в четырех точках. Была получена аналитическое уравнение для расчета прогиба для опертой в четырех точках плиты:

$$\begin{aligned} \omega = & 2A_0 + A_1 \cdot \left(y^2 - \frac{b^2}{4} \right) + \frac{P}{24 \cdot D} \left(\frac{b^2}{4} - y^2 \right) \cdot \left(\frac{5}{4} b^2 - y^2 \right) + \\ & + \sum_{m=2,4} \left(A_m \cdot ch \frac{\pi \cdot m \cdot y}{a} + B_m \frac{\pi \cdot m \cdot y}{a} \cdot sh \frac{\pi \cdot m \cdot y}{a} \right) \cdot \cos \frac{\pi \cdot m \cdot x}{a} + \frac{p \cdot b^4}{384D} \left(1 - \frac{4 \cdot y^2}{b^2} \right) + \\ & + \frac{p \cdot a^3 \cdot b}{2 \cdot \pi^3 \cdot D} \cdot \sum_{m=2,4} \frac{(-1)^{\frac{m}{2}} \cdot \cos \frac{\pi \cdot m \cdot y}{a}}{m^3 \cdot sh \alpha_m \cdot th \alpha_m} \left[th \alpha_m \cdot \frac{\pi \cdot m \cdot y}{a} \cdot sh \frac{\pi \cdot m \cdot y}{a} - (\alpha_m + th \alpha_m) ch \frac{\pi \cdot m \cdot y}{a} \right] \end{aligned} \quad (5)$$

Данное уравнение для расчета прогиба (5) и ее первые три производные удовлетворяют всем граничным условиям на наружных кромках плиты:

$$\left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right)_{x=-\frac{a}{2}; y=\pm \frac{b}{2}} = 0; \quad \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right)_{x=-\frac{a}{2}; y=\pm \frac{b}{2}} = 0.$$

В сечении В-В₁ плиты в месте сопряжения с другой половиной плиты также имеем:

$$\left(\frac{\partial \omega}{\partial x} \right)_{x=\frac{a}{2}} = 0; \quad D \left(\frac{\partial^3 \omega}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 \omega}{\partial y^2 \cdot \partial x} \right)_{x=\frac{a}{2}} = -p \cdot a \cdot \sum_{m=2,4} (-1)^{\frac{m}{2}} \cdot \cos \frac{\pi \cdot m \cdot x}{a} - \frac{p \cdot a}{2}.$$

Произвольные входящие в выражение (5) постоянны, определяются из граничных условий и имеют вид:

$$A_1 = -\frac{p \cdot b^2}{24D};$$

$$A_m = \frac{p \cdot a^3 \cdot b}{2 \cdot \pi^3 \cdot m^2 \cdot D} \cdot \sum_{m=2,4} \frac{(1-\mu) \cdot sh\alpha_m - (1-\mu) \cdot \alpha_m \cdot ch\alpha_m}{(3+\mu) \cdot (1-\mu) \cdot sh\alpha_m \cdot ch\alpha_m - \alpha_m \cdot (1-\mu^2)} \cdot \frac{(-1)^{\frac{m}{2}}}{m} \cdot \left[\frac{1+\mu}{th\alpha_m} - \frac{\alpha_m \cdot (1-\mu)}{sh^2\alpha_m} \right];$$

$$B_m = \frac{p \cdot a^3 \cdot b}{2 \cdot \pi^3 \cdot m^2 \cdot D} \cdot \sum_{m=2,4} \frac{sh\alpha_m}{(3+\mu) \cdot (1-\mu) \cdot sh\alpha_m \cdot ch\alpha_m - \alpha_m \cdot (1-\mu^2)} \cdot \frac{(-1)^{\frac{m}{2}}}{m} \cdot \left[\frac{1+\mu}{th\alpha_m} - \frac{\alpha_m \cdot (1-\mu)}{sh^2\alpha_m} \right].$$

Произвольная постоянная A_0 находится из условий отсутствия прогиба в опорах $(\omega)_{x=\frac{a}{2}; y=\frac{b}{2}}$:

$$A_0 = -\frac{p \cdot a^3 \cdot b}{4 \cdot \pi^3 \cdot D} \cdot \sum_{m=2,4} \frac{1}{m^3} \cdot \left(\alpha_m - \frac{\alpha_m + th\alpha_m}{th^2\alpha_m} \right) - \frac{1}{2} \cdot \sum_{m=2,4} (A_m \cdot ch\alpha_m + B_m \cdot sh\alpha_m).$$

Здесь $D = \frac{E \cdot h^3}{12(1-\mu^2)}$ - цилиндрическая жесткость плиты; E – модуль упругости 1^{го}

рода; μ - коэффициент Пуассона; $\alpha_m = \frac{\pi \cdot m \cdot b}{2 \cdot a}$. Максимальное напряжение в центре плиты определяется по формуле:

$$\sigma_x = \pm \frac{6 \cdot M_x}{h^2}; \quad \sigma_y = \pm \frac{6 \cdot M_y}{h^2}, \quad (6)$$

где h – толщина плиты; M_x и M_y – изгибающие моменты в плите:

$$M_x = -D \cdot \left[\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \mu \cdot \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right]; \quad M_y = -D \cdot \left[\frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + \mu \cdot \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right]. \quad (7)$$

Анализируя данные расчетов величин перемещений и напряжений, полученных численным и аналитическим методом, была отмечена хорошая сопоставимость результатов. Значения перемещений в точке К, рассчитанная

аналитическим методом $\omega_{\max}=0,512$ мм , а численным методом $\omega_{\text{МКЭ}}= 0,480$ мм. Разница в процентах составляет 6,25 %. Значения напряжений в точке К, рассчитанная аналитическим методом $\sigma_{\max}=8,896$ МПа, а численным методом $\sigma_{\text{МКЭ}}=9,597$ МПа. Разница в процентах составляет 7,3 %.

Для инженерных расчетов погрешность менее 10 % является удовлетворительной, что подтверждает правильность выбора расчетной схемы и методов расчета.

Выводы

1. Проведенные исследования конструкции фланца баромембранного аппарата плоскокамерного типа с точки зрения прочности и жесткости позволили определить расчетную схему, отражающая реальную конструкцию аппарата.

2. Сравнение способов расчета фланца с помощью аналитического метода и численного метода (МКЭ) показал правильность выбора расчетной схемы и метода расчета торцевого фланца баромембранного аппарата плоскокамерного типа.

Работа выполнена по ГЗ №10.4798.2017/БЧ в рамках выполнения государственного задания Минобрнауки России в базовой части НИР.

Библиографический список

1. Шишкин С.В., Бойков А.А., Колпаков А.М. К расчёту на прочность Z-образного металлического уплотнения с врезающимися элементами, деформируемого упруго-пластически // Труды МАИ. 2019. № 109. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=111374>. DOI: [10.34759/trd-2019-109-9](https://doi.org/10.34759/trd-2019-109-9)

2. Юдин Д.А., Фирсанов В.В. Расчетно-экспериментальное исследование напряженно-деформированного состояния элементов конструкции изделия при ударе о твердую преграду // Труды МАИ. 2020. № 112. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=116343>. DOI: [10.34759/trd-2020-112-8](https://doi.org/10.34759/trd-2020-112-8)
3. Фирсанов В.В., Фам В.Т., Чан Н.Д. Анализ напряженно-деформированного состояния многослойных композитных сферических оболочек на основе уточненной теории // Труды МАИ. 2020. № 114. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=118698>. DOI: [10.34759/trd-2020-114-07](https://doi.org/10.34759/trd-2020-114-07)
4. Нигяр Э.С. Динамика пластины с упруго присоединённой массой // Труды МАИ. 2020. № 111. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=115111>. DOI: [10.34759/trd-2020-111-2](https://doi.org/10.34759/trd-2020-111-2)
5. Drazevic E., Kosutic K., Freger V. Permeability and selectivity of reverse osmosis membranes: correlation to swelling revisited // Water Research, 2014, vol. 49, pp. 444 - 452.
6. Wu S., Qin X., Li M. The structure and properties of cellulose acetate materials: a comparative study on electrospun membranes and casted films // Journal of Industrial Textiles, 2014, vol. 44, no. 1, pp. 85 - 98. DOI: [10.1177/1528083713477443](https://doi.org/10.1177/1528083713477443)
7. Потехина Л.Н., Седелкин В.М. Технология и свойства ультрафильтрационных мембран на основе модифицированных ацетатов целлюлозы // Вестник Саратовского государственного технического университета. 2011. Т. 1. № 1 (52). С. 110 - 116.
8. Gupta S.K., Singh P., Kumar R. Modifications induced by gamma irradiation upon structural, optical and chemical properties of polyamide nylon-6,6 polymer // Radiation effects and defects in solids, 2014, vol. 169, no. 8, pp. 679 - 685.

9. Русланцев А.Н., Думанский А.М., Алимов М.А. Модель напряженно-деформированного состояния криволинейной слоистой композитной балки // Труды МАИ. 2017. № 96. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=85659>
10. Гнездилов В.А., Гришанина Т.В., Нагорнов А.Ю. Деформация плоской статически неопределимой стержневой системы при потере устойчивости стержней // Труды МАИ. 2017. № 95. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=84435>
11. Аносов Ю.В., Данилин А.Н., Курдюмов Н.Н. О жесткостях проволочных конструкций спирального типа // Труды МАИ. 2015. № 80. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=56958>
12. Дытнерский Ю.И. Баромембранные процессы. Теория и расчет. - М.: Химия, 1986. - 272 с.
13. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. – М.: Наука, 1966. – 636 с.
14. Shestakov K.V., Lazarev S.I. Method for calculating rational process parameters for electromembrane purification of industrial solutions and waste water in the chemical industry // Chemical and Petroleum Engineering, 2019, vol. 55, pp. 63 – 67. DOI: [10.1007/s10556-019-00582-0](https://doi.org/10.1007/s10556-019-00582-0)
15. Lazarev S.I., Abonosimov O.A., Levin A.A., Ignatov N.N., Kotenev S.I. A Mathematical description of mass transfer and a technique of calculating the local mass-transfer coefficients in the inter-membrane channel of baromembrane roll elements // Chemical and Petroleum Engineering, 2019, vol. 54, no. 1, pp. 16 - 18. URL: DOI: [10.1007/s10556-019-00528-6](https://doi.org/10.1007/s10556-019-00528-6)

16. Лазарев С.И., Ковалева О.А., Богомолов В.Ю., Шестаков К.В., Кузнецов М.А.
// Определение технологических и конструктивных параметров электрофильтрационного аппарата плоскокамерного типа для дименерализации и концентрированных растворов в производстве биоразлагаемых пластов // Химическое и нефтегазовое машиностроение. 2017. № 6. С. 9 - 12. URL: http://www.himnef.ru/arhiv/2017_06.pdf
17. Лазарев С.И., Хорохорина И.В., Казаков В.Г., Богомолов В.Ю. Исследование и методика расчета времени эффективной работы полупроницаемых мембран при ультрафильтрационной очистке промышленных растворов // Химическое и нефтегазовое машиностроение. 2018. № 1. С. 12 - 14. URL: http://www.himnef.ru/arhiv/2018_01.pdf
18. Соловьев А.Н. Тамаркин М.А., Тхо Н.В. Метод конечных элементов в моделировании центробежно-ротационной обработки // Вестник Донского государственного технического университета. 2019. Т. 19. № 3. С. 214 - 220. DOI: [10.23947/1992-5980-2019-19-2-214-220](https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-214-220)
19. Мяченков В.И., Мальцев В.П. Расчеты машиностроительных конструкций методом конечных элементов. - М.: Машиностроение, 1989. - 520 с.
20. Reissner E. The Effect of Transverse Shear Deformation on the Bending of Elastic Plates // ASME Journal of Applied Mechanics, 1945, vol. 12, pp. 8 – 77.
21. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. The Finite Element Method. Vol.2. Solid Mechanics, Butterworth-Heinemann, 2000, 479 p.

Analytical studies of mechanical displacements in baromembrane apparatus elements

Lazarev S.I.*, **Lomakina O.V. ****, **Khorokhorina I.V.*****, **Kochetov V.I.******

*Tambov State Technical University, TSTU, 106, Sovetskaya,
Tambov, 392000, Russia*

**e-mail: sergey.lazarev.1962@mail.ru*

***e-mail: lomakinaolga@mail.ru*

****e-mail: kotelnikovirina@yandex.ru*

*****e-mail: geometry@mail.nnn.tstu.ru*

Abstract

Baromembrane devices of the flat-chamber type are applied for separation, concentration and purification of solutions by reverse osmosis, nanofiltration, ultrafiltration and microfiltration processes. Operating under excessive pressure, they possess the following characteristics: ease of assembly and installation, a sufficiently high specific separation area, reliable operation, and a small pressure drop. The difficulty in operation of such devices, for example, for reverse osmosis, lies in the large values of working transmembrane pressure. To solve this problem, the authors proposed to employ end flanges, characterized by increased rigidity and strength. The purpose of this work is to study the stress-strain state of the structures of the end flanges of the flat-chamber type baromembrane apparatus operating under high transmembrane pressure.

The flanges with shape of rectangular plates, are made of “caprolon” (dielectric material). There are holes on the cover for bolts, necessary for tightening the intermediate working chambers to seal them. To increase the strength characteristics, a metal plate in its structure, which is superimposed on the flanges is provided.

During this device operation, its individual working surfaces are being exposed to highly concentrated solutions. In the authors' opinion, optimal dimensions selection, namely of flanges in this particular case, based on the strength and rigidity conditions is an urgent task. To study the stress-strain state of the flange, we use both analytical and numerical methods. Accounting for the strength parameters and stiffness, several options of the design scheme were considered to select the flange optimal dimensions:

- A flange without a plate and bolts;
- A flange with a plate but without bolts;
- A flange without both a plate and bolts;
- A flange with a plate and bolts.

Computations were performed using the SOLIDWORKS Finite Element Method (FEM) software.

Analyzing the data the displacements and stresses values computing, a good comparability of the results was noted. The conducted studies of the flange of the flat-chamber type baromembrane apparatus, in terms of strength and stiffness allowed determining the design scheme reflecting the design of the real device. A comparison of the techniques for the flange calculating revealed the correctness of the design scheme selection and the method for calculating the end flange of the baromembrane device.

Keywords: apparatus, flange, design scheme, voltage, displacement, membrane.

References

1. Shishkin S.V., Boikov A.A., Kolpakov A.M. *Trudy MAI*, 2019, no. 109. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=111374>. DOI: [10.34759/trd-2019-109-9](https://doi.org/10.34759/trd-2019-109-9)

2. Yudin D.A., Firsanov V.V. *Trudy MAI*, 2020, no. 112. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=116343>. DOI: [10.34759/trd-2020-112-83](https://doi.org/10.34759/trd-2020-112-83)
3. Firsanov V.V., Fam V.T., Chan N.D. *Trudy MAI*, 2020, no. 114. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=118698>. DOI: [10.34759/trd-2020-114-07](https://doi.org/10.34759/trd-2020-114-07)
4. Nigyar E.S. *Trudy MAI*, 2020, no. 111. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=115111>. DOI: [10.34759/trd-2020-111-2](https://doi.org/10.34759/trd-2020-111-2)
5. Drazevic E., Kosutic K., Freger V. Permeability and selectivity of reverse osmosis membranes: sorrelation to swelling revisited, *Water Research*, 2014, vol. 49, pp. 444 - 452.
6. Wu S., Qin X., Li M. The structure and properties of cellulose acetate materials: a comparative study on electrospun membranes and casted films, *Journal of Industrial Textiles*, 2014, vol. 44, no. 1, pp. 85 - 98. DOI: [10.1177/1528083713477443](https://doi.org/10.1177/1528083713477443)
7. Potekhina L.N., Sedelkin V.M. *Vestnik Saratovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2011, vol. 1, no. 1 (52), pp. 110 - 116.
8. Gupta S.K., Singh P., Kumar R. Modifications induced by gamma irradiation upon structural, optical and chemical properties of polyamide nylon-6,6 polymer, *Radiation effects and defects in solids*, 2014, vol. 169, no. 8, pp. 679 - 685.
9. Ruslantsev A.N., Dumanskii A.M., Alimov M.A. *Trudy MAI*, 2017, no. 96. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=85659>
10. Gnezdilov V.A., Grishanina T.V., Nagornov A.Yu. *Trudy MAI*, 2017, no. 95. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=84435>
11. Anosov Yu.V., Danilin A.N., Kurdyumov N.N. *Trudy MAI*, 2015, no. 80. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=56958>

12. Dytner'skii Yu.I. *Baromembrannyye protsessy. Teoriya i raschet* (Baromembrane processes. Theory and design), Moscow, Khimiya, 1986, 272 p.
13. Timoshenko S.P., Voinovskii-Kriger S. *Plastinki i obolochki* (Plates and shells), Moscow, Nauka, 1966, 636 p.
14. Shestakov K.V., Lazarev S.I. Method for calculating rational process parameters for electromembrane purification of industrial solutions and waste water in the chemical industry, *Chemical and Petroleum Engineering*, 2019, vol. 55, pp. 63 – 67. DOI: [10.1007/s10556-019-00582-0](https://doi.org/10.1007/s10556-019-00582-0)
15. Lazarev S.I., Abonosimov O.A., Levin A.A., Ignatov N.N., Kotenev S.I. A Mathematical description of mass transfer and a technique of calculating the local mass-transfer coefficients in the inter-membrane channel of baromembrane roll elements, *Chemical and Petroleum Engineering*, 2019, vol. 54, no. 1, pp. 16 - 18. URL: DOI: [10.1007/s10556-019-00528-6](https://doi.org/10.1007/s10556-019-00528-6)
16. Lazarev S.I., Kovaleva O.A., Bogomolov V.Yu., Shestakov K.V., Kuznetsov M.A. // *Khimicheskoe i neftegazovoe mashinostroenie*, 2017, no. 6, pp. 9 - 12. URL: http://www.himnef.ru/arhiv/2017_06.pdf
17. Lazarev S.I., Khorokhorina I.V., Kazakov V.G., Bogomolov V.Yu. *Khimicheskoe i neftegazovoe mashinostroenie*, 2018, no. 1, pp. 12 - 14. URL: http://www.himnef.ru/arhiv/2018_01.pdf
18. Solov'ev A.N. Tamarkin M.A., Tkho N.V. *Vestnik Donskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2019, vol. 19, no. 3, pp. 214 - 220. DOI: [10.23947/1992-5980-2019-19-2-214-220](https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-214-220)

19. Myachenkov V.I., Mal'tsev V.P. *Raschety mashinostroitel'nykh konstruktsii metodom konechnykh elementov* (Calculations of machine-building structures by finite element method), Moscow, Mashinostroenie, 1989, 520 p.
20. Reissner E. The Effect of Transverse Shear Deformation on the Bending of Elastic Plates, *ASME Journal of Applied Mechanics*, 1945, vol. 12, pp. 8 – 77.
21. Zienkiewicz O.S., Taylor R.L. *The Finite Element Method. Vol.2. Solid Mechanics*, Butterworth-Heinemann, 2000, 479 p.